# **JAIST Repository**

https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	線形化モデルを用いた劣駆動2脚歩容の安定性解析
Author(s)	浅野,文彦
Citation	日本ロボット学会誌, 30(4): 391-398
Issue Date	2012
Туре	Journal Article
Text version	publisher
URL	http://hdl.handle.net/10119/10670
Rights	Copyright (C) 2012 日本ロボット学会. 浅野文彦, 日本ロボット学会誌, 30(4), 2012, 391-398.
Description	



## 学術・技術論文

## 線形化モデルを用いた劣駆動2脚歩容の安定性解析

## 浅野文彦\*

## Stability Analysis of Underactuated Bipedal Gait Using Linearized Model

#### Fumihiko Asano\*

It is empirically known that the stability of limit cycle gaits is dramatically improved by partly applying trajectory tracking control. This paper considers the model of an underactuated biped robot and investigates the stability of the gait strictly controlled to follow the desired-time trajectory of the hip angle using the linearized model. First, we derive the transition function for the state error of the stance phase, and analytically solve the stability condition and optimal solution. Second, we exactly show the stability of the collision phase and derive the sufficient condition for the limit cycle stability. Finally, the validity of the theoretical results is verified through numerical simulations.

Key Words: Dynamic Bipedal Walking, Limit Cycle, Asymptotic Stability, Underactuated System, Constraint on Impact Posture

#### 1. は じ め に

脚式ロボットが生来的に持つ力学特性を積極的に利用することで、高効率な平地歩容を生成できることはすでに広く知られている。このアプローチは、Zero moment point (ZMP) 規範に対してリミットサイクル規範と呼ばれるものである。

リミットサイクル型歩容は立脚相(片脚支持期)の連続時間 運動と衝突相(脚交換期)の離散事象から形成されるため、非 線形ハイブリッドシステムとして定式化される. しかしながら、 受動歩行[1] はもとより、

- (A) 一部あるいはすべての関節に駆動力を持つが、関節角度の 目標軌道追従を行わないため、定常歩行時以外は毎回異な る条件で支持脚交換の衝突を起こすもの[2]~[6]
- (B) 目標軌道追従により常に同じ姿勢で1自由度の剛体として 倒れ込む(衝突姿勢拘束を達成する)が、足首関節に駆動 力を持たないもの[7]~[9]
- (C) 衝突姿勢拘束を達成し、全駆動でもあるが、一歩あたりの 回復エネルギーを一定値に制御しないもの[10]

についても、数値積分なしに生成される歩容の安定性を知ることが不可能であるため、「この歩容も安定に収束するであろう」という期待の下で試行錯誤的に歩容設計が行われるのが常であった、 筆者らは Rimless wheel の離散的振る舞いを再現するかたち で漸近安定性を保証するためには、衝突姿勢拘束と回復エネルギー拘束の二条件を同時に達成する必要があることを理論的に明らかにした [11]. 前者はエネルギー損失係数を一定に保つために必要な条件であるが、これと同時に後者を達成するためには足首関節トルクによる駆動が不可欠となる。コンパス型 2 足口ボットの場合は全駆動であることが要求されるが、冗長自由度を持つモデルであっても姿勢制御と同時に回復エネルギーをも制御するためには足首関節の駆動力が不可欠であり、付随して ZMP の問題も発生する。これに対して足首が自由関節の劣駆動 2 脚モデルでは、目標軌道追従制御(衝突姿勢拘束の達成)と同時に回復エネルギーの制御を行えないため、数値積分なしに安定性を判別することができないという困難に陥る。

全駆動の場合には、(ZMP 拘束の困難を除けば) 床面に固定されたロボットアームとして歩行系を扱えるため、Rimless wheel の形式に留まらず安定なリミットサイクルを生成できるのは当然であるとも言える。これを踏まえて筆者らの結果[11] を批判的に解釈すれば、難易度の低い問題設定の下で安定歩容生成を達成したに過ぎない、ということになろう。安定性の議論は、床面に対して駆動力を持たない劣駆動系においてこそ、数理的に高い研究意義を持つものと言える。劣駆動 2 脚歩容生成が経験則の域を脱するためには、回復エネルギー拘束を除外した上でシステムの振る舞いを深く理解する必要がある。

これまでの劣駆動 2 脚歩行系の安定性判別問題において、衝突姿勢拘束はシステムの衝突直前の状態量を低次元化する目的で導入されてきた [7] [8]. しかしながら、数値的に得られる評価量の物理的意味が不明確であるが故に、個々の歩行系に対して試行錯誤を繰り返さなければならない状況が依然として続いて

原 2011年6月1日

<sup>\*</sup>北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科

<sup>\*</sup>School of Information Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology

<sup>■</sup> 本論文は学術性で評価されました.

いる。漸近安定条件を表す統一的な方程式を,その力学的意味を保持したまま導くことができれば、この困難が緩和され、歩行系の設計論の確立へ向けて研究は大きく前進するはずである。

以上の観点から本論文では、運動方程式の線形化に基づく受動コンパス歩容の安定性解析手法[12][13]を、目標軌道追従により生成されるリミットサイクル型劣駆動2脚歩容の安定性解析へと拡張し、これに内在する安定原理の理論的考察を行う、特に以下の点について数学的証明を行う。

- (a) 立脚相の安定条件は定常歩行周期の不等式として表される. その安定限界はシステムパラメータから決定される.
- (b) 立脚相の最適解(状態誤差ノルムの収束性の意味で)は定常歩行周期の値としてシステムパラメータから決定される.
- (c) 衝突相は常に安定であり、状態誤差ノルムの減少も保証される.

さらに (b) (c) の結果から、歩容が漸近安定となる十分条件を 定常歩行周期の不等式として最終的に導出する。また (b) につ いて、状態誤差がある条件を境に漸近収束と有限整定の二とお りの性質を示すことについても、理論的に明らかにする。

本論文は次の構成から成る。まず第2章で半円足を持つ平面 劣駆動2脚ロボットのモデルとその線形化についてまとめる。第3章では、目標軌道追従を伴う歩行システムの線形化および 状態空間表現について説明し、数値シミュレーションを通して その妥当性を検証する。第4章では立脚相の状態誤差の遷移式を、第5章では衝突相におけるそれを導出し、それぞれの安定性について数学的に考察する。第6章では、理論的結果の妥当性を数値例を通して検証する。最後に第7章で本論文をまとめ、今後の研究の方向性について述べる。

#### 2. 半円足を持つ劣駆動 2 脚口ボット

## 2.1 運動方程式

392

**Fig. 1** に股関節のみに駆動力  $u_H$  を持つ劣駆動 2 脚ロボットのモデルを示す。本モデルは 2 リンク・3 質点から成り,脚先には足裏半径 R [m] の半円足を持つ(円の中心は脚リンク上にある)。半円足の立脚相における転がり効果 [14] と衝突相における衝撃緩和効果 [15] により,股関節のみの駆動で平地歩容を生成することが可能となる。支持脚と遊脚の鉛直方向からの角度をそれぞれ  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  とし,一般化座標ベクトルを  $\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}^T$ とすると,ロボットの運動方程式は

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = Su_H$$
 (1)

となる。左辺の各項の詳細については、文献 [14] を参照されたい。右辺は制御入力ベクトルであり、 $u_H$  は股関節トルク、 $S=\begin{bmatrix}1&-1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$  は駆動ベクトルである。足裏は床面上を滑らず、常に転がり拘束が保証されているものと仮定する。

#### 2.2 衝突方程式

脚交換による角度の更新は

$$\boldsymbol{\theta}^{+} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta}^{-} \tag{2}$$

で定まる. ただし、"-"と"+"はぞれぞれ衝突直前・直後を表

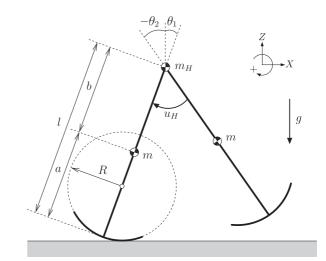


Fig. 1 Model of planar underactuated compass-like biped robot with semicircular feet

すものとする. また, 衝突時の股関節の半角  $\alpha$  [rad] を

$$\alpha := \frac{\theta_1^- - \theta_2^-}{2} = \frac{\theta_2^+ - \theta_1^+}{2} > 0 \tag{3}$$

で定める。本論文では股角度の目標軌道追従により、衝突時に  $\alpha$  は常にその目標値  $\alpha^*$  [rad] に整定されているものとする。

角速度の更新則については文献 [15] で詳しく述べているので、ここでは基礎事項についてまとめる。衝突直前の支持脚(後脚)を Leg 1、遊脚(前脚)を Leg 2 とする。 Leg i の一般化座標を  $\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} x_i & z_i & \theta_i \end{bmatrix}^\mathrm{T} (x_i, z_i)$  は半円足の中心位置座標、 $\theta_i$  は Leg i の鉛直方向に対する角度 [15])として個別に方程式を 導出し、拡大系の一般化座標  $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^\mathrm{T} & \mathbf{q}_2^\mathrm{T} \end{bmatrix}^\mathrm{T}$  を導入して全体をまとめると、次の非弾性衝突モデルを得る。

$$\bar{\boldsymbol{M}}(\alpha^*)\dot{\boldsymbol{q}}^+ = \bar{\boldsymbol{M}}(\alpha^*)\dot{\boldsymbol{q}}^- - \boldsymbol{J}_I(\alpha^*)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}_I \tag{4}$$

$$\boldsymbol{J}_{I}(\alpha^{*})\dot{\boldsymbol{q}}^{+} = \boldsymbol{0}_{5\times 1} \tag{5}$$

ただし、 $\bar{M}(\alpha^*) \in \mathbb{R}^{6\times 6}$  は q に対応する慣性行列であり、これは  $\alpha^*$  のみの関数となる、 $J_I(\alpha^*) \in \mathbb{R}^{5\times 6}$  は衝突時の幾何学的拘束条件を表すヤコビアンであり、その詳細を以下に述べる、両脚が腰位置で結合される幾何学的条件は

$$\frac{d}{dt}(x_1 + (l - R)\sin\theta_1)^+ = \frac{d}{dt}(x_2 + (l - R)\sin\theta_2)^+ 
\frac{d}{dt}(z_1 + (l - R)\cos\theta_1)^+ = \frac{d}{dt}(z_2 + (l - R)\cos\theta_2)^+$$

で与えられる.  $\theta_1 = -\theta_2 = \alpha^*$  であることに注意してこれを整理すると

$$\dot{x}_1^+ + (l-R)\dot{\theta}_1^+ \cos \alpha^* = \dot{x}_2^+ + (l-R)\dot{\theta}_2^+ \cos \alpha^*$$
 (6)

$$\dot{z}_1^+ - (l - R)\dot{\theta}_1^+ \sin \alpha^* = \dot{z}_2^+ - (l - R)\dot{\theta}_2^+ \sin \alpha^* \quad (7)$$

となる。また、Leg 2 の足裏の床面に対する転がり拘束条件

$$\dot{x}_{2}^{+} = R\dot{\theta}_{2}^{+}, \quad \dot{z}_{2}^{+} = 0$$
 (8)

が必要である. これに加えて本論文では、衝突時にも股関節を

ブレーキなどを用いて機械的に拘束することを仮定する. その 速度拘束条件式は

$$\dot{\theta}_H^+ = 0 \tag{9}$$

で与えられる. ただし、 $\theta_H:=\theta_1-\theta_2$  は股関節の相対角度である. 以上の式 (6) (7) (8) (9) をまとめて  $\boldsymbol{J}_I(\alpha^*)$  が以下のように得られる.

$$J_{I}(\alpha^{*}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & (l-R)\cos\alpha^{*} & -1 & 0 & -(l-R)\cos\alpha^{*} \\ 0 & 1 & -(l-R)\sin\alpha^{*} & 0 & -1 & -(l-R)\sin\alpha^{*} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

式 (4) (5) から  $\lambda_I$  を消去すると衝突直後の速度ベクトルが

$$egin{aligned} \dot{oldsymbol{q}}^+ &= oldsymbol{Y}(lpha^*) \dot{oldsymbol{q}}^- \ oldsymbol{Y}(lpha^*) &:= oldsymbol{I}_6 - ar{oldsymbol{M}}(lpha^*)^{-1} oldsymbol{J}_I(lpha^*)^{\mathrm{T}} oldsymbol{X}_I(lpha^*)^{-1} oldsymbol{J}_I(lpha^*)^{\mathrm{T}} \ oldsymbol{X}_I(lpha^*) &:= oldsymbol{J}_I(lpha^*) ar{oldsymbol{M}}(lpha^*)^{-1} oldsymbol{J}_I(lpha^*)^{\mathrm{T}} \end{aligned}$$

と求まる。ただし、 $I_n$  は n 次正方の単位行列である。 さらに元の一般化座標との関係式

$$\dot{\boldsymbol{q}}^- = \boldsymbol{H}(\alpha^*)\dot{\boldsymbol{\theta}}^-$$

を用いれば、角速度の更新則は最終的に

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}^{+} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{Y}(\alpha^{*})\boldsymbol{H}(\alpha^{*})\dot{\boldsymbol{\theta}}^{-} =: \boldsymbol{\Xi}(\alpha^{*})\dot{\boldsymbol{\theta}}^{-} \tag{10}$$

とまとめられる. ただし.

$$C := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H(\alpha^*) := \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ R + (l - R)\cos\alpha^* & -(l - R)\cos\alpha^* \\ -(l - R)\sin\alpha^* & -(l - R)\sin\alpha^* \end{bmatrix}$$

である. 行列  $\mathbf{\Xi}(\alpha^*)$  の詳細を以下に示す

$$\Xi(\alpha^*) = \begin{bmatrix} N_1/D & N_2/D \\ N_1/D & N_2/D \end{bmatrix}$$

$$N_1 = ma^2 - ma(l+R) + R(ml+MR) + R(3ma + (2m_H + m)l - 2MR)\cos\alpha^* + (l-R)(2ma + m_H l - MR)\cos(2\alpha^*)$$

$$N_2 = mb(R - a - R\cos\alpha^*)$$

$$D = 2ma^2 + Ml^2 - 2Rl(m_H + m) + 2MR^2 - 2ma(l+R) - 2mb(l-R)\cos(2\alpha^*) + 2R(2ma + m_H l - MR)\cos\alpha^*$$
(11)

この行列の構造から、任意の  $\dot{\boldsymbol{\theta}}^-$  に対して常に  $\dot{\boldsymbol{\theta}}_1^+ = \dot{\boldsymbol{\theta}}_2^+$  となることが分かる。この結果は股関節の拘束条件式 (9) に起因するものであり、衝突方程式がこれを含まない場合は成立しないものであることを付記しておく。また、この拘束条件を加えることで、後述するように立脚相と衝突相の状態誤差遷移が一次元写像として定式化されることになる。

#### 3. システムの線形化と制御系設計

#### 3.1 線形化による状態方程式の導出

式(1)の運動方程式を平衡点  $\boldsymbol{\theta} = \dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}_{2\times 1}$  の周りで線形化すると

$$\mathbf{M}_0 \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}_0 \boldsymbol{\theta} = \mathbf{S} u_H \tag{12}$$

となる. ただし,

$$egin{aligned} oldsymbol{M}_0 &= \left[ egin{array}{ccc} m_H l^2 + ma^2 + ml^2 & -mbl \ -mbl & mb^2 \end{array} 
ight] \ oldsymbol{G}_0 &= \left[ egin{array}{ccc} -(m_H l + ma + ml - MR) & 0 \ 0 & mb \end{array} 
ight] g \end{aligned}$$

であり、 $M:=m_H+2m$  [kg] はロボットの全質量である。足 裏半径 R は慣性行列には残らず、半円足を持たないコンパス型 モデルと同じものとなる。重力項に残る R に関する項が、仮 想的な足首関節トルクとして作用する [14]。この線形化された 歩行システムの股関節の相対角度  $\theta_H=S^{\rm T} \theta$  を出力にとり、 $\theta_H \to \theta_{H\rm d}(t)$  を実現する出力追従制御系設計を考える。 $\theta_H$  の 2 階微分は

$$\ddot{\theta}_H = \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_0^{-1} \left( \boldsymbol{S} u_H - \boldsymbol{G}_0 \boldsymbol{\theta} \right)$$

となるが,

$$S^{\mathrm{T}}M_{0}^{-1}S = \frac{m_{H}l^{2} + 2ma^{2}}{mb^{2}(m_{H}l^{2} + ma^{2})} > 0$$

がスカラであること, および式 (9) の拘束により PD フィード バックが不要になることから、次の制御入力

$$u_H = \frac{\ddot{\theta}_{Hd}(t) + \mathbf{S}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{G}_0 \boldsymbol{\theta}}{\mathbf{S}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{S}}$$
(13)

を与えることで  $\theta_H \equiv \theta_{Hd}(t)$  を実現できることが分かる. これを式 (12) に代入し整理することで次式を得る.

$$oldsymbol{M}_0 \ddot{oldsymbol{ heta}} + \left( oldsymbol{I}_2 - rac{oldsymbol{S} oldsymbol{S}^{ ext{T}} oldsymbol{M}_0^{-1} oldsymbol{S}}{oldsymbol{S}^{ ext{T}} oldsymbol{M}_0^{-1} oldsymbol{S}} 
ight) oldsymbol{G}_0 oldsymbol{ heta} = rac{oldsymbol{S} \ddot{oldsymbol{ heta}}_{Hd}(t)}{oldsymbol{S}^{ ext{T}} oldsymbol{M}_0^{-1} oldsymbol{S}}$$

状態量ベクトルを  $x=\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}} & \dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$  で定めると、式(14)の 状態方程式は

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{Hd}(t) \tag{15}$$

となる. ただし,

$$m{A} := \left[egin{array}{ccc} m{0}_{2 imes2} & m{I}_2 \ -m{M}_0^{-1} \left(m{I}_2 - rac{m{S}m{S}^{ ext{T}}m{M}_0^{-1}m{S}}{m{S}^{ ext{T}}m{M}_0^{-1}m{S}}
ight)m{G}_0 & m{0}_{2 imes2} \end{array}
ight]$$

$$B := \left[egin{array}{c} \mathbf{0}_{2 imes 1} \ oldsymbol{M}_0^{-1} oldsymbol{S} \ oldsymbol{S}^{\mathrm{T}} oldsymbol{M}_0^{-1} oldsymbol{S} \end{array}
ight]$$

である. また、行列 A は次の構造を持つ.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{31} & A_{32} & 0 & 0 \\ A_{31} & A_{32} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A_{31} = \frac{(m_H l + ma + ml - MR) g}{m_H l^2 + 2ma^2}$$
$$A_{32} = \frac{-mbg}{m_H l^2 + 2ma^2}$$

A の第三・四行が等しくなっている理由を以下に説明する。式 (15) の第三・四行を抜き出すと

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{31} & A_{32} \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta} + \frac{\boldsymbol{M}_0^{-1} \boldsymbol{S}}{\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_0^{-1} \boldsymbol{S}} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{Hd}(t)$$

となっており、この両辺に左から  $S^{T}$  を掛けると左辺は  $\ddot{\theta}_{H}$  に、右辺第二項は  $\ddot{\theta}_{Hd}(t)$  になる。  $\ddot{\theta}_{H}\equiv \ddot{\theta}_{Hd}(t)$  が成り立つためには右辺第一項がゼロになる必要があるが、実際にそうなることは  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^{T}$  が S に直交することからただちに分かる。つまり A の第三・四行が互いに等しい(S に直交する)ことで厳密な軌道追従が実現されるということである。軌道追従誤差が残る場合は PD フィードバック項が行列 A に加わり、状態誤差の遷移行列が複雑化する。

時刻 t=0 [s] で脚交換の衝突が起きたとすると、式 (15) の 一般解は

$$\boldsymbol{x}(t) = \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}t} \boldsymbol{x}(0^+) + \int_{0^+}^t \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}(t-s)} \boldsymbol{B} \ddot{\theta}_{H\mathrm{d}}(s) \mathrm{d}s$$

と求まる.

また、行列  $\mathbf{R}^* \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  を

$$oldsymbol{R}^* := \left[ egin{array}{ccc} egin{array}{ccc} 0 & 1 & & & & \ 1 & 0 & & & & \ & oldsymbol{0}_{2 imes2} & & oldsymbol{\Xi}(lpha^*) \end{array} 
ight]$$

で定めると、式(2)(10)が一つの脚交換式

$$\boldsymbol{x}(0^+) = \boldsymbol{R}^* \boldsymbol{x}(0^-)$$

としてまとめられる.

## 3.2 目標時間軌道の設計

次に目標時間軌道  $\theta_{Hd}(t)$  の設計について述べる. 股角度を $-2\alpha^*$  から  $2\alpha^*$  へとスムーズに駆動するために, 五次の時間関数

$$\theta_{Hd}(t) = \sum_{k=0}^{5} a_k t^k$$

を目標軌道として考える. 目標整定時間を  $T_{\rm set}$  [s] として境界条件  $\theta_{Hd}(0^+) = -2\alpha^*$ ,  $\theta_{Hd}(T_{\rm set}) = 2\alpha^*$ ,  $\dot{\theta}_{Hd}(0^+) = \dot{\theta}_{Hd}(T_{\rm set}) = 0$ ,  $\ddot{\theta}_{Hd}(0^+) = \ddot{\theta}_{Hd}(T_{\rm set}) = 0$  を与えると、各係数は

$$a_5 = \frac{24\alpha^*}{T_{\text{set}}^5}, \quad a_4 = -\frac{60\alpha^*}{T_{\text{set}}^4}, \quad a_3 = \frac{40\alpha^*}{T_{\text{set}}^3},$$
  
 $a_2 = a_1 = 0, \quad a_0 = -2\alpha^*$ 

で定まる、以上より、目標時間軌道は以下のようにまとめられる。

$$\theta_{Hd}(t) = \begin{cases} \frac{24\alpha^*}{T_{\text{set}}^5} t^5 - \frac{60\alpha^*}{T_{\text{set}}^4} t^4 + \frac{40\alpha^*}{T_{\text{set}}^3} t^3 - 2\alpha^* & (0 \le t < T_{\text{set}}) \\ 2\alpha^* & (t \ge T_{\text{set}}) \end{cases}$$

本論文では、この制御が常に次の衝突までに完了すること、結果として適切に力学的エネルギーが回復され前進し続けることを前提として安定性の議論を行う.

#### 3.3 数値シミュレーション

Fig. 2 (a) に非線形モデルの平地動歩行のシミュレーション結果を、Fig. 2 (b) に線形化モデルのそれを比較して示す。目標軌道のパラメータは  $\alpha^*=0.20$  [rad]、 $T_{\rm set}=0.60$  [s] とした。また、ロボットの物理パラメータについては Table 1 のように設定した。一瞥しただけではほとんど差異が認められない、極めて近い運動が生成されていることが確認できる。受動コンパス歩容 [13] や同じ半円足モデルの劣駆動仮想受動歩行 [14] と比較すると、かなり元のそれに近い歩容が生成されていると言える。これは、股角度の厳密な目標軌道追従により、系のゼロダイナミクス(自由運動)が支持脚の運動のみとなった(低次元化された)ことに起因するものと考えられる。

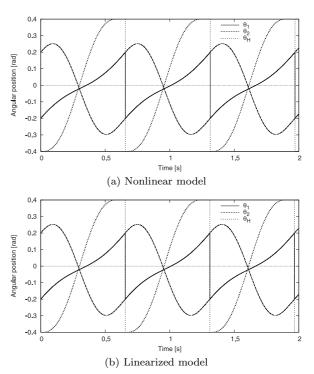


Fig. 2 Simulation results for level dynamic walking of nonlinear and linearized biped models

 Table 1
 Physical parameters for compass-like biped robot

$m_H$	10.0	kg	$\overline{a}$	0.5	1
m	5.0	kg	b	0.5	r
R	0.5	m	l (= a + b)	1.0	n

## 4. 立脚相における状態誤差の遷移と安定性

#### 4.1 準備

本章より用いる変数・用語を以下にまとめておく.

- ●下付き文字 i (≥ 0) を歩数とする.
- ロボットは時刻 t=0 [s] に衝突姿勢から歩行運動を開始する. この瞬間を第 0 歩めの衝突と定義する.
- •第 i 歩めの衝突の絶対時刻を  $t_i$  [s] とし、歩行周期を  $T_i := t_{i+1} t_i$  [s] とする.
- 第i 歩めの衝突直前・直後の状態量ベクトル  $x(t_i^-), x(t_i^+)$  を簡単に  $x_i^-, x_i^+$  と表記する.
- ●上付き文字 "∗" および下付き文字 "eq" は、その変数が定 常歩容におけるものであることを意味する.

#### 4.2 状態誤差方程式の線形化

第 i+1 歩めの衝突直前の状態量ベクトル  $\boldsymbol{x}_{i+1}^-$  と第 i 歩めの衝突直後のそれ  $\boldsymbol{x}_i^+$  の関係は

$$x_{i+1}^- = e^{AT_i} x_i^+ + \int_{0+}^{T_i^-} e^{A(T_i - s)} B \ddot{\theta}_{Hd}(s) ds$$

となるが、 $s \geq T_{\mathrm{set}}$  において  $\ddot{\theta}_{H\mathrm{d}}(s) = 0$  であることを考慮すると

$$x_{i+1}^- = e^{AT_i} x_i^+ + \int_{0^+}^{T_{\text{set}}} e^{A(T_i - s)} B \ddot{\theta}_{Hd}(s) ds$$
 (16)

と書き直せる. ここで定数ベクトル  $\eta \in \mathbb{R}^4$  を

$$\boldsymbol{\eta} := \int_{0^+}^{T_{\mathrm{set}}} \mathrm{e}^{-\boldsymbol{A}s} \boldsymbol{B} \ddot{\theta}_{H\mathrm{d}}(s) \mathrm{d}s$$

で定めると、式(16) はさらに

$$\boldsymbol{x}_{i+1}^{-} = e^{\boldsymbol{A}T_i} \left( \boldsymbol{x}_i^{+} + \boldsymbol{\eta} \right) \tag{17}$$

と整理される. また, 定常歩行時には次の関係式

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{eq}}^{-} = \mathrm{e}^{\boldsymbol{A}T^{*}} \left( \boldsymbol{x}_{\mathrm{eq}}^{+} + \boldsymbol{\eta} \right) \tag{18}$$

が成り立つ.

第 i 歩めの衝突直前の状態誤差ベクトルを  $\Delta x_i^-$ , つまり  $x_i^-=x^*+\Delta x_i^-$  とすると,第 i+1 歩めの衝突直前の状態量 ベクトルは

$$\mathbf{x}_{i+1}^{-} = e^{\mathbf{A}(T^* + \Delta T_i)} (\mathbf{x}_{eq}^{+} + \Delta \mathbf{x}_i^{+} + \boldsymbol{\eta})$$

$$= e^{\mathbf{A}\Delta T_i} e^{\mathbf{A}T^*} (\mathbf{x}_{eq}^{+} + \boldsymbol{\eta}) + e^{\mathbf{A}\Delta T_i} e^{\mathbf{A}T^*} \Delta \mathbf{x}_i^{+}$$

$$= e^{\mathbf{A}\Delta T_i} \mathbf{x}_{eq}^{-} + e^{\mathbf{A}\Delta T_i} e^{\mathbf{A}T^*} \Delta \mathbf{x}_i^{+}$$
(19)

と表される。ただし、 $\Delta T_i$  は第i 歩めの歩行周期の誤差である。これが十分に小さいとして、近似式  $\mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta T_i} \approx \mathbf{I}_4 + \mathbf{A}\Delta T_i$  を用いて式(19)を展開し、二次以上の誤差項を無視すると

$$\boldsymbol{x}_{i+1}^- \approx \boldsymbol{x}_{eq}^- + \boldsymbol{A} \boldsymbol{x}_{eq}^- \Delta T_i + e^{\boldsymbol{A} T^*} \Delta \boldsymbol{x}_i^+$$
 (20)

を得る. この式から  $\Delta T_i$  を求めるために、衝突時の状態量を低次元化する射影ベクトルが必要となる. このベクトル p を

$$p := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

で定め、状態量ベクトルに左からかけると、 $px = \theta_1 + \theta_2$ となる。これは幾何学的には股関節の二分線の倍角を表すものであり、その値が立脚終期に負からゼロに到達する瞬間に衝突が起こる。すなわち、衝突時に等式

$$px_i^- = px_{eq}^- = \alpha^* - \alpha^* = 0$$
 (21)

が成り立つ. ただし、衝突姿勢拘束を達成している場合には、これを満たすpは一意ではないことに注意されたい. 式 (21)の関係に注意して式 (20)の両辺に左からpを掛けると

$$0 = \boldsymbol{p} \boldsymbol{A} \boldsymbol{x}_{eq}^{-} \Delta T_i + \boldsymbol{p} e^{\boldsymbol{A} T^*} \Delta \boldsymbol{x}_i^{+}$$

を得るので、これより  $\Delta T_i$  が

$$\Delta T_i = -\frac{p e^{\mathbf{A} T^*} \Delta \mathbf{x}_i^+}{p \mathbf{A} \mathbf{x}_{eq}^-}$$
 (22)

と求まる. ここで右辺の分母は、 $pAx_{\rm eq}^- = \dot{\theta}_{\rm 1eq}^- + \dot{\theta}_{\rm 2eq}^-$  であるが、これは衝突姿勢拘束により  $2\dot{\theta}_{\rm 1eq}^-$  に等しく、歩行の成立を考えればこれが非ゼロであることは当然の条件であると言える. 式(22)を式(20)に代入して  $\Delta x_{i+1}^- = x_{i+1}^- - x_{\rm eq}^-$  であることに注意して整理すれば、立脚相における状態誤差ベクトルの遷移が次式のように求まる.

$$\Delta x_{i+1}^- = Q \Delta x_i^+, \quad Q := \left( I_4 - \frac{A x_{\text{eq}}^- p}{p A x_{\text{eq}}^-} \right) e^{A T^*}$$
(23)

ここで、状態誤差ベクトルが次の構造

$$\Delta \boldsymbol{x}_{i}^{\pm} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta \dot{\theta}_{1i}^{\pm} \\ \Delta \dot{\theta}_{1i}^{\pm} \end{bmatrix} = \boldsymbol{v} \Delta \dot{\theta}_{1i}^{\pm}, \quad \boldsymbol{v} := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(24)

を持つこと、および次の関係式

$$\Delta \dot{\theta}_i^{\pm} = \frac{1}{2} \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}} \Delta \boldsymbol{x}_i^{\pm} \tag{25}$$

が成り立つことを考慮すると、式(23)は

$$\Delta \dot{\theta}_{1(i+1)}^{-} = \bar{Q} \Delta \dot{\theta}_{1i}^{+}, \quad \bar{Q} := \frac{1}{2} \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{v}$$
 (26)

と低次元化される。また、 $\bar{Q}$ の詳細は以下のとおりである。

$$\bar{Q} = \cosh\left(\zeta T^*\right) - \frac{\alpha^* (A_{31} - A_{32}) \sinh\left(\zeta T^*\right)}{\zeta \dot{\theta}_{1\text{eq}}^{-}} \tag{27}$$

$$\zeta := \sqrt{A_{31} + A_{32}} = \sqrt{\frac{M(l-R) - 2mb}{m_H l^2 + 2ma^2}}g$$
 (28)

ζは次の条件

$$l > R + \frac{2mb}{M} \tag{29}$$

が成り立つ場合に定義できる.以下では、この条件が常に成り立つものとして議論を展開する.

#### 4.3 立脚相の安定条件

まず,式(27)の右辺第二項において

$$\nu := \frac{\alpha^* (A_{31} - A_{32})}{\zeta \dot{\theta}_{1eq}^-} \tag{30}$$

とおく. ここで

$$A_{31} - A_{32} = \frac{Mg(l-R)}{m_H l^2 + 2ma^2}$$

であるが、これが正となる条件は l>R であり、これは式(29)に含まれるものである。 つまり、以下では常に  $\zeta>0$  かつ  $\nu>0$  とする.

式(26)で定まる一次元写像が安定となる条件は  $|\bar{Q}| < 1$  であるが、これはさらに

$$\bar{Q}^2 = \left(\cosh\left(\zeta T^*\right) - \nu \sinh\left(\zeta T^*\right)\right)^2 < 1 \qquad (31)$$

と等価である.  $X := e^{2\zeta T^*} (>0)$  とおくと不等式 (31) は

$$\xi_2 X^2 + \xi_1 X + \xi_0 < 0 \tag{32}$$

と書き直される. ただし

$$\xi_2 := \frac{(\nu - 1)^2}{4}, \quad \xi_1 := -\frac{\nu^2 + 1}{2}, \quad \xi_0 := \frac{(\nu + 1)^2}{4}$$

である. 不等式 (32) を解くと, X の範囲が

$$1 < X < \frac{(\nu+1)^2}{(\nu-1)^2} \tag{33}$$

と求まる. ただし, 上限値は

$$\frac{(\nu+1)^2}{(\nu-1)^2} = 1 + \frac{4\nu}{(\nu-1)^2} > 1$$

で 1 より大きく、 $\nu=1$  のとき  $+\infty$  に発散する。不等式 (33) の各辺の自然対数をとることで、立脚相が安定となる定常歩行 周期の範囲が

$$0 < T^* < \frac{1}{\zeta} \ln \left| \frac{\nu + 1}{\nu - 1} \right| \tag{34}$$

と求まる. 時間余裕の大きさの意味では,  $\nu=1$  が最適解であると結論される (このとき時間余裕は無限大となる).

定常歩容への収束の速さの意味では、以下のように異なる最適解が導出される。先に定義したXを用いると、 $\bar{Q}^2$ は

$$\bar{Q}^2 = \frac{(1+\nu+(1-\nu)X)^2}{4X}$$

と書き換えられ、その X に対する変分

$$\frac{\partial \bar{Q}^2}{\partial X} = \frac{1}{4} \left( (\nu - 1)^2 - \frac{(\nu + 1)^2}{X^2} \right)$$

をゼロにする ( $ar{Q}^2$  を最小にする) 最適解  $X=X_{\mathrm{opt}}$  が

$$X_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{(\nu+1)^2}{(\nu-1)^2}}$$

と求まる. ただし $\nu \neq 1$ である. このときの $T^*$ を $T^*_{opt}$ とす

れば

$$T_{\text{opt}}^* = \frac{1}{2\zeta} \ln \left| \frac{\nu + 1}{\nu - 1} \right| \tag{35}$$

となり、安定限界値の半分になっていることが分かる。このとき  $ar{Q}^2$  の値は

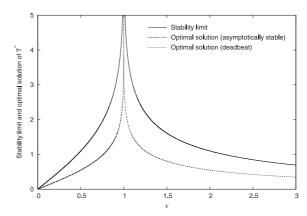
$$\bar{Q}^2 \big|_{X=X_{\text{opt}}} = \frac{1 - \nu^2 + (\nu + 1)\sqrt{(\nu - 1)^2}}{2}$$

となるが、 $0 < \nu < 1$  のとき  $\sqrt{(\nu-1)^2} = 1 - \nu$ 、 $\nu > 1$  のとき  $\sqrt{(\nu-1)^2} = \nu - 1$  であることに注意すれば、さらに

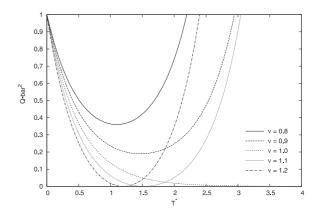
$$\bar{Q}^2\big|_{X=X_{\text{opt}}} = \begin{cases} 1 - \nu^2 & (0 < \nu < 1) \\ 0 & (\nu > 1) \end{cases}$$
 (36)

と場合分けされる.  $T^* = T^*_{\text{opt}}$  かつ  $\nu > 1$  のとき, 歩容は 1 回の衝突で完全に定常歩容に一致することになる (有限整定).

Fig. 3 は  $T^*$  の安定限界値と最適解を  $\nu$  に対してプロットしたものである。ただし、簡単のため  $\zeta=1$  とした。 $\nu=1$  において両者が発散する様子がよく分かる。Fig. 4 は  $\nu$  の値を 5 とおりに設定して  $\bar{Q}^2$  の値を  $T^*$  に対してプロットしたものである。この場合も簡単のため  $\zeta=1$  とした。 $\nu=1$  の場合は極小値を持たずゼロに漸近収束していく様子が見て取れる。 $\nu>1$  の場合は極小値(最小値)がゼロになっていることも確認できる。



**Fig. 3** Stability limit and optimal solution of  $T^*$  where  $\zeta = 1$ 



**Fig. 4**  $\bar{Q}^2$  for five values of  $\nu$  with respect to  $T^*$  where  $\zeta = 1$ 

-62-

## 5. 衝突相における状態誤差の遷移と安定性

#### 5.1 遷移行列の導出と低次元化

衝突直前・直後の状態量ベクトルの関係は

$$oldsymbol{x}_i^+ = oldsymbol{R}^* oldsymbol{x}_i^- = oldsymbol{R}^* \left(oldsymbol{x}_{ ext{eg}}^- + \Delta oldsymbol{x}_i^-
ight)$$

であり、関係式  $x_{\rm eq}^+=R^*x_{\rm eq}^-$  および  $\Delta x_i^+=x_i^+-x_{\rm eq}^+$  であることを考慮すると、状態誤差ベクトルの遷移式

$$\Delta x_i^+ = R^* \Delta x_i^- \tag{37}$$

が導かれる. ここで式 (24) (25) を考量すれば、式 (37) は

$$\Delta \dot{\boldsymbol{\theta}}_{1i}^{+} = \bar{R} \Delta \dot{\boldsymbol{\theta}}_{1i}^{-}, \quad \bar{R} = \frac{1}{2} \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}^{*} \boldsymbol{v}$$
 (38)

と低次元化される。この $\bar{R}$ において、その不要な部分(角度誤差の遷移)を取り除いて書き改めると

$$\bar{R} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \Xi(\alpha^*) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{N_1 + N_2}{D}$$
 (39)

を得る.

#### 5.2 $\bar{R}$ の安定性

式 (11) より、行列  $\Xi(\alpha^*)$  の固有値 0 と  $(N_1+N_2)/D$  が導かれる、これより衝突相が安定となる十分条件は

$$\left|\frac{N_1 + N_2}{D}\right| < 1\tag{40}$$

となるが、これはさらに次の関数

$$(N_1 + N_2)^2 - D^2 = -2M(l - R)^2 \sin^2 \alpha^* F \quad (41)$$

が負の値をとる (F) が正値となる) ことに等しい、ただし、

$$F := 4m \left(a^2 - a(l+R) + lR\right) + M(l^2 - 2lR + 3R^2)$$

$$+ (l-R)(m_H l - 2ml + 4ma - MR)\cos(2\alpha^*)$$

$$+ 4R(m_H l + 2ma - MR)\cos\alpha^*$$
(42)

である. 以下, F を足裏半径の関数 F(R) と考え, これが任意 の R (> 0) において正値をとることを示す.

FのRに対する変分は

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 8(MR(1 - \cos \alpha^*) + m_H l + 2ma)\sin^2\left(\frac{\alpha^*}{2}\right)$$

となるが、 $1-\cos\alpha^*>0$  であるのでこれは常に正である。また、 $\beta:=a/l$  [-]、 $\gamma:=m_H/m$  [-] とすると

$$F_0 := F|_{R=0}$$
  
=  $ml^2 (2 + \gamma + 4\beta(\beta - 1) + (4\beta + \gamma - 2)\cos(2\alpha^*))$ 

であるが、これを $\beta$ の二次関数と見なして平方完成すると

$$F_0 = 4ml^2 \left(\beta - \frac{1 - \cos(2\alpha^*)}{2}\right)^2 + 2ml^2 \cos^2 \alpha^* (\gamma + 2\sin^2 \alpha^*) > 0$$

を得る.以上の議論より、F は R に関して正の初期値  $F_0$  を 持ち単調増加関数であること、すなわち F は任意の足裏半径に 対して正値をとることが示された。同時に不等式(40)が成り 立つことも言え、衝突相の安定性が示された。

状態誤差ノルムが減少する条件は  $|\bar{R}|$  < 1, すなわち式 (40) に等しく, これが成り立つことはすでに示されている. つまり, 衝突相における状態誤差ノルムの減少は常に保証されている.

## 5.3 ポアンカレ写像と歩容の漸近安定条件

式(26)(39)より、衝突直後から次のそれへのポアンカレ写像  $\Delta\dot{\theta}_{1(i+1)}^+ = \bar{R}\bar{Q}\Delta\dot{\theta}_{1i}^+$ 、あるいは衝突直前から次のそれへのポアンカレ写像  $\Delta\dot{\theta}_{1(i+1)}^- = \bar{Q}\bar{R}\Delta\dot{\theta}_{1i}^-$  が導かれる、いずれの場合も漸近安定条件は  $|\bar{R}\bar{Q}| = |\bar{Q}\bar{R}| < 1$  となる、常に  $|\bar{R}| < 1$  (衝突相の安定性)は保証されているので、 $|\bar{Q}| \leq 1$  が成り立てば  $|\bar{Q}\bar{R}| < 1$  となり、(次の衝突が適切に起こるという仮定の下で)生成される歩容は漸近安定となる、すなわち、

$$0 < T^* \le \frac{1}{\zeta} \ln \left| \frac{\nu + 1}{\nu - 1} \right| \tag{43}$$

が漸近安定性の十分条件となる。また  $\left| ar{Q}ar{R} \right| < 1$  より、緩和された立脚相の安定条件として

$$\left|\bar{Q}\right| < \left|\bar{R}\right|^{-1} = \left|\frac{D}{N_1 + N_2}\right| \tag{44}$$

が得られる.  $\left|\bar{R}\right|^{-1} > 1$  であるので、これは式(43)における  $T^*$  の上限値よりも大きいそれを与える.

## 6. 数 值 例

#### **6.1** $\nu < 1$ の場合

Fig. 2 (b) の歩容における各相の遷移行列の値を計算すると、 $\bar{Q}=0.530402$ 、 $\bar{R}=0.968669$ 、 $\bar{Q}\bar{R}=0.513784$  で漸近安定条件を満たしている。 **Fig. 5** は状態誤差ノルムを歩数に対してプロットしたものである。計算結果のとおり、衝突相よりも立脚相において強く安定化されていく様子が確認できる。 $\bar{R}$  が 1 に近い値となった理由は、半円足の衝撃緩和効果が影響しているものと考えられる。

この例の場合、 $\nu=0.848139<1$  であるので最適条件を満たしても有限整定は望めない。 $\bar{Q}$  の最適解は

$$\bar{Q}_{\text{opt}} := \bar{Q}|_{X = X_{\text{opt}}} = \sqrt{1 - \nu^2} = 0.529773$$

となるが、これは  $\bar{Q}$  に非常に近い値となっており、数値例の歩容は最適に近い収束性を示したものであると結論される。 定常歩行周期は  $T^*=0.655354$  [s] であったが、立脚相の安定条件は  $0 < T^* < 1.26153$ 、最適解は  $T^*_{\rm opt}=0.630764$  であり、歩行周期についても最適値に近いものとなっている。

#### 6.2 $\nu > 1$ の場合

有限整定を達成する条件は

$$\nu > 1 \iff \dot{\theta}_{1eq}^{-} < \frac{\alpha^{*}(A_{31} - A_{32})}{\sqrt{A_{31} + A_{32}}}$$

かつ  $T^* = T^*_{\text{opt}}$  であるが、これは  $\alpha^*$  (歩幅) が大きいが低速度で床面と衝突するという相反した条件である.

 $T_{\text{set}} = 0.98 \text{ [s]}, R = 0.40 \text{ [m]}$ と設定した場合,生成され

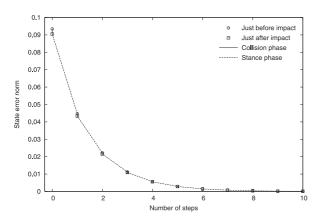


Fig. 5 Evolution of state error norm where  $\alpha^* = 0.20$  [rad],  $T_{\rm set} = 0.60$  [s] and R = 0.5 [m]

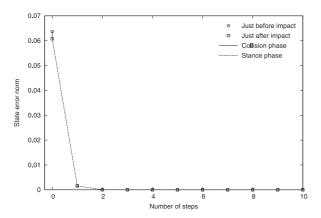


Fig. 6 Evolution of state error norm where  $\alpha^* = 0.20$  [rad],  $T_{\rm set} = 0.98$  [s] and R = 0.4 [m]

る歩容のデータは  $\nu=1.01030$ ,  $T^*=1.09143$  [s] となった.  $\nu>1$  であるので,この場合の最適解は有限整定となる.その値は  $T^*_{\rm opt}=1.12511$  [s] であり,これが  $T^*$  に近いことから,高い収束性を示すことが予想される.**Fig. 6** は適当な初速度から歩行を開始したときの状態誤差ノルムをプロットしたものである.2 歩目の衝突で状態誤差ノルムがほぼゼロとなっており,Fig. 5 の結果と比較すると,大幅に高い収束性を示していることが確認できる.

#### 7. まとめと今後の課題

本論文では,運動方程式の線形化に基づく安定性解析手法 [12] [13] を劣駆動 2 脚歩行系へと拡張し,その歩容に内在する 安定原理を理論的に考察した.特に,立脚相の安定条件と最適 解を定常歩行周期の不等式として解析的に導出し, $\nu=1$  を境界として漸近収束と有限整定の二とおりの最適歩容が現れることを示した.また,理論的結果の妥当性を数値シミュレーションを通して確認した.受動歩行が各相の曖昧な安定性の下に実現されているのに対して [13],目標軌道追従を伴う場合は立脚相と衝突相が同時に安定となること,特に立脚相が高い収束性を持つことが明らかにされた.

歩容の安定条件と収束特性の定式化は制御系設計において有用な指針となるが、これには定常歩容パラメータ $\dot{ heta}_{
m leq}^-$ 、 $T^*$ も

含まれるため、これらと制御パラメータ  $\alpha^*$ 、 $T_{\rm set}$  との定性的な関係を詳しく知る必要がある。また前章でも触れたように、最適歩容が有限整定となる ( $\nu>1$  を満足する)場合には、立脚中期に現れるポテンシャル・バリアを辛うじて突破するような、視覚的にもスムーズと言えない歩容が多く現れることが経験的に分かってきており、収束性と移動効率との間にトレードオフが存在する可能性が示唆されている。今後はさらに解析を進め、上記の問題をより深く理解していかなければならない。

## 参考文献

- T. McGeer: "Passive dynamic walking," Int. J. of Robotics Research, vol.9, no.2, pp.62–82, 1990.
- [2] 浅野, 羅, 山北: "受動歩行を規範とした 2 足ロボットの歩容生成と 制御", 日本ロボット学会誌, vol.22, no.1, pp.130-139, 2004.
- [3] S. Collins, A. Ruina, R. Tedrake and M. Wisse: "Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers," Science, vol.307, no.5712, pp.1082-1085, 2005.
- [4] 秋元, 松元: "蹴り足による足首駆動型準受動歩行機械の開発", 日本機械学会論文集 C 編, vol.73, no.733, pp.2537-2542, 2007.
- [5] 米田、佐藤:"自励運動に同期する 2 足歩行ロボットの研究", 日本ロボット学会誌, vol.27, no.1, pp.96-106, 2009.
- [6] 森田、大塚: "コンパス型歩行モデルの力学的対称性に基づく歩容生成"、計測自動制御学会論文集,vol.40, no.5, pp.509-517, 2004.
- [7] 細江、武市、熊井、伊藤: "高ゲインフィードバックによる2足動歩行の安定解析"、計測自動制御学会論文集、vol.22, no.9, pp.948-954, 1986.
- [8] J.W. Grizzle, G. Abba and F. Plestan: "Asymptotically stable walking for biped robots: analysis via systems with impulse effects," IEEE Trans. on Automatic Control, vol.46, no.1, pp.51– 64, 2001.
- [9] 浅野, 羅:"衝突姿勢拘束を考慮した動的歩容の漸近安定性", 第8回 計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会講演論文集, pp.259-260, 2007.
- [10] 古荘、山田: "角運動量を考慮した 2 足歩行ロボットの動的制御-両脚 支持期に蹴りを行う歩行"、計測自動制御学会論文集、vol.22, no.4, pp.451-458, 1986.
- [11] 浅野, 羅, 山北: "Rimless Wheel の安定原理に基づくコンパス型 2 足ロボットの漸近安定歩容生成", 日本ロボット学会誌. vol.26, no.4, pp.351-362, 2008.
- [12] 平田、小亀: "状態にジャンプを有する線形システムの周期運動— Compass Walking のモデリング、安定解析、フィードバック制御"、システム制御情報学会論文誌、vol.17, no.12, pp.553-560, 2004.
- [13] F. Asano: "Stability analysis of passive compass gait using linearized model," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.557–562, 2011.
- [14] 浅野、羅: "半円足の転がり効果を利用した劣駆動仮想受動歩行-(I) コンパス型モデルの駆動力学"、日本ロボット学会誌、vol.25, no.4, pp.566-577, 2007.
- [15] 浅野、羅: "半円足の転がり効果を利用した劣駆動仮想受動歩行-(II) 性能解析と冗長モデルへの拡張", 日本ロボット学会誌, vol.25, no.4, pp.578-588, 2007.



#### 浅野文彦(Fumihiko Asano)

2002 年東京工業大学大学院理工学研究科制御工学 専攻博士後期課程修了. 同年理化学研究所バイオ・ ミメティックコントロール研究センター環境適応ロ ボットシステム研究チーム研究員. 2008 年 10 月 より北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科 准教授, 現在に至る. 博士 (工学). ロボティクス,

制御工学の研究に従事. 計測自動制御学会, システム制御情報学会, IEEE の会員. (日本ロボット学会正会員)