JAIST Repository

https://dspace.jaist.ac.jp/

Title 撮影状況の変動に強い2次元照合による3次元物 に関する研究		
Author(s)	野口,幸典	
Citation		
Issue Date	1997-03	
Туре	Thesis or Dissertation	
Text version	author	
URL	http://hdl.handle.net/10119/1042	
Rights		
Description	Supervisor:阿部 亨, 情報科学研究科, 修士	



Japan Advanced Institute of Science and Technology

修士論文

撮影状況の変動に強い2次元照合による

3次元物体認識に関する研究

指導教官 阿部 亨 助教授

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科情報システム学専攻

野口 幸典

1997年2月14日

Copyright © 1997 by Yukinori NOGUCHI

目 次

1	序論		1
	1.1	研究の背景及び目的・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	1
	1.2	本論文の構成	2
2	アピ	アランスベースの 3 次元物体認識	4
	2.1	はじめに・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	4
	2.2	アスペクト法	5
	2.3	固有空間法	5
		2.3.1 固有空間の構成法	7
		2.3.2 認識処理における固有空間の利用法	8
	2.4	まとめ.................................	9
3	撮影	状況の変動に強い 3 次元物体認識のための前処理	11
3	撮影 3.1	状況の変動に強い 3 次元物体認識のための前処理 はじめに....................................	11 11
3	撮影 3.1 3.2	状況の変動に強い3次元物体認識のための前処理 はじめに 対象物体領域の切り出し	111112
3	撮影 3.1 3.2	 状況の変動に強い3次元物体認識のための前処理 はじめに	 11 11 12 12
3	撮影 3.1 3.2	状況の変動に強い3次元物体認識のための前処理はじめに対象物体領域の切り出し3.2.1背景差分を利用した切り出し法3.2.2正規化相互相関を利用した切り出し法	 11 12 12 12
3	撮影 3.1 3.2 3.3	状況の変動に強い3次元物体認識のための前処理はじめに対象物体領域の切り出し3.2.1背景差分を利用した切り出し法3.2.2正規化相互相関を利用した切り出し法入力画像の正規化	 11 12 12 12 15
3	撮影 3.1 3.2 3.3	状況の変動に強い3次元物体認識のための前処理はじめに対象物体領域の切り出し3.2.1背景差分を利用した切り出し法3.2.2正規化相互相関を利用した切り出し法入力画像の正規化3.3.1幾何学的正規化	 11 12 12 12 15 16
3	撮影 3.1 3.2 3.3	状況の変動に強い3次元物体認識のための前処理 はじめに 対象物体領域の切り出し 3.2.1 背景差分を利用した切り出し法 3.2.2 正規化相互相関を利用した切り出し法 入力画像の正規化 3.3.1 幾何学的正規化 3.3.2 濃度値の正規化	 11 12 12 12 15 16 20
3	撮影 3.1 3.2 3.3 3.4	 状況の変動に強い3次元物体認識のための前処理 はじめに 対象物体領域の切り出し 3.2.1 背景差分を利用した切り出し法 3.2.2 正規化相互相関を利用した切り出し法 入力画像の正規化 3.3.1 幾何学的正規化 3.3.2 濃度値の正規化 まとめ 	 11 11 12 12 12 15 16 20 26
3	撮影 3.1 3.2 3.3 3.4 撮影	状況の変動に強い3次元物体認識のための前処理 はじめに 対象物体領域の切り出し 3.2.1 背景差分を利用した切り出し法 3.2.2 正規化相互相関を利用した切り出し法 入力画像の正規化 3.3.1 幾何学的正規化 3.3.2 濃度値の正規化 よ よとめ よ なの変動に強い3次元物体認識	 11 11 12 12 15 16 20 26 31

	4.2	対象物)体領域の回転および位置ずれに不変な特徴量	31
		4.2.1	対象物体領域の回転による特徴量の変動	34
	4.3	辞書作	成	36
		4.3.1	辞書データの収集方法	36
		4.3.2	K-L 変換による電力ベクトルの圧縮	37
	4.4	3次元	物体認識	39
	4.5	認識実	[5]	39
		4.5.1	辞書集合の作成・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	40
		4.5.2	認識実験	40
		4.5.3	累積寄与率と認識率の関係・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	43
	4.6	まとめ)	44
5	結論			62
\mathbf{A}	HSI	亦场		67
	A 1			01
	A.1	_{ZIX} I軸の	決定	67
	A.1 A.2	又」 I 軸の xy 平面	決定 面上での R 方向の決定	67 67
	A.1 A.2 A.3	zix I 軸の xy 平面 I' の正	決定 面上での <i>R</i> 方向の決定 	67 67 69
	A.1 A.2 A.3 A.4	ZJX I 軸の xy 平面 I' の正 H , S'	決定 面上での <i>R</i> 方向の決定 現化 ル の決定 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	67 67 69 70
	A.1 A.2 A.3 A.4 A.5	I 軸の xy 平面 I' の正 H,S' S の決	決定 面上での <i>R</i> 方向の決定 説化 の決定 に 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、	67 67 69 70 70
	A.1 A.2 A.3 A.4 A.5	I 軸の xy 平面 I' の正 H , S' S の決 A.5.1	決定 面上での R 方向の決定 規化 の決定 に に 1 = 0 のとき	67 67 69 70 70 70
	A.1 A.2 A.3 A.4 A.5	I 軸の xy 平面 I' の正 H , S' S の決 A.5.1 A.5.2	決定	67 67 69 70 70 70 70

図目次

2.1	線形形状変化 (a) とアスペクト変化 (b)	6
2.2	アスペクトグラフ................................	6
3.1	入力画像と背景画像	13
3.2	軸の向きの定義・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	13
3.3	マスク画像・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	13
3.4	背景差分処理によって切り出された画像	13
3.5	閾値を高くした時のマスク画像と切り出された画像	14
3.6	正規化相互相関によって得られたエッジ画像	15
3.7	対象物体領域の外側から塗りつぶした画像	15
3.8	対象物体領域の外側から塗りつぶした画像	16
3.9	正規化相互相関によって切り出された画像	16
3.10	幾何学的正規化前の画像・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	17
3.11	幾何学的正規化後の画像・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	17
3.12	幾何学的正規化前の画像間の距離	19
3.13	幾何学的正規化後の画像間の距離	19
3.14	物体を n 軸回りに回転させた時の見かけの画像の変化	20
3.15	物体の回転角とモーメントより求めた回転角の関係・・・・・・・・・・・	21
3.16	物体を n 軸回りに回転させた時の回転の正規化前の画像	21
3.17	物体を n 軸回りに回転させた時の回転の正規化後の画像	21
3.18	HSI 変換	23
3.19	照明の強さを変動させた時の画像(物体1)	27
3.20	濃度値の正規化後の画像 (物体 1)	27
3.21	濃度値の正規化前の画像間の距離(物体1)	28

3.22	濃度値の正規化後の画像間の距離 (物体 1)	28
3.23	照明の強さを変動させた時の画像 $(物体 2)$	29
3.24	濃度値の正規化後の画像(物体2)	29
3.25	濃度値の正規化前の画像間の距離(物体2)	30
3.26	濃度値の正規化後の画像間の距離(物体2)	30
4.1	周波数空間中の円環・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	33
4.2	幾何学的正規化前の画像・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	34
4.3	回転に対する電力ベクトルの周波数(次元数)と電力	35
4.4	物体 1、2 の電力ベクトルの周波数 (次元数) と電力	35
4.5	画像データの収集システム	36
4.6	収集システムの全景	36
4.7	パラメトリック固有空間を用いた物体の表現	39
4.8	実験に用いた物体・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	40
4.9	辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率(実験1)	45
4.10	固有空間の次元数と認識率 (実験 1)	46
4.11	物体の向きの推定誤差の度数分布(実験1)	47
4.12	辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率(実験2)	48
4.13	固有空間の次元数と認識率 (実験 2)	49
4.14	物体の向きの推定誤差の度数分布(実験2)	50
4.15	辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率(実験3、光軸に関する回転角30度)	51
4.16	固有空間の次元数と認識率 (実験3、光軸に関する回転角30度)	52
4.17	物体の向きの推定誤差の度数分布(実験3、光軸に関する回転角30度)	53
4.18	辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率(実験3、光軸に関する回転角60度)	54
4.19	固有空間の次元数と認識率 (実験3、光軸に関する回転角60度)	55
4.20	物体の向きの推定誤差の度数分布 (実験3、光軸に関する回転角60度)	56
4.21	辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率(実験3、光軸に関する回転角90度)	57
4.22	固有空間の次元数と認識率(実験3、光軸に関する回転角90度)	58
4.23	物体の向きの推定誤差の度数分布 (実験3、光軸に関する回転角90度)	59
4.24	辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率(実験4)	60
4.25	固有空間の次元数と認識率 (実験 4)	60

4.26	勿体の向きの推定誤差の度数分布 (実験 4)	60
4.27	累積寄与率	61

第1章

序論

1.1 研究の背景及び目的

2次元画像を用いた3次元物体認識は、産業用ロボットの要素技術や一般環境内での移動物体の監視など幅広い応用があり、これまで多数の研究がなされている。

2次元画像を用いた3次元物体認識の手法には、予め計算機に蓄えられた2次元の見かけの画像と未知画像とのマッチングをとることによって認識を行なうアピアランスベースの手法と、画像から何らかの特徴を抽出してその特徴を認識に用いる特徴ベースの手法の 2つに大きく分類することができる。

アピアランスベースの手法では、対象物体の見かけの2次元画像を予めすべて辞書として計算機に蓄えておく。この辞書と入力された未知画像との間で相関や差分などに基づいたマッチングを行ない対象物体を認識するが、見かけの画像は数多く存在するため何らかの方法で計算機に蓄えておく辞書を圧縮しなければならない。この手法は対象物体中の特徴抽出が不要である等の特徴を持ち、汎用性が高く実環境にも適用可能であると考えられる。しかし、この方法では、予め蓄えておく画像と認識時に入力される画像との間で位置がずれていたり、撮影時の照明条件が異なっていると認識率が低下するという欠点を持つ。この欠点を補うためには、それぞれの条件に対応した画像をすべて辞書に蓄えておく必要があるが、原理的には無数に存在する画像に対応するのは不可能である。

特徴ベースの手法では、物体の構造や拘束条件が定式化しそれを辞書として計算機に蓄 えておき認識を行なう。このため、物体の構造などの特徴が抽出できれば、アピアランス ベースの手法のように辞書を圧縮する必要はない。たとえば、何らかの仮定のもとで、物 体の3次元形状、局所形状や幾何学的不変量を抽出できれば、物体の回転などによる変動 を特徴抽出の段階で吸収することができるため、比較的容易な照合で認識が可能になる。 しかし、現状では、物体の特徴を抽出するのにさまざまな仮定が必要であるため適用範囲 が制限されていたり、抽出すべき特徴を対象物体ごとに人間が抽出しなければならないな どの問題があり、実環境には適用できない。

以上に述べたように、特徴ベースの手法には実環境での物体認識に簡単に解決できない 数多くの問題が残っているため、本研究ではアピアランスベースの手法を用いて物体認識 を行なう。その場合、

• 撮影状況が変動する場合にどのように対応するか

• 2 次元の見かけの画像をいかに効率良く圧縮し利用するか

が問題となる。現在、画像の圧縮には K-L 変換 (Karhunen-Loève transform) が多く用い られているが、K-L 変換は固有値や固有ベクトルの計算に時間がかかり、さらに、認識時 に画像中の対象物体の位置ずれの影響を強く受けるという欠点がある。

そこで、本研究では、まず、2次元画像中の対象物体の大きさ・位置・明るさ等を正規 化し、撮影状況の変動に起因する画像の違いを吸収することによって、記憶する画像の容 量を削減し、認識率の向上を図る。次に、必要な記憶領域を削減し処理時間を短縮するた めにより少ない特徴量で対象物体を表現する手法、および入力画像における対象物体の向 きおよび光源の方向や強度の変動にロバストな3次元物体認識を行なう手法について検 討する。

1.2 本論文の構成

本論文の構成は次の通りである。

第2章は、従来から提案されてきた3次元物体認識の手法について述べ、これらの利 点と欠点を明らかにする。

第3章では、照明条件の変動に強い3次元物体認識のための画像の前処理として、まず、画像中から対象物体領域を切り出す手法について説明する。次に、画像の正規化の手法として幾何学的正規化および濃度値の正規化について詳しく述べる。

第4章では、第3章で述べた手法で前処理された画像を用いて、計算機に蓄えておく

画像辞書の作成方法と物体認識の手法について説明する。さらに、これまでに述べた手法 を用いて認識実験を行ない、この結果についての考察を行なう。

第5章では、本研究の結論を述べる。

第2章

アピアランスベースの3次元物体認識

2.1 はじめに

3次元物体の認識は、産業用ロボットの要素技術や一般環境内での移動物体の監視など 幅広い応用があり、これまで多数の研究がなされてきたが、実環境に適用できるものは少 なく、適応できても物体の形状や照明などの環境の条件が制限されているものが多い。

3次元空間中の物体認識を行なうためには、計算機中に対象物体の形状、大きさ、色な どの情報を蓄えておき、入力された未知の物体と計算機中に蓄えておいた物体の情報との マッチングをとる必要がある。しかし、計算機の記憶容量やマッチングに要する時間には 制限があるため、何らかの方法で物体の情報を圧縮してから計算機に蓄えなければならな い。したがって、物体認識においては3次元物体の情報をどのようして圧縮するのか、ま た、それの情報をどのように利用するのかが重要な問題となる。

このよう中で、物体の特徴抽出の必要もなく、汎用性が高く実環境にも適応できるの が、アピアラスベースの3次元物体認識である。アピアランスベースの3次元物体認識 とは、対象物体の見かけの2次元画像をそのまま特徴量として予めすべて辞書として計算 機に蓄えておき、この辞書と入力された未知画像との間で相関や差分などに基づいたマッ チングを行ない対象物体を認識する手法である。しかし、見かけの画像は数多く存在する ため何らかの方法で計算機に蓄えておく辞書を圧縮しなければならない。

この章では、従来から研究されてきた手法として、物体の面の見え方の違いによって認 識を行なうアスペクト法と、物体の見かけの画像をそのまま利用して認識を行なう固有空 間法について詳しく述べ、問題点を明らかにする。

2.2 アスペクト法

面関係グラフ法を改良し、精密化した手法にアスペクト法 [2] がある。図 2.1 におい て、(a)、(b) ともに3次元形状の見え方の変化を示している。(a)の変化では各面の形状 は変化しているが、見えている面のトポロジー的な関係は変化していない。すなわち、変 化の前も後も面 12345 が見え、これらの相対的な位置関係は変化していない。これは、線 形形状変化と呼ばれている。これに対して、(b)の変化では、2 が隠れ6 が見えるように なり、見える面のトポロジー的な関係が変化している。この変化は線形形状変化に対し、 アスペクト変化と呼ばれる。

このように3次元形状の変化は2種類あることがわかる。線形形状変化は視線の方向に応じて連続的に発生するため、原理的には無限の見え方が存在する。これに対して、アスペクト変化は離散的に発生する。3次元物体の形状変化の大部分は見える面のトポロジー的な関係が変化しない線形形状変化であるが、アスペクト変化はごく少数である。したがって、ある物体の見かけの形状は無数にあるが、トポロジー的に異なる変化は有限である。このトポロジー同一の形状全体をアスペクト、有限個のアスペクトの集合を用いて3次元形状を記述する手法をアスペクトだ。また、図2.2のようにアスペクトをネットワーク構造で表したものはアスペクトグラフ[3]と呼ばれている。これらの表現を用いれば、画像と直接的にマッチングがとれるが、扱う形状の種類が増えればこの手法ではすぐに破綻してしまうことは明らかである。さらに、この手法には照明条件の変化によって面と面の境界(エッジ)が見えなくなった時にマッチングがとれなくなるという問題があり、限られた条件のもとでのみ有効な手法といえる。

2.3 固有空間法

固有空間と呼ばれる画像の共分散行列あるいは自己相関行列の固有ベクトルが作る空間 は、従来から統計的パターン認識における次元圧縮法として幅広く利用されてきている。 ここでは、これまでに固有空間法がパターン認識や物体認識にどのように用いられてきた かを説明する。



図 2.1: 線形形状変化 (a) とアスペクト変化 (b)



図 2.2: アスペクトグラフ

2.3.1 固有空間の構成法

主成分分析

主成分分析 (principal component analysis) は、多変量の測定値が得られたとき、線形 変換によって変量間の相関をなくし、より少ない変量によって測定対象の特徴を記述しよ うとする変換である。原理は、多次元空間上の特徴点を特徴の分布の分散の大きい少数の 低次元の直交部分空間に写像する手法である。この部分空間は、共分散行列を固有値展開 し固有値の大きい固有ベクトルの組によって作られる。この考え方をパターン認識に適用 すれば、多次元の特徴量を低次元化することができ、計算量が低下するメリットがある。

多次元のデータを低次元のデータで表現すれば、計算機の資源を有効に使うことができる。K-L 変換は主成分分析と同じ定式化のもとで計算される画像圧縮法である。直交変換の中では原理的に圧縮効率が最も高い変換であるが、画像の特性(自己相関関数)の精密な推定が必要であり計算時間を要するため、実用的にはほとんど利用されていない。

判別分析法

この手法ではいくつかの標本データによって判別関数を作り、この関数を用いて未知の データを分類する。主成分分析のような特徴点の分散を大きくする部分空間が、必ずしも 分類に優れた低次元空間であるとは限らない。優れた部分空間とは、多次元の特徴を低次 元の空間に写像した結果、クラスの分離が良くなる空間である。これは、2 つのクラスの 問題としてはFisher の判別分析法として、またクラスが3 つ以上になる問題に一般化し た手法としては正準判別分析法などが知られている。これらの手法は統計的パターン認識 の識別の前処理として良く利用される手法であり対象によっては優れた結果が得られる が、対象の特徴量の分布によっては必ずしも良い結果は得られない。

部分空間法

主成分分析がクラス全体の分布を考え単純に次元を圧縮しようとするものであるのに 対し、部分空間法は主成分分析をクラスごとに行なう。各クラス毎にエネルギーが集中し ている部分空間を計算し、未知のパターンが入力された時にそれがどのクラスに属する かをクラス毎の写像により求める。この手法はパターン認識の分野で積極的に利用され、 渡辺の CLAFIC 法 [4] や飯島の複合類似度法 [5] もこの手法である。部分空間法はその 後、直交部分空間法、混合類似度法、学習部分空間法などの他のクラスとの分離を良くする部分空間を作る改良がなされている。

2.3.2 認識処理における固有空間の利用法

アピアランスベースの固有空間法は基本的には見かけの画像の照合であり、テンプレー トマッチング法を拡張した手法と考えられ、テンプレートマッチング法の特徴をそのまま 受け継ぐ。この手法では、画像間の相関や差分を利用してマッチングを行なうが、処理が 単純である反面、照合の計算量が多く、対象の位置ずれや変形に弱いという問題を持つ。

文字認識

アピアランスベースの固有空間法の考え方は、1960年代に飯島らが文字認識に利用した複合類似度法(部分空間法) [5] が最初であると思われる。その後1970年代には、文字認識を対象に固有空間上の特徴空間に制限を加えるなどして認識精度を向上する手法 [6] なども提案された。但し、対象は2次元の文字であり、当時は計算機の能力があまり高くなかったために非常に次元の低い画像しか扱えなかった。

複合類似度法は変型の少ない活字認識には高い能力が報告されているが、変型の大きな 手書き文字認識にはあまり精度が向上しなかった。その後、文字認識では、方向特徴など のさまざまな特徴を利用した手法で高い認識精度が得られることが確認されたため、基本 的には文字認識の分野では特徴マッチングベースの手法が主流となった [7] 。そのため、 アピアランスベースの固有空間法は、文字認識の分野においてはあまり大きな流れとはな らなかった。

顏画像認識

Sirovich ら [8] は 1987 年に顔画像の特徴を記述するのに、複数人の顔画像の固有ベク トルで効率よく顔画像の特徴を表現できることを示した。顔画像はどの人もそのレイアウ トは同じであり、画像間に強い相関がある。そのため、これを正規直交系で展開すれば、 少ない固有ベクトルの線形結合で効率良く顔画像を表現できるようになる。これは、主 成分分析を顔画像の画素データに対して行なったものであり考え方はシンプルなもので あった。

8

その後、1991 年に Turk ら [9] は Sirovich らの考え方を発展させ、顔画像の認識に固 有ベクトルを適用した。彼らはその固有ベクトルのことを固有顔 (eigenface) と名付けた。 この手法は固有空間上で標準パターンと未知パターンの距離を計算し、この値により顔を 認識するというものであった。

パラメトリック固有空間法による3次元物体認識

これまでの固有空間の利用法は基本的に対象となるデータがどのクラスに属するかを 分類するためのものであり、3次元物体を効率良く記述しようとするものではなかった。 そこで、村瀬ら [11] は、3次元物体を固有空間上で記述するパラメトリック固有空間法を 提案した。この手法では、3次元物体の向きや光源の変化に対応して変動する離散的な2 次元画像の画像集合から固有空間を計算し、その空間中に画像集合を写像する。次に、そ の点列を補間することによって離散的な画像から連続的な多様体を構成する。認識段階で は入力画像を固有空間上の点に写像し、その点に最も近い多様体上での位置を検出するこ とにより、その物体を識別し、さらに向きを推定する。このように多様体を構成すれば、 多様体の作成時に用いた離散的な画像以外の画像が入力された場合でも物体の識別や向 きの推定が可能となる。

2.4 まとめ

これまで、2次元画像を用いた3次元物体認識に関する研究が数多く行なわれてきた が、対象となる物体が単純な形状のものに限定されていたり、物体の置かれている環境が 限定されいるものが多い。これらの研究の中で、村瀬らが提案したパラメトリック固有空 間法による3次元物体認識は、現実の環境中で認識を行うことができる。この手法は、画 像を固有空間に写像することによって次元を圧縮しているが、基本的にはテンプレート マッチングによって認識を行なっているため、照合する画像の回転や拡大縮小などの変化 に弱い。また、画像に濃淡画像を用いると光源の位置や強度の変化にも影響を受けるとい う問題がある。そのため、濃淡画像を用いて認識処理を行なうためには、様々な条件で撮 影した物体の見かけの画像が必要となるが、この対応法では計算機の記憶容量や計算量の 面から考えても現実的ではない。また、天野ら [12] は、濃淡画像の代わりに距離画像を 用いることで、照明条件の変動に対応出来ることを示した。しかし、距離画像を用いただ けでは、照合する画像の回転や拡大縮小などの変化に弱く、また、物体の色情報が完全に 失われているため形状が同一の物体は認識できないといった欠点がある。

そこで、本研究ではこれらの欠点を補う手法として、まず、3次元物体認識の前処理段 階で画像の正規化を行なう。次に、3次元物体認識の認識段階は撮影状況の変動に強い特 徴量を用いて認識を行なう。画像の正規化と撮影状況の変動に強い特徴量を用いて認識を 行なえば、計算機内で辞書として蓄える画像の容量が削減される。さらに、辞書に蓄えら れていない撮影状況の異なった条件で撮影された画像についても認識できるようになるた め認識率の向上が期待される。以降の章では、本研究で提案する画像の正規化、画像の圧 縮と物体の認識手法について実例を示しながら説明し、本研究で提案した手法の有効性に ついて述べる。

第3章

撮影状況の変動に強い3次元物体認識のた めの前処理

3.1 はじめに

アピアランスベースの3次元物体認識は、テンプレートマッチングによって認識処理を 行なった時の特徴をそのまま受け継ぐため、照合する画像の回転や拡大縮小などの変化に 弱く、光源の位置や強度の変化にも影響を受ける。これに対応する手法として、計算機内 にありとあらゆる状況に適合する画像を蓄えておく方法が考えられるが、固有空間法を用 いて蓄える画像を圧縮処理するとはいえ計算機の記憶容量や計算量の面から考えても非 効率的である。画像を効率的に蓄えることができれば、計算機資源が有効に利用できるだ けでなく、物体の認識処理においても効果があると考えられる。

そこで、画像を効率的に蓄え利用するために、この章では本研究で提案する

について述べる。

3.2 対象物体領域の切り出し

物体を認識するためには、まずはじめに、画像中の対象物体を切り出さなければならない。ここでは、背景差分を利用した手法と正規化相互相関を利用した手法について述べ、 切り出した例を示す。

3.2.1 背景差分を利用した切り出し法

図 3.1(a) に示すような画像中に対象物体が存在する入力画像を f(m, n)、同図 (b) に示 すような対象物体が存在しない背景画像を b(m, n) とする。ここで、軸の方向 (m, n) を 図 3.2のように定義しておく。まず、切り出す際にマスクとなる画像 k(m, n) を作成する。 このとき、マスク画像 k(m, n) は、閾値 t_h を適当に決めてやれば式 (3.1) のように表され る。式 (3.1) によって作成されるマスク画像 k(m, n) を図 3.3に示す。

$$k(m,n) = \begin{cases} 1, & \{f(m,n) - b(m,n)\}^2 > t_h \\ 0, & \{f(m,n) - b(m,n)\}^2 \le t_h \end{cases}$$
(3.1)

ここで得られたマスク画像を用いて対象物体を切り出す。切り出された画像 *o*(*m*, *n*) は式 (3.2) で得られる。式 (3.2) によって得られる画像 *o*(*m*, *n*) を図 3.4に示す。

$$o(m,n) = k(m,n) \cdot f(m,n) \tag{3.2}$$

この方法では、図 3.4を見ても明らかなように物体の影も差分として切り出されてしまう。 マスク画像作成時の閾値をもう少し高く設定してみても、図 3.5のように対象物体に欠落 を生じてしまい、この手法では正確に対象物体を切り出せないことが分かる。

3.2.2 正規化相互相関を利用した切り出し法

ここでは、正規化相互相関を用いて対象物体の切り出しを行なう。3.2.1節の時と同様 に、図 3.1(a) の入力画像を f(m, n)、同図 (b) の背景画像を b(m, n) とすると、正規化相 互相関によって得られる画像 c(m, n) は、式 (3.3) で与えられる。

$$c(m,n) = \cos^{-1} \frac{\boldsymbol{f}_{m,n} \cdot \boldsymbol{b}_{m,n}}{|\boldsymbol{f}_{m,n}| |\boldsymbol{b}_{m,n}|}$$
(3.3)



(a) 入力画像 (対象物体あり)



(b) 背景画像 (対象物体なし)





図 3.2: 軸の向きの定義



図 3.3: マスク画像



図 3.4: 背景差分処理によって切 り出された画像



(a) マスク画像



(b) 切り出された画像

図 3.5: 閾値を高くした時のマスク画像と切り出された画像

ここで、 $f_{m,n}$ 、 $b_{m,n}$ は、式(3.4)、(3.4)で示すように、(m, n)を中心とする $l \times l$ の小領域の画像の輝度値を要素に持つベクトルである。

 $\begin{aligned} \boldsymbol{f}_{m,n} &= \{ \begin{array}{cccc} f(m - \frac{l}{2}, n - \frac{l}{2}), & f(m - \frac{l}{2} + 1, n - \frac{l}{2}), & \cdots, & f(m + \frac{l}{2}, n - \frac{l}{2}), \\ f(m - \frac{l}{2}, n - \frac{l}{2} + 1), & f(m - \frac{l}{2} + 1, n - \frac{l}{2} + 1), & \cdots, & f(m + \frac{l}{2}, n - \frac{l}{2} + 1), \\ & \vdots \\ f(m - \frac{l}{2}, n + \frac{l}{2}), & f(m - \frac{l}{2} + 1, n + \frac{l}{2}), & \cdots, & f(m + \frac{l}{2}, n + \frac{l}{2}) \} \\ \mathbf{b}_{m,n} &= \{ \begin{array}{ccc} b(m - \frac{n}{2}, n - \frac{n}{2}), & b(m - \frac{n}{2} + 1, n - \frac{n}{2}), & \cdots, & b(m + \frac{n}{2}, n - \frac{n}{2}), \\ b(m - \frac{n}{2}, n - \frac{n}{2} + 1), & b(m - \frac{n}{2} + 1, n - \frac{n}{2} + 1), & \cdots, & b(m + \frac{n}{2}, n - \frac{n}{2} + 1), \\ \vdots \\ b(m - \frac{n}{2}, n + \frac{n}{2}), & b(m - \frac{n}{2} + 1, n + \frac{n}{2}), & \cdots, & b(m + \frac{n}{2}, n - \frac{n}{2} + 1), \\ \end{array} \end{aligned}$

この手法によって得られた画像を式(3.6)によって閾値処理すると、図3.6のように入力 画像と背景画像との間に違いのある部分のエッジ画像e(m, n)が抽出される。

$$e(m,n) = \begin{cases} 1, & c(m,n) > t_h \\ 0, & c(m,n) \le t_h \end{cases}$$
(3.6)

さらに、ここで得られたエッジ画像の領域を塗りつぶしマスク画像を作成する。まず、対象物体領域の外側から塗りつぶした時に得られるマスク画像 (a) $k_a(m,n) = 1$ に初期化しておく。原点 (0,0) を起点にしてその点の 8 近傍を再帰的に探索し e(m,n) = 0 で連結



図 3.6: 正規化相互相関によって 得られたエッジ画像



図 3.7: 対象物体領域の外側から 塗りつぶした画像

される領域を $k_a(m, n) = 0$ のように定めると、図 3.7に示す画像が得られる。次に、対象物体領域の内側から塗りつぶした時に得られるマスク画像 (b) $k_b(m, n) = 0$ に初期化しておく。対象物体領域の重心 (m_g, n_g) を起点にしてその点の 8 近傍を再帰的に探索し $k_a(m, n) = 1$ で連結される領域を $k_b(m, n) = 1$ のように定めると、図 3.8に示す画像が得られる。ここで、画像 f(m, n) の重心 (m_g, n_g) は式 (3.7) で与えられる。

$$(m_g, n_g) = \left(\frac{\sum_{m=n}^{m} mf(m, n)}{\sum_{m=n}^{m} \sum_{n} f(m, n)}, \frac{\sum_{m=n}^{m} nf(m, n)}{\sum_{m=n}^{m} \sum_{n} f(m, n)}\right)$$
(3.7)

このようにして得られたマスク画像 $k_b(m, n)$ を用いて対象物体を切り出す。式 (3.8) によって得られる画像 o(m, n) を図 3.9に示す。

$$o(m,n) = k_b(m,n) \cdot f(m,n) \tag{3.8}$$

図 3.4、図 3.9から正規化相互相関を利用した切り出し法は、背景差分を利用した手法に 比べると良好に対象物体領域が切り出されていることがわかる。今後、対象物体領域の切 り出しには、正規化相互相関を利用した手法を用いる。

3.3 入力画像の正規化

2次元照合による3次元物体認識では照明の向き、位置や強度が変化すると影などに よって見かけの画像も変化するため、基本的には全ての画像を計算機内に用意しておかな



図 3.8: 対象物体領域の外側から 塗りつぶした画像



図 3.9: 正規化相互相関によって 切り出された画像

ければならない。しかし、これは、計算機の記憶容量やマッチングに要する計算時間の面 から考えても効率的ではない。そこで、辞書に蓄える画像を減らすとともに、認識処理に おける認識率向上のために切り出し処理を行なった画像を正規化し、正規化された画像を 計算機内に蓄えておく。

3.3.1 幾何学的正規化

同一の対象物体を同一の視点から撮影したときに、得られた入力画像がカメラのズーム や傾きの影響を受けないように第 3.2.2節の処理で対象物体領域が切り出された画像に対 し正規化を行なう。

回転の正規化

カメラの光軸、つまり mn 平面に垂直な軸に関してカメラを回転させた時に得られる 無数の画像は、回転に対する正規化を行なうことによって正規化された1枚の画像で表現 することができる。ここでは、図形が伸びている方向(図形の主軸)が m 軸に重なるよう に回転の正規化を行なう。図形の主軸と m 軸のなす角θ'は式(3.9)で計算される。

$$\theta' = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{2M_{11}}{M_{20} - M_{02}} \right\}$$
(3.9)

ここで、 M_{pq} は(p+q)次の重心回りのセントラルモーメント (central moment) で式 (3.10) によって与えられる。ただし、f(m, n)は対象物体領域の切り出し処理後の画像、 (m_g, n_g)



図 3.10: 幾何学的正規化前の画像

図 3.11: 幾何学的正規化後の画像

はf(m,n)の重心座標である。

$$M_{pq} = \sum_{m} \sum_{n} (m - m_g)^p (n - n_g)^q f(m, n)$$
(3.10)

しかし、式(3.9)で計算される θ 'では主軸の方向は定まるが主軸の向きは定まらない。そ こで、f(m,n)を θ '回転させた画像の3次のモーメント M_{30} を導入して式(3.11)によって もう一度画像を θ 回転させれば、主軸の方向が決まるため回転の正規化によって得られる 画像は一意的なものとなる。

$$\theta = \begin{cases} 0 & M_{30} > 0 \\ \pi, & M_{30} \le 0 \end{cases}$$
(3.11)

位置と大きさの正規化

まず、画像中の対象物体領域の重心位置が画像の中心になるように正規化する。対象物 体領域の重心位置は式(3.7)によって求める。

次に、画像の大きさ及び、画像中の対象物体領域の面積が一定になるように正規化する。具体的には、回転の正規化後の画像全体の大きさ (面積) を $M \times N$ とすると、画像中の対象物体領域の面積が $(M \times N)/4$ になるように正規化する。

幾何学的正規化の実験結果

幾何学的正規化の実験に用いる入力画像には、正規化相互相関を利用した切り出し法に よって対象物体領域を切り出した画像に対して、画像を光軸回りに 60 度毎に回転させ、 対象物体領域の重心を *m* 軸方向にずらした図 3.10(a) ~ (f) のような 6 枚の画像を用いる。 図 3.10(a) ~ (f) の画像に対して、幾何学的正規化を行なった画像を図 3.11(a) ~ (f) に示す。 画像間の距離を式(3.12) のように定義し、正規化前、正規化後の画像間の距離をそれぞ れ相互に計算して実験結果の評価を行なう。

$$d = \frac{1}{max - min} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{m=n}^{m} \{a(m,n) - b(m,n)\}^2}{(a \mathcal{O} \overline{\mathbf{m}} \overline{\mathbf{n}}) OR \quad (b \mathcal{O} \overline{\mathbf{m}} \overline{\mathbf{n}})}}$$
(3.12)

$$max = \max_{m,n} \{a(m,n), b(m,n)\}, \quad min = \min_{m,n} \{a(m,n), b(m,n)\}$$
(3.13)

図 $3.10(a) \sim (f)$ の画像間をそれぞれ相互に計算した結果を図 3.12に、同様に、図 $3.11(a) \sim (f)$ の計算結果を図 3.13に示す。ただし、距離 d は RGB の平均値とした。図 3.12、図 3.13 から明らかなように、正規化前と比較して正規化後の画像間の距離は 1/10 程度となって いる。この結果、原理的には無数に存在する物体が回転した見かけの画像、物体の位置が ずれている見かけの画像、また、物体の大きさが異なっている見かけの画像は、幾何学的 正規化を行なうことによって、代表的な 1 枚の見かけの画像で表現できるようになった。

回転の正規化の有効性

アピアランスベースの3次元物体認識を発展させたパラメトリック固有空間法による 3次元物体認識では、暗黙の了解として連続性の仮定、つまり、視線をほんの少し変化さ れた時には、見かけの画像もほんの少し変化するという仮定がなされている。例えば、カ メラを固定してn軸回りに物体を回転させると、図3.14のように多数の見かけの画像が 得られるが、これらの画像は物体がn軸回りに回転するにつれて連続的に変化している。 当然、これらの画像に対して回転の正規化を行なった時も回転の正規化によって得られる 画像は、連続的に変化していなければならない。そこで、図3.14の画像に対して回転の 正規化を行ない、正規化後の画像が連続的に変化しているかどうか検討を行なう。

図 3.14の画像に対して回転の正規化を行なう際の式(3.9)によって求まる光軸回りの 回転角θと物体を n 軸回りの回転角の関係を図 3.15に示した。図 3.15からわかるように、 物体を n 軸回りに回転させたとき、式(3.9)によって求まる光軸回りの回転角θはいたる











図 3.14: 物体を n 軸回りに回転させた時の見かけの画像の変化

ところで不連続になっている。このことは、物体を n 軸回りに回転させた画像を正規化 すると、正規化によって得られる見かけの画像が著しく変化するため、先に述べた仮定が 成り立たなくなってしまうことを意味している。実験に用いた画像と結果の画像の一部を 示す。対象物体領域の切り出し処理を行なった後の図 3.16のような画像に対して回転の 正規化を行なうと図 3.17のような画像が得られる。図 3.17(a)~(d)、(e)~(l)の画像は連 続的に変動しているものの、(d)~(e) においては著しく変動していることがわかる。

これらの結果から、物体を n 軸回りに回転させた画像に対して回転の正規化を行なってもモーメントから求まる回転角θは変動が激しく、連続性の仮定が成り立たなくなるため、回転の正規化は行なわないことにする。

3.3.2 濃度値の正規化

カメラから取り込まれた画像の色や明るさ等は、R(Red)、G(Green)、B(Blue)の各原 色の濃度で表現されているため、明るさが変動すると各原色ともに濃度が変動する。ま た、照明の向きが変わると物体に写り込んでいる影の位置や形も変わるため、この場合 も各原色の濃度が変動する。このため、画像をRGBで表現すると、明るさや照明の向き の変化、これに伴う物体上の影の位置などに対応した見かけの画像が必要になる。しか し、これらの見かけの画像は無数に存在するため、HSI 変換後の色情報のみを用いて画



図 3.17: 物体を n 軸回りに回転させた時の回転の正規化後の画像

図 3.16: 物体を n 軸回りに回転させた時の回転の正規化前の画像

(a) 0°	(b) 10°	(c) 20°	(d) 30°	(e) 40°	(f) 50°
	Vice P	9.4.5.6 mg	Alter a		
$(g) 60^{\circ}$	(h) 70°	(i) 80°	(j) 90°	(k) 100°	(l) 110°

Vielt of its

Neldia

Moltster

,eitzer-





像の正規化を行なう。HSI 変換は、RGB の 3 原色で表現されている画像を H(Hue:色相)、 S(Saturation:彩度)、I(Intensity:輝度) の 3 つの属性で表現する画像に変換するものであ る。そこで、濃度値の正規化では、照明の強度の変動や物体にできる影の影響を強く受け る輝度 I を破棄して色相 H と彩度 S のみを用いる。ただし、RGB の値域がそれぞれ [0,1] に正規化されていなければならない。このとき、HSI 変換によって得られる HSI の値域 は、H が $[0, 2\pi]$ 、SI が [0, 1] となる。

HSI 変換

RGB 直交座標系において、3 軸に接する立方体を考えるとR、G、B とその補色 C(Cyan)、 M(Magenta)、Y(Yellow)は、図 3.18(a) に示すような位置関係にある。この RGB 立方体 の主対角軸を輝度軸 I と定義する。ここで、I 軸に直交する平面に RGB 立方体を平行投 影すると、図 3.18(b) に示すような正 3 角形が形成される。ある点 P が与えられた時、点 P を通り I 軸に直交する平面上で色相 H と彩度 S を図 3.18(c) のように定義する。こうし て、RGB と HSI の間に図 3.18(d) に示すような、図 3.18(a) の RGB 立方体を含む 3 角錘 カラーモデルが形成される。以下に変換方法を示すが、その詳細は付録 A で述べる。

I の決定

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{6}}{3} & -\frac{\sqrt{6}}{6} & -\frac{\sqrt{6}}{6} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$
(3.14)





G

(b) RGB 立方体の I=1/3 一定平面 への投影

I



(d) HSI3 角錘カラーモデル



Η の決定

Hはx、yを極座標に変換することによって得られる。

$$H = \begin{cases} 0 & (x = 0, y = 0) \\ \frac{\pi}{2} & (x = 0, y > 0) \\ \frac{3}{2}\pi & (x = 0, y < 0) \\ \tan^{-1}\frac{y}{x} & (x > 0, y \ge 0)(\$ 1 \$ \mathbb{R}) \\ \tan^{-1}\frac{y}{x} + \pi & (x < 0, y \ge 0)(\$ 2 \$ \mathbb{R}) \\ \tan^{-1}\frac{y}{x} + \pi & (x < 0, y < 0)(\$ 3 \$ \mathbb{R}) \\ \tan^{-1}\frac{y}{x} + 2\pi & (x > 0, y < 0)(\$ 4 \$ \mathbb{R}) \end{cases}$$
(3.15)

Sの決定

R=G=B のときは S=0 と定義する。

• $0 \le H < \frac{2}{3}\pi(H \ne \frac{\pi}{2})$ のとき

$$S = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} \left| 3 \tan H + \sqrt{3} \right|}{3I\sqrt{2(1 + \tan^2 H)}}$$
(3.16)

- $\frac{2}{3}\pi \le H < \frac{4}{3}\pi$ のとき $S = \frac{2\sqrt{x^2 + y^2}}{I\sqrt{6(1 + \tan^2 H)}}$ (3.17)
- $\frac{4}{3}\pi \le H < 2\pi(H \ne \frac{3}{2}\pi)$ のとき

$$S = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} \left| \sqrt{3} - 3 \tan H \right|}{3I\sqrt{2(1 + \tan^2 H)}}$$
(3.18)

• $H = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$ のとき

$$S = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{I\sqrt{2}}$$
(3.19)

この変換を用いれば、理論上では、明るさが変化した時、つまり RGB 表現での(r, g, b)が x 倍されて $(x \times r, x \times g, x \times b)$ に変化した時、HSI 表現では、(h, s, i)が $(h, s, x \times i)$ となるだけで、変動するのは I のみで、HS は変動しない。また、物体に出来る影についても同様の理由から HS は変動しないため、影の影響が抑制できると考えられる。

本研究では、照明条件の変動や物体にできる影の影響を抑制するため、HSI 変換によっ て得られた HSI 画像で明るさの情報を持つ輝度 (I) 情報を破棄し、認識時に色相 (H) と彩 度 (S) の情報のみを用いる。色相と彩度は極座標形で表現されているので、色相を比較す る時は $0 = 2\pi$ であることを考慮しなければならない。そこで、認識処理時の比較が簡単 になるように極座標形を直交座標形に変換する。

濃度値の正規化の実験結果

ここでは、濃度値の正規化の効果だけを確認するため対象物体領域の切り出し処理が終わった画像を用いて濃度値の正規化を行ない、その実験結果を示す。濃度値の正規化実験には、図 $3.19(a) \sim (d)$ のようにカメラの絞りを f1.4 から f4 まで変化させることで光源の強度を変化させて撮影したものと、図 $3.19(e) \sim (h)$ のように物体に影が出来るようにして光源の強度を変化させて撮影したもの対して、対象物体領域の切り出し処理を行なった画像を用いる。図 $3.23(a) \sim (h)$ についても図 $3.19(a) \sim (h)$ の時と同様に撮影し、対象物体領域の切り出し処理を行なっておく。このようにして得られた画像に対して濃度値の正規化実験を行なった。

認識処理に用いる画像 (濃度値の正規化によって得られる画像) には HSI 変換後の HS を 極座標形から直交座標形に変換した画像を用いるが、ここでは、正規化の効果を視覚的に 確かめるために I に定値を代入して HSI 逆変換を行なった。この結果を図 3.20、図 3.24に 示めす。次に、式(3.12) で定義した画像間の距離を図 3.19(a) ~ (h) それぞれについて相 互に計算し濃度値の正規化の評価を行なう。ただし、距離 *d* はそれぞれ RGB、HS の平均 とした。この結果を図 3.21に示す。同様に、図 3.20(a) ~ (h)、図 3.23(a) ~ (h)、図 3.24(a) ~ (h) について、それぞれ相互に距離を計算した結果を図 3.22、図 3.25、図 3.26に示す。

まず、これらの結果を全体的に眺めてみると、物体1、物体2ともに正規化後の画像間の 距離は、正規化前と比較して1/5程度になっていることがわかる。また、図3.20、図3.24 から光源の強度の変動や影の影響が抑制されていることがわかるが、物体1は物体2ほど 効果が現れていない。これは、物体1は色が白いため反射が強く濃度値が飽和してしまっ たことで、色情報が失われたためだと考えられる。次に、例えば、図3.21、図3.21 にお いて(a)のカメラの絞りf1.4で影が出ないように撮影した画像とその他の(b)~(h)の画 像との距離を示している赤い棒グラフに注目してみる。正規化前の距離は明るさが変動 するにつれて0.08 から0.4 まで増加しているが、正規化後の距離は明るさが変動しても 0.05 程度とほぼ一定の値を示している。

これらの結果、原理的には無数に存在する光源の方向や強度が変化した画像、物体に影 が写り込んでいる画像が濃度値の正規化を行なうことによって代表的な1枚の画像で表 現できるようになった。

3.4 まとめ

本研究で提案した画像の正規化を行うことによって、画像中の対象物体領域の大きさの 差異、また、照明の強度や向きの変動による差異を吸収できることが実証された。また、 対象物体を2次元の見かけ画像で表現したときには、従来手法よりも少ない画像で対象物 体を表現できるため、計算機の記憶容量と認識処理時の計算量が削減できるだけでなく、 物体等の推定において良好な結果が得られると考えられる。

しかし、第 3.3.1節で述べたように、回転の正規化が有効でなかったため今後何らかの 方法で、光軸回りの回転に対応しなければならない。同様に、対象物体領域の重心の違い による位置ずれに関しても対応しなければならない。さらに、画像の正規化を行なうこ とによって計算機内に蓄える画像が減少したとはいえ、そのままの画像を蓄えてマッチン グをとったのでは、計算機の記憶容量、計算量の面で非効率的である。そこで、第 4章で は、本研究で提案するこれらの問題点に対応する手法について述べるとともに、問題解決 後のデータを用いた認識手法について説明する。



(f) f2

(e) f1.4

図 3.19: 照明の強さを変動させた時の画像(物体1)

(g) f2.8

(h) f4



図 3.20: 濃度値の正規化後の画像 (物体 1)



図 3.21: 濃度値の正規化前の画像間の距離(物体1)



図 3.22: 濃度値の正規化後の画像間の距離(物体1)



(e) f1.4 (f) f2 (g) f2.8 (h) f4

図 3.23: 照明の強さを変動させた時の画像 (物体 2)



図 3.24: 濃度値の正規化後の画像 (物体 2)


図 3.25: 濃度値の正規化前の画像間の距離(物体 2)



図 3.26: 濃度値の正規化後の画像間の距離(物体2)

第4章

撮影状況の変動に強い3次元物体認識

4.1 はじめに

画像を正規化することによって計算機内に蓄える画像が減少したとはいえ、画像をその まま蓄えることは計算機の記憶容量やマッチングに要する計算時間の面から考えても効率 的ではない。さらに、第3.3.2節で述べたように、画像の正規化で対応できない対象物体 領域の光軸に関する回転および、対象物体領域の位置ずれに関しての問題が残されたまま になっている。

本章では、フーリエ変換を用いた回転と位置ずれに不変な特徴量を提案し、その特徴量 を用いた辞書の作成方法と認識手法について述べる。

4.2 対象物体領域の回転および位置ずれに不変な特徴量

ここでは、フーリエ変換を用いて対象物体領域の位置ずれと光軸に関する回転に不変な 特徴量を求める。

この先、画像 f(x, y) とそのフーリエ変換 $F(\mu, \nu)$ との関係を式 (4.1) のように表すことにする。

$$f(m,n) \Leftrightarrow F(u,v) \tag{4.1}$$

まず、画像中の物体物体領域の位置ずれに対する不変量を求める。画像 f(x, y) を (x_0, y_0) シフトさせた画像のフーリエ変換は

$$f(x - x_0, y - y_0) \Leftrightarrow F(\mu, \nu) \exp^{-j2\pi(x_0\mu + y_0\nu)}$$

$$(4.2)$$

であるので、電力を用いることによって位置ずれに対応可能であることがわかる。

$$|F(\mu,\nu)| = |F(\mu,\nu)| \exp^{-j2\pi(x_0\mu + y_0\nu)}$$
(4.3)

次に、画像 f(x, y) が回転した時、フーリエ変換 $F(\mu, \nu)$ がどのように変化するか考察 し、対象物体領域の光軸まわりの回転に不変な特徴量を求める。式 (4.4) を式 (4.5) によ り極座標に変換すると、式 (4.6) が得られる。

$$F(\mu,\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \exp^{-j(x\mu+y\nu)} dxdy$$
(4.4)

$$x = r \cos \alpha, \quad y = r \sin \alpha, \quad \mu = \omega \cos \beta, \quad \nu = \omega \sin \beta$$
 (4.5)

$$F(\omega,\beta) = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^\infty f(r,\alpha) \exp^{-jr\omega(\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta)} r dr d\alpha$$
(4.6)

もとの画像 $f(r, \alpha)$ を α_0 だけ回転させるとフーリエ変換 $F(s, \beta)$ は、式(4.8) のようになる。

$$\alpha' = \alpha + \alpha_0, \quad d\alpha = d\alpha' \tag{4.7}$$

$$F(\omega,\beta) = \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(r,\alpha') \exp^{-jr\omega \{\cos(\alpha'-\alpha_0)\cos\beta+\sin(\alpha'-\alpha_0)\sin\beta\}} r dr d\alpha'$$

$$= \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(r,\alpha') \exp^{-jr\omega \cos\{(\alpha'-\alpha_0)-\beta\}} r dr d\alpha'$$

$$= \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(r,\alpha') \exp^{-jr\omega \{\cos(\alpha'-\alpha_0)+\sin\alpha'\sin(\beta+\alpha_0)\}} r dr d\alpha'$$

$$= \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(r,\alpha') \exp^{-jr\omega \{\cos\alpha'\cos(\beta+\alpha_0)+\sin\alpha'\sin(\beta+\alpha_0)\}} r dr d\alpha' \qquad (4.8)$$

ここで、

$$\beta' = \beta + \alpha_0 \tag{4.9}$$

とすると、

$$F(\omega,\beta') = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^\infty f(r,\alpha') \exp^{-jr\omega(\cos\alpha'\cos\beta' + \sin\alpha'\sin\beta')} r dr d\alpha'$$
(4.10)

となる。式(4.10)から

$$f(r,\alpha) \Leftrightarrow F(\omega,\beta) \tag{4.11}$$

のとき、原画像 $f(r, \alpha)$ を α_0 回転させたフーリエ変換 $F(\omega, \beta)$ は

$$f(r, \alpha + \alpha_0) \Leftrightarrow F(\omega, \beta + \alpha_0)$$
 (4.12)



図 4.1: 周波数空間中の円環

となる [13]。この性質から図 4.1のように周波数の幅をω₀と決めれば、原画像の回転に対して周波数空間での原点を中心とした円環領域での積分 *I_i*は一定となるので、これを用いれば対象物体領域の光軸関する回転に対応可能であることがわかる。

$$I_i = \int_0^{2\pi} \int_i^{i+\omega_0} F(\omega,\beta)\omega d\omega d\beta = \int_0^{2\pi} \int_i^{i+\omega_0} F(\omega,\beta+\alpha_0)\omega d\omega d\beta, \quad (i=0,1,2,\cdots)$$
(4.13)

ここで、先程述べた位置ずれ対策を導入して p_iを

$$p_i = \int_0^{2\pi} \int_i^{i+\omega_0} |F(\omega,\beta)| \omega d\omega d\beta = \int_0^{2\pi} \int_i^{i+\omega_0} |F(\omega,\beta+\alpha_0)| \omega d\omega d\beta, \quad (i=0,1,2,\cdots)$$

$$(4.14)$$

と定義すれば、その周波数空間での原点を中心とした円環領域での電力の総和 p_i も一定 となる。この電力の総和 p_i を利用すれば、対象物体領域の位置ずれおよび、光軸に関す る回転に対応することができる。ここで、画像のサイズを $N \times N$ 、周波数の幅を ω_0 とし、 p_i を要素とするベクトルを式(4.15)によって定義する。

$$\boldsymbol{p} = \left\{ p_1, p_2, \cdots, p_{\frac{N}{2\omega_0}} \right\}$$
(4.15)

濃度値の正規化によって HS の 2 枚の画像が得られるので、 $p_H \ge p_S$ の 2 つの電力ベクト ルが得られる。そこで、2 つのベクトルを結合したベクトルpを式 (4.16) により再定義し ておく。

$$\boldsymbol{p} = \{ \boldsymbol{p}_{H}, \boldsymbol{p}_{S} \} = \left\{ p_{H_{1}}, p_{H_{2}}, \cdots, p_{H_{\frac{N}{2\omega_{0}}}}, p_{S_{1}}, p_{S_{2}}, \cdots, p_{S_{\frac{N}{2\omega_{0}}}} \right\}$$
(4.16)



図 4.2: 幾何学的正規化前の画像

本研究では、式(4.16) により定義されたベクトルpを対象物体領域の位置ずれと光軸まわりの回転に不変な特徴量として用いる。ここで、画像のサイズを $N \times N$ 、画像の枚数を2枚(H と S)、周波数の幅を ω_0 とすると、ベクトルpの次元数は N/ω_0 となるためデータの圧縮率は

E縮率 =
$$\frac{\frac{N}{\omega_0}}{2N^2} = \frac{1}{2N\omega_0}$$
 (4.17)

となる。

4.2.1 対象物体領域の回転による特徴量の変動

ここでは、実画像から第 4.2.1節で述べた位置ずれと回転に不変な電力ベクトルを求め その有効性を検証する。入力画像には、光軸に関して 60 度毎に回転させた図 $4.2(a) \sim (f)$ のような画像に第 3.3.2節で述べた正規化を施したものを用いる。画像サイズ 256×256 の画像を使用し、周波数の幅 ω_0 は量子化の誤差を考えて 2 画素としたので、求まる電力 ベクトルは 128 次元となる。

図 $4.2(a) \sim (f)$ の画像のから求まる電力ベクトルの周波数 ω に対する電力 p の大きさを 図 4.3に示した。このグラフから物体を回転させても、電力の変動は少ないことがわかる。 また、図 $4.2(a) \geq (g)$ についても周波数 ω に対する電力 p の大きさを図 4.4に示した。こ のグラフから対象物体領域の回転による電力の変動よりも物体を変化させた時の方が電 力の変動が大きいことがわかる。このことは、対象物体領域が回転しても物体が識別でき る可能性があることを示している。

34



図 4.3: 回転に対する電力ベクトルの周波数 (次元数) と電力



図 4.4: 物体 1、2 の電力ベクトルの周波数 (次元数) と電力





図 4.5: 画像データの収集システム

図 4.6: 収集システムの全景

4.3 辞書作成

未知の画像が認識システムに入力された時にその画像中の物体を認識するには、予め 辞書となる画像を計算機内に蓄えておき、その辞書とのマッチングをとらなければならな い。本節では、予め計算機内に蓄えておく辞書の作成方法について述べる。周波数空間上 で圧縮された電力ベクトルの集合を、この電力ベクトルの集合の固有ベクトルによって構 成される固有空間に写像する。この圧縮したデータを補間し固有空間中の多様体を辞書と して蓄えることによって、辞書作成時に存在しない画像についても認識を行なうことが可 能になる。このように、固有空間中の閉曲線によって3次元物体を表現する手法は、パラ メトリック固有空間法と呼ばれている。

4.3.1 辞書データの収集方法

図 4.5のような装置を用いて辞書データ用の画像を収集する。計算機で制御可能なター ンテーブルの上に対象物体を乗せ、ターンテーブルを刻み ϕ_0 度毎に 0 から 360 – ϕ_0 度ま で回転させ、さらに、カメラの仰角を θ_0 度毎に 0 度から 90 度まで回転させ物体を撮影す る。物体の種類を R種類とし、 $S \ge T$ を式 (4.18)のように定義すると、辞書作成のため の撮影で得られる画像の枚数は、 $R \times S \times T$ 枚となる。

$$S = \frac{360}{\phi_0}, \quad T = \frac{90}{\theta_0}$$
 (4.18)

画像サイズを $N \times N$ 、周波数空間での円環の幅を ω_0 とすると周波数空間への写像によって得られる電力ベクトルの要素数Wは

$$W = \frac{N}{\omega_0} \tag{4.19}$$

となり、電力ベクトルpは式(4.20)で表される。

$$\boldsymbol{p} = \{p_1, p_2, \cdots, p_W\}^T \tag{4.20}$$

ある物体 rをカメラの仰角θでターンテーブルを一回転させた時に得られる電力ベクトルの集合は

$$\{\boldsymbol{p}_{1,\theta,r}, \, \boldsymbol{p}_{2,\theta,r}, \cdots, \, \boldsymbol{p}_{S,\theta,r}\}$$

$$(4.21)$$

となる。

4.3.2 K-L 変換による電力ベクトルの圧縮

式 (4.21) で与えられる電力ベクトルの集合の平均ベクトル $c_{\theta,r}$ は式 (4.22) により計算 される。

$$\boldsymbol{c}_{\theta,r} = \frac{1}{S} \sum_{\phi=1}^{S} \boldsymbol{p}_{\phi,\theta,r}$$
(4.22)

行列 $P_{\theta,r}$ を

$$\boldsymbol{P}_{\theta,r} = [\boldsymbol{p}_{1,\theta,r} - \boldsymbol{c}_{\theta,r}, \boldsymbol{p}_{2,\theta,r} - \boldsymbol{c}_{\theta,r}, \cdots, \boldsymbol{p}_{S,\theta,r} - \boldsymbol{c}_{\theta,r}]$$
(4.23)

とすると、このベクトルの集合の分散共分散行列 $Q_{\theta,r}$ は

$$\boldsymbol{Q}_{\theta,r} = \{\boldsymbol{P}_{\theta,r}\}\{\boldsymbol{P}_{\theta,r}\}^T \tag{4.24}$$

で与えられる。この分散共分散行列の固有値、固有ベクトルを

$$\lambda_{w,\theta,r} \boldsymbol{e}_{w,\theta,r} = \boldsymbol{Q}_{\theta,r} \boldsymbol{e}_{w,\theta,r} \tag{4.25}$$

を解くことによって求め、固有値の大きい順に固有ベクトルをソートしておく。

$$\boldsymbol{e}_{1,\theta,r}, \boldsymbol{e}_{2,\theta,r}, \cdots, \boldsymbol{e}_{W,\theta,r} \quad (\lambda_{1,\theta,r} \ge \lambda_{2,\theta,r} \ge \cdots \ge \lambda_{W,\theta,r}) \tag{4.26}$$

この固有ベクトルによって写像される空間は固有空間と呼ばれている。もとの空間上での 点 $p_{\phi,\theta,r}$ は、ある固有空間上の点を $g_{\phi,\theta,r} = \{g_{1,\theta,r}, g_{2,\theta,r}, \cdots, g_{W,\theta,r}\}^T$ とした時の W個の固 有ベクトルとの総和で表現される。また、W'個までの固有ベクトルの総和は、もとのベ クトルp_{φ,θ,r}との2 乗誤差が最小になるように近似されている。

$$\boldsymbol{p}_{\phi,\theta,r} = \sum_{w=1}^{W} g_{w,\theta,r} \boldsymbol{e}_{w,\theta,r} + \boldsymbol{c}_{\theta,r} \approx \sum_{w=1}^{W'} g_{w,\theta,r} \boldsymbol{e}_{w,\theta,r} + \boldsymbol{c}_{\theta,r}$$
(4.27)

ここで、W'を決定するひとつの判断基準になるのが累積寄与率である。固有ベクトル $e_{w,\theta,r}$ の分散は固有値 $\lambda_{w,\theta,r}$ に等しいので、累積寄与率 $a_{\theta,r}(W')$ は

$$a_{\theta,r}(W') = \frac{\sum_{w=1}^{W'} \lambda_{w,\theta,r}}{\sum_{w=1}^{W} \lambda_{w,\theta,r}}$$

$$(4.28)$$

で与えられる。K-L 変換は与えられたデータを分散のみに依存して機械的に圧縮するため、切り捨てたわずかなデータ中に認識に重要な情報が含まれている可能性がある。このため、どのようにして累積寄与率を決定するかが問題となる。累積寄与率と物体の認識率と深く関係しているので、この関係については第4.5節で考察する。

求めた固有ベクトルを利用して、マッチング時に計算機内に蓄えておく辞書 $D_{\theta,r}$ を作成する。固有ベクトル作成時に用いた $p_{\phi,\theta,r}$ を固有空間上に写像した時の点 $g_{\phi,\theta,r}$ は

$$\boldsymbol{g}_{\phi,\theta,r} = [\boldsymbol{e}_{1,\theta,r}, \boldsymbol{e}_{2,\theta,r}, \cdots, \boldsymbol{e}_{W',\theta,r}]^T (\boldsymbol{p}_{\phi,\theta,r} - \boldsymbol{c}_{\theta,r})$$
(4.29)

となる。ここで、 $g_{\phi,\theta,r}$ を表示すると図 4.7のような閉曲線が得られる。実際に $g_{\phi,\theta,r}$ は、多次元の点列であるがここでは表示の都合上 3 次元で表示した。辞書 $D_{\theta,r}$ には、写像した 点列をスプライン補間によって補間したデータを保存しておく。同時に、先に求めた固有 ベクトル $e_{1,\theta,r}, e_{2,\theta,r}, \cdots, e_{W,\theta,r}$ と平均ベクトル $c_{\theta,r}$ も保存しておく。

同様の処理をすべての物体、すべてのカメラの仰角について行ない、辞書を作成してお く。式(4.30)で示される辞書集合*D*。を計算機内に蓄えておき認識処理に用いる。

$$D_{s} = \{ D_{1,1}, D_{2,1}, \cdots, D_{T,1}, \\ D_{1,2}, D_{2,2}, \cdots, D_{T,2}, \\ \vdots \\ D_{1,R}, D_{2,R}, \cdots, D_{T,R} \}$$
(4.30)



図 4.7: パラメトリック固有空間を用いた物体の表現

4.4 3 次元物体認識

本節では、第 4.3節で作成した辞書を用いて物体の認識とその物体の向きを推定する。 認識処理に用いる画像を辞書作成時と同様に前処理を行なっておく。前処理によって得ら れた電力ベクトルをyとする。ベクトルyを式(4.31)によって固有空間上の点*z_{φ,θ,r}*に写像 する。

$$\boldsymbol{z}_{\phi,\theta,r} = [\boldsymbol{e}_{1,\theta,r}, \boldsymbol{e}_{2,\theta,r}, \cdots, \boldsymbol{e}_{W',\theta,r}]^T (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{c}_{\theta,r})$$
(4.31)

辞書の集合 D_s に蓄えられている固有空間中の閉曲線の点を関数 $d(\phi, \theta, r)$ とすると、物体の種類、物体の向きおよびカメラの仰角は閉曲線 $d(\phi, \theta, r)$ と固有空間中の点 $z_{\phi,\theta,r}$ との距離を最小にする ϕ, θ, r を見つけることによって求まる。

$$\min_{\phi,\theta,r} ||\boldsymbol{z}_{\phi,\theta,r} - \boldsymbol{d}(\phi,\theta,r)||$$
(4.32)

4.5 認識実験

本節では、本研究で提案した手法を用いて撮影状況を変動させて認識実験を行ない、提 案した手法の有効性を確認する。実験には、図 4.8に示す6 種類の物体を用いた。





(d) 物体 4



(e) **物体**5

(f) **物体** 6

図 4.8: 実験に用いた物体

4.5.1 辞書集合の作成

第 4.3節で説明した手法で辞書集合 D_s を作成する。6 種類の物体数をカメラの仰角を 0 度から 90 度まで 15 度毎に変化させて 7 種類の方向から撮影するので、辞書集合には $6 \times 7 = 42$ の辞書が含まれている。ターンテーブルの回転角の刻みを 4、6、8、10、12、 18、20、24、30、36、40、60 度に変化させて撮影し、12 種類の辞書集合を用意しておく。 この時のカメラの絞りは f1.4 とし、カメラと物体の距離は 60cm とした。

4.5.2 認識実験

ここでは、撮影の条件を以下のように変更して実験を行なった。実験(1)から(4)のそれぞれについて、辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率の関係、固有空間の次元数と認識率の関係、パラメトリック固有空間表現を用いた物体の向きの推定について実験を行なう。

実験(1) 辞書作成時と同じ撮影条件

- 実験(2) 照明の強度を変更
- 実験(3) 光軸に関する回転角を変更
- 実験(4) カメラと物体の距離を変更

ここで実験で用いる認識率は式(4.33)のように定義しておく。

認識率 =
$$100 \times \frac{物体の識別が正しく行なわれた画像の枚数}{実験に用いた画像の枚数}$$
 (4.33)

実験(1)

実験(1)では、辞書作成時と同じ撮影条件で撮影したものについて実験を行ない、実験 結果を実験(2)から(4)の評価の基準に用いる。この実験には、カメラの仰角は0度から 90度まで15度毎に変化させ、ターンテーブルの回転角は0度から358度まで2度毎に回 転させて撮影を行なった180枚の画像を用いた。カメラの絞りをf1.4、カメラと物体の距 離は60cmとした。この実験に用いた画像の枚数は、 $7 \times 180 \times 6 = 7560$ 枚である。

実験結果を図 4.9、図 4.10、図 4.11に示す。

図 4.9は、辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率の関係を示したものであるが、カメ ラの仰角や辞書作成時に用いた画像の枚数に関係なく認識率はほぼ横ばいになっている。 このことは、辞書作成時にパラメトリック固有空間でデータが良好に補間されたことを示 している。また、カメラの仰角が0度のときには32次元までのマッチングでは70~80% 程度の認識率しか得られていないが、カメラの仰角が90度、言い換えれば、カメラの光 軸とターンテーブルの回転軸が一致するときは32次元までのマッチングでほぼ100%の 認識率が得られている。このことは、位置ずれと対象物体領域の光軸に関する回転に不変 な特徴量が有効に作用していることを意味している。

図 4.10は、固有空間の次元数と認識率の関係を示している。カメラの仰角が0度のと きは96次元までのマッチングでほぼ100%の認識率を得ているのに対し、カメラの仰角が 90度のときは32次元までのマッチングでほぼ100%の認識率を得ている。これも、図 4.9 のときと同様に位置ずれと対象物体領域の光軸に関する回転に不変な特徴量が有効に作 用していることを意味している。また、辞書作成時に用いた画像の枚数の違いが認識率に 大きな影響を与えていないのも、図 4.9のときと同様に辞書作成時にパラメトリック固有 空間でデータが良好に補間されたことを示している。

41

図 4.11は、物体の向きを推定したときの実際の向きとの誤差を度数分布にしたもので ある。この結果から、物体の識別だけでなく物体の向きまで推定するには、ある程度多く の画像から作成した辞書が必要であることがわかる。カメラの仰角が 90 度のときは、光 軸に関する回転に不変な特徴量を用いているため角度の推定は行なえないはずであるが、 この実験は辞書作成時と同じ撮影条件で行なっているため、わずかな違いから物体の向き の推定を行なっているものと思われる。

実験(2)

実験 (2) では、辞書の作成時とは照明の条件を変化させて実験を行ない正規化の効果を 確かめる。この実験には、カメラの仰角は 0 度から 90 度まで 15 度毎に変化させ、ターン テーブルの回転角は 0 度から 358 度まで 2 度毎に回転させて撮影を行なった画像を用い た。カメラの絞りを f2、カメラと物体の距離は 60cm とした。この実験に用いた画像の枚 数は、7 × 180 × 6 = 7560 枚である。

実験結果を図 4.12、図 4.13、図 4.14に示す。

図 4.12と図 4.13に関しては、若干認識率が低下しているが、実験(1)の場合と同様の 傾向を示しており、画像の正規化や対象物体領域の位置ずれや回転に不変な特徴量が照明 の条件を変化させても有効に作用しているものと思われる。

図 4.14については、辞書作成時に用いた画像の枚数が多い時には、物体の向きの推定 が可能であることがわかる。しかし、カメラの仰角が0度のとき、辞書作成時に90枚の 画像を用いて 128 次元までマッチングを行なっても角度の推定が±5度で行なえるのは全 体の約 63%である。

実験(3)

実験 (3) では、画像中の対象物体領域を光軸に関して回転させた画像について実験を行 ない回転および位置ずれに不変な特徴量の有効性を確認する。この実験には、カメラの仰 角は 0 度から 90 度まで 15 度毎に変化させ、ターンテーブルの回転角は 0 度から 358 度 まで 2 度毎に回転させて撮影を行なった画像を用いた。カメラの絞りを f1.4、カメラと物 体の距離は 60cm とした。この実験では回転の正規化の効果を確認するため、対象物体領 域を 30 度、60 度、90 度回転させた。この実験には、 $7 \times 180 \times 6 \times 3 = 22680$ 枚の画像 を用いた。

42

実験結果を図 4.15から図 4.23に示す。

辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率の関係を図 4.15、図 4.18、図 4.21に、固有空間の次元数と認識率の関係を図 4.16、図 4.19、図 4.22に、物体の向きの推定誤差の度数分布を図 4.17、図 4.20、図 4.23に示す。すべての結果において実験(2)と同様の傾向を示していることから、実験(2)と同様に、画像の正規化や対象物体領域の位置ずれや回転に交びな特徴量が対象物体領域の回転に対しても有効に作用しているものと思われる。

実験(4)

実験(4)では、カメラと対象物体の距離を変動させることによって画像中の対象物体領 域の大きさを変動させ幾何学的正規化の効果を確かめる。ただし、距離を変動させたこと で照明の条件も変化していると思われるため、距離だけの評価実験にはなっていない。こ の実験には、カメラの仰角は0度に固定し、ターンテーブルの回転角は0度から358度 まで2度毎に回転させて撮影を行なった画像を用いた。カメラの絞りをf1.4、カメラと物 体の距離は90cmとした。この実験に用いた画像の枚数は、180×6 = 1080枚である。

辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率の関係を図 4.24に、固有空間の次元数と認識 率の関係を図 4.25に、物体の向きの推定誤差の度数分布を図 4.26に示す。すべての場合 において実験(2)と同様の傾向を示していることから、実験(2)と同様に、画像の正規化 や対象物体領域の位置ずれや回転に不変な特徴量が対象物体領域の位置ずれや回転、ま た、照明条件の変動に対しても有効に作用しているものと思われる。

4.5.3 累積寄与率と認識率の関係

カメラの仰角毎の固有空間の次元数と累積寄与率の関係を図 4.27に示す。仰角が大き くなるにつれて見かけの画像の変動は少なくなるが、累積寄与率は大きな影響を受けて いない。認識率との関係を考えてみると、累積寄与率は辞書作成時に用いた画像の枚数に より変化しているが、どの場合も約 70次元程度で約 100%となっている。しかし、実験 (1)から(4)の辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率の関係からわかるように、パラメ トリック固有空間で 128次元までマッチングを行なった場合と 96次元までマッチングを 行なった場合に認識率に大きな差はないものの、96次元までマッチングを行なった場合 と 64次元までマッチングを行なった場合には認識率に大きな差が生じている。このこと は、K-L 変換が分散のみに依存して機械的にデータを圧縮するため、寄与率が小さいデー タにも認識を行なうのに重要なデータが含まれていることを意味している。

4.6 まとめ

本章では、周波数空間上の対象物体領域の位置ずれと回転に不変な特徴量を提案し、こ の特徴量を用いた3次元物体認識の手法について説明した。また、提案した手法が撮影状 況の変動に対応できるかどうか、撮影状況を変動させて実際に認識実験を行なった。その 結果、照明の強度や対象物体領域の位置ずれや大きさの違いといった撮影の条件が辞書作 成時の条件と異なっていても、認識率に若干の低下が見られるものの、辞書作成時の場合 と同様の実験結果が得られた。このことは、画像の正規化や対象物体領域の位置ずれや回 転に不変な特徴量が有効に作用しているものと思われる。また、辞書の作成時には存在し ない画像を入力した場合も、3次元物体をパラメトリック固有空間で表現することで物体 の識別や向きの推定が可能となった。



図 4.9: 辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率 (実験 1)



図 4.10: 固有空間の次元数と認識率 (実験1)



図 4.11: 物体の向きの推定誤差の度数分布 (実験1)



図 4.12: 辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率 (実験 2)



図 4.13: 固有空間の次元数と認識率 (実験 2)



図 4.14: 物体の向きの推定誤差の度数分布 (実験 2)



図 4.15: 辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率 (実験3、光軸に関する回転角30度)



図 4.16: 固有空間の次元数と認識率 (実験3、光軸に関する回転角30度)



図 4.17: 物体の向きの推定誤差の度数分布 (実験3、光軸に関する回転角30度)



図 4.18: 辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率 (実験3、光軸に関する回転角60度)



図 4.19: 固有空間の次元数と認識率 (実験3、光軸に関する回転角60度)



図 4.20: 物体の向きの推定誤差の度数分布 (実験3、光軸に関する回転角60度)



図 4.21: 辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率 (実験3、光軸に関する回転角90度)



図 4.22: 固有空間の次元数と認識率 (実験 3、光軸に関する回転角 90 度)



図 4.23: 物体の向きの推定誤差の度数分布 (実験3、光軸に関する回転角90度)



図 4.24: 辞書作成時に用いた画像の枚数と認識率 (実験 4)



図 4.25: 固有空間の次元数と認識率 (実験 4)



図 4.26: 物体の向きの推定誤差の度数分布 (実験 4)



図 4.27: 累積寄与率

第5章

結論

3次元物体の認識は、これまで多数の研究がなされてきたが、実環境に適用できるもの は少なく、適応できても物体の形状や照明などの環境の条件が制限されているものが多い。

このよう中で、物体の特徴抽出の必要もなく、汎用性が高く実環境にも適応できるの が、アピアラスベースの3次元物体認識である。アピアランスベースの3次元物体認識と は、対象物体の見かけの2次元画像をそのまま特徴量として予めすべて辞書として計算機 に蓄えておき、この辞書と入力された未知画像との間で相関や差分などに基づいたマッチ ングを行ない対象物体を認識する手法である。しかし、見かけの画像は数多く存在するた め何らかの方法で計算機に蓄えておく辞書を圧縮しなければならない。また、アピアラン スベースの3次元物体認識は、基本的には見かけの画像のテンプレートマッチングによっ て認識処理を行なうため、照合する画像の回転や拡大縮小などの変化に弱く、光源の位置 や強度の変化にも影響を受ける。このため、アピアランスベースの物体認識においては、

- 見かけの画像をどのようして圧縮し利用するのか
- ・照合する画像の回転や拡大縮小などの変化、光源の位置や強度の変化にどのように
 が応するのか

が重要な問題となる。これに対応する手法として、計算機内にありとあらゆる状況に適合 する画像を蓄えておく方法が考えられるが、固有空間法を用いて蓄える画像を圧縮処理す るとはいえ計算機の記憶容量や計算量の面から考えても非効率的である。

そこで、本研究では、照合する画像の拡大縮小などの幾何学的な変動を吸収する幾何学的正規化手法、光源の位置や強度の変動に対応する濃度値の正規化手法を提案した。提案

した画像の正規化を行うことによって、画像中の対象物体領域の大きさの差異、また、照 明の強度や向きの変動による差異を吸収できることが実験により確認された。しかし、対 象物体領域の光軸に関する回転と対象物体領域の重心の違いによる位置ずれに関しては、 画像の正規化だけではそれらの変動を吸収することはできなかった。さらに、画像の正規 化を行なうことによって計算機内に蓄える画像が減少したとはいえ、そのままの画像を蓄 えてマッチングをとったのでは、計算機の記憶容量、計算量の面で非効率的である。

本研究では、さらに、フーリエ変換を用いた対象物体領域の位置ずれと回転に不変な特 徴量を提案し、この特徴量を用いて3次元物体認識を行なった。この提案した手法に基づ いて、実際に撮影状況の変動に対応できるかどうか認識実験を行なった。その結果、照明 の強度や対象物体領域の位置ずれや大きさの違いといった撮影の条件が辞書作成時の条件 と異なっていても、認識率に若干の低下が見られるものの、辞書作成時の場合と同様の実 験結果が得られた。このことは、画像の正規化や対象物体領域の位置ずれや回転に不変な 特徴量が有効に作用しているものと思われる。また、辞書の作成時には存在しない画像を 入力した場合も、3次元物体をパラメトリック固有空間で表現することで物体の識別や向 きの推定が可能となった。

しかしながら、対象物体の辞書作成のための画像の収集に時間がかかる点や鏡面反射を 持つ物体に対してどのように対応するのかといったアピアランスベースの3次元物体認 識手法が持つ独自の問題が解決されていない。また、物体の認識に必要な画像は等間隔の 刻みで撮影した画像である必要はなく、見かけの変動に応じて動的に決定することによっ て効率良くデータの収集が行なえる可能性がある。今後、これらの問題点の改善が望ま れる。

謝辞

本研究を行なうにあたり、御指導、御鞭撻をいただいた北陸先端科学技術大学院大学 阿部 亨 助教授に厚く御礼申し上げます。

また、さまざまな面で御教授いただきました北陸先端科学技術大学院大学 堀口 進 教 授に深く感謝致します。

北陸先端科学技術大学院大学 宮原 誠 教授には、サブテーマで熱心に御指導いただき 深く感謝致します。

また、日頃よりお世話になった当研究室の皆様に心より感謝致します。

参考文献

- [1] 高木 幹雄, 下田 陽久 監修. 画像処理ハンドブック. 東京, 東京大学出版会, 1991.
- [2] 池内 克史 ほか 共著, 谷内田 正彦 編. コンピュータビジョン. 東京, 丸善, 1990.
- [3] 出口 光一郎. コンピュータビジョン―ロボットの「目」をつくる―. 東京, 丸善, 1989.
- [4] E.Oja. Subspace methods of pattern recognition. Research Studies Press, Hertfordshire, 1983.
- [5] 飯島 泰蔵. パターン認識. 東京, コロナ社, 1973.
- [6] 村瀬洋,木村文隆,吉村ミツ,三宅康二.パターン整合法における特性核の改良
 とその手書き平仮名文字認識への応用.電子情報通信学会論文誌.vol.J64-D, No.3,
 p.276-283(1981).
- [7] 橋本 新一郎 編著. 文字認識概論. 東京, 電気通信協会, 1982.
- [8] L. Sirovich, M. Kirby. Low dimensional procedure for the characterization of human faces. Journal of Optical Society of America. Vol.4, No.3, p.519-524(1987).
- [9] M. A. Turk, A. P. Pentland. Face recognition using eigenfaces. Proc. of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. June, pp.586-591(1991).
- [10] 村瀬洋, Shree K.Nayar. 2次元照合による3次元物体の認識とその学習—パラメトリック固有空間表現—. 電子情報通信学会論文誌. vol.J77-D-II, No.11, p.2179-2187(1994).
- [11] Hiroshi Murase, Shree K.Nayar. Visual Learning and Recognition of 3-D Objects from Appearance. International Journal of Computer Vision. vol.14, p.5-24(1995).
- [12] 天野 敏之,日浦 慎作,井口 征士.距離画像の固有空間照合法に基づく物体の姿勢検
 出.電子情報通信学会 技術研究報告. vol.95, PRU95-74, pp.145-150(1995).
- [13] Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods. Digital Image Processing. Massachusetts, Addison Wesley, 1992, p.92-110.

付録 A

HSI 変換

A.1 I 軸の決定

I 軸が RGB 空間の (0,0,0) と (1,1,1) の 2 点を通るように R 軸に関して $\alpha = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}$, G 軸に関して $\beta = \frac{\pi}{4}$ 回転させる.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ I' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$
(A.1)
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$
(A.2)

A.2 *xy* 平面上での *R* 方向の決定

A.1 で求めた xy 平面で x 軸が R 軸を同じ方向を向くように I 軸に関して θ 回転 させる.ここで, θ は未知であるので, RGB 空間上の点 (1,0,0) が HSI 空間上の点 $(rac{\sqrt{6}}{3},0,rac{1}{\sqrt{3}})$ に写像することを用いてheta を求める .

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{6}}{3} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(A.3)
$$= \begin{bmatrix} \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} + \frac{\sin\theta}{\sqrt{6}} & -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin\theta & -\frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} + \frac{\sin\theta}{\sqrt{6}} \\ \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} - \frac{\cos\theta}{\sqrt{6}} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cos\theta & -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} - \frac{\cos\theta}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} + \frac{\sin\theta}{\sqrt{6}} \\ \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} - \frac{\cos\theta}{\sqrt{6}} \\ \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} - \frac{\cos\theta}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$
(A.4)

よって θ は式 (A.5) , (A.6) より求まる .

$$\frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}} + \frac{\sin\theta}{\sqrt{6}} \tag{A.5}$$

$$0 = \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} - \frac{\cos\theta}{\sqrt{6}} \tag{A.6}$$

式 (A.6) より

式(A.5) より

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}\cos\theta \tag{A.7}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}\cos\theta}{2} + \frac{\sqrt{6}\sin\theta}{6}$$
$$\frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{3\sqrt{2}\cos\theta + \sqrt{6}\sin\theta}{6}$$
$$2\sqrt{6} = 3\sqrt{2}\cos\theta + \sqrt{6}\sin\theta$$
(A.8)

式 (A.8) に式 (A.7) を代入して

$$2\sqrt{6} = 3\sqrt{2}\cos\theta + \sqrt{2}\cos\theta$$
$$= 4\sqrt{2}\cos\theta$$

$$\cos \theta = \frac{2\sqrt{6}}{4\sqrt{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$
(A.9)

式 (A.7) に式 (A.9) を代入して

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= \frac{1}{2}$$
(A.10)

よって θ は式(A.9) , (A.10)より

$$\theta = \frac{\pi}{6} \tag{A.11}$$

 $\theta = rac{\pi}{6}$ を式 (A.3) に代入すると変換行列は次式になる .

$$\begin{array}{c} x\\ y\\ y\\ I' \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0\\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}}\\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}}\\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R\\ G\\ B \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{6}} & -\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} & -\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{6}}\\ \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} & \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{6}}\\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R\\ G\\ B \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{12} & -\frac{\sqrt{6}}{6} & -\frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{12}\\ \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{3\sqrt{2}}{12} & \frac{3\sqrt{2}}{6} & -\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{3\sqrt{2}}{12}\\ \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R\\ G\\ B \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{6}}{3} & -\frac{\sqrt{6}}{6} & -\frac{\sqrt{6}}{6}\\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R\\ G\\ B \end{bmatrix}$$
 (A.12)

A.3 I'の正規化

I' が [0,1] に正規化されるようにする.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ I' \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{6}}{3} & -\frac{\sqrt{6}}{6} & -\frac{\sqrt{6}}{6} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{6}}{3} & -\frac{\sqrt{6}}{6} & -\frac{\sqrt{6}}{6} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$
(A.13)

A.4 *H*, S'の決定

H, S' は x, y を極座標に変換することによって得られる.

$$S' = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{A.14}$$

$$H = \begin{cases} 0 & (x = 0, y = 0) \\ \frac{\pi}{2} & (x = 0, y > 0) \\ \frac{3}{2}\pi & (x = 0, y < 0) \\ \tan^{-1}\frac{y}{x} & (x > 0, y \ge 0)(\mathbf{\hat{\pi}} \ 1 \ \mathbf{\hat{sR}}) \\ \tan^{-1}\frac{y}{x} + \pi & (x < 0, y \ge 0)(\mathbf{\hat{\pi}} \ 2 \ \mathbf{\hat{sR}}) \\ \tan^{-1}\frac{y}{x} + \pi & (x < 0, y < 0)(\mathbf{\hat{\pi}} \ 3 \ \mathbf{\hat{sR}}) \\ \tan^{-1}\frac{y}{x} + 2\pi & (x > 0, y < 0)(\mathbf{\hat{\pi}} \ 4 \ \mathbf{\hat{sR}}) \end{cases}$$
(A.15)

A.5 S の決定

S'をSの最も大きい点との比で正規化する.

A.5.1 I = 0のとき

$$S = 0 \tag{A.16}$$

A.5.2 $0 < I \leq \frac{1}{3}$ のとき

• $0 \le H < \frac{2}{3}\pi(H \ne \frac{\pi}{2})$ のとき

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{2}I \tag{A.17}$$

$$y = x \tan H \tag{A.18}$$

式 (A.17), (A.18) の交点は

$$(x,y) = \left(\frac{3\sqrt{2}I}{3\tan H + \sqrt{3}}, \frac{3\sqrt{2}I\tan H}{3\tan H + \sqrt{3}}\right)$$
(A.19)

式 (A.19) より原点からの距離 S_{max} は,

$$S_{max} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}I}{3\tan H + \sqrt{3}}\right)^{2} + \left(\frac{3\sqrt{2}I\tan H}{3\tan H + \sqrt{3}}\right)^{2}} = \frac{3\sqrt{2}I\sqrt{1 + \tan^{2}H}}{\left|3\tan H + \sqrt{3}\right|}$$
(A.20)

よってSは,

$$S = \frac{S'}{S_{max}} = \frac{S'}{\frac{3\sqrt{2I}\sqrt{1+\tan^2 H}}{|3\tan H + \sqrt{3}|}} = \frac{S'|3\tan H + \sqrt{3}|}{3\sqrt{2I}\sqrt{1+\tan^2 H}}$$
(A.21)

• $H = \frac{\pi}{2}$ のとき

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{2}I \tag{A.22}$$

$$x = 0 \tag{A.23}$$

式 (A.22), (A.23)の交点は

$$(x,y) = \left(0,\sqrt{2}I\right) \tag{A.24}$$

式 (A.24) より原点からの距離 S_{max} は,

$$S_{max} = \sqrt{2I} \tag{A.25}$$

よって *S* は,

$$S = \frac{S'}{S_{max}} = \frac{S'}{\sqrt{2}I} \tag{A.26}$$

• $\frac{2}{3}\pi \le H < \frac{4}{3}\pi$ のとき

$$x = -\frac{\sqrt{6}}{2}I\tag{A.27}$$

$$y = x \tan H \tag{A.28}$$

式 (A.27), (A.28) の交点は

$$(x,y) = \left(-\frac{\sqrt{6}}{2}I, -\frac{\sqrt{6}}{2}I\tan H\right)$$
(A.29)

式(A.29)より原点からの距離 S_{max} は,

$$S_{max} = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}I\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{6}}{2}I\tan H\right)^2}$$
$$= \frac{\sqrt{6}I}{2}\sqrt{1 + \tan^2 H}$$
(A.30)

よって *S* は ,

$$S = \frac{S'}{S_{max}} = \frac{S'}{\frac{\sqrt{6I}}{2}\sqrt{1 + \tan^2 H}} = \frac{2S'}{\sqrt{6I}\sqrt{1 + \tan^2 H}}$$
(A.31)

• $\frac{4}{3}\pi \le H < 2\pi (H \ne \frac{3}{2}\pi)$ のとき

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{2}I \tag{A.32}$$

$$y = x \tan H \tag{A.33}$$

式(A.32), (A.33)の交点は

$$(x,y) = \left(\frac{3\sqrt{2}I}{\sqrt{3} - 3\tan H}, \frac{3\sqrt{2}I\tan H}{\sqrt{3} - 3\tan H}\right)$$
 (A.34)

式 (A.34) より原点からの距離 S_{max} は,

$$S_{max} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}I}{\sqrt{3} - 3\tan H}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}I\tan H}{\sqrt{3} - 3\tan H}\right)^2} \\ = \frac{3\sqrt{2}I\sqrt{1 + \tan^2 H}}{\left|\sqrt{3} - 3\tan H\right|}$$
(A.35)

よって *S* は ,

$$S = \frac{S'}{S_{max}} = \frac{S'}{\frac{3\sqrt{2}I\sqrt{1+\tan^2 H}}{|\sqrt{3}-3\tan H|}} = \frac{S'\left|\sqrt{3}-3\tan H\right|}{3\sqrt{2}I\sqrt{1+\tan^2 H}}$$
(A.36)

- ・ $H = \frac{3}{2}\pi$ のとき $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{2}I$
 - $x = 0 \tag{A.38}$

(A.37)

式(A.37),(A.38)の交点は

$$(x,y) = \left(0, -\sqrt{2}I\right) \tag{A.39}$$

式 (A.39) より原点からの距離 S_{max} は,

$$S_{max} = \sqrt{2}I \tag{A.40}$$

よってSは,

$$S = \frac{S'}{S_{max}} = \frac{S'}{\sqrt{2I}} \tag{A.41}$$