

| | |
|--------------|---|
| Title | 連続時間修正繰り返し制御系の設計に関する研究 |
| Author(s) | 塩田, 良治 |
| Citation | |
| Issue Date | 1997-03 |
| Type | Thesis or Dissertation |
| Text version | author |
| URL | http://hdl.handle.net/10119/1057 |
| Rights | |
| Description | Supervisor: 示村 悦二郎, 情報科学研究科, 修士 |

修士論文

連続時間修正繰り返し制御系の設計
に関する研究

指導教官 示村 悦二郎 教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報システム学専攻

学生番号 510059

塩田 良治

1997年2月14日

要旨

周期的な外生信号に対する目標値追従特性, 外乱除去特性を高めることを主眼としたサーボ系として繰り返し制御がある. 繰り返し制御系の設計において, 安定性と定常偏差とはトレードオフの関係にある. そこで, 定常偏差をできるだけ小さくする安定化補償器の設計法が検討され, これまで数多くの研究結果が報告されている.

しかし繰り返し制御系の設計において, 設計パラメータを決定する指標がまだ明らかにさせていない. これは, 従来の繰り返し制御系の設計法が, その基礎としている完全制御における設計パラメータと制御系の特性との関係が曖昧であるという欠点をそのまま受け継いでいるためと考えられる.

本稿では, 閉ループ系の極と評価関数中の重み係数との関係が明確な折り返し法を導入し, 系統的な設計が可能となる連続時間修正繰り返し制御系の設計法を提案する. そして, シミュレーション結果より, 本設計法の有効性を検討する.

目次

| | | |
|----------|--------------------------|-----------|
| 1 | 序 論 | 1 |
| 1.1 | はじめに | 1 |
| 1.2 | 本論文の概要および構成 | 2 |
| 2 | 繰り返し制御 | 4 |
| 2.1 | 繰り返し制御 | 4 |
| 2.2 | 繰り返し制御系の構成 | 5 |
| 2.3 | むだ時間を含むシステム | 6 |
| 3 | 従来の研究 | 9 |
| 3.1 | 修正繰り返し制御系 | 9 |
| 3.2 | 修正繰り返し制御系の設計 | 11 |
| 3.2.1 | 修正繰り返し制御系の安定条件 | 11 |
| 3.2.2 | 基本的な設計法 | 13 |
| 3.2.3 | 状態空間表現に基づく設計法 | 14 |
| 3.3 | 完全制御 | 16 |
| 4 | 完全制御とその拡張 | 17 |
| 4.1 | 準備 | 17 |
| 4.2 | 完全制御の拡張 | 19 |
| 4.3 | 完全制御の不変性 | 21 |
| 5 | 折り返し法の導入 | 24 |
| 5.1 | 折り返し法 | 24 |

| | | |
|----------|----------------------|-----------|
| 5.2 | 折り返し法を併用した完全制御 | 26 |
| 5.3 | 折り返し法の併用条件 | 30 |
| 5.4 | シミュレーション結果による考察 | 31 |
| 5.4.1 | 根軌跡 | 31 |
| 5.4.2 | システムの初期値応答 | 33 |
| 5.4.3 | 修正繰り返し制御系の安定化補償器 | 36 |
| 6 | 修正繰り返し制御系の設計法 | 38 |
| 6.1 | 折り返し法を併用した設計法 | 38 |
| 6.1.1 | 設計の手順 | 39 |
| 6.1.2 | 修正繰り返し制御系の諸特性 | 40 |
| 6.1.3 | シミュレーション結果による考察 | 41 |
| 6.2 | 安定条件を考慮した設計法 | 47 |
| 6.2.1 | ローパスフィルタの最低条件 | 47 |
| 6.2.2 | 設計の手順 | 50 |
| 6.2.3 | シミュレーション結果による考察 | 51 |
| 7 | 結論 | 54 |
| | 参考文献 | 57 |

第 1 章

序 論

1.1 はじめに

産業用ロボットマニピュレータや工作機械などのシステムでは、あらかじめ与えられた一定動作を繰り返し行なう場合が多く見られる。その際、高精度な追従動作が要求され、その精度に対する要求は年々厳しいものとなってきた。追従精度を向上させるためのもっとも直接的な方法は、フィードバックループのゲインを大きくすることである。しかし、この方法だけでは機械系の振動を誘発するため、得られる精度には限界があり不十分である。

このようにシステムがあらかじめ与えられた一定動作を繰り返し行なう場合に有効な制御方式の一つとして、繰り返し制御 (repetitive control) が注目されている [1]-[12]。繰り返し制御とは、周期関数を目標軌道とするサーボ系であり、定常偏差が零となるように、一周期前の追従偏差と制御入力を用いて現時刻の制御入力を修正する制御方式である。

しかし一般に、制御対象が厳密にプロパーならば、繰り返し制御系はもはや安定化できない [2],[8]。これは、かなり厳しい条件である。だが実システムでは、ある程度以上高い周波数成分の追従は必要はない。そこで、ローパスフィルタを導入し、高周波成分の偏差を許容するかわりに、厳密にプロパーな制御対象に対しても安定な制御系を構成できる修正繰り返し制御系が提案された [9]。

修正繰り返し制御系の設計において、安定性と定常偏差とはトレードオフの関係にある [8]。具体的には、次のことがいえる。

- ローパスフィルタが厳密にプロパーならば, 安定化するための理論が容易となる. 文献 [7] では, 繰り返し制御系は中立型むだ時間系であることが指摘されている. そこで, 理論的に扱いにくい中立型むだ時間系を厳密にプロパーなローパスフィルタの導入により, 理論的に扱いやすい遅れ型むだ時間系に置き換えている.
- ローパスフィルタを導入しなければ, 定常偏差は零になるが, 制御対象が厳密にプロパーならば, 安定化できない.

したがって, 定常偏差をできるだけ小さくするすなわち, ローパスフィルタをできるだけ 1 に近づけるような安定化補償器¹の設計法が検討され, これまで以下のような研究結果が報告されている.

修正繰り返し制御系の安定条件が最適レギュレータの円条件と密接に関係している点に着目し, カルマンフィルタと完全制御の手法を用いて, 最小位相系に対して漸近的に安定化させる設計法 [8] である. ここで完全制御とは, 高ゲインフィードバックによって最適レギュレータのロバスト性を漸的に回復する方法である.

しかし修正繰り返し制御系の設計において, 設計パラメータを決定する指標が明らかでない. これは, 従来の修正繰り返し制御系の設計法が, その基礎としている完全制御における設計パラメータと制御系の特性との関係が曖昧であるという欠点をそのまま受け継いでいるためと考えられる.

以上の問題点を動機づけとし, 本研究では, 従来法よりも系統的な設計が可能となる連続時間修正繰り返し制御系の設計法を構築し, その有効性を検証することを目的としている.

1.2 本論文の概要および構成

本論文では, 上記で述べた研究目的に対して, 次のようなアプローチにより問題解決を図っている.

システムの極の位置により, 重み係数が導出できる折り返し法の考えに基づいて, 完全制御における重み係数の導出を考える. まず, システム (C, A, B) を $(C, A + kI, B)$ と変換した場合を考え, システム $(C, A + kI, B)$ に対しても完全制御が達成されることを示す. そして, システム (C, A, B) から $(C, A + kI, B)$ と変換しても完全制御のゲインは不変で

¹繰り返し制御では, むだ時間要素 e^{-Ls} を含む補償器を繰り返し補償器という. そのため普通 $C(s)$ と表現される補償器は安定化補償器という.

あることを示す。これにより、完全制御における重み係数を折り返し法に基づいて求めることができる。しかし、伝達零点が存在する場合、折り返し法の考えから k を決定すると完全制御が成り立たなくなる。そこで、折り返し法の設計パラメータを極に対してではなく、伝達零点から決定している。簡単な例題を用いて、閉ループ系に対する初期値応答の比較をおこなった結果、折り返し法を併用した完全制御の有効性を確認している。

また、ローパスフィルタの設計を自動的におこなうため、従来の修正繰り返し制御系の設計に次のような工夫をおこなっている。

修正繰り返し制御系の設計において、どのようなローパスフィルタを選択するかといったアプローチは、安定化可能問題（修正繰り返し制御系が安定となる安定化補償器が存在するかという問題）として取り扱われている。また、本来のローパスフィルタを導入する目的を考えると、簡単な構造（例えば、1 次遅れ系）で十分な役割を果たすと考えられる。そこで、予め厳密にプロパーな関数として、1 次遅れ系の構造を持つローパスフィルタを導入する。これにより、従来より簡単な安定条件が得られ、繰り返し計算によりローパスフィルタを求めることができる。この設計法は、計算機からローパスフィルタを求めることができるので、設計者の負担を軽減している。

本論文は、7 つの章で構成されている。以下、その概要を述べる。

第 2 章は、繰り返し制御について簡単に説明している。第 3 章は、従来の研究について述べている。第 4 章は、完全制御の拡張をおこなっている。第 5 章は、折り返し法の考えを導入した完全制御を提案している。第 6 章は、連続時間修正繰り返し制御系の一設計法を提案している。第 7 章は結論であり、本論文の内容をまとめている。

第 2 章

繰り返し制御

本章では、繰り返し制御およびその構成法について簡単に説明する。そして、繰り返し制御系はむだ時間を含むシステムであるため、むだ時間を含むシステム、特に中立型むだ時間システムについて簡単に述べる。

2.1 繰り返し制御

最初、高エネルギー物理学研究所陽子シンクロトロン加速器主リング電源系の高磁石用直流電源の制御に対して考え出された制御方式である [6]。陽子を加速するためには予め決められた電流パターンに対してある範囲内の精度で追従することが要求される。しかし、通常のフィードバック制御系では、まずこの範囲内で精度で実現するのは困難であった [6]。

一般に、主リング電磁石に流す電流波形は同一波形の入力信号が繰り返し印加される。そこに着目し、前回までの運転における制御偏差を、常に現時点での運転に反映させていきながら制御を行なうことで、制御系の特性を改善していく。これが、繰り返し制御のアイデアである (Fig. 2.1 参照)。

実用例として、ロボットの繰り返し動作など周期目標入力に対して有効であり、電磁石電源制御や定速回転するモーターに発生する回転むらの低減などの効果が確認されている [?]

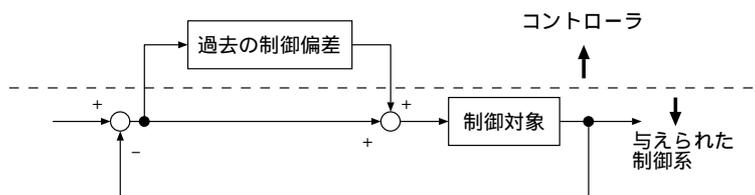


Fig. 2.1: Repetitive control

2.2 繰り返し制御系の構成

繰り返し制御の一般的な構成原理を述べる。繰り返し制御は、サーボ系の観点から考えると非常に理解しやすい。まず、Fig 22 のように目標軌道の周期を L とする。いま、Fig 23 のブロック線図で表されるシステムを考える。このシステムに目標軌道の 1 周期分に相当する初期関数を入力としたら、その出力が目標軌道となることが分かる。

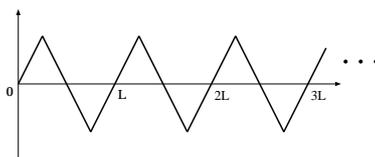


Fig 22 Example of reference signal

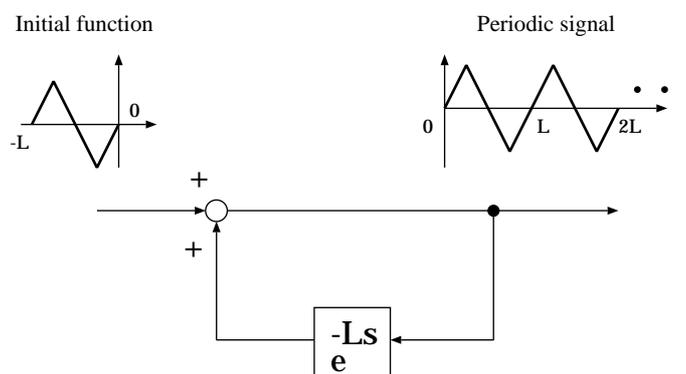


Fig 23 Periodic signal

【定理 2.1^[9]】 閉ループ系は安定とする. このとき制御対象の出力が目標入力に定常偏差なく追従するための必要十分条件は, 閉ループ内に目標入力を発生させる機構を含んでいることである. □

繰り返し制御とは, 周期が既知である任意の周期関数を目標信号とするサーボ系である. 目標信号は既知であるから, 予め任意の周期関数を発生させる機構³ を作っておき, その機構を閉ループ内に組み込めば定常偏差のない制御系が構成できる.

しかし現実的にいえば, 繰り返し補償器は, 制御対象の遅れに比べて比較的大きなむだ時間 L を持ち, かつ正帰還 (Positive Feedback Loop) で構成されているため, このままでは安定な特性を得ることはできない [9]. したがって, Fig. 2.4 で示すようにさらに安定化補償器 $C(s)$ を挿入する必要がある. この $C(s)$ の決め方は繰り返し制御を実現するうえで非常に重要な問題であり, これまでいくつか報告されている [8],[10],[12].

一般的な構成例を Fig. 2.4 に示す.

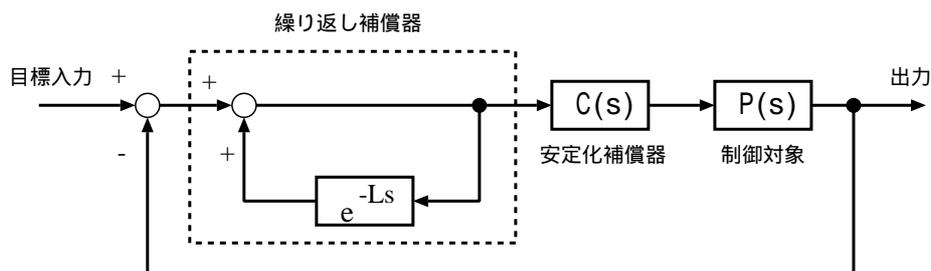


Fig. 2.4 Block diagram of repetitive control system

また, 与えた初期関数の形状を適当に置き換えることで, 任意の周期関数 (目標信号) を発生させることも可能である. すなわち, 周期的に変化する目標入力に対して有効なサーボ系が実現できるというわけである.

2.3 むだ時間を含むシステム

文献 [7] では, 繰り返し制御系は状態の微分にむだ時間を含んでいるため中立型むだ時間系 (neutral system) であることが指摘されている. そこで, 一般のむだ時間系について

³これを繰り返し補償器と呼ぶ.

簡単に述べる.

温度, 圧力, 位置などの目標値に合わせるために一般にフィードバック制御が行なわれる. その制御対象には, 操作の遅れなどのむだ時間を含むものがある. このむだ時間を含む系をむだ時間系という. むだ時間系には, 入出力にむだ時間を含む系, 状態にむだ時間を含む状態遅れ系 (retarded system), さらに, 中立型むだ時間系と呼ばれる状態変数の微分遅れを含んだ系がある. この中立型むだ時間系は, 複素平面の虚軸に平行な直線に漸近する無限個の極を持ち, 制御が大変難しい対象である. この系に対して, 部分極配置により制御は可能であるが, 無限個の極が漸近する直線が複素右半平面にあれば安定化できない [28].

中立型むだ時間系というのは, 次のように与えられる.

$$\dot{x}(t) = F_0x(t) + F_1x(t-L) + F_{-1}\dot{x}(t-L) + Gu(t) \quad (2.1)$$

ここで, $F_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, ($i = -1, 0, 1$), $G \in \mathbf{R}^{n \times m}$ とする. 状態変数 $x(t)$ の変化率 $\dot{x}(t)$ が, $x(t), x(t-L)$ のみならず, 過去の微係数 $\dot{x}(t)$ にも依存するものとして定義されている (ここでは省略したが, 入力 $u(t)$ にも遅れを含む場合, また遅れの積分を含む場合など, さまざまなバリエーションが考えられる).

また, 遅れ型むだ時間系というのは, 次のように与えられる.

$$\dot{x}(t) = F_0x(t) + F_1x(t-L) + Gu(t) \quad (2.2)$$

ここで, $F_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, ($i = 0, 1$), $G \in \mathbf{R}^{n \times m}$ とする.

中立型むだ時間系と遅れ型むだ時間系とでは次のような著しい差異がある [2]. それぞれの極の漸近分布を Fig. 25 に示す.

- 遅れ型むだ時間系: 不安定極は常に有限個で, 極の実部は $-\infty$ に発散する.
- 中立型むだ時間系: 無限個の不安定極が存在し得る. 極は一般に虚軸に平行な直線に漸近する. 極の実部は $-\infty$ に発散するとは限らない.

例えば, 次の中立型むだ時間系を考える.

$$\dot{x}(t) = \dot{x}(t-L) + u(t)$$

ここで, $x(t) \in \mathbf{R}^n$, $u(t) \in \mathbf{R}^1$ とする.

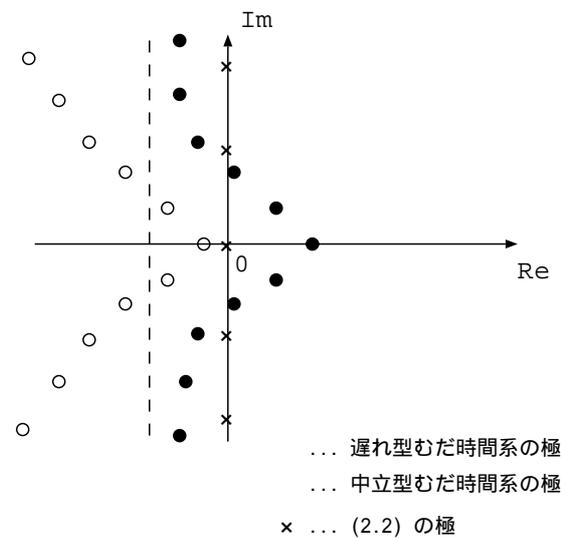


Fig. 2.5: The range of eigen value for system with time delay

この系の特性方程式は, $s - se^{-s} = s(1 - e^{-s}) = 0$ であり, 根として $s = 2n\pi j (n = 0, 1, 2, \dots)$ を持つ. 故にスペクトルは虚軸上に無限個の根が並ぶことになる. この場合, 遅れ型むだ時間系のようにスペクトルが $Re \lambda \rightarrow -\infty$ となるように発散しない (Fig. 2.5 参照). また繰り返し補償器は, $\pm 2n\pi j / L$ (L : 周期) に極を持つ系であり, Fig. 2.5 のようなスペクトルを得る.

このように繰り返し制御系は, 中立むだ時間系の持つ制御する難しさを含んでいるため, 制御系を安定化するにはかなり厳しい条件が課せられる. このことについては, 次章で述べる.

第 3 章

従来の研究

本章では, 修正繰り返し制御系について述べ, 従来の修正繰り返し制御系の設計法を説明する.

3.1 修正繰り返し制御系

前章より, Fig. 2.4 のような繰り返し制御系を構成すれば, 一般に定常偏差ゼロの制御系が構成できることが分かった. しかし, 制御対象が厳密にプロパーな時, もはや繰り返し制御系を安定化できないことが示されている [8].

【定理 3.1^[8]】 繰り返し制御系 (Fig. 2.4) において, 制御対象が厳密にプロパーであるとする. このとき繰り返し制御系は, 指数漸近安定とはならない. □

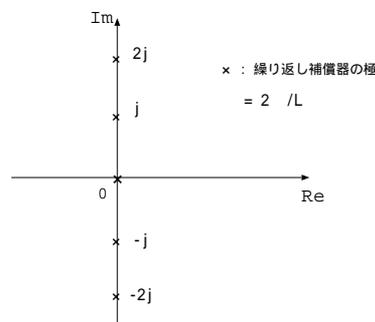


Fig.3. 1:Pole configuration

厳密にプロパーなシステムは $G(\infty) = 0$ だから、無限遠点に零点を持つ系と考えられる。これに対して、繰り返し補償器は $\pm j\infty$ に極を持つ系である (Fig. 3.1 参照)。一般にサーボ系が実現できるための条件は、繰り返し補償器の極とプラントの零点が一致しないことであり、厳密にプロパーなシステムに対してはこの条件が満たされない [5]。

しかし、この問題は外生信号をすべての周波数領域で考慮しているため生じた現象である。実際は、ある周波数以上の高周波成分に対する追従は考える必要はなく、繰り返しループのゲインを高周波で小さくしても良好な繰り返し制御系となる [3]。

そこで上記の問題を解決するため、ローパスフィルタ $F(s)$ (厳密にプロパーで漸近安定な関数) を導入した修正繰り返し制御系 [9] (Fig. 32) が提案されている。

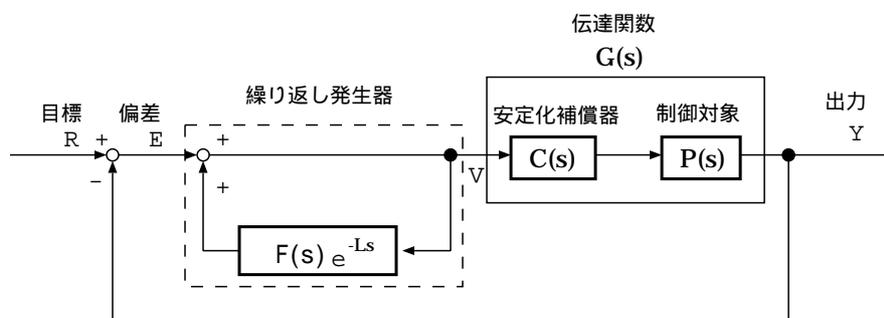


Fig. 32 Modified repetitive control system

修正繰り返し制御系は、ローパスフィルタ $F(s)$ を挿入することで、閉ループ系は中立型むだ時間系から遅れ型むだ時間系となる。すなわち、Fig. 24 の閉ループ系に無限個存在する不安定な極が Fig. 32 では有限個の存在にとどまるので、Fig. 24 の繰り返し制御系よりは安定化が容易である。また修正繰り返し制御系とすることで、制御対象が厳密にプロパーであっても安定化が可能となる。

しかし、ローパスフィルタを挿入することで繰り返し補償器の極は移動してしまい、閉ループ系を安定化できたとしても定常偏差が残ってしまう。すなわち修正繰り返し制御系にすることで、追従性能と安定性のトレードオフが起きてしまう。そこで、どちらの要求もできるだけ満足する最良の設計法が必要となってくる。

3.2 修正繰り返し制御系の設計

修正繰り返し制御系の基本的な設計法を述べる。制御対象を次式で表される m 入力 p 出力連続時間線形時不変系とする。

$$\Sigma(A, B, C) \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{cases} \quad (3.1)$$

$$P(s) \stackrel{\text{def}}{=} C(sI - A)^{-1}B$$

ここで、状態: $x \in \mathbb{R}^n$, 入力: $u \in \mathbb{R}^m$, 出力: $y \in \mathbb{R}^p$ であり、 A, B, C は適当なサイズの定数行列である。また、 (A, B) は可制御対、 (C, A) は可観測対とし、 $P(s)$ は $\Sigma(A, B, C)$ の伝達関数を表す。

3.2.1 修正繰り返し制御系の安定条件

いまシステム (3.1) に対して、内部モデル $\frac{1}{1-F(s)e^{-Ls}}I$ を組み込んだ修正繰り返し制御系を考える。Fig. 32 の制御系において、 $R(s), Y(s), E(s), V(s)$ はそれぞれ目標入力、出力、偏差、繰り返し補償器の出力のラプラス変換である。また $G(s)$ はプラント $P(s)$ と安定化補償器 $C(s)$ を直列結合した系の伝達関数である。

このシステムに対して $G(s), e^{-Ls}$ の初期状態を 0 とした時、

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - Y(s) \\ V(s) &= \frac{1}{1 - F(s)e^{-Ls}}E(s) \\ Y(s) &= G(s)V(s) \end{aligned}$$

の関係が成り立つ。簡単な計算から

$$\begin{aligned} E(s) &= e^{-Ls}F(s)(I + G(s))^{-1}E(s) + D_e(s) \\ D_e(s) &\stackrel{\text{def}}{=} (I + G(s))^{-1}(1 - F(s)e^{-Ls})R(s) \end{aligned} \quad (3.2)$$

を得る。よって、式 (3.2) の関係をブロック線図で表すと Fig. 33 の等価系が得られる。

Fig. 33 の等価系の入出力安定条件より、Fig. 32 の修正繰り返し制御系の安定条件 (偏差収束条件) が求まる。すなわち式 (3.2) にスモールゲイン定理⁴ を適用すると、Fig. 33

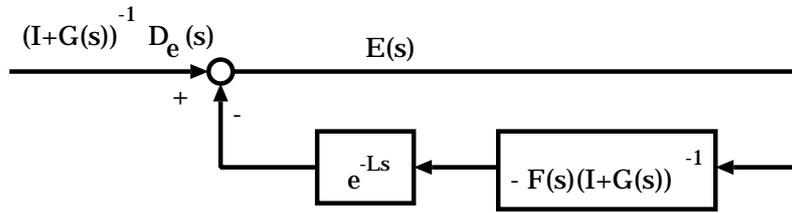


Fig. 3.3 A system equivalent to Fig 32

の等価系が安定となるための十分条件は,

$$\left\| e^{-Ls} F(s)(I + G(s))^{-1} \right\|_{\infty} < 1 \quad (3.3)$$

となる. ここで任意の ω に対して $|e^{-Lj\omega}| = 1$ だから, 式 (3.3) が成り立つ時,

$$\begin{aligned} \left\| F(s)(I + G(s))^{-1} \right\|_{\infty} &= \sup_{\omega} \sigma_{max}\{F(j\omega)(I + G(j\omega))^{-1}\} \\ &= \sup_{\omega} \sigma_{max}\{e^{-Lj\omega} F(j\omega)(I + G(j\omega))^{-1}\} \\ &= \left\| e^{-Ls} F(s)(I + G(s))^{-1} \right\|_{\infty} \\ &< 1 \end{aligned}$$

が成立する. ただし $\|\cdot\|_{\infty}$ は H_{∞} -ノルム, $\sigma_{max}(M)$ は行列 M の最大特異値 (M^*M の最大固有値の平方根) を表す. また, 次のような中立型むだ時間系に関する安定定理がある.

【定理 3.2^{[4],[21]}】 次式で表される中立型むだ時間系を考える.

$$\dot{x}(t) = F_0 x(t) + F_1 x(t - L) + F_{-1} \dot{x}(t - L)$$

ここで F_i ($i = -1, 0, 1$) は定数である. これに対して,

$$\sup_{\lambda} \{Re \lambda \mid det[\lambda I - F_0 - e^{-\lambda L} F_1 - \lambda F_{-1}] = 0\} < 0$$

が成立するならば, システムは指数漸近安定となる. ここで, λ は固有値, $Re \lambda$ は λ の実数部である. □

⁴ $G(s), H(s)$ はどちらも安定であるが, $G(s), H(s)$ で構成した閉ループ系は安定とは限らない. しかし, $\sup_{-\infty < \omega < \infty} |G(j\omega)| |H(j\omega)| < 1$ が成り立てば, 閉ループ系は安定となる.

いま修正繰り返し制御系に対して, $(I+G(s))^{-1}G(s)$ は安定な有理関数行列で, $P(s), C(s)$ 間には不安定な極零点相殺がなく $\|F(s)(I+G(s))^{-1}\|_{\infty} < 1$ と仮定した時,

$$\begin{aligned} & \sup_{\lambda} \{ \operatorname{Re} \lambda \mid \det [\lambda I - F_0 - e^{-\lambda L} F_1 - \lambda F_{-1}] = 0 \} \\ &= \sup_{\lambda} \{ \operatorname{Re} \lambda \mid \det(\lambda I - A) \cdot \det[I - Q(\lambda)e^{-\lambda L}] = 0 \} \\ &< 0 \end{aligned}$$

が成立する [2]. ただし $Q(s) = F(s)(I+G(s))^{-1}$ である. よって, 修正繰り返し制御系は指数漸近安定となる.

以上の準備の下, 修正繰り返し制御系の安定条件が導かれる.

【定理 3.3^[4]】 Fig. 32 の修正繰り返し制御系に対して, 以下の 2 つの条件が成立するならば, このシステムは指数漸近安定である.

- i). $(I+G(s))^{-1}G(s)$ は, 安定な有理関数行列である. また, $P(s)$ と $C(s)$ との間には不安定な極零点相殺はないものとする.
- ii). $\|F(s)(I+G(s))^{-1}\|_{\infty} < 1$.

□

そこで, 次にこの安定条件から得られる修正繰り返し制御系の設計手順を述べる.

3.2.2 基本的な設計法

まず, 安定条件 ii) を満足するように, 安定化補償器 $C(s)$ を決める. それからローパスフィルタ $F(s)$ を求める方法が基本的な設計法⁵ である.

具体的な設計手順を以下に示す.

例題 1 $\sigma_{max}[I+G(j\omega)] > 1$ となるように安定化補償器 $C(s)$ を決定する.

例題 2 $\sigma_{max}[I+G(j\omega)]$ をボード線図上にプロットし, $|F(j\omega)|$ がそれより下になるように $F(s)$ を定める. ■

この基本的な設計法に関するいくつかの注意点を述べておく.

⁵先にローパスフィルタ $F(s)$ を決定し, その後で安定化補償器 $C(s)$ を決定する方法もある. しかし, $F(s)$ はできるだけ 1 に近い方が追従性能がよいので, $F(s)$ を先に決定する利点があり考えられない.

注意 1. 修正繰り返し制御系の諸特性は、一般に、 $F(s) = 0$ とおいた時の制御系の特性が優れているほどよい [3]. これは、通常の制御系の特性がよいほど繰り返し制御系の特性もよくなることを意味する.

注意 2. 一般に、追従帯域を延ばすこととロバスト安定性を確保することとは、トレードオフの関係にあるので、両者を考慮して設計する必要がある [9].

そこで次節では、上記の手順をベースとした設計法 [3] について述べる.

3.2.3 状態空間表現に基づく設計法

文献 [8] の設計法は、修正繰り返し制御系の定理 33 の安定条件 ii) が最適レギュレータやカルマンフィルタの円条件と密接に関係している点に着目して提案された設計法である.

この設計法は、完全制御の考えに基づいて構成されているため、制御対象は最小位相系 (零点はすべて安定) の場合に限定される. また、安定化補償器⁶ は恒等オブザーバで実現した構成 Fig. 3.4 になっている. この安定化補償器は、文献 [19] の構成法に最適レギュレータのロバスト性を回復する一方法である未知入力オブザーバの考えを導入して構成されている [22]. そのため、状態フィードバックを用いずに近似的に構成できる.

具体的な設計手順を以下に示す.

例題 1 制御対象 $P(s)$ の最小実現 $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$ を求める.

例題 2 Fig. 3.4 のような安定化補償器 $C(s)$ を構成するゲイン K, H を求める.

$$\Sigma(K, H) \begin{cases} \dot{z} = (A - HC)z - Bu + Hv \\ u = -Kz \end{cases}$$

ここで、 v, u はそれぞれ $C(s)$ への入力、 $C(s)$ の出力、 K は完全制御のゲイン、 H はカルマンフィルタのゲインとする.

例題 3 Step. 2 で求めた安定化補償器から、定理 33 の安定条件 ii) を満足するローパスフィルタ $F(s)$ を求める (Fig. 3.5 参照). ■

⁶Fig. 3.2 における $C(s)$ を示す.

これまで述べた「完全制御 + カルマンフィルタ」の手法 [3] は、近似的に状態フィードバックを実現した安定化補償器を構成できる。また、モデル追従構成により「完全制御 + カルマンフィルタ」での安定化補償器を等価な状態フィードバックに置き直す [10] ことも可能である。このような違いはあるにせよ、同じ結果をもたらす設計法である。そこで本論文では、文献 [10] の手法は扱わない。

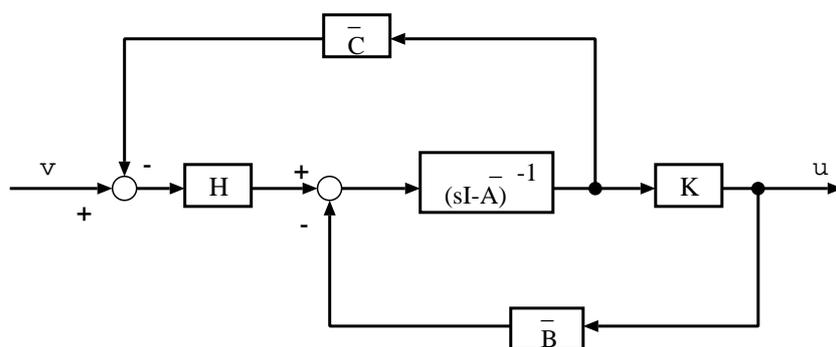


Fig. 34: Configuration of compensator $\mathcal{C}(s)$

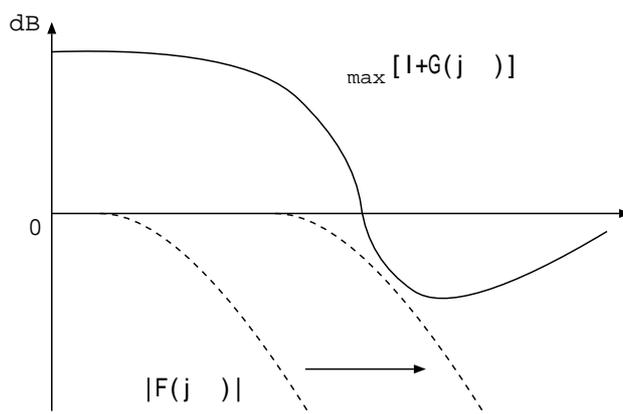


Fig. 35 Bode diagram of $|F(j\omega)|$ and $\sigma_{max}[I + G(j\omega)]$

3.3 完全制御

修正繰り返し制御系の設計には、完全制御の考えが導入されている。完全制御については、文献 [18] で述べられている。ここでは、完全制御について後の議論で必要な結果を述べておく。

可制御な制御対象に対して、状態フィードバックにより応答を速くするのは可能である。しかし実際の設計では、応答を速くするとオーバーシュートやアンダーシュートなどの問題が起こる。文献 [14] では、伝達関数零点の存在が非有界オーバーシュートの原因であることを示した。この事実から、極 - 零点相殺により極端な出力応答を防ぐ方法として完全制御が提案された [18]。完全制御の特徴として、有限個の極は不変零点に近づき、残りは無限遠点に向かうような制御則が得られる。

[補題 3.1^[18]] $K'_\rho \xrightarrow{p.r.} (C, A, B)$ ならば、 $\Sigma(C, A, B)$ の零点は $\sigma_0(A - BK'_\rho)$ の終点である。 □

ただし有限個の極は不変零点に近づくため、システムは最小位相系に限定される。この完全制御は、最適レギュレータのロバスト性を高ゲインフィードバックによって漸近的に保証する方法として有効である [19]。

次に、文献 [18] で与えてある完全制御の定義を述べる。

完全制御の定義

制御対象が次式で表される m 入力 p 出力連続時間線形時不変系を考える。

$$\mathfrak{X}(A, B, C) \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.4)$$

ここで、状態 : $x \in \mathbb{R}^n$, 入力 : $u \in \mathbb{R}^m$, 出力 : $y \in \mathbb{R}^p$ であり、 A, B, C は適当なサイズの定数行列である。 (A, B) は可制御対とし、制御対象は最小位相系と仮定しておく。

いま、パラメータ ρ を含む状態フィードバック $u = -K'_\rho x$ を考える。ただし、 K'_ρ は ρ の有理関数であるとする。この時 K'_ρ が、

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \int_0^\infty \|C e^{(A - BK'_\rho)t}\|^2 dt = 0 \quad (3.5)$$

を満たす時、 K'_ρ はシステム (3.4) に対して完全制御を達成するといいい、 $K'_\rho \xrightarrow{p.r.} (C, A, B)$ と記す。

第 4 章

完全制御とその拡張

本章では, 完全制御に折り返し法を併用するための準備をおこなう. まず, システムを $A \rightarrow A + kI$ と変換した場合, 完全制御ゲイン K'_ρ は $A + kI$ について条件 (3. 5) を満足することを示す. そして, システムを $A \rightarrow A + kI$ と変換しても K'_ρ は不変であることを示す.

4.1 準備

制御対象が次式で表される m 入力 p 出力連続時間線形時不変系を考える.

$$\Sigma(A, B, C) \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{cases} \quad (4.1)$$

ここで, 状態: $x \in \mathbb{R}^n$, 入力: $u \in \mathbb{R}^m$, 出力: $y \in \mathbb{R}^p$ であり, A, B, C は適当なサイズの定数行列である. (A, B) は可制御対とし, 制御対象は最小位相系と仮定しておく.

いま, $\rho \gg 0$ で表される複素関数を $\lambda_i(\rho) (i = 1, \dots, n)$ とする. システム (4.1) に対して, K'_ρ が完全制御を達成した時の閉ループ系の極は,

$$\sigma(A - BK'_\rho) \stackrel{\text{def}}{=} \{\lambda_1(\rho), \lambda_2(\rho), \dots, \lambda_n(\rho)\} \quad (42)$$

と表すことができる. 閉ループ系の極 (42) は, パラメータ ρ を大きくしていくと, n 本の

根軌跡を描く. 文献 [18] より, 以下のどちらかを満足する根軌跡のみを考える.

$$\sigma(A - BK'_\rho) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \lambda_i(\rho) \rightarrow \gamma_i, \gamma_i \in \mathbf{C}^- & \text{: i)} \\ or \\ \rho^{-1}\lambda_i(\rho) \rightarrow \gamma_i, \gamma_i \in \mathbf{C}^- & \text{: ii)} \end{cases} \quad (4.3)$$

ただし, γ_i は負の実部を持つ複素数とし, i) を満たす根軌跡集合を Λ_0 , その部分集合を $\sigma_0(A - BK'_\rho)$, ii) を満たす根軌跡集合を Λ_∞ , その部分集合を $\sigma_\infty(A - BK'_\rho)$ と表す.

仮定 (4.3) のもとで, 関係 (35) は Parseval の等式から, 等価な周波数領域における条件に置き換えることができる [18].

【定理 4.1^[18]】 $\sigma(A - BK'_\rho)$ は, 仮定 (4.3) を満足する.

$$K'_\rho \stackrel{\text{P.T.}}{\rightarrow} (C, A, B) \Leftrightarrow \begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow \infty} C(sI - A + BK'_\rho)^{-1} &= 0, \\ \lim_{\rho \rightarrow \infty} C(\rho I - A + BK'_\rho)^{-1} &= 0 \end{aligned}$$

□

完全制御則の導出アルゴリズム

完全制御において, 制御則の導出法は重要な問題であり, これまで数多く検討されてきた. それは, i) 伝達関数行列の右既約分解を用いた方法 [19], ii) 最適レギュレータの手法を用いた方法 [9] である. 互いに利点・欠点はあるが, 修正繰り返し制御系を構成する時に有効な方法は, 後者の最適レギュレータを用いた方法と考えられる. なぜなら i) は, パラメータ ρ を含む制御則を導出する時に有効な方法である. 修正繰り返し制御系における安定化補償器に含まれる K'_ρ の項は, $\rho \rightarrow \infty$ の時には消えてしまう. しかも, 安定余裕に関する議論をするので, i) の方法は有効とはいえない. また ii) は, リカッチ形代数方程式の解を求める必要はあるが, これは計算機により簡単に解ける.

最適レギュレータの手法を用いた導出法

パラメータ ρ は, 2 次形式評価関数 J の出力偏差に対する重みとして表現できる. ここでの完全制御は ρ を大きくすると $J \rightarrow 0$ となることを意味する. すなわち, 完全制御を達成するゲイン K'_ρ は, 入力エネルギーに対する重み係数を $R = I \in \mathbf{R}^{m \times m}$ とした LQ 問題の解によって求めることができる.

システム (4.1) に対して, 次の 2 次形式評価関数 J_ρ を最小にする状態フィードバックゲインを考える. ただし, Q' は適当な正定対称行列, $\rho \gg 0$ とする.

$$\begin{aligned} J_\rho &= \int_0^\infty (\rho x^T C^T Q' C x + u^T u) dt \\ &= \int_0^\infty (\rho x^T Q x + u^T u) dt \end{aligned}$$

この J_ρ を最小にする状態フィードバックゲインは, 次に示すリカッチ形代数方程式

$$P_\rho A + A^T P_\rho - P_\rho B B^T P_\rho + \rho Q = 0 \quad (4.4)$$

の解を用いて, $K'_\rho = B^T P_\rho$ と表せる. しかし, 望ましい制御特性を得るような Q の系統的な選び方がなかった. 最良の K'_ρ を求めるには試行錯誤的に決定していく必要がある. この問題に対する解決策は, 次章で述べる.

以上の準備のもと, 次節ではシステム (4.1) を $A \rightarrow A + kI$ と変換した場合, K'_ρ は条件 (3.5) を満足するかを考える.

4.2 完全制御の拡張

いま, 初期状態 x_0 とする閉ループシステム応答を

$$\begin{aligned} y(t; x_0) &= X(t; K'_\rho) x_0 \\ X(t; K'_\rho) &\stackrel{\text{def}}{=} C e^{(A - B K'_\rho) t} \end{aligned} \quad (4.5)$$

とする. ところで, システム (4.1) の代わりに A を $A + kI$ でおきかえたシステム

$$\dot{x} = (A + kI)x + Bu$$

を考え, それに対応する閉ループシステム応答を

$$\begin{aligned} y(t; x_0) &= X'(t; K'_\rho) x_0 \\ X'(t; K'_\rho) &\stackrel{\text{def}}{=} C e^{(A + kI - B K'_\rho) t} \end{aligned} \quad (4.6)$$

とする. この時, システム (4.1) を $A \rightarrow A + kI$ と変換した場合, K'_ρ は $A + kI$ とした条件 (3.) を満足することを示す.

【定理 4.2】パラメータ ρ を含む状態フィードバック $u = K'_\rho x$ を考える. ただし ρ はゲインの各要素に有理関数として含まれる. この時,

$$K'_\rho \xrightarrow{\text{P.F.}} (C, A, B) \Rightarrow K'_\rho \xrightarrow{\text{P.F.}} (C, A + kI, B)$$

が成り立つ. ただし I は $n \times n$ の単位行列, $k > 0$ とする. □

(証明) 文献 [18] より, 式 (4.5) は次のように展開できる.

$$X(t; K'_\rho) = X_1(\rho t; \rho) + \rho^{-1} X_3(t; \rho)$$

ここで $X_i(t)$ は漸近安定なシステムとなるので, 十分大きな ρ に対して,

$$\int_0^\infty \|X_i(t; \rho)\|^2 dt < M, \quad i = 1, 3$$

となる [18]. ただし M は, 任意の定数とする.

以上より, 式 (46) のように定義された $X'(t; K'_\rho)$ の 2 乗積分は, 次のように展開できる.

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \|X'(t; K'_\rho)\|^2 dt &= \int_0^\infty \|C e^{(A+kI-BK'_\rho)t}\|^2 dt \\ &= \int_0^\infty \|C e^{(A-BK'_\rho)t} \cdot e^{(kI)t}\|^2 dt \\ &= \int_0^\infty \|C e^{(A-BK'_\rho)t}\|^2 dt \cdot \int_0^\infty \|e^{(kI)t}\|^2 dt \\ &\leq 2 \left(\int_0^\infty \|X_1(\rho t; \rho)\|^2 dt + \frac{1}{\rho^2} \int_0^\infty \|X_3(t; \rho)\|^2 dt \right) \cdot \int_0^\infty \|e^{(kI)t}\|^2 dt \\ &\leq \left(\frac{2}{\rho} + \frac{2}{\rho^2} \right) M \cdot \int_0^\infty \|e^{(kI)t}\|^2 dt \end{aligned}$$

よって k にかかわらず, $\rho \rightarrow \infty$ とすることで定理 4.2 は成立する. ■

同様に, 周波数領域における条件も示しておく.

【定理 4.3】 $\sigma(A - BK'_\rho)$ は, 仮定 (4.3) を満足する.

$$\begin{aligned} K'_\rho \xrightarrow{\text{P.F.}} (C, A, B) &\Rightarrow \lim_{\rho \rightarrow \infty} C(sI - A - kI + BK'_\rho)^{-1} = 0, \\ &\lim_{\rho \rightarrow \infty} C(\rho s I - A - kI + BK'_\rho)^{-1} = 0 \end{aligned}$$

□

(証明) 定理 4.1 より,

$$\begin{aligned}
& \lim_{\rho \rightarrow \infty} C(sI - A - kI + BK'_\rho)^{-1} \\
&= \lim_{\rho \rightarrow \infty} C[(I - kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1})(sI - A + BK'_\rho)]^{-1} \\
&= \lim_{\rho \rightarrow \infty} C(sI - A + BK'_\rho)^{-1}[I - kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1}]^{-1} \\
&= \lim_{\rho \rightarrow \infty} 0 \cdot [I - kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1}]^{-1} \\
&= 0
\end{aligned}$$

同様に,

$$\begin{aligned}
& \lim_{\rho \rightarrow \infty} C(\rho sI - A - kI + BK'_\rho)^{-1} \\
&= \lim_{\rho \rightarrow \infty} C[(I - kI(\rho sI - A + BK'_\rho)^{-1})(\rho sI - A + BK'_\rho)]^{-1} \\
&= \lim_{\rho \rightarrow \infty} C(\rho sI - A + BK'_\rho)^{-1}[I - kI(\rho sI - A + BK'_\rho)^{-1}]^{-1} \\
&= \lim_{\rho \rightarrow \infty} 0 \cdot [I - kI(\rho sI - A + BK'_\rho)^{-1}]^{-1} \\
&= 0
\end{aligned}$$

よって, 定理 4.3 は成立する. ■

これより, システム (41) に対して, $A \rightarrow A + kI$ と変換しても, K'_ρ は条件 (35) を満足することが分かった.

4.3 完全制御の不変性

ここでは, システムの拡張にともなう完全制御ゲイン K'_ρ の不変性を示す.

【定理 4.4】 行列 $W(s; \rho)$ は, ρ に対して厳密にプロパーな有理関数行列⁹と仮定する. $K'_\rho \xrightarrow{\text{p.r.}} (C, A + kI, B)$ に対して, 漸近的に,

$$\sigma(A + kI - BK'_\rho) \rightarrow \sigma(A - BK'_\rho)$$

が成り立つ. ただし, $W(s; \rho) \stackrel{\text{def}}{=} kI \cdot (sI - A + BK'_\rho)^{-1}$ とする. □

⁹一般的に通用する用語ではないが, 本論文では行列 $W(s; \rho)$ の要素はいずれも ρ の有理関数で, 分母の ρ の次数 $>$ 分子の ρ の次数な行列を意味する.

(証明) 行列 $W(s; \rho)$ を考える.

$$\begin{aligned} W(s; \rho) &= kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1} \\ &= kI \cdot \frac{\text{adj}(sI - A + BK'_\rho)}{\det(sI - A + BK'_\rho)} \end{aligned}$$

ただし, $\text{adj}(M)$ で, 行列 M の余因子行列を表す.

$\text{adj}(sI - A + BK'_\rho)$ の各要素は s の高々 $n - 1$ 次多項式であり, $\det(sI - A + BK'_\rho)$ は s の n 次のもニックな多項式である. これより $(sI - A + BK'_\rho)^{-1}$ の各要素は, 分子多項式の次数が分母多項式の次数より少なくとも 1 次低い有理関数となっている. また kI は分母・分子の次数に影響しない. したがって $kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1}$ は厳密にプロパーな有理関数行列である. すなわち,

$$kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1} = \begin{bmatrix} k \cdot g_{11}(s; \rho) & \cdots & k \cdot g_{1r}(s; \rho) \\ \vdots & & \vdots \\ k \cdot g_{m1}(s; \rho) & \cdots & k \cdot g_{mr}(s; \rho) \end{bmatrix}$$

と表せる. ここで, $g_{ij}(s; \rho)$ ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, r$) は厳密にプロパーな有理関数である. この $g_{ij}(s; \rho)$ に対して,

$$\begin{aligned} g_{ij}(s; \rho) &= \frac{\Delta_{ij}(sI - A + BK'_\rho)}{\det(sI - A + BK'_\rho)} \\ &= \frac{\Delta_{ij}(sI - A + BK'_\rho)}{\psi_\infty(s; \rho) \cdot \psi_0(s; \rho)} \end{aligned} \quad (4.7)$$

が成り立つ. ここで, $\Delta_{ij}(M)$ で行列 M の (i, j) 要素の余因子を表し, $\psi_\infty(s; \rho)$, $\psi_0(s; \rho)$ は, それぞれ $\sigma_\infty(A - BK'_\rho)$, $\sigma_0(A - BK'_\rho)$ に相当する.

閉ループ極の仮定 (4.3) から, 閉ループ極に含まれる ρ の次数はたかだか 1 である. したがって, 式 (4.7) における ρ の次数は分母 \geq 分子である. しかし, 分母の ρ の次数 $>$ 分子の ρ の次数, すなわち行列 $W(s; \rho)$ は ρ に対して厳密にプロパーな有理関数行列と仮定すると, $kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1}$ は, 厳密にプロパーな行列だから,

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1} \rightarrow 0$$

が成り立つ. そこで, 次のように行列式を定義する.

$$\begin{aligned} \det(sI - A + BK'_\rho) &\stackrel{\text{def}}{=} \psi_\infty(s; \rho) \cdot \psi_0(s; \rho) \\ \det(sI - A - kI + BK'_\rho) &\stackrel{\text{def}}{=} \tilde{\psi}_\infty(s; \rho) \cdot \tilde{\psi}_0(s; \rho) \end{aligned}$$

そこで, 簡単な式展開をおこなうと,

$$\begin{aligned} \det(sI - A - kI + BK'_\rho) &= \det[I - kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1}] \cdot (sI - A + BK'_\rho) \\ \tilde{\psi}_\infty(s; \rho) \cdot \tilde{\psi}_0(s; \rho) &= \det[I - kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1}] \cdot \psi_\infty(s; \rho) \cdot \psi_0(s; \rho) \\ \frac{\tilde{\psi}_\infty(s; \rho)}{\psi_\infty(s; \rho)} &= \det[I - kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1}] \cdot \frac{\psi_0(s; \rho)}{\tilde{\psi}_0(s; \rho)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

となる. 仮定 (4.3) より, $\psi_0(s; \rho), \tilde{\psi}_0(s; \rho)$ は有限の多項式に収束し, $kI(sI - A + BK'_\rho)^{-1} \rightarrow 0$ だから, 式 (4.8) の左辺も収束する. ここで, 仮定 (4.3) から $\psi_\infty(s; \rho)$ は,

$$\psi_\infty(s; \rho) = s^n + a_1(\rho)s^{n-1} + \cdots + a_n(\rho) \quad (4.9)$$

と表現できる. ただし $\rho^{-l}a_l(\rho)$, $l \in n$ は, ある正数に収束する. 式 (4.9) は, $\rho^{-n}\psi_\infty(s; \rho)$ がある正数に収束することを意味している. したがって, $\frac{\psi_\infty(s; \rho)}{\psi_\infty(s; \rho)} \rightarrow c$ (定数) となる. これは言い換えると, $\frac{\psi_0(s; \rho)}{\tilde{\psi}_0(s; \rho)} \rightarrow c$ を意味する. ゆえに,

$$\sigma_0(A + kI - BK'_\rho) \rightarrow \sigma_0(A - BK'_\rho)$$

を得る. また, $\psi_0(s; \rho), \tilde{\psi}_0(s; \rho)$ の次数は等しいので, $\psi_0(\rho s; \rho)/\tilde{\psi}_0(\rho s; \rho) \rightarrow 1$ である. これより, $kI(\rho sI - A + BK'_\rho)^{-1} \rightarrow 0$ だから, $\frac{\tilde{\psi}_\infty(\rho s; \rho)}{\psi_\infty(\rho s; \rho)} \rightarrow 1$ がいえる. ゆえに,

$$\rho^{-1}\sigma_\infty(A + kI - BK'_\rho) \rightarrow \rho^{-1}\sigma_\infty(A - BK'_\rho)$$

を得る. よって, 定理 4.4 は成立する. ■

これにより, ある $k > 0$ に対して, $K'_\rho \xrightarrow{p.r.} (C, A + kI, B)$ は, 暗に $K'_\rho \xrightarrow{p.r.} (C, A, B)$ を意味する. すなわち K'_ρ は, 重み係数を $(2kP_\rho + \rho Q, 1)$ とした LQ 問題の解 (式 (4.1) の解 P_ρ) により $K'_\rho = B^T P_\rho$ として構成できる.

$$P_\rho(A + kI) + (A + kI)^T P_\rho - P_\rho B B^T P_\rho + \rho Q = 0 \quad (4.10)$$

以上より, 完全制御に折り返し法を併用する準備ができた. そこで次章では, 折り返し法を併用した完全制御を提案する. すなわち, パラメータ k を明確に決定する方法を示す.

第 5 章

折り返し法の導入

本章では、4 章で提案した完全制御に折り返し法を併用する。そして、シミュレーション結果をもとに有効性を検討する。

5.1 折り返し法

本稿では、折り返し法の考えを導入した完全制御を考えている。折り返し法は、文献 [16],[17] で述べられている。そこで、その中で次節の議論に必要な結果を述べておく。

LQ 問題を解いて線形制御系の設計をおこなう場合、評価関数の重み係数と応答間の関係が明確でないため、試行錯誤的に重み係数を決定している。そこで、指定した領域内に閉ループ極を配置するような制御則の導出法として、折り返し法 [16],[17] が提案されている。

次のようなりカッチ形代数方程式

$$PBB^T P - PA - A^T P = 0 \quad (5.1)$$

を考え、この最大解を用いると次のことがいえる。

【定理 5.1^[16]】 リカッチ形代数方程式 (5.1) の解のうち最大解を P_+ とする。このとき A の固有値のうち虚軸を含む左半平面にあるものを $\lambda_i^- (i = 1, 2, \dots, \mu)$ 、虚軸を含まない右半平面にあるものを $\lambda_j^+ (j = 1, 2, \dots, \nu, \mu + \nu = n)$ とすれば、

$$\lambda(A - BB^T P_+) = \{\lambda_1^-, \lambda_2^-, \dots, \lambda_\mu^-, -\lambda_1^+, -\lambda_2^+, \dots, -\lambda_\nu^+\}$$

となる。ただし $\lambda(M)$ で行列 M の固有値を表す。 □

ところで、いまリカッチ代数方程式 (5.1) の代わりに、リカッチ形代数方程式

$$\hat{P}BB^T\hat{P} - \hat{P}(A + kI) - (A + kI)^T\hat{P} = 0 \tag{5.2}$$

を考え、その最大解を \hat{P}_+ とする。この最大解 \hat{P}_+ を用いると、 $\lambda(A)$ と $\lambda(A - BB^T\hat{P}_+)$ は、Fig. 5.1 のような位置関係になっている。

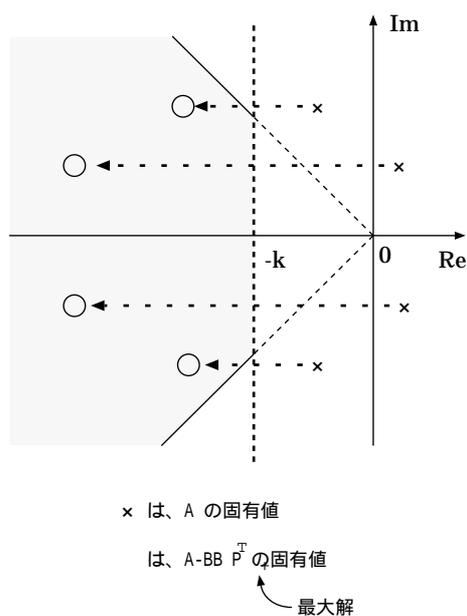


Fig. 5.1: Eigenvalues of matrices A and $A - BB^T \hat{P}_+$

なお、(5.2)の代わりに、これに $Q_0 \geq 0$ を加えた

$$\hat{P}BB^T\hat{P} - \hat{P}(A + kI) - (A + kI)^T\hat{P} - Q_0 = 0$$

の最大解 \hat{P}_+ によって構成された行列 $A - BB^T\hat{P}_+$ の固有値は、すべて直線 $Re \lambda = -k$ より左側に存在することが保証される [13]. これは重み係数を $(Q_0 + 2k\hat{P}_+, 1)$ として、閉ループ系を構成したことに相当する。

5.2 折り返し法を併用した完全制御

ここでは, 折り返し法を併用した完全制御を提案する.

そこで, 完全制御に折り返し法を併用する際に必要となる補題を述べる.

[補題 5.1^[16]] 行列 $A + kI$ の固有値は行列 A の固有値を $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n)$ とすると, $\lambda_i + k (i = 1, 2, \dots, n)$ であり, (A, B) が可制御ならば, $(A + kI, B) (k : \text{スカラー}, I : n \times n \text{ の単位行列})$ も可制御である. \square

[補題 5.2] (C, A) が可観測ならば, $(C, A + kI) (k : \text{スカラー}, I : n \times n \text{ の単位行列})$ も可観測である. \square

(証明) 文献 [16] を参考にして証明をおこなう. (C, A) の可観測行列は,

$$U_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

また $(C, A + kI)$ の可観測行列は,

$$\tilde{U}_o = \begin{bmatrix} C \\ C(A + kI) \\ C(A + kI)^2 \\ \vdots \\ C(A + kI)^{n-1} \end{bmatrix}$$

であるから $\text{rank } U_o = \text{rank } \tilde{U}_o$ を示せばよい.

\tilde{U}_o の第 1 ブロックは U_o の第 1 ブロックと等しい. \tilde{U}_o の第 2 ブロックは $C(A + kI) = CA + kC$ となり, U_o の第 2 ブロック CA に U_o の第 1 ブロックの定数倍を加えたものとなっている. \tilde{U}_o の第 3 ブロックも $CA^2 + 2kCA + k^2C$ となり, U_o の第 3 ブロック CA^2 に U_o の第 1, 2 ブロックの定数倍をそれぞれ加えたものとなっている. 以下も同様である. 行列のある行の定数倍 ($\neq 0$) を他の行に加えても, 階数は変化しない [24] から,

$$\text{rank } U_o = \text{rank } \tilde{U}_o$$

となり, 補題 5.2 は成り立つ. ■

いま $C^T C \geq 0$ となるリカッチ形代数方程式

$$PA + A^T P - PBB^T P + C^T C = 0 \tag{5.3}$$

の実対称準正定解 (以下単に準正定解という) について次のような性質がある.

【定理 5.2^[24]】 (A, B) が可安定で, (C, A) が可検出であれば, 式 (5.3) の準正定解は一意であり, かつ準正定一意解 P について次のことが成り立つ.

- i) $Re \lambda(A - BB^T P) < 0$ (5.4)
- ii) 特に, (C, A) が可観測ならば $P > 0$ である.

ただし $\lambda(M)$ で行列の固有値を, $Re \lambda(\cdot)$ で実数部を表すものとする. □

上記より, 式 (5.3) で $C^T C$ にあるパラメータ $\rho \gg 0$ を掛け合わせた式 (4.4) について考える. この場合 $\rho C^T C \geq 0$ だから, 定理 5.2 を満たす正定解 P が存在する. すなわち, 完全制御を達成するゲイン K'_ρ が存在する. 行列 $A, A - BB^T P_+$ の固有値の関係を Fig. 52 に示す.

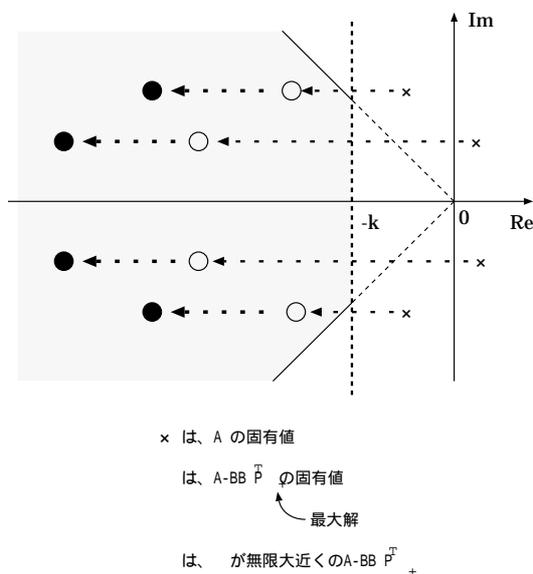


Fig 52 Eigen values of matrices A and $A - BB^T \hat{P}_+$

ところでリカッチ形代数方程式 (4.10) を満足する行列 P に対して, 次の定理が成立する.

【定理 5.3】 リカッチ形代数方程式 (4.10) の解のうち最大解¹⁰を $P_{\rho+}$ とする. このとき $A - BB^T P_{\rho+}$ の固有値 $\lambda_{\sigma}(A - BB^T P_{\rho+})$ ($\sigma = 1, 2, \dots, n$) は, すべて左半平面に存在する. また $\rho \geq 0$ に対して,

$$\lambda_{\sigma}(A - BB^T P_{\rho+}) < \lambda_{\sigma}(A - BB^T \hat{P}_{\rho+})$$

が成り立つ. ただし, $\sigma(A - BB^T P_{\rho+})$, $\sigma(A - BB^T \hat{P}_{\rho+})$ は, 仮定 (4.3) の条件を満足し, 特に $\sigma_0(A - BB^T \hat{P}_{\rho+})$ と $\sigma_0(A - BB^T P_{\rho+})$ は, $\rho \rightarrow \infty$ で等しいものとする. $\hat{P}_{\rho+}$ は, リカッチ形代数方程式 (4.4) の最大解とする. \square

(証明) はじめに, $\lambda_{\sigma}(A - BB^T P_{\rho+})$ ($\sigma = 1, 2, \dots, n$) がすべて左半平面に存在することを示す. これは, リカッチ方程式 (4.10) の最大解を $\tilde{P}_{\rho+}$ とすると, これによって構成された行列 $A - BB^T \tilde{P}_{\rho+}$ の固有値は, すべて直線 $Re \lambda = -k$ より左に存在することが保証されている [13]. よって $\lambda_{\sigma}(A - BB^T P_{\rho+}) < 0$ である.

リカッチ形代数方程式 (4.4) の最大解を $\hat{P}_{\rho+}$ とすると, 完全制御を達成するゲインは $K'_{\rho} = B^T \hat{P}_{\rho+}$ となる. この時, 閉ループ極の 2 乗は,

$$\begin{aligned} (A - BB^T \hat{P}_{\rho+})^2 &= A^2 - ABB^T \hat{P}_{\rho+} - BB^T \hat{P}_{\rho+} A + BB^T \hat{P}_{\rho+} BB^T \hat{P}_{\rho+} \\ &= A^2 - BB^T (\hat{P}_{\rho+} A + A^T \hat{P}_{\rho+} - \hat{P}_{\rho+} BB^T \hat{P}_{\rho+}) - BB^T A^T \hat{P}_{\rho+} - ABB^T \hat{P}_{\rho+} \\ &= A^2 - BB^T A^T \hat{P}_{\rho+} - ABB^T \hat{P}_{\rho+} + \rho BB^T C^T C \end{aligned}$$

となる. ここで, 正定対称行列 $\hat{P}_{\rho+}$ は $\hat{P}_{\rho+} = W^T W$ と適当に分解できるため,

$$\begin{aligned} \text{trace}(ABB^T - BB^T A) \hat{P}_{\rho+} &= \text{trace} \{ (ABB^T - BB^T A) W^T W \\ &= \text{trace} \{ W (ABB^T - BB^T A) W^T \end{aligned}$$

となる. しかし $W (ABB^T - BB^T A) W^T$ は歪み対称行列であるから, $\text{trace} \{ W (ABB^T - BB^T A) W^T \} = 0$ となる [24]. したがって,

$$\text{trace} \{ (A - BB^T \hat{P}_{\rho+})^2 \} - \text{trace} \{ A^2 \} = \rho \cdot \text{trace} \{ BB^T C^T C \}$$

が成り立つ. 一般に, $n \times n$ 行列 X の n 個の固有値の和は, X の n 個の対角要素の和に等しい. そこで, A の固有値のうち虚軸を含む左半平面にあるものを λ_i^- ($i = 1, 2, \dots, \mu$),

¹⁰補題 5.1 より, $P_{\rho+}$ は式 (5.4) を満足する唯一解である.

虚軸を含まない右半平面にあるものを $\lambda_j^+(j = 1, 2, \dots, \nu, \mu + \nu = n)$, $A - BB^T \hat{P}_{\rho+}$ の固有値を $\lambda'_\sigma(\rho)$ とすると,

$$\sum_{\sigma=1}^n (\lambda'_\sigma(\rho))^2 - \sum_{i=1}^{\mu} (\lambda_i^-)^2 - \sum_{j=1}^{\nu} (\lambda_j^+)^2 = \rho \cdot \text{trace } BB^T C^T C$$

となる. ここで, (C, A) が可観測より, $\lambda'_\sigma(\rho)$ は虚軸を含む左半平面に存在しているので, $\sum_{\sigma=1}^n \lambda'_\sigma(\rho) < 0$ である. $\rho = 0$ の時は定理 5.1 より, $\lambda'_i(0) = \lambda_i^-$, $\lambda'_j(0) = -\lambda_j^+$ が成り立つ. また完全制御の仮定 (4.3) より, $\lambda'_i(\rho) \leq \lambda_i^-$, $\lambda'_j(\rho) \leq -\lambda_j^+$ が成り立つ. ただし, 等号成立は, $\rho = 0$ の時のみ.

ところでいまシステム

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

の代わりに, システム

$$\dot{x} = (A + kI)x + Bu$$

を考え, それに対応するリカッチ代数方程式 (4.10) の最大解を $P_{\rho+}$ とする. 補題 52 より, $P_{\rho+}$ は必ず存在する. この時 $\lambda_\sigma(A + kI - BB^T P_{\rho+}) \leq \sigma(A + kI)$ である. 定理 5.1 より, $\text{Re } \lambda_i^- > -k$ となるような k とすると, $\lambda_i(A + kI - BB^T P_{\rho+}) \leq -\lambda_i^- - k$ となる. また, $\text{Re } \lambda_j^+ > -k$ となるような k とすると, $\lambda_j(A + kI - BB^T P_{\rho+}) \leq -\lambda_j^+ - k$ となる.ところが, $\sigma(A - BB^T P_{\rho+})$ は, $\sigma(A + kI - BB^T P_{\rho+})$ は k だけ左に移動した位置にあるから, 結局 $\text{Re } \lambda_i^- > -k$ となるような k に対して, $\lambda_i(A - BB^T P_{\rho+}) \leq -\lambda_i^- - 2k$, $\text{Re } \lambda_j^+ > -k$ となるような k に対して, $\lambda_j(A - BB^T P_{\rho+}) \leq -\lambda_j^+ - 2k$ となる. したがって,

$$\begin{aligned} \lambda_i(A - BB^T P_{\rho+}) - \lambda_i(A - BB^T \hat{P}_{\rho+}) &\leq -2k \\ \lambda_j(A - BB^T P_{\rho+}) - \lambda_j(A - BB^T \hat{P}_{\rho+}) &\leq -2(\lambda_j^- + k) < 0 \end{aligned}$$

となる. 等号成立は, $\rho = 0$ の時のみ. よって, 定理 53 が成り立つ. ■

よい応答を得るためには極が単に左半平面に存在するだけでなく, ある程度虚軸から離れていることが望ましい. この点を考慮すると, 完全制御のみに比べ, 完全制御に折り返し法を併用することにより, 閉ループ極は ρ が小さくてもある程度虚軸から離れているのが分かった.

5.3 折り返し法の併用条件

$\sigma_0(A - BK'_\rho)$ は, 仮定 (4.3) より負の実部を持つ複素数 γ に収束する. したがって, 零点が存在する場合, 折り返し法のパラメータ k より, $Re(\gamma)$ が大きくなることはありえない. もし $k < Re(\gamma)$ が存在すれば, 完全制御の特徴 (補題 31) である極-零点相殺が行われなくなる. よって, 折り返し法のパラメータ k は,

$$Re\{\sigma_0(A - BK'_\infty)\} < -k \Leftrightarrow \Sigma(A, B, C) \text{ の最大零点の実部} < -k$$

を満たすように決定する必要がある. ただし, 最大零点とは, $\Sigma(A, B, C)$ の零点のうち一番右に存在する零点を意味する. このように k を決めておけば, 補題 3.1 は成り立つ.

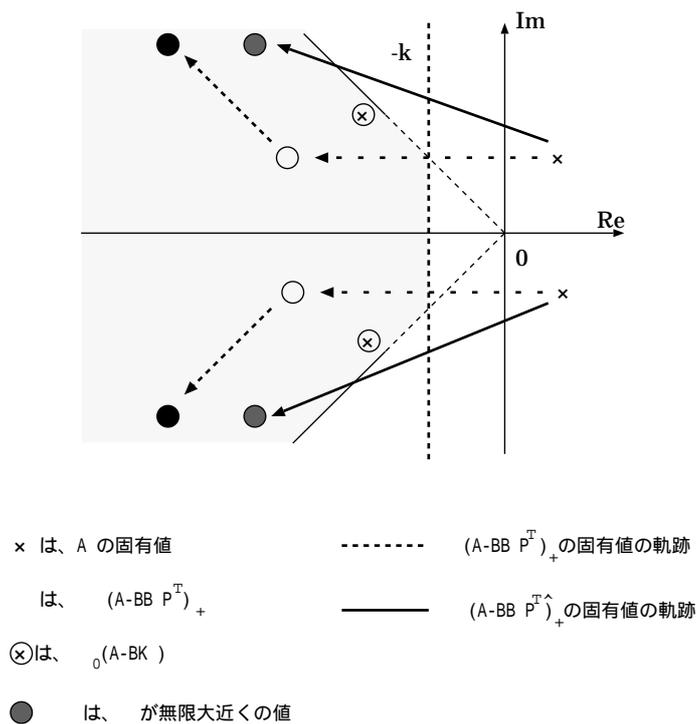


Fig. 5.3 Root loci

5.4 シミュレーション結果による考察

ここでは、折り返しを併用した完全制御に関してシミュレーションをおこない、その結果をもとに考察をおこなう。

5.4.1 根軌跡

よい応答を得るためには極が単に左半平面に存在するというだけでなく、ある程度虚軸から離れていることが望ましい。この点を考慮すると、完全制御のみに比べ、完全制御に折り返し法を併用することにより、閉ループ極は ρ が小さくともある程度虚軸から離れているのでよい応答を得ることができる。

ρ を大きくした時、特に $\rho = 10^8$ 辺りでは従来と変わらない位置に極が配置されている。これは、いくら初期的に極を移動させておいても閉ループ極は (4.2) の形式になっている。したがって、 $\sigma(A - BB^T P_+)$ と $\sigma(A - BB^T \hat{P}_+)$ の差は $\rho = \infty$ で 0 となる。

そこで、制御対象が $P(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$ の根軌跡を実際に求め確認した。 $\sigma'(A - bk'_\rho)$ が従来法の固有値、 $\sigma(A - bk'_\rho)$ が折り返し法を併用した時の固有値、 $k = 1.2$ を表す。

| ρ | $\sigma'(A - bk'_\rho)$ | $\sigma(A - bk'_\rho)$ |
|--------|-------------------------|------------------------|
| 10 | - 2.281 ± 2.281i | - 3.324 ± 2.367i |
| 20 | - 2.673 ± 2.673i | - 3.770 ± 2.714 |
| 30 | - 2.956 ± 2.956i | - 4.028 ± 3.029 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 1000 | - 7.078 ± 7.078i | - 8.232 ± 7.151 |
| 2000 | - 8.494 ± 8.494i | - 9.585 ± 8.476 |
| 3000 | - 9.364 ± 9.364i | - 10.483 ± 9.339 |
| 4000 | - 10.002 ± 10.002i | - 11.170 ± 10.024 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 10000 | - 22.307 ± 22.307i | - 23.500 ± 22.374 |

Tab. 51 $\sigma'(A - bk'_\rho)$ and $\sigma(A - bk'_\rho)$

図の説明

仮定 (4.3) の条件 ii) の根軌跡を比較するために, 制御対象として $P(s) = \frac{1}{s^3+2s^2+2s^2+1}$ を選んだ. これは, $s = -1.0, -0.5000 \pm 0.8660i$ に固有値を持つ. + は従来法の閉ループ極, * は折り返し法を併用した閉ループ極, o は, 行列 A の固有値を表す. 左上図が $\rho = 10^2 \sim 10^4$, 右上図が $\rho = 10^4 \sim 10^6$, 下図が $\rho = 10^6 \sim 10^8$ である.

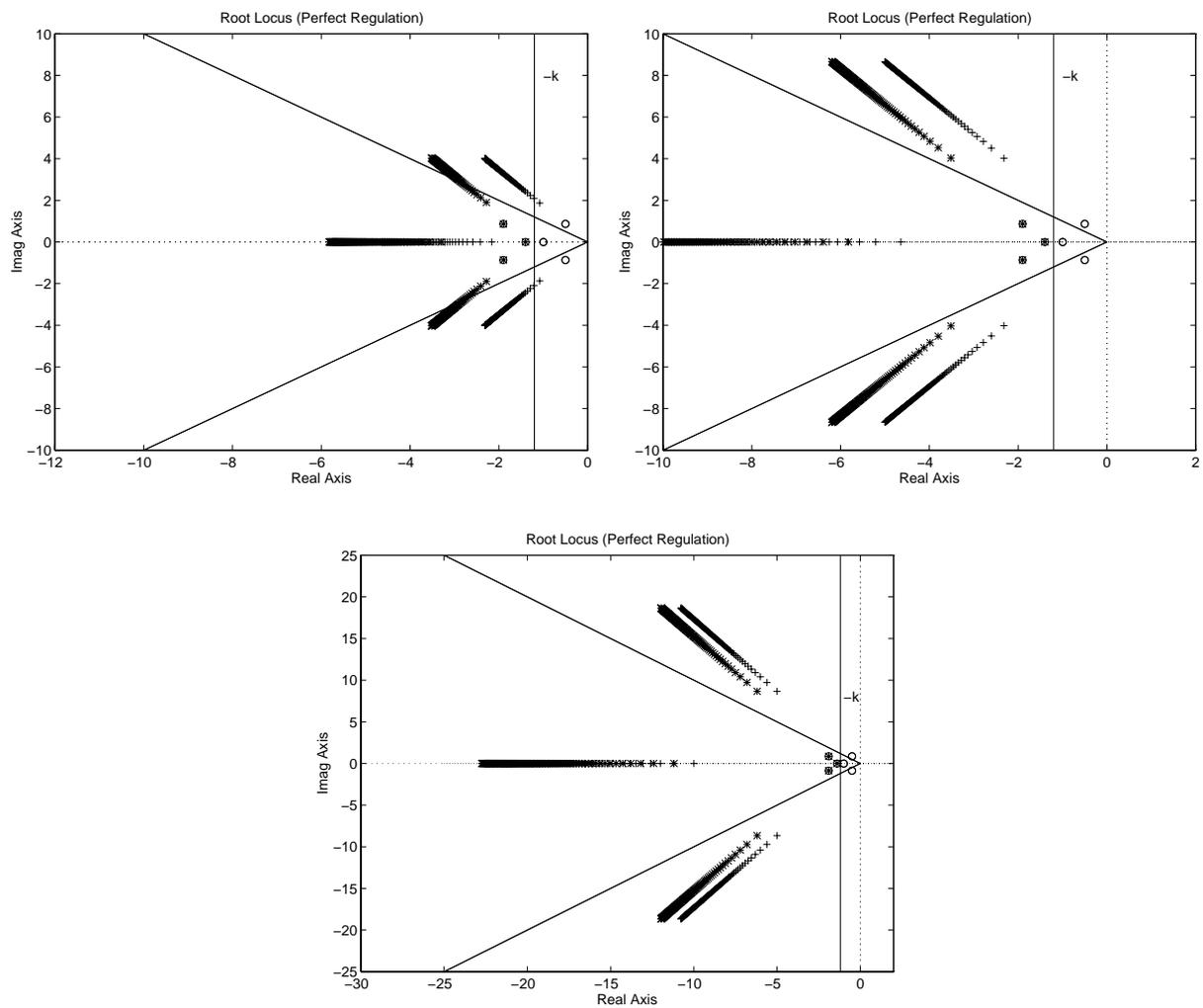


Fig. 5. 4: Root loci for $k = 1.2$ and $\rho = 10^2 \sim 10^8$

5.4.2 システムの初期値応答

次のように与えられる 2 入力 2 出力システムを考える.

$$A = \begin{bmatrix} -0.02 & 0.0025 & 0.24 & -0.5333 \\ -0.28 & 0.44 & -0.26 & -1 \\ 0 & 0.09 & -1.6 & 0.2 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.014 & -0.012 \\ 0.072 & -1.72 \\ 0.35 & 0.009 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9.55 \end{bmatrix}$$

これは、文献 [19] の例題をそのまま使用した。ただし、初期状態は $x(0) = [0, 0, 1, 0]^T$ とする。このシステムは、 $s = -0.08$ に一つの零点をもつ。

ρ を変化させた時のシステムの初期値応答を Fig. 55 に示す。 ρ を大きくするにつれ、極端なオーバーシュートが小さくなっており、 ρ が 10^2 ではなくなり、良好な応答が得られているのが分かる。これは、完全制御の特徴である極-零点相殺が行なわれたことを意味する。これは、数値データ Tab. 52 から理解できる。

| | $\sigma(A - BK'_{10})$ | $\sigma(A - BK'_{50})$ | $\sigma(A - BK'_{10^2})$ |
|----|-------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1) | - 57571 ± 5524 | - 85100 ± 8381 | - 10017 ± 9931 |
| 2) | - 00191 | - 00182 | - 00181 |
| 3) | - 27.267 | - 08804 | - 86010 |
| | $\sigma'(A - BK'_{10})$ | $\sigma'(A - BK'_{50})$ | $\sigma'(A - BK'_{10^2})$ |
| 2) | - 00182 | - 00180 | - 00180 |

Tab 52 Eigen values of matrices $A - BK'_\rho$

この例題は、4 つの固有値を持つ。1), 3) は、 ρ を大きく変化させると、左半平面上で左に移動しているのが分かる。すなわち、仮定 (4.3) の ii) を満足する固有値である。また、2) は ρ を大きく変化させると、徐々に左半平面上で右に移動している。すなわち、これは、仮定 (4.3) の i) を満足する固有値であり、零点に近付いていると考えることができる。また、折り返し法を併用することで従来に比べ、小さい ρ においてわずかではあるが良好な応答が得られる (Fig. 5.6)。このようにあまり差がないのは、 k があまりにも小さいためである。

図の説明

$\rho = 2, 10, 10^2$ を変化させた時の鎖線 '---' が $\rho = 2$ における初期値応答, 点線 '...' が $\rho = 10$ における初期値応答, 実線 '—' が $\rho = 10^2$ における初期値応答である. 零点が $s = -0.018$ だから, $k = 0.015$ とした.

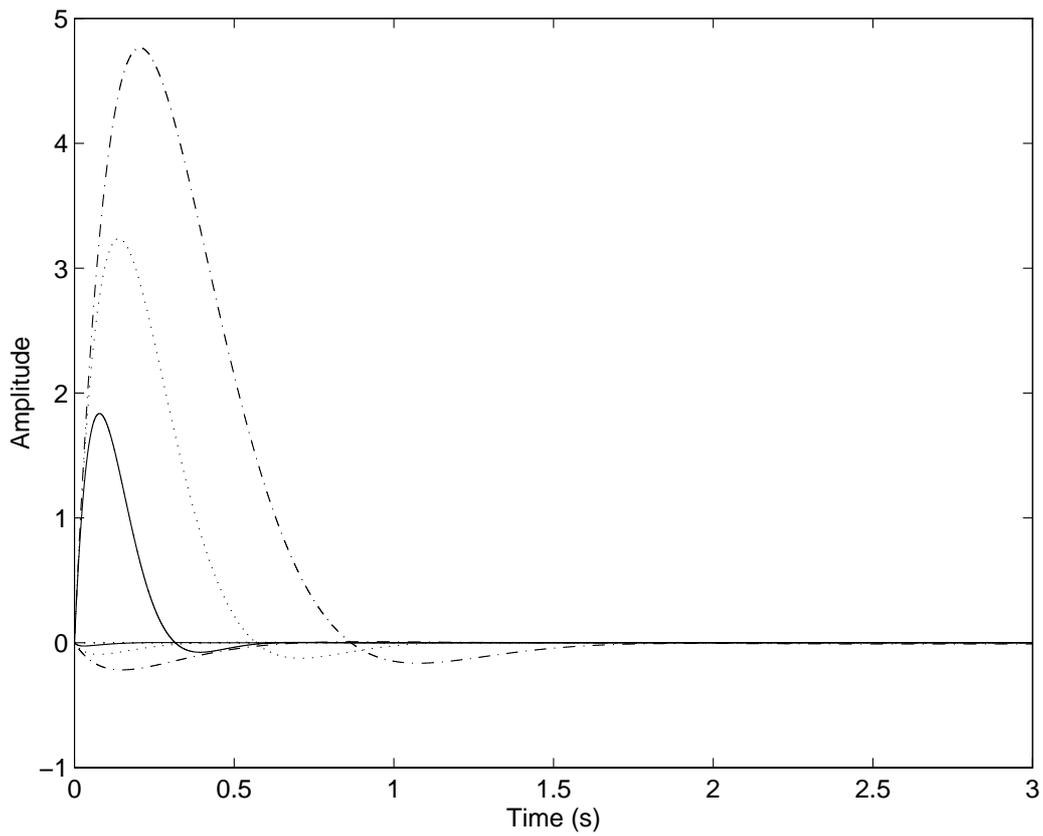


Fig. 5 . 5Response curve so f c l o s e d s y s t e m a s ρ increases.

図の説明

$\rho = 2, 10, 10^2$ を変化させた時の点線 '...' が本方式の初期値応答, 鎖線 '- - -' が従来の初期値応答である. 零点が $s = -0.018$ だから, $k = 0.015$ とした.

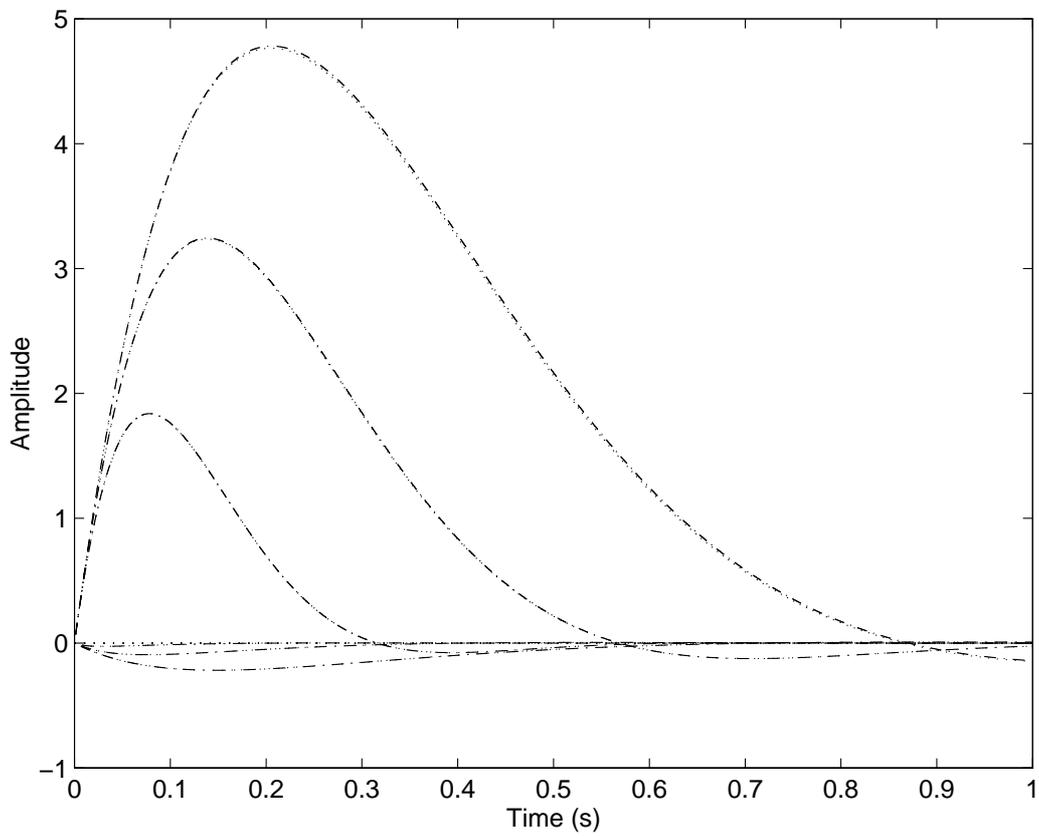


Fig. 5.6 Response curve of closed loop system as ρ increases.

5.4.3 修正繰り返し制御系の安定化補償器

本節では, リカッチ形代数方程式 (4.10) で構成した K'_ρ を用いた安定化補償器について考察をおこなう. 具体的には, 安定化補償器 $C(s)$, 制御対象 $P(s)$ とすると, その直列結合した系の伝達関数 $G(s) = C(s)P(s)$ の特性根がどのような軌跡を描いているかシミュレーション結果から比較をおこなう.

いま, 安定化補償器 Fig. 34 は, 状態フィードバック $u = Kx$ を恒等オブザーバで実現した構成になっており, 次のように表現できる.

$$\Sigma(K, H) \begin{cases} \dot{z} = (A - HC)z - Bu + Hv \\ u = -Kz \end{cases}$$

ここで, K は完全制御のゲイン, H はカルマンフィルタのゲインとする.

修正繰り返し制御系の安定化補償器 $C(s)$, 制御対象 $P(s)$ とすると, その直列結合した系の伝達関数 $G(s) = C(s)P(s)$ は,

$$G(s) = [C(s I - A)^{-1} - C(s I - A + BK)^{-1}] \cdot [I + HC(s I - A + BK)^{-1}]^{-1} H \quad (5.5)$$

となる. そこで, K を完全制御のゲインとした時を考える. ρ を変化させた時の $G(s)$ の極配置を Fig. 5.7 - 5.8 に示す. これより, ρ が小さい時には, 本方法が従来法に比べ少し左に移動した極が得られる. また, 零点が存在しないので k を大きくとれ, 大きくとることでより左に極が得られる. しかし, ρ が大きくなっていくにしたがって, 従来法と同じ位置に極が存在する. k を大きくしても同じ結果になる.

これは, 式 (5.5) において下線部分が $\rho \rightarrow \infty$ の時にはゼロになってしまう. したがって $G(s)$ は,

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} G(s) = C(s I - A)^{-1} H$$

となり, 結果的には従来法と同じ位置に極が存在する.

図の説明

制御対象 $P(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$ とした時の $G(s)$ の極配置を Fig. 5.7 - 5.8 に示す. + は従来法の極, * は折り返し法を併用した極を表す. o は, 行列 A の固有値, 縦線は, $Re \lambda = -k$

を表す. これは, 最小位相系である. ρ を変化させると, 徐々に左に移動しているのが, 2 つの極は (4.3) の条件 ii) を満たすものである.

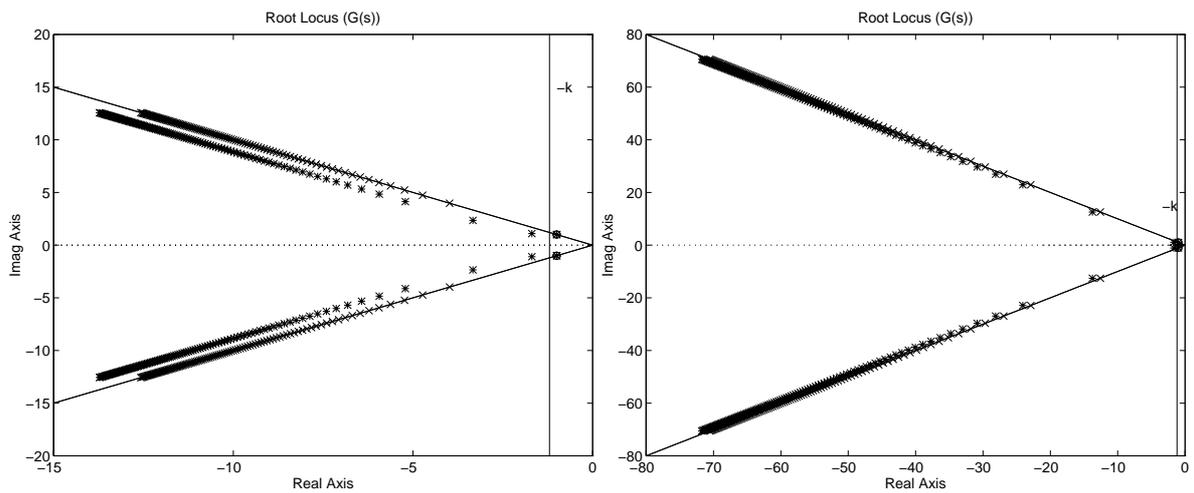


Fig. 5.7 Root loci of $G(s)$ for $\rho = 10^2 \sim 10^8$ and $k = 12$

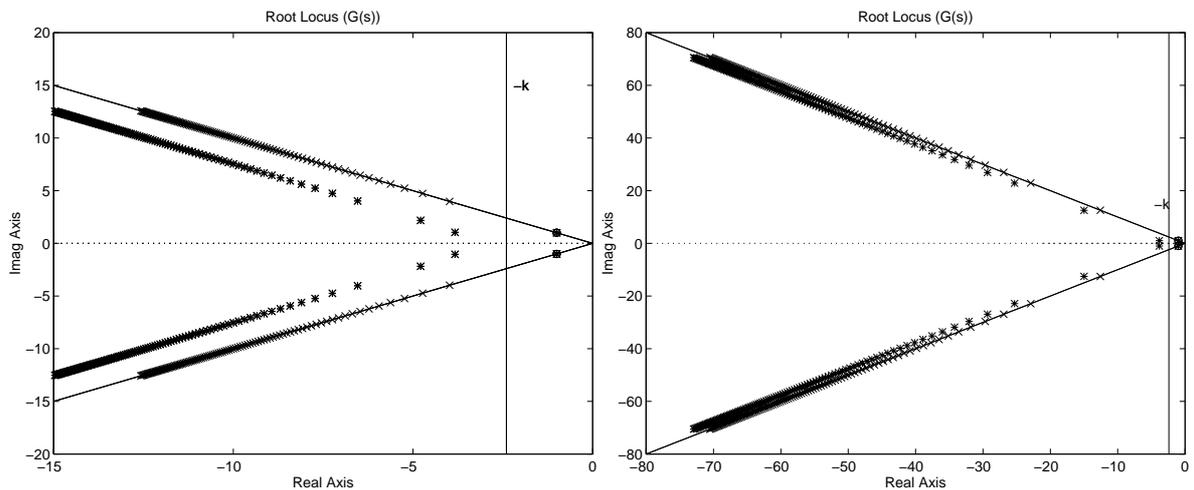


Fig. 5.8: Root loci of $G(s)$ for $\rho = 10^2 \sim 10^8$ and $k = 24$

第 6 章

修正繰り返し制御系の設計法

本章では、連続時間繰り返し制御の設計に折り返し法を組み入れた設計法を提案する。そして、安定性を考慮したローパスフィルタの最低条件を与え、それに基づく修正繰り返し制御系の設計法も提案する。最後に、シミュレーション結果をもとに本方式の有効性をそれぞれ検討する。

6.1 折り返し法を併用した設計法

前章より、折り返し法を併用した完全制御を提案した。そこで本節では、修正繰り返し制御系の設計に折り返し法を併用した設計法を提案し、その有効性を検討する。

いま、制御対象を次式で表される m 入力 p 出力連続時間線形時不変系とする。

$$\Sigma(A, B, C) \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (6.1)$$

$$P(s) \stackrel{\text{def}}{=} C(sI - A)^{-1}B$$

ここで、状態： $x \in \mathbf{R}^n$ 、入力： $u \in \mathbf{R}^m$ 、出力： $y \in \mathbf{R}^p$ であり、 A, B, C は適当なサイズの定数行列である。また、 (A, B) は可制御対、 (C, A) は可観測対とし、 $P(s)$ は最小位相系（零点はすべて安定）と仮定する。

以上の仮定のもとで、折り返し法を併用した修正繰り返し制御系の設計法を提案する。

6.1.1 設計の手順

具体的な設計手順を以下に示す.

例題 1 システム (C, A, B) の零点を求め, 実部が最大のものを τ_{max} とする. 直線 $Re \lambda = -k$ を対称軸とし, これより τ_{max} が右側にくるように k を定める. このとき, 直線の上に τ_{max} がないように k を定める. そして, ステップ 3 へ. もし, 零点が存在しなければ, ステップ 2 へ.

例題 2 システム行列 A の固有値 λ_i ($i = 1, \dots, n$) を求める. その中で, 一番左に存在する固有値を λ' とする. 直線 $Re \lambda = -k$ を対称軸とし, これより A の固有値 λ' が右側にくるように k を定める. このとき, 直線の上に A の固有値がないように k を定める.

例題 3 定めた k を用いて, リカッチ形代数方程式 (4.10) を解く. その最大解を $P_{\rho+}$ とし, 完全制御のゲイン K'_ρ を求める.

例題 4 カルマンフィルタのゲインを求める. すなわち, Φ を $(\Phi^{1/2}, A)$ が可観測対となるような適当な半正定対称行列とし, リカッチ形代数方程式

$$A\Sigma + \Sigma A^T + \Phi - \Sigma C^T C \Sigma = 0$$

の唯一正定対称解を Σ とするとき, カルマンフィルタのゲインを $H = \Sigma C^T$ と定める.

例題 5 ステップ 3, ステップ 4 より得たゲイン K, H を用いて, Fig. 34 のような安定化補償器 $C(s)$ を構成する.

例題 6 ステップ 5 で構成した $C(s)$ から, $I + G(s)(G(s) = C(s)P(s))$ を求める. そして, $I + G(s)$ の最大特異値をボード線図上にプロットし, それより下になるようなローパスフィルタ $F(s)$ を求め, その中で最も 1 に近いものを選択する. ■

従来法では, K'_ρ を 2 次形式評価関数 ($R = I \in \mathbf{R}^{m \times m}$)

$$J_\rho = \int_0^\infty (\rho y^T Q' y + u^T u) dt = \int_0^\infty (\rho x^T Q x + u^T u) dt$$

を最小にするフィードバックゲインとして導出していた. しかし, 望ましい制御特性を得るような Q の系統的な選び方がなかった. 一方, K'_ρ を求めるには試行錯誤的に決定して

いく必要がある。ただし、定性的には、 ρ を大きく取ると、入力エネルギー消費が大きくなるが、良い出力の過渡特性を得るといった性質が成り立つ。

しかし本設計法では、リカッチ形代数方程式 (4.10) の最大解 $P_{\rho+}$ を用いて K'_ρ が簡単に求められる。

6.1.2 修正繰り返し制御系の諸特性

ここでは、提案した修正繰り返し制御系の諸特性を明らかにする。ただし、パラメータ ρ が小さい場合として議論する。

まず、修正繰り返し制御系は式 (3.2) から、

$$E(s) = (I + G(s) - e^{-Ls}F(s))^{-1}(1 - F(s)e^{-Ls})R(s)$$

が成立する。ここで、周期入力の各成分 $\omega_i = 2\pi i/L$ ($i = 0, 1, \dots$) に対する定常ゲインは、 $|e^{-j\omega_i L}| = 1$ だから、

$$E(j\omega_i) = \frac{|1 - F(j\omega_i)|}{\sigma_{max}[G(j\omega_i) + (1 - F(j\omega_i))I]}$$

となることが分かる。すなわち、各 i に対して、

i) $|F(j\omega_i)| \rightarrow 1$ であるほど定常偏差は小さい。

ii) $|F(j\omega_i)| \ll 1$ の場合、 $\sigma_{max}[I + G(j\omega_i)]$ が大きいほど定常偏差は小さい。

であることがいえる。

そこで、本設計法で構成した修正繰り返し制御系の諸特性を考察する。

安定余裕

Step. 6 で $F(s)$ の帯域を広げると、 $|F(j\omega)|$ と $\sigma_{max}[I + G(j\omega)]$ が近付き安定余裕は小さくなる。しかし、本設計法では、完全制御を拡張することで小さい ρ に対しても完全制御のゲインを大きくすることができ (Fig. 5.6 参照)、従来法に比べ $\sigma_{max}[I + G(j\omega)]$ を大きくとることができる。したがって同じ追従帯域では、従来法に比べ、安定余裕は大きくなる。

定常偏差特性 (追従特性)

上記で安定余裕が従来法に比べ大きくなることから, $F(s)$ の帯域を広げることができる. すなわち, $F(s) \rightarrow 1$ に近付けることができる. すなわち, 定常偏差が小さくなる.

また, 偏差収束特性 ($F(s) = 1$) についても考える. この時も同様に $\sigma_{max}[I + G(j\omega_i)]$ が大きいほど, 偏差収束特性がよいのが分かる. すなわち, 本設計法は従来法に比べ, ρ が小さい時でも $\sigma_{max}[I + G(j\omega_i)]$ を大きくとることができるので, 従来法に比べ, 偏差収束特性がよいことが分かる.

6.1.3 シミュレーション結果による考察

修正繰り返し繰り返し制御の設計法に関しては, これまで多くの結果が報告されている. このうち, 連続時間系の枠組みでは文献 [8],[10] がある. そこで文献 [8] と本設計法を安定余裕, 定常偏差の観点から, 簡単なシミュレーションにより, 本設計法の有効性を示す. ただし, 比較する制御対象として, 文献 [9] にある例題を用いて従来法との比較をおこない有効性を検討した.

周波数特性の比較

ローパスフィルタを $F(s) = \frac{1}{s+1}$ とした時, 従来法では, $\rho = 10^3$ における $|1 + G(j\omega)|$ の軌跡は $|F(j\omega)|$ の軌跡と重なってしまい不安定である. しかし $\rho = 10^3$ において, 本設計法で求めた $|1 + G(j\omega)|$ の軌跡は $|F(j\omega)|$ の軌跡と重なっておらず安定である (Fig. 6.9 - 6.10 参照). したがって, 本設計法は従来法に比べ安定性を保ちつつ, 定常偏差特性に優れていることがいえる. これは ρ が小さい値では, 従来法に比べ, 安定条件を満足する $F(s)$ の帯域が広がっている. すなわち, 自由度をひとつ増やすことで $|F(j\omega)|$ と $|1 + G(j\omega)|$ が遠くなり, 従来に比べ安定余裕が大きくなっていることを意味する.

しかし, 従来法に比べ安定余裕が大きくなるのは ρ が小さい時にいえることで, 十分に大きくすれば従来法と同じ結果をもたらす (Fig. 6.3 を参照). これは, 6.4 節の議論から説明できる. ρ を大きくすると, $G(s)$ は漸近的に

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} G(s) = C(sI - A)^{-1}H$$

となる. すなわち, いくら折り返し法を併用して完全制御を達成するゲインを求めても $\rho \rightarrow \infty$ では影響がない. したがって, ρ が大きくなるにしたがって, 従来法と同じ結果が

得られる。また, $k \rightarrow$ 大 と変化させても ρ を大きくするにつれあまり差がなくなる (Fig. 6.4 を参照)。

定常偏差の比較

上記 Step. 6 の比較より, 本設計法は従来法に比べ同じ条件のもとでは, 安定余裕が大きいことが分かった。すなわち, 同じ ρ では, $F(s)$ を 1 により近付けるのが可能なことを意味する。従来法より, $F(s)$ を 1 に近付けることができる。よって, 従来法より定常偏差が小さいことが分かる。このことは, 実際のシミュレーションでも確認できた (Fig. 6.4 - 6.8 参照)。

図の説明

ρ を変化させた時の $|1 + G(j\omega)|$ の軌跡を比較した。制御対象を $P(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$ とする。これは, 最小位相系である。実線 '—' が本設計法 ($k = 1.2$) における $|1 + G(j\omega)|$ の軌跡, 鎖線 '- - -' が従来法 における $|1 + G(j\omega)|$ の軌跡, 点線 '...' は $|F(j\omega)|$ の軌跡を表す。

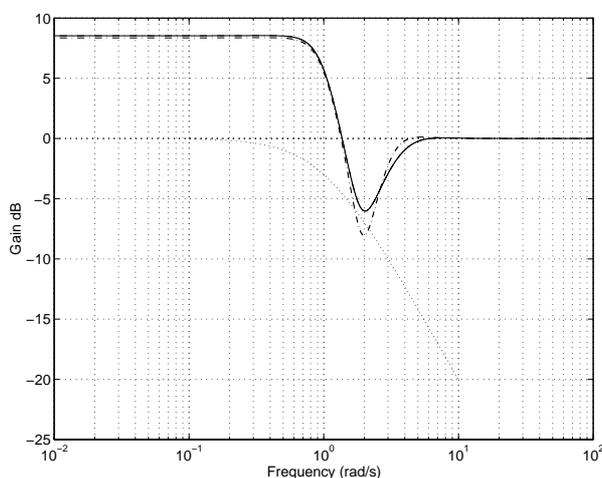


Fig. 6. 1: Step. 6 for $\rho = 10^3$

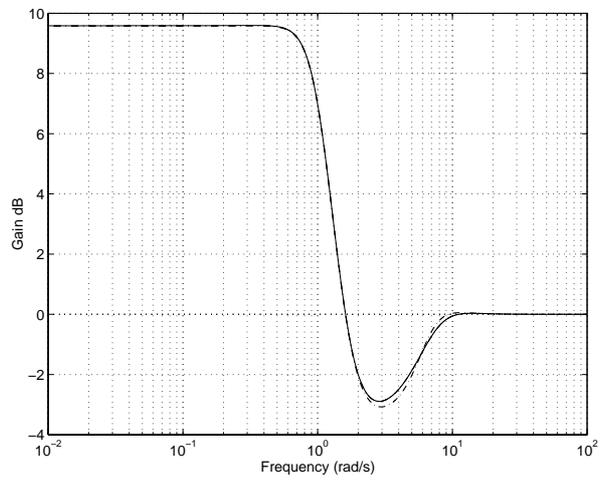


Fig. 6.2: Step. 6 for $\rho = 10^5$

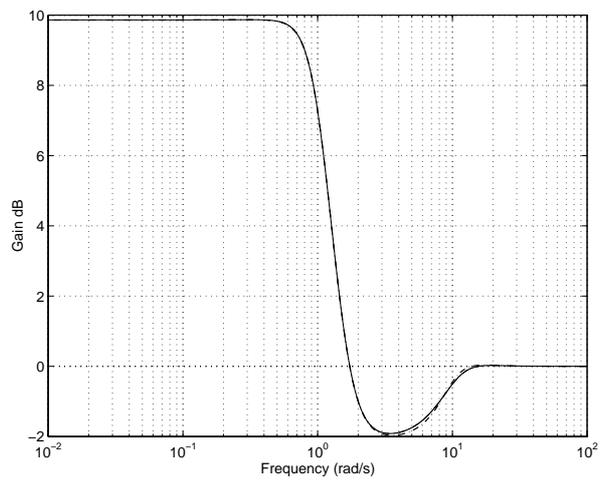


Fig 6.3 Step 6 for $\rho = 10^6$

図の説明

ρ を変化させた時の $|1 + G(j\omega)|$ の軌跡を比較した. 制御対象を $P(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$ とする. これは, 最小位相系である. 実線 '—' が本設計法 ($k = 1.2$) における $|1 + G(j\omega)|$ の軌跡, 鎖線 '- · - · -' が本設計法 ($k = 2.4$) における $|1 + G(j\omega)|$ の軌跡を表す.

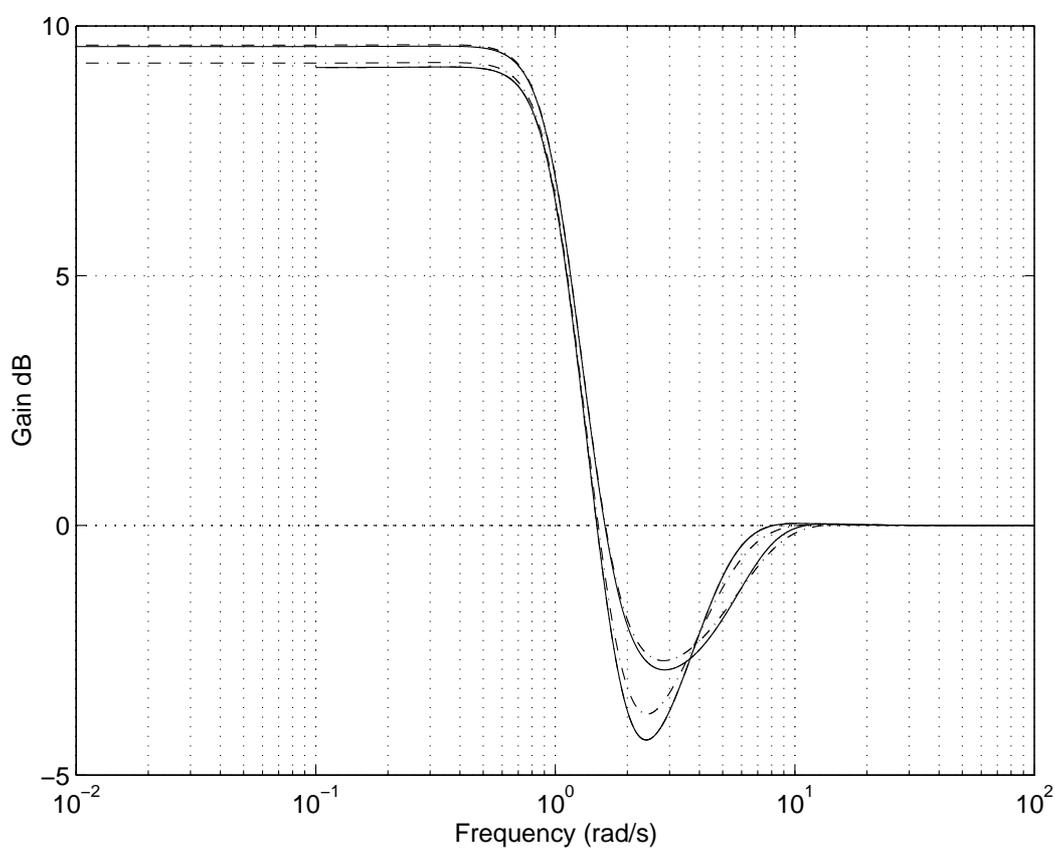


Fig. 6.4 Step. 6 for $\rho = 10^4 \sim 10^5$, $k = 1.2, 2.4$

図の説明

制御対象を $P(s) = \frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$ とする. 実線 '—' が $\rho = 10^4, 10^5$ における $|1 + G(j\omega)|$ の軌跡, 点線 '...' は $|F(j\omega)|$ の軌跡を表す.

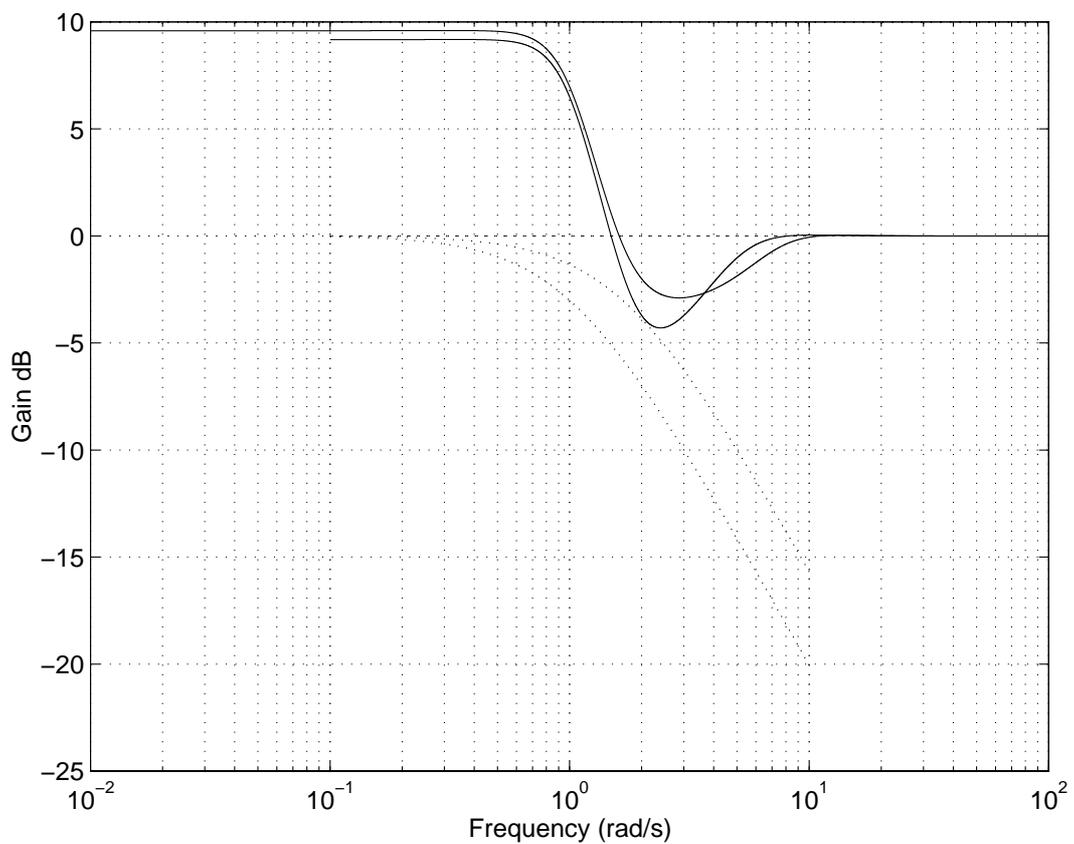


Fig. 6. 5: Step. 6 for $\rho = 10^4 \sim 10^5$, $T = 0.6 \sim 1$, $k = 1.2$

図の説明

目標信号¹⁰ を

$$r(t) = \sin(\omega t) + 0.4\{\sin(2\omega t) + \cos(2\omega t)\}; \quad \omega = 2\pi/L$$

とする. ここで, Fig. 6.6 - 6.8 では, 周期 L は 10 とした. また, Fig. 6.9 - 6.10 では, 周期 L は 12, ρ が小さい時の安定性を比較するため $F(s) = \frac{1}{s+1}$ とした.

$\rho = 10^3, 10^5$ とした時の目標値追従性の比較を示している (Fig. 6.6-6.10 参照). また, 実線 '—' が目標信号で, 点線 '- -' がシステムの出力, 左図が従来法, 右図が本設計法を表す.

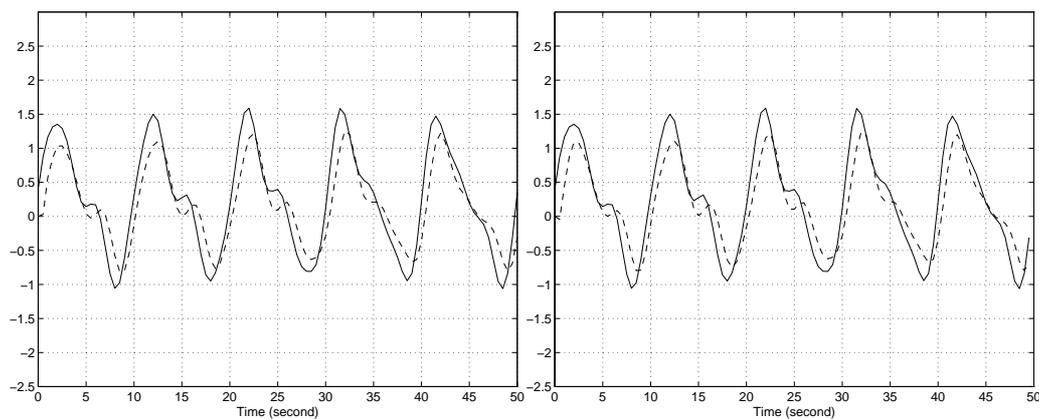


Fig 66 Reference signal and output for $t = 0 \sim 50$

¹⁰従来法との比較だから, 文献 [3] の例を用いた.

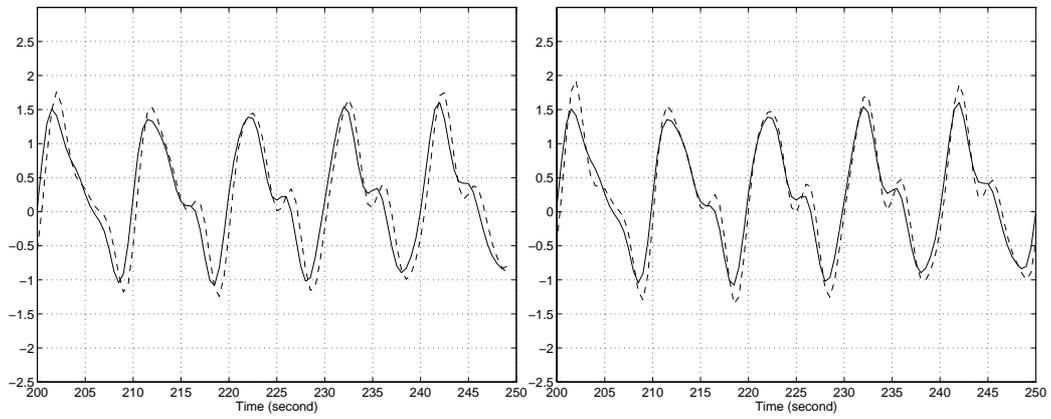


Fig. 6.7 Reference signal and output for $t = 200 \sim 250$

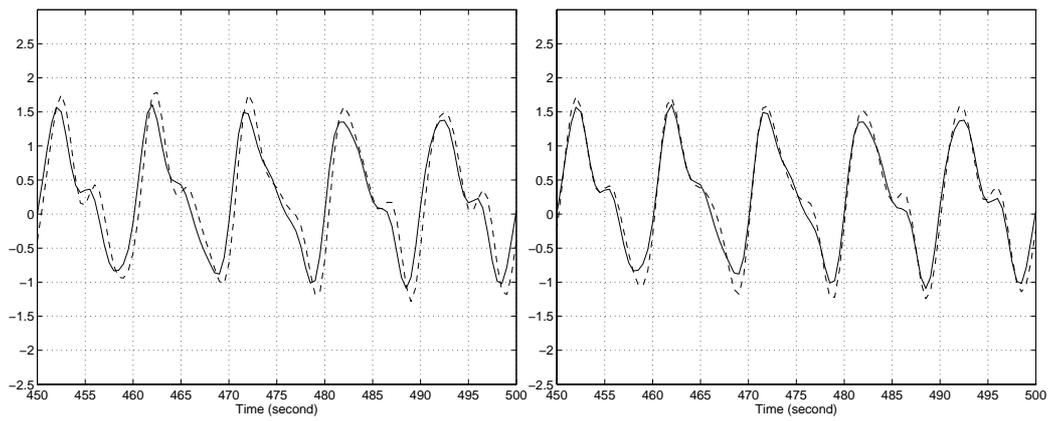


Fig. 6.8 Reference signal and output for $t = 450 \sim 500$

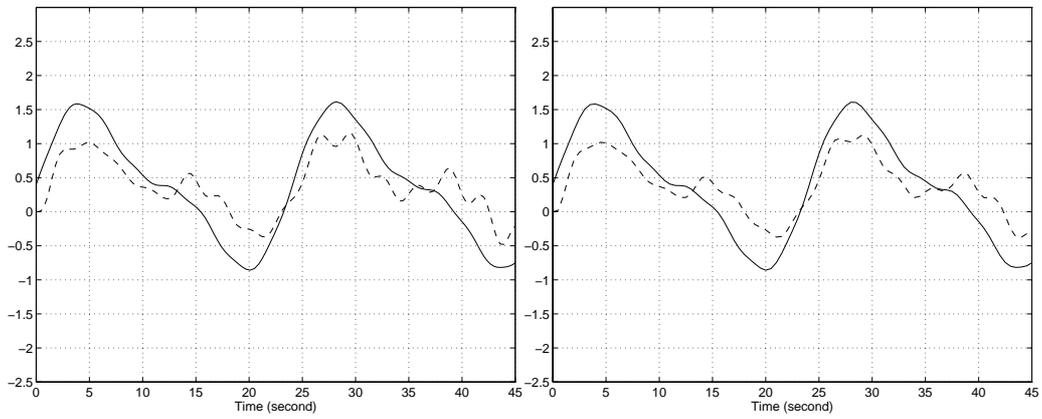


Fig. 6.9: Reference signal and output for $t = 0 \sim 45$

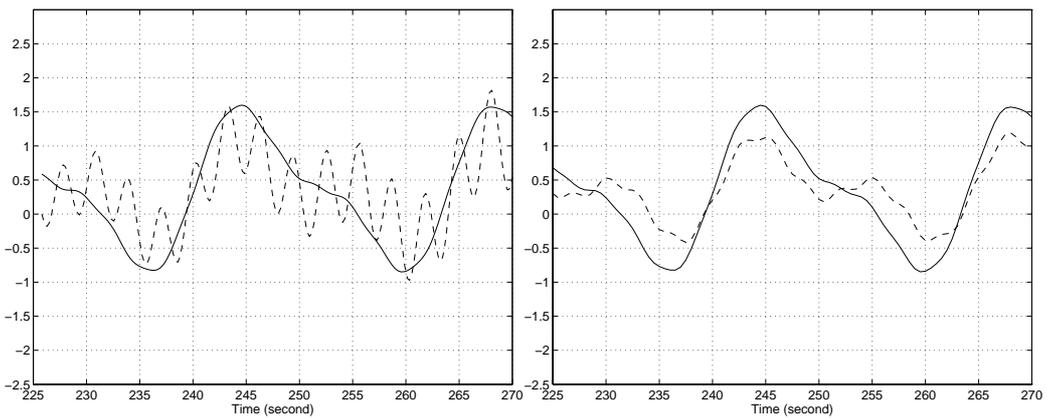


Fig. 6.10: Reference signal and output for $t = 225 \sim 270$

6.2 安定条件を考慮した設計法

一般に, 繰り返し制御系の安定条件は, H_∞ ノルムを使って表現されており, $C(s)$, $F(s)$ はその条件から決定される. この $F(s)$ は, 高周波成分の追従性能を諦めること, すなわちある程度以上の高周波成分をカットする役割を持つ. そこで, ローパスフィルタとして 1 次遅れ系を用い, 安定性を考慮したローパスフィルタの最低条件を導出する. そして, それに基づく修正繰り返し制御系の設計法を提案する.

6.2.1 ローパスフィルタの最低条件

実際, H_∞ ノルムの値を知りたい状況はしばしば起こるが, それを求めるのは結構厄介なことである. たとえば, $F(j\omega)$ の最大特異値をいくつかの点 ω で計算して最大値の概略値を求める方法がある. また, 状態方程式による H_∞ ノルムの計算方法が提案されている [27]. 2 番目の方法を使って修正繰り返し制御系の安定条件 ii) を求めることを考える. 次の定理を述べる.

【定理 6.1^[27]】 いま, $W(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ とする. この時, $\|W(s)\|_\infty \geq \gamma \Leftrightarrow$ 行列 M_γ が純虚数の固有値を持つ. すなわち, $\|W(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow$ 行列 M_γ が純虚数の固有値を持たない. M_γ は以下のような行列とする.

$$M_\gamma \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} A - BR^{-1}D^T C & -\gamma BR^{-1}B^T \\ \gamma C^T S^{-1}C & -(A - BR^{-1}D^T C)^T \end{bmatrix}$$

ここで $\gamma > 0$, $R = D^T D - \gamma^2 I$, $S = DD^T - \gamma^2 I$ である. この M_γ はハミルトン行列といわれるもので, $[\gamma^2 I - W(-s)^T W(s)]^{-1}$ の状態方程式表現の「 A -行列」を与えることが知られている [2]. □

これから, 次のことがいえる. いま, 上限値の初期値を γ_U , 下限値の初期値 γ_L とする. $\gamma = (\gamma_L + \gamma_U)/2$ とし, M_γ を求める. M_γ が純虚数の固有値をもつならば, $\gamma_L = \gamma$, 逆に純虚数の固有値を持たないならば, $\gamma_U = \gamma$ とする. これを繰り返すと, いくらでも $\|W(s)\|_\infty$ に近い値を導出することができる.

上記事実を用いて, 次のような定理が導出できる.

【定理 6.2】 修正繰り返し制御系において, $(I + G(s))^{-1}G(s)$ は, 安定な有理関数行列である. また $P(s)$ と $C(s)$ との間には不安定な極零点相殺はなく, 1 次遅れ系 $F(s) = \frac{1}{Ts+1}$ とする. この時 $\forall \omega (0 \leq \omega < \infty)$ に対して,

$$\|F(s)\|_{\infty} < \gamma_L$$

が成立するならば, この系は指数漸近安定である. また, 上記の不等式が成り立つ最小の時定数 T_{min} で構成したローパスフィルタを持つ修正繰り返し制御系は必ず指数漸近安定となる. すなわち行列 \hat{M}_{γ} の純虚数の固有値を λ_{γ} とした時, $T_{min} > \frac{1}{\gamma_L} \cdot \left| \frac{\sqrt{1-\gamma_L^2}}{Re(\lambda_{\gamma})} \right|$ を満たす. ただし純虚数を aj とした時, $Re(aj)$ は a を表すものとする. \square

(証明) いま, 修正繰り返し制御系の安定化補償器 $C(s)$, 制御対象 $P(s)$ とすると, その直列結合した系の伝達関数 $G(s) = C(s)P(s)$ は,

$$\begin{aligned} G(s) &= C(s)P(s) \\ &= [C(sI - A)^{-1} - C(sI - A + BK)^{-1}] \\ &\quad \cdot [I + HC(sI - A + BK)^{-1}]^{-1}H \end{aligned}$$

と与えられる. ここで得られる伝達関数表現を $G(s) = \tilde{C}(sI - \tilde{A})^{-1}\tilde{B}$ と書き直す. そこで, $W(s)^{-1} = \tilde{C}(sI - \tilde{A})^{-1}\tilde{B} + I$ として, 下記のような行列を考える.

$$\begin{aligned} \hat{M}_{\gamma} &= \begin{bmatrix} \tilde{A} - \tilde{B}R^{-1}D^T\tilde{C} & -\gamma\tilde{B}R^{-1}\tilde{B}^T \\ \gamma\tilde{C}^T S^{-1}\tilde{C} & -(\tilde{A} - \tilde{B}R^{-1}D^T\tilde{C})^T \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{A} - \tilde{B}R^{-1}\tilde{C} & -\gamma\tilde{B}R^{-1}\tilde{B}^T \\ \gamma\tilde{C}^T S^{-1}\tilde{C} & -(\tilde{A} - \tilde{B}R^{-1}\tilde{C})^T \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ここで $\gamma > 0$, $R = S = I - \gamma^2 I$ である.

そこでいま, ある $\omega = \omega'$ で, $\sigma_{max}(W(j\omega')) = \gamma$ となることと, \hat{M}_{γ} が純虚数の固有値 $j\omega'$ を持つことは等価となることに注意する. すると定理 6.1 より,

$$\gamma_L \leq \|W(s)\|_{\infty} \leq \gamma_U \quad \text{すなわち} \quad \gamma_L \leq \|I + G(s)\|_{\infty} \leq \gamma_U \quad (62)$$

を満たす γ_L, γ_U が存在する [2]. ただし $\gamma = \gamma_L$ で行列 \hat{M}_{γ} は純虚数の固有値を持たず, $\gamma = \gamma_U$ で行列 \hat{M}_{γ} は純虚数の固有値を持つものとする.

また指数漸近安定な修正繰り返し制御系は, $\forall \omega (0 \leq \omega < \infty)$ に対して,

$$|F(j\omega)| < \sigma_{max}[I + G(j\omega)]$$

が成り立っていないなければならない。そこで式 (6.2) より, $\sigma_{max}[I + G(j\omega)]$ の下限は γ_L であることが分かっているので, $\|F(s)\|_\infty < \gamma_L$ は成り立つ。

次に $F(s) = \frac{1}{Ts+1}$ を考える。すると $\forall \omega$ に対して,

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{Tj\omega + 1} \right| &= \frac{1}{\sqrt{(Tj\omega + 1)(-Tj\omega + 1)}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} \end{aligned}$$

となる。したがって, これを $\forall \omega: |F(j\omega)| < \gamma_L$ に代入すると, 簡単な計算から,

$$\begin{aligned} \gamma_L &> \frac{1}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} \\ \gamma_L^2 &> \frac{1}{T^2\omega^2 + 1} \\ \omega^2 &> \frac{1 - \gamma_L^2}{\gamma_L^2 T^2} \end{aligned}$$

を得る。ここで λ_γ は行列 \hat{M}_γ の純虚数な固有値である。

この時 $\omega_\gamma = \text{Re}(\lambda_\gamma)$, $\gamma_L > 0, T > 0$ だから,

$$T > \frac{1}{\gamma_L} \cdot \left| \frac{\sqrt{1 - \gamma_L^2}}{\text{Re}(\lambda_\gamma)} \right|$$

となる。したがって, この不等式を満たす T により構成される $F(s)$ で修正繰り返し制御系は必ず指数漸近安定となる。よって定理 6.2 は成り立つ。 ■

これにより, ボード線図を用いずに簡単な不等式を解くことで $F(s)$ を決定することができる。ただし $F(s) = \frac{1}{Ts+1}$ の場合に限定されてしまう。しかし実際には, $F(s)$ はできるだけ 1 に近いほど追従特性がよい。したがって, $F(s) = \frac{1}{Ts+1}$ としても問題はない。しかし, どの程度 $\|I + G(s)\|_\infty$ に近い値を求めるかが問題となる。

また, この定理は, この条件を満たすようにローパスフィルタを決めてやれば, 必ず修正繰り返し制御系は漸近安定となることを示すものである。そこで, T'_{min} を

$$T'_{min} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sqrt{1 - \gamma_U^2}}{\gamma_U \cdot \omega_\gamma}$$

と定義する。この時 $\|I + G(s)\|_\infty \leq \gamma_U$ から, Step. 5 で得られた安定化補償器では, T'_{min} より小さいローパスフィルタを設計することができない。すなわち, T'_{min} で設計した安定

化補償器の性能を評価できる, すなわち, 定常偏差がどの程度残るのかを示すひとつの目安と考えることができる. しかし, ω_γ をいかに求めるかが問題となる.

以上の事実を用いると, 次のような修正繰り返し制御系の設計法が得られる.

6.2.2 設計の手順

制御対象を次式で表される m 入力 p 出力連続時間線形時不変系とする.

$$\Sigma(A, B, C) \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{cases} \quad (6.3)$$

$$P(s) \stackrel{\text{def}}{=} C(sI - A)^{-1}B$$

ここで, 状態: $x \in \mathbf{R}^n$, 入力: $u \in \mathbf{R}^m$, 出力: $y \in \mathbf{R}^p$ であり, A, B, C は適当なサイズの定数行列である. また, (A, B) は可制御対, (C, A) は可観測対とし, $P(s)$ は最小位相系 (零点はすべて安定) と仮定する.

以上の仮定のもと, 修正繰り返し制御系の設計法は次のようになる.

[ボード線図を用いない設計法]

例題 1 システム (C, A, B) の零点を求め, 最大のものを τ_{max} とする. 直線 $Re \lambda = -k$ を対称軸とし, これより τ_{max} が右側にくるように k を定める. このとき, 直線の上に τ_{max} がないように k を定める. そして, ステップ 3 へ. もし, 零点が存在しなければ, ステップ 2 へ.

例題 2 システム行列 A の固有値 λ_n ($n = 1, \dots, n$) を求める. その中で, 一番左に存在する固有値を λ_i とする. 直線 $Re \lambda = -k$ を対称軸とし, これより A の固有値 λ_i が右側にくるように k を定める. このとき, 直線の上に A の固有値がないように k を定める.

例題 3 定めた k を用いて, リカッチ形代数方程式 (4.10) を解く. その最大解を $P_{\rho+}$ とし, 完全制御のゲイン K'_ρ を求める.

例題 4 カルマンフィルタのゲインを求める. すなわち, Φ を $(\Phi^{1/2}, A)$ が可観測対となるような適当な半正定対称行列とし, リカッチ形代数方程式

$$A\Sigma + \Sigma A^T + \Phi - \Sigma C^T C \Sigma = 0$$

の唯一正定対称解を Σ とするとき, カルマンフィルタのゲイン $H = \Sigma C^T$ と定める.

例題 5 ステップ 3, ステップ 4 より得たゲインを用いて, Fig. 34 のような安定化補償器 $C(s)$ を構成する.

例題 6 次式を満たす最小の T を求め, ローパスフィルタ $F(s)$ を構成する.

$$T > \frac{1}{\gamma_L} \cdot \left| \frac{\sqrt{1 - \gamma_L^2}}{\operatorname{Re}(\lambda_\gamma)} \right|$$

ただし, $\operatorname{Re}(\lambda_\gamma), \gamma_L$ は定理 6.2 における変数である. ■

6.2.3 シミュレーション結果による考察

前節で提案した設計法により, ρ を変化させた時のローパスフィルタの最低条件を従来法 Tab. 61, 本設計法 Tab. 62 に示す. 制御対象を $P(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$ とし, Tab. 62 では $k = 12$ とした. そして, この計算結果より $\rho = 50, 10^3$ に対する $|F(j\omega)|$ と $|1 + G(j\omega)|$ の関係を Fig. 6.11 6.1 に示す. 実線 '—' は本手法の $|1 + G(j\omega)|$ の軌跡, '---' は従来法の $|1 + G(j\omega)|$ の軌跡, '...' はローパスフィルタの軌跡を表す.

$\rho = 10 \sim 50$ では, 従来法に比べ, $\frac{1}{\gamma_L} \left| \frac{\sqrt{1 - \gamma_L^2}}{\operatorname{Re}(\lambda_\gamma)} \right|$ の値が小さい. これは, 本設計法が定常偏差特性に優れていることを意味する. しかし, ρ を大きくするにつれ, 同等の条件が得られた. また, 時定数 $T > 1$ とした条件はあまり有効とはいえない.

上記の理由として, Fig. 61 - 63 から推測する. $\rho \rightarrow \infty$ とすると $|1 + G(j\omega)|$ の下限における ω は大きくなっている. だから, 不等式の分母 $\operatorname{Re}(\lambda_\gamma)$ は大きくなり, 時定数 T は小さくなると考えられる. しかし計算結果から, 時定数 T の条件は大きくなっている.

これは, 行列 \hat{M}_γ が複数の異なる純虚数を持つ場合の対処が必要となるが, 明確な決定はおこなっていないのが問題と考えられる. また, ある ω_γ に対する時定数 T の条件と考えることができる. たがら, $\forall \omega$ に対しては,

$$\omega T > \frac{1}{\gamma_L} \left| \sqrt{1 - \gamma_L^2} \right|$$

となり, ボード線図を用いなければならない.

以上のような問題から, 修正繰り返し制御系は安定となるが, T の最低条件が 1 より大きくなると考えている.

| ρ | 下限: γ_L | 上限: γ_U | $\frac{1}{\gamma_L} \left \frac{\sqrt{1-\gamma_L^2}}{Re(\lambda_\gamma)} \right , Re(\lambda_\gamma)$ | |
|--------|----------------|----------------|--|--------|
| 10 | 2.012 | 2.1875 | 0.9387084 | 0.9261 |
| 50 | 2.848 | 2.871 | 1.001563 | 0.8516 |
| 100 | 3.001 | 3.100 | 1.153200 | 0.7196 |
| 1000 | 3.546 | 3.548 | 1.365021 | 0.7021 |

Tab. 61: The range of $\|1 + G(s)\|_\infty$

| ρ | 下限: γ_L | 上限: γ_U | $\frac{1}{\gamma_L} \left \frac{\sqrt{1-\gamma_L^2}}{Re(\lambda_\gamma)} \right , Re(\lambda_\gamma)$ | |
|--------|----------------|----------------|--|-------|
| 10 | 2.652 | 2.812 | 0.882733 | 1.043 |
| 50 | 3.049 | 3.282 | 0.906400 | 1.041 |
| 100 | 3.289 | 3.285 | 1.311620 | 0.722 |
| 1000 | 3.583 | 3.582 | 1.304800 | 0.716 |

Tab 62: The range of $\|1 + G(s)\|_\infty$

EPS File
/home/fs109/shi ota/matlab/src/sbode1.eps
not found

Fig. 6. 11: Step. 6 for $\rho = 50$

EPS File
/home/fs109/shi ota/matlab/src/sb ode2.eps
not found

Fig. 6. 12: Step. 6 for $\rho = 10^3$

第 7 章

結論

本研究では、「完全制御 + カルマンフィルタ」に基づく連続時間修正繰り返し制御系に対する一設計法を提案した。この設計法では、従来の問題解決を図ることで、従来に比べ定常偏差を小さくする安定化補償器が構成できた。これは、シミュレーション結果より有効性を確認している。また、設計者がおこなう作業を計算機で処理できるような設計手順を構成することで、設計者の負担を軽減するように工夫している。

具体的には、以下のようなアプローチにより問題解決を図っている。

システムの極の位置により、重み係数が導出できる折り返し法の考えに基づいて、完全制御における重み係数の導出を考える。まず、システム (C, A, B) を $(C, A + kI, B)$ と変換した場合を考え、システム $(C, A + kI, B)$ に対しても完全制御が達成されることを示す。そして、システム (C, A, B) から $(C, A + kI, B)$ と変換しても完全制御のゲインは不変であることを示す。これにより、完全制御における重み係数を折り返し法に基づいて求めることができる。しかし、伝達零点が存在する場合、折り返し法の考えから k を決定すると完全制御が成り立たなくなる。そこで、折り返し法の設計パラメータを極に対してではなく、伝達零点から決定している。このように伝達零点から k を決めてしまえば、完全制御における重み係数をリカッチ形代数方程式を解けば求めることができる。

また、ローパスフィルタの設計を自動的におこなうため、従来の修正繰り返し制御系の設計に次のような工夫をおこなっている。

修正繰り返し制御系の設計において、どのようなローパスフィルタを選択するかといったアプローチは、安定化可能問題（修正繰り返し制御系が安定となる安定化補償器が存在するかという問題）として取り扱われている。また、本来のローパスフィルタを導入する目

的を考えると, 簡単な構造 (例えば, 1 次遅れ系) で十分な役割を果たすと考えられる. そこで, 予め厳密にプロパーな関数として, 1 次遅れ系の構造を持つローパスフィルタを導入する. これにより, 従来より簡単な安定条件が得られ, 繰り返し計算によりローパスフィルタを求めることができる.

まとめ

完全制御の設計パラメータ ρ , 折り返し法の設計パラメータ k を決定することで, 従来法に比べ定常偏差をできるだけ小さくできる安定化補償器, ローパスフィルタを自動的に決定することが可能となった.

今後の課題

今後の課題として, 非最小位相系に対する修正繰り返し制御系の設計が考えられる. 本論文で提案した設計法では, 完全制御の手法を適用しているため, 非最小位相系への拡張は不可能である. 最近報告されたもので, 繰り返し制御を従来とは違ったアプローチで安定化する方法が提案された [12]. この中では, 最小位相系しか扱っていないが, 非最小位相系についての結果も得られている. したがって, 本設計法とはアプローチが異なるが, 文献 [12] のアプローチにより, 非最小位相系に対する修正繰り返し制御系の設計が期待できる.

謝辞

最後になりましたが、暖かい激励と適切な助言を賜った示村悦二郎教授、多くの助言を下さった藤田政之助教授、日頃から熱心な御指導をして頂きました増淵泉助手、望山洋氏、並びに有形無形の励ましを頂いた示村・藤田研究室の先輩・同輩の方々に紙面を借りて感謝の意を表します。いろいろと御迷惑をおかけしましたが最後まで親切に面倒を見て下さった研究室の皆様に心から感謝させていただきます。

参考文献

- [1] 川村, 宮崎, 有本; 学習制御方式のシステム論的考察; 計測自動制御学会論文集, Vol.21, No5, 45/49, 1985
- [2] 山本, 原; 繰り返し制御系の内部モデル原理と安定化可能性; 計測自動制御学会論文集, Vd.22, No8, 14/18, 1986
- [3] 原, 小俣, 中野; 繰り返し制御系の安定条件と設計法; 計測自動制御学会論文集, Vd.22, No1, 36/41, 1986
- [4] 原, 山本; 多変数繰り返し制御系の安定性 ~ 安定条件と安定化補償器のクラス ~; 計測自動制御学会論文集, Vd.22, No12, 1256/1261, 1986
- [5] 原辰次; 繰り返し制御; 第15回制御理論シンポジウム; 319/323, 1986
- [6] 中野, 原; 繰り返し制御系の理論と応用; システムと制御, Vd.33, No1, 34/41, 1986
- [7] 渡部, 山足; スペクトル分解法による繰り返し制御系の安定化; 計測自動制御学会論文集, Vd.22, No5, 1986
- [8] S.Hara, Y.Yamamoto, T.Ozawa, M.Nakano; *Repetitive Control System: A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals*; IEEE Trans. Automat. Contr., Vd.33, No7, 659/667, 1988
- [9] 中野, 井上, 山本, 原; 繰り返し制御; 計測自動制御学会, 1989
- [10] 足田, 山下, 久保田; 繰り返し制御系のモデル追従構成による誤差の低減; 第20回制御理論シンポジウム, 239/244, 1991
- [11] 安藤 慎悟; 予見機能を有する繰り返し制御に関する研究; 早稲田大学大学院理工学研究科電気工学専攻修士論文, 1993

- [12] 加藤, 舟橋; 繰り返し制御器の一構成法; 計測自動制御学会論文集, Vol.32, No.12, 1601/1605, 1996
- [13] D.Sarlet, Y.A.Thomas; *Optimal Regulator with a Prescribed Degree of Stability : A Limiting Case*; Electronics Letters, 11-17, 411/412, 1975
- [14] T.Mita; *At zero and responses of linear regulators and linear observers*; IEE Trans. Automat. Contr., AC-22, 422/428, 1977
- [15] B.A.Francis; *The optimal linear quadratic invariant regulator with decoupling*; IEE Trans. Automat. Contr., vol.AC-24, 616/621, 1979
- [16] 川崎, 示村; 指定領域に極を配置する状態フィードバック則の設計法; 計測自動制御学会論文集, 15-4, 451/457, 1979
- [17] 川崎, 示村; 指定領域内に特性根を配置する線形レギュレータ問題の重み係数決定法; 計測自動制御学会論文集, 17-3, 335/342, 1981
- [18] H.Kimura; *A New Approach to the Perfect Regulation Problem in Linear Multivariable Control Systems*; IEE Trans. on Automatic Contr., AC-26-1, 23/29, 1981
- [19] 木村, 杉山; 完全制御と完全観測を用いたロバスト制御系の設計法; 計測自動制御学会論文集, 18-10, 955/960, 1982
- [20] 示村, 川崎; 最適レギュレータ問題と極配置; 計測自動制御学会論文集, Vol.22, No.3, 282/290, 1983
- [21] 山本裕, 渡部慶二; むだ時間システムの解析と制御 ~遅れ型から中立型へ~; システムと制御, Vol.30, No.7, 401/409, 1986
- [22] 美多 勉; 未知入力オブザーバとロバスト性の回復; 電気学会論文誌, 108-D, 636/638, 1988
- [23] 高木 貞治; 代数学講義; 共立出版, 1975
- [24] 須田, 兎玉; システム制御のためのマトリクス理論; 計測自動制御学会, 1978
- [25] 伊藤, 木村, 細江; 線形制御系の設計理論; 計測自動制御学会, 1978
- [26] 岩井, 井上, 川路; オブザーバ; コロナ社, 153/159, 1988
- [27] 前田, 杉江; アドバンスト制御のためのシステム制御理論; システム制御情報学会編, 1990
- [28] 渡部 慶二; むだ時間システムの制御; 計測自動制御学会, 1988