

Title	ローカルな海洋における移流解析に適した並列アルゴリズムの開発
Author(s)	上野, 博芳
Citation	
Issue Date	1998-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/1121
Rights	
Description	Supervisor:松澤 照男, 情報科学研究科, 修士

修士論文

ローカルな海洋における移流解析に適した 並列アルゴリズムの開発

指導教官 松澤照男 教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報システム学専攻

上野博芳

1998年2月13日

目次

1	はじめに	1
1.1	海洋モデルと数値流体力学	1
1.2	重油流出事故の発生と状況	3
1.3	研究の目的	4
2	海洋モデル	6
2.1	前提条件	6
2.2	基礎方程式	8
2.3	境界条件	10
2.4	乱流モデルとパラメータ値	12
2.5	離散化と計算フロー	15
2.6	日本海の構造	18
3	予備実験	20
3.1	計算条件	20
3.2	結果	23
3.3	考察	24
3.4	結論	26
4	並列化	27
4.1	アルゴリズム	27
4.1.1	baroclinic 流れの計算と領域分割	27
4.1.2	barotropic 流れの計算とデータフロー	31
4.2	計算条件	34

4.3	実験結果	35
4.4	考察	35
5	実験	37
5.1	日本海基本モデル	37
5.1.1	計算条件	37
5.1.2	結果	39
5.2	対馬海流	44
5.2.1	計算条件	44
5.2.2	結果	45
5.3	風の影響	47
5.3.1	計算条件	47
5.3.2	結果	48
5.4	漂流予測	51
5.4.1	計算手法	51
5.4.2	結果	51
6	考察	53
6.1	日本海モデル	53
6.2	漂流予測	54
6.3	並列化の効果	55
7	あとがき	58
7.1	本研究で得られた成果	58
7.1.1	日本海モデルの構築	58
7.1.2	並列化	58
7.2	今後の課題	59
8	謝辞	60

第 1 章

はじめに

1.1 海洋モデルと数値流体力学

数値流体力学 (CFD: Computational Fluid Dynamics) の研究は、計算機の発達につれて近年急速に進歩し、理学・工学の広範な分野で、流れと流れを伴う現象の解明に役立てられている [1]。また、多くの機械や構造物の設計開発、環境アセスメントなどに利用され、開発コスト・期間の短縮がはかられる一方、特に実験的に再現できない、あるいは測定困難な流れを解析するために用いられている。

本研究のテーマである海洋現象は、漁業をはじめ人間社会との関わりが深く、継続的な観測が続けられている。また、最近では人工衛星を利用したリモートセンシング [2] などにより、広範囲な測定が可能になってきている。しかしそのスケールの大きさから、観測によりすべてを把握することは困難であり、測定はその一部にとどまっている。CFD はこのように測定困難な海洋現象の解析に有用であり、沿岸海洋過程、海流の力学、沿岸湧昇、海洋混合層などの現象を、地球流体力学の素過程として理論的に体系づける研究など、多くの分野で役立ってきた。

ひとくちに海洋現象といっても、その中には表 1.1 に示すようにさまざまな時空間スケールとそれに含まれる素過程があり、どのようなスケールに注目するかで予測の方法は異なってくる。

初期の 1960 年代における、ペロニス [3] らの解析的手法による海洋大循環モデルや、その後発見された中規模渦¹を解明したハンの数値モデルなどは地球規模の外洋を対象にし

¹現実の海洋の流れはきれいな形をしておらず、100 km 程度の水平スケールを持つ中規模渦といわれる

表 1.1: 海洋現象のスケール

水域	空間スケール	時間スケール	素過程の例
海浜域	10 cm ~ 200 m	10 秒 ~ 2 時間	風波
内湾・エスチャリー	200 m ~ 100 km	3 日 ~ 1 年	密度流
陸棚・沿岸域	100 km ~ 1,000 km	2 年 ~ 20 年	吹送流
外洋	1,000 km ~ 20,000 km	5 年 ~ 100 年	超長波

たモデルである。また最近では 3 次元モデルが開発され、 σ 座標変換を採用したプリンストン大学 [4] の POM²や、米国 GFDL³[5] の MOM2⁴ などこれにあたる。これらのグローバルな海洋モデルの構築は、計算機の処理能力に負う所が大きく、超並列計算機などコンピュータの処理能力が発達すれば、中規模渦などの現象を詳細に見ることができる解像度をもつ海洋モデルが可能になる。そのようなモデルは、今日いまだに未知の点が多い海洋の乱流、およびそれに関連する海流の熱輸送の問題などの研究分野で、その進歩に大きな寄与をすることが期待されている。

一方国内では、東京湾、大阪湾、瀬戸内海などの閉鎖性海域やエスチャリー⁵などに関しての報告が多い。特に大阪湾は、関西国際空港建設のための環境アセスメントにおいて盛んに研究され、潮流に吹送流⁶と密度流⁷を考慮にいたった堀江 [6] らの研究や、3 次元多層位モデルを採用した中辻 [7] の ODEM⁸ がある。

海洋モデルのうち、これらのシミュレーション的な数値モデルは、海洋の現象をなるべく現実に近い形にモデル化し、数値モデルの結果と観測されたデータとの比較を行なうことにより海洋現象を調べるものである。大阪湾は継続的に沿岸部の開発が行なわれてお渦に満たされていることが判明した。1970 年代に入り、米国やソ連の海洋観測プロジェクトにより発見された。

²Princeton Ocean Model。

³Geophysical Fluid Dynamics Laboratory。

⁴Modular Ocean Model, Version 2.0。

⁵一般的には、外海に口を開き、中の海水が陸地側から流入する淡水によって稀釈される半閉鎖水域のこと。河口域や広い意味での内湾も含まれる。

⁶風が海面に及ぼす応力によって直接生じる流れ。

⁷密度の不均一分布から生じる流れ。たとえば重たい水は下へ沈もうとし、鉛直方向の流れが発生する。

⁸Osaka Daigaku Estuary Model、大阪湾を対象としたエスチュアリー・モデル。

り、それらの環境アセスメントに関連した現地観測によって、大量の実測データが蓄積されている。そして最近の計算機の発達により、大規模な数値計算が可能となり、数値計算によって現地観測の結果を再現するまでになっている。大阪湾においては、海洋モデルが海洋における物理現象を解明するための実験の道具として活用できる状況になっていると言っても過言ではない。

しかし、今まで述べたスケールの中間スケールといえる日本海や日本近海の外洋、いわゆる陸棚・沿岸域などのローカルな領域の解析は、大阪湾などに較べ数値計算の規模が更に大きくなることもあり、まだあまり行なわれていない。特に日本海は太平洋側と比べ閉じた海域で構造が複雑であり、観測データも少ない。

1.2 重油流出事故の発生と状況

1997年1月、鳥取県沖の日本海においてロシア船「ナホトカ号」が沈没し、流出した重油が日本海沿岸に漂着する事故が発生した。その漂着先は船首部が漂着した福井県三国海岸をはじめ8府県におよび、大きな災害となった。また海底に沈んだ船体部分のタンク内からは、その一部が今だに漏出を続けている。

この事故においては、沈没地点および重油の流出状況は比較的早く把握されたものの、過去に日本海を対象とした数値解析が行なわれておらず、日本海沿岸への正確な漂着予測は困難を極めた。さらに限られた時間のなかで効果的な対応をとる必要があるため、短時間で正確な流路推定が必要とされた。

このような状況下で行なわれた漂流予測としては、民間の環境コンサルタント会社が実施し、Web上で公開したケース⁹が最も有名であろう。ここで用いられた海洋モデルは3次元多層位モデルであり、海流と風の影響を考慮に入れている。モデル構築に必要な観測データについては、石川県警や海上保安庁から発表された重油の漂流情報を使い、さらに重油漂着状況を監視したボランティアからの情報を、ネットワークを利用して収集し、モデルの修正を行なっている。環境アセスメント用に開発した流体モデルを基に、海洋モデルを構築した模様であるが、事故発生後12日で第一報を発表したのは特筆される。ただし今回の事故にモデルの対象を絞っており、その領域は福井県から能登半島まで、及び新潟県沖までに限定されている。

⁹株式会社 環境総合研究所 (ERI) によるもの。URL: <http://www.bekkoame.or.jp/~t-aoyama/eri.html>。

今回の事故には適用できなかったが、石油連盟が沿岸の石油関連施設からの油流出事故を前提とした、予測モデル [8] を公開¹⁰している。このモデルは、観測データを基に流れのデータをあらかじめ作成してファイルの形で保存しておき、風を考慮に入れ、移流と拡散についてのみ数値計算を行なうというものである。油の性状変化を考慮することが可能、鉛直方向の拡散については実験を行ない、そのデータから新たにモデルを構築している、オンライン気象データ¹¹を使用することが可能など、移流拡散については優れた点が多い。しかし流れのデータをファイルの形であらかじめ作成しておかなければならず、東京湾をはじめ石油コンビナートなどが存在する日本列島の沿岸 7ヶ所にしか対応できない。今回の事故は適用地域外であったので、漂流予測を行なうことができなかった。また事故の後、該当海域の流れを推定して漂流予測¹²を行なったが、当時対馬海流が通常よりかなり蛇行して南側を流れていたため、最初はうまく計算できなかったとのことである。

また日本海側の 1府 6 県の大学が、共同で重油処理対策研究グループを結成し、沈没したナホトカ号本体から、大規模な重油の流出があった場合の漂流予測を行なうとの情報があるが、現時点では詳細は不明で、結果なども公表されていない。

1.3 研究の目的

以上の点をふまえ、本研究の目的を以下の通りとした。

- 重油流出事故のような突発的な海洋汚染に対して、その漂流予測を行なうためのベースとなる海洋モデルを、計算機上に構築する。
- 上記の海洋モデルに適した並列アルゴリズムを開発し、計算の高速化を図る。

まず本研究では、題名にある「ローカルな海洋」として「日本海」を対象とし、その構造の調査と領域内での物質の移流拡散の予測を目的とする、高精度な海洋モデルを開発する。ここで前述の重油流出事故の経過を考慮に入れ、以下のような方針で海洋モデルを逐次型計算機に実装し、各種パラメータを取り込みながら精度を評価する。本報では、主に

¹⁰開発は富士総合研究所。

¹¹平成 9 年 4 月から (財) 日本気象協会がインターネット経由で最新の 4 8 時間予報値のダウンロードサービスを開始した。URL: <http://www.micosweb.jwa.go.jp/>。

¹²油対応沿岸域 GIS 研究会第 2 回例会 (1998.01.24. 於: 金沢工業大学) で講演。

海流や風の影響について報告する。またこの結果を、海洋モデルを並列化した際の基準とした。

- (1) 海洋モデルの対象は日本海全域とする。日本海全体を対象とした数値計算はまだ行なわれておらず、また日本海の構造を把握するには、全体像を解明する必要がある。さらにこの日本海モデルが構築されていれば、領域内のどこで事故が発生しても漂流予測が可能となる。
- (2) 海洋モデルの分解能は、漂流予測の精度に直結すると同時に、数値モデルの大きさを決定する。本研究では精度の高いモデルを目標としているが、この数値モデルの大きさは計算機の処理能力に制限される。そこで当面 2km 程度の分解能を目標としてモデルを構築し、計算可能性についても検討する。
- (3) 高精度を必要とするため 3次元モデルとする。
- (4) 海面近傍の風速ベクトルを用い、風による影響を考慮する。
- (5) 漂流予測の時間領域については、高精度の短期予測が目的のため、数日～1ヶ月とする。

つづいて構築した海洋モデルの計算を高速で実行するために、領域分割法を用いた並列アルゴリズムについて検討し、並列計算機上へ実装する。本研究では、緯度が同じ格子列をある幅を持ってグループとし、プロセッサ毎にこのグループを割り当て、並列に計算を行なった。そして逐次処理した場合と並列処理した場合を比較し、検討を加える。

第 2 章

海洋モデル

まず海洋の諸現象をモデル化するために用いた数値モデルについて述べる。本研究では海洋の深さを考慮に入れた、3次元モデルを採用した。次にモデル化の根拠及び計算結果の比較ベースとして、シミュレーションの対象である日本海の実際の構造について概観する。

2.1 前提条件

ダイナミックに変化する、海洋のような複雑な物理現象を定式化するには、その構造について、近似や仮定を用いる必要がある。ここではそれらを前提条件と呼ぶ。本研究で採用した前提条件は、以下の通りである。

- (1) 水は非圧縮性であることから、海水は粘性非圧縮性流体として取り扱う。
- (2) 流れの鉛直方向加速度は、重力方向に比べて十分に小さい。従って鉛直方向の圧力は静水圧により近似される。鉛直方向速度に関する運動方程式にこの静水圧近似が導入されることから、正しくは準3次元モデルと呼ばれ、薄い層状のセルを重ね合わせたものとなる。
- (3) 密度変化の影響は圧力項の中でのみ取り扱うとする、Boussinesq の近似を採用する。
- (4) 海洋モデルにおける流れを駆動する主な要因としては、風、潮流、地球の回転運動、密度変化などがある。これらの成因により、流れは2種類に分類される。すなわち、

海水の密度が一様で、風などの外部要因により流れが規定される barotropic 流れと、密度変化などの内部要因により規定される baroclinic 流れである。本モデルの流れ（水平方向の速度を (u, v) とする）は、式 (2.1)、(2.2) に示すように、barotropic 流れ (\bar{u}, \bar{v}) と、baroclinic 流れ (\hat{u}, \hat{v}) が重ね合わされた構造とする。

$$u = \bar{u} + \hat{u} \quad (2.1)$$

$$v = \bar{v} + \hat{v} \quad (2.2)$$

- (5) 海水面の表現方法には、一般に自由水面モデルと rigid-rigid モデルの 2 種類がある。前者は水面変動を直接表現でき、水表面の運動方程式を満たすように解くことができる。この方法は潮汐流や密度流といった沿岸海域での現象を対象とした数値的研究で用いられている。また後者はその名が示すように、固定した摩擦のない「ふた」を水面上に置き、表面の運動を容認しない。このモデルは海洋大循環や台風に対する応答性などの海洋の運動を議論する場合に用いられている。本研究は、日本海というローカルな海域を対象としているが、沿岸海域での潮流（潮の干満）などの現象もその対象に含もうとしている。よって海水面は自由水面モデルとする。
- (6) 風によって海面上に発生する流れを吹送流という。風速が大きくなると、水面上の流れはこの吹送流が支配的となる。そこで吹送流を再現するために、海水面の境界条件に、風による影響（風によるせん断応力）を加える。

また海底地形を滑らかに近似するために、鉛直方向に σ 座標変換して解く手法を用いる場合がある。その代表例として、前述したプリンストン大学で開発され、公開されている POM [4] があげられる。しかし本研究では、水平スケールが鉛直スケールに比べはるかに大きく、精度的に σ 座標変換を行なうメリットが少ない、海流は表面付近をほぼ並行にながれており、これを考慮すると、海底地形によって格子形状が影響を受ける σ 座標変換は不適等であり、また σ 座標変換に伴いコードが複雑になる、などの理由により、格子点の水平位置によって層数の異なる 3 次元多層位モデルを採用する。

2.2 基礎方程式

前項の前提条件に加え、座標系に次の図 2.1 に示す球面座標系を導入する。ここで (λ, ϕ, z) は 各々(経度、緯度、平均水面からの深さ)であり、 (u, v, w) は同じく対応する 3 方向の速度である。

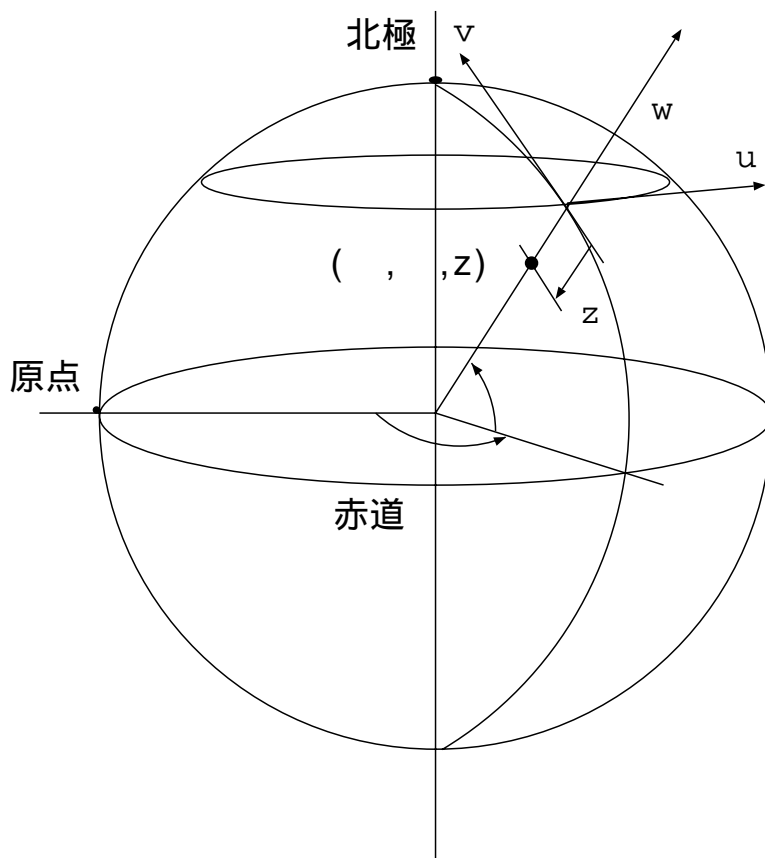


図 2.1: 球面座標系

非圧縮粘性流体について、連続の式ならびに運動量、温度、塩分の保存則に、渦動粘性係数、渦動拡散係数の概念を導入することにより、以下の基礎方程式を得る。まず水平方向の運動方程式は、

$$u_t + \mathcal{L}(u) - \frac{uv \tan \phi}{a} - fv = -\frac{1}{\rho_o a \cdot \cos \phi} p_\lambda + (\kappa_m u_z)_z + F^u \quad (2.3)$$

$$v_t + \mathcal{L}(v) - \frac{u^2 \tan \phi}{a} + fv = -\frac{1}{\rho_o a} p_\phi + (\kappa_m v_z)_z + F^v \quad (2.4)$$

となる。また鉛直方向については、式(2.6)の静水圧近似より、

$$w_z = -\frac{1}{a \cdot \cos \phi} \cdot (u_\lambda + (\cos \phi \cdot v)_\phi) \quad (2.5)$$

$$p_z = -\rho \cdot g \quad (2.6)$$

さらに温度と塩分の拡散方程式は、

$$T_t + \mathcal{L}(T) = (\kappa_h \cdot T_z)_z + \nabla \cdot (A_h \nabla T) \quad (2.7)$$

$$S_t + \mathcal{L}(S) = (\kappa_h \cdot S_z)_z + \nabla \cdot (A_h \nabla S) \quad (2.8)$$

であり、海水の状態方程式は次式で与えられる。

$$\rho = \rho(T, S, p) \quad (2.9)$$

ここで、 p ：圧力、 T, S ：温度および塩分ポテンシャル、 ρ ：密度ポテンシャル、 κ_m, A_m ：渦動粘性係数、 κ_h, A_h ：渦動拡散係数、 g ：重力加速度、 a ：地球の半径、 f ：コリオリパラメータ、 F ：水平方向の摩擦力、などである。ただし移流項と水平方向の拡散項は以下となる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\alpha) &= \frac{1}{a \cdot \cos \phi} \cdot (u \cdot \alpha)_\lambda \\ &+ \frac{1}{a \cdot \cos \phi} \cdot (\cos \phi \cdot v \cdot \alpha)_\lambda + (w \cdot \alpha)_z \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\nabla^2 \alpha = \frac{1}{a^2 \cos^2 \phi} \alpha_{\lambda\lambda} + \frac{1}{a^2 \cos \phi} (\cos \phi \cdot \alpha_\phi)_\phi \quad (2.11)$$

また水平方向の層間せん断力は、

$$F^u = \nabla \cdot (A_m \nabla u) + A_m \left(\frac{(1 - \tan^2 \phi) \cdot u}{a^2} - \frac{2 \sin \phi \cdot v_\lambda}{a^2 \cos^2 \phi} \right) \quad (2.12)$$

$$F^v = \nabla \cdot (A_m \nabla v) + A_m \left(\frac{(1 - \tan^2 \phi) \cdot v}{a^2} + \frac{2 \sin \phi \cdot u_\lambda}{a^2 \cos^2 \phi} \right) \quad (2.13)$$

で表され、コリオリパラメータは、

$$f = 2\Omega \sin \phi \quad (2.14)$$

である。ここで Ω は、地球の回転数を示す。

さらに barotropic 流れについては、流れ関数を導入する。任意のセル柱において、未知の表面圧力項を消去するために、運動方程式 (2.3)、(2.4) を鉛直方向に平均し (これらの式の平均 = F) また流れ関数 (ψ) については平均速度を算出する。さらにこれらの渦度をとると、流れ関数について以下の式が得られる。

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{H} \cdot \nabla \psi_t \right) - J(\text{acor} \cdot \frac{f}{H}, \psi) = \hat{\mathbf{k}} \cdot \nabla \times F \quad (2.15)$$

ここで、 J : jacobian、 acor : 陰的なコリオリパラメータの係数、 $H(\lambda, \phi)$: 海水面から海底までの深さである。

またタイムステップは、次の CFL 条件 [11] 及び拡散数の条件 [14] に従って決定した。

$$\Delta t \leq \frac{\Delta S}{\sqrt{gH}} \quad (2.16)$$

$$\Delta t \leq \frac{\Delta S^2}{2\alpha} \quad (2.17)$$

ここで、 Δt : タイムステップ、 ΔS : 最小の格子サイズ、 α : 拡散係数である。

2.3 境界条件

(1) 海水面

風よるせん断応力 (τ_x^s, τ_y^s) と、熱・水交換による熱 (Q_{flux}) 及び塩分フラックス (S_{flux}) を考慮する。

$$(F^u)^s = \tau_x^s \quad (2.18)$$

$$(F^v)^s = \tau_y^s \quad (2.19)$$

無風状態では、 $\tau_x^s = 0$ 、 $\tau_y^s = 0$ である。

$$K_h \cdot T_z = \frac{Q_{flux}}{\rho C_p} \quad (2.20)$$

$$K_h \cdot S_z = S_{flux} V_t \quad (2.21)$$

ここで C_p : 重量比熱、 V_t : 海水面での水交換量である。

(2) 海底面

水平方向の速度は自由すべり、鉛直方向の境界条件は式 (2.22) で与えられる。また海底面からの熱および塩分フラックスの伝達は無い。

$$w^b = -\frac{u^b}{\cos \phi} H_\lambda - v^b H_\phi \quad (2.22)$$

$$K_h \cdot T_z = 0 \quad (2.23)$$

$$K_h \cdot S_z = 0 \quad (2.24)$$

ここで $H(\lambda, \phi)$ は海水面からの深さである。

(3) 陸壁面

3方向ともすべり無しで、熱および塩分フラックスの伝達もない。

$$U = 0 \quad (2.25)$$

$$A_h \cdot T_n = 0 \quad (2.26)$$

$$A_h \cdot S_n = 0 \quad (2.27)$$

ここで添字 n は、壁面の法線方向を表す。

(4) 海境界

基本的には自由境界であるが、海流を考慮するために、流入条件を用いる場合もある。大きく分けると以下の2ケースとなる。詳細な境界条件については、個々の実験に関する設定条件の項で述べる。

- 自由境界 運動量および熱・塩分フラックスが自由に伝達される。
- 流入条件 海流を想定した運動量と熱・塩分フラックスの設定。

2.4 乱流モデルとパラメータ値

基礎方程式を解くのにあたり、残っている問題は、パラメータ値の決定である。特に渦動粘性係数と渦動拡散係数の決定は、乱流モデルの選択となる。実際は、運動方程式 (2.3)、(2.4)、及びその層間せん断力を表す式 (2.12)、(2.13) 中の乱流輸送項と、温度と塩分の拡散方程式 (2.7)、(2.8) 中の乱流輸送項の取り扱いを、どうするかということである。ここでは比較検討のために他の海洋モデルの現状や実測値についての調査を行ない、乱流モデルについて検討を加える。

乱流輸送項の取り扱いについて、いままでの湖沼や海洋のモデルを見ると、

- (1) $A_m \cdot \kappa_m$ や $A_h \cdot \kappa_h$ を一定値とする。
- (2) Richardson の 4/3 乗則に従い、離散化間隔の長さスケールを用いて $A_h \sim (\Delta x)^{4/3}$ とする。
- (3) Smagorinsky の概念に基づく SGS 粘性係数 [12] などの LES (Large Eddy Simulation) モデルを適用する。

などの方法が用いられている。(1)、(2) では乱流変動が考慮できず、(3) のみがサブグリッドスケールの渦を考慮することが可能である。しかしながら実装が容易であることから、ここでは最も簡単な手法である (1) を採用し、渦動粘性係数 A_m 、 κ_m ならびに渦動拡散係数 A_h 、 κ_h を一定値とした。これは 0 方程式乱流モデルと呼ばれる [10]。

次に、渦動粘性係数と渦動拡散係数を決定する際の参考とするために、他のモデルや実測値を調査した。0 方程式乱流モデルを採用している海洋モデルの水平スケールとこれら諸係数を表 2.1 に、また渦拡散係数について、水平方向の実測値を表 2.2¹ に、鉛直方向の概略値を表 2.3² に示す。

まず水平方向の渦動粘性係数、渦拡散係数については、Reynolds の相似仮説によって A_m は A_h と等しいと置き、慣性領域における相対拡散から A_h を評価すると [9][20]、

$$A_m = A_h = C_A L^{4/3} \quad (2.28)$$

で近似される。これは結局 Richardson の 4/3 乗則に基づいている。ここで $L(\text{cm})$ は計算領域の水平スケールであり、 C_A は定数で 0.01 ~ 0.09 をとる。この式 (2.28) を表 2.1 の

¹ 「環境流体汚染」[9] より引用。

² 同上。

表 2.1: 他の海洋モデルの渦動粘性係数、渦動拡散係数

対象領域	水平 スケール (km)	渦動粘性係数 (水平) A_m (m^2/sec)	←← (鉛直) κ_m (m^2/sec)	渦動拡散係数 (水平) A_h (m^2/sec)	←← (鉛直) κ_h (m^2/sec)	備考
大阪湾	64	5.0×10^1	1.0×10^{-3}			ODAM
東京湾	約 100	2.0×10^2		2.0×10^2		手嶋ら [13]
播磨灘	約 80	5.0×10^4				松梨ら [9]
大阪湾	64		1.157×10^{-3}			同上
大阪湾	64	5.0×10^1				同上
瀬戸内海	600			1.0×10^3		同上
グローバル	-	1.0×10^5	2.0×10^{-3}	1.0×10^4	1.0×10^{-4}	MOM2

表 2.2: 水平渦動拡散係数 (A_h)

測定場所	A_h (m^2 / sec)	測定者
興津川河口	1.0 ~ 9.0	東海区水研
大井川河口	1.0×10^1	同上
紀伊長島赤羽川河口	1.0 ~ 3.0	同上
紀の川河口	1.0×10^2	市栄
矢作川河口	0.2 ~ 3.0	東海区水研

表 2.3: 鉛直渦動拡散係数 (κ_h の概略値)

海域	κ_h (m^2 / sec)
海の上層の混合層 (10 ~ 100m)	$0.1 \sim 1.0 \times 10^{-2}$
躍層など密度成層の強いところ	$0.01 \sim 1.0 \times 10^{-4}$
深海 (1000m 以深)	$0.01 \sim 1.0 \times 10^{-3}$
海底の境界層	$0.1 \sim 1.0 \times 10^{-3}$
感潮河口	$0.1 \sim 1.0 \times 10^{-3}$

A_m に適用すると、MOM2 以外は $C_A = 0.4 \sim 1.0 \times 10^{-4}$ となり、小さ過ぎるように思われる。しかし MOM2 だけは、 $C_A = 0.017$ と妥当な値³となっている。また表 2.2の A_h はいずれも対象海域が狭く、そのためか A_h がかなり小さい。以上の考察より水平方向については、 $A_m = 1.0 \times 10^5$ 、 $A_h = 1.0 \times 10^4$ を採用する事とした。

鉛直方向の渦動粘性係数に関しては、次の近似式 [20] が提案されている。

$$\kappa_m = C_\kappa \sqrt{C_f} HW \quad (2.29)$$

ここで w は風速 (m/s)、 C_f は風の水面摩擦係数⁴であり、 C_κ は定数で 0.00055 である。いま $w = 3m/s$ と仮定すると、 $\kappa_m = 2.12 \times 10^{-3}$ となって、MOM2 とほぼ一致する。そこで $\kappa_m = 2.0 \times 10^{-3}$ とする。また κ_h は表 2.3から決定するが、対馬海流の存在から密度成層に近い値をとる事とし、 $\kappa_h = 1.0 \times 10^{-4}$ とした。

乱流モデルに関する諸係数以外のパラメータは一般的な物理量であり、理科年表などより引用した。最後にここで説明した各種パラメータの値を、表 2.4 にまとめておく。

表 2.4: パラメータ値

パラメータ	値	備考
渦動粘性係数 (水平) A_m	$1.0 \times 10^5 \text{ m}^2 / \text{sec}$	
渦動粘性係数 (鉛直) κ_m	$2.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2 / \text{sec}$	
渦動拡散係数 (水平) A_h	$1.0 \times 10^4 \text{ m}^2 / \text{sec}$	
渦動拡散係数 (鉛直) κ_h	$1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 / \text{sec}$	
密度 ρ_0	1.035	初期値
重力加速度 g	$9.806 \text{ m}/\text{sec}^2$	
地球平均半径 a	$6.37 \times 10^6 \text{ m}$	
地球回転数 Ω	$\pi/43082.0 \text{ sec}^{-1}$	

³但し $L = 1200km$ として計算した。また MOM2 は元々グローバルなモデルであり、計算対象としては、本論文の日本海程度の水平スケール (10^3km 規模) が適当であったと思われる。

⁴式 (5.3) 参照。

2.5 離散化と計算フロー

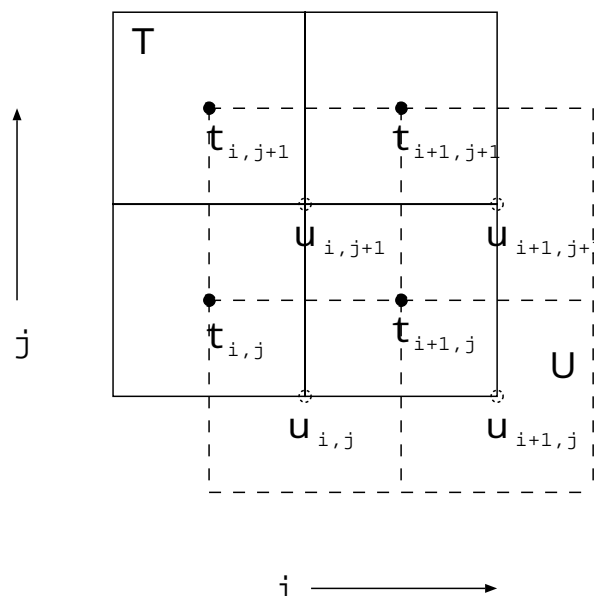


図 2.2: スタッガード格子

2.2 節の基礎方程式系を、差分法を使って離散化した。差分格子には図 2.2 に示すスタッガード格子を用いる。この格子系では、温度や塩分等（図中の t ）を評価する位置を定義する T セルと、速度（図中の u ）を評価する位置を定義する U セルを、緯度及び経度方向にそれぞれ半格子分づつずらして定義する。こうする事で、たとえばある点の塩分量 $t_{i+1,j}$ を、 λ 方向についてみると、次式のように両隣の境界における速度差によって生じる蓄積量で決まることが直観的に理解でき、流れの物理現象をうまく表現できる。

$$t_{i+1,j} = \alpha \left(\frac{u_{i,j} + u_{i,j+1}}{2} - \frac{u_{i+1,j} + u_{i+1,j+1}}{2} \right) \quad (2.30)$$

運動方程式・拡散方程式とも離散化には leap frog 法を用いた。ただし拡散項については他より時間的に 1 ステップ遅れた値をとる。これは、leap frog 法では拡散項を他項と同じ時間ステップで評価すると、無条件に不安定となるからである。また leap frog 法は、時間については中央差分を用いており、そのために生じる計算結果の雑音や誤差を除去するために、17 ステップに一回の割合でオイラーの前進差分を組み込んだ。barotropic 流

れは 2 次元問題に帰着し、9 点差分を用いて流れ関数の式 (2.15) を空間について差分化した。

次に計算フローを図 2.3 に示す。概略の計算手順は、以下の通りである。

1. 開始。
2. 地形、境界条件等各種入力データから、格子などの空間的構造や時間、各パラメータを初期化する。
3. 時間を 1 ステップ進める。
4. 移流項、式 (2.10) と静水圧近似による鉛直方向速度、式 (2.5) から T セル上の移流速度を求め、それらを平均する事で U セル上の移流速度を得る。
5. T セル上の移流速度と渦動拡散係数から温度及び塩分に関する移流・拡散オペレータを求め、拡散方程式 (2.7)、(2.8) から温度 T と塩分 S を計算する。
6. baroclinic 流れを計算する。密度変化と静水圧近似から圧力勾配を求め、U セル上の移流速度と渦動粘性係数から運動量についての移流・拡散オペレータを求める。この圧力勾配項と移流・拡散オペレータを用い、運動方程式 (2.3)、(2.4) と移流項、式 (2.10) から速度 (\hat{u}, \hat{v}) を得る。
7. barotropic 流れを計算する。流れ関数の式 (2.15) を空間について差分化すると、流れ関数についての連立 1 次方程式が得られる。これを前処理付き CG 法を用いて陰的に解き、速度 (\bar{u}, \bar{v}) を得る。
8. 最後に式 (2.1)、(2.2) より、baroclinic 流れと barotropic 流れを重ね合わせる。
9. 積分時間に達するまで 3. ~ 8. を繰り返す。

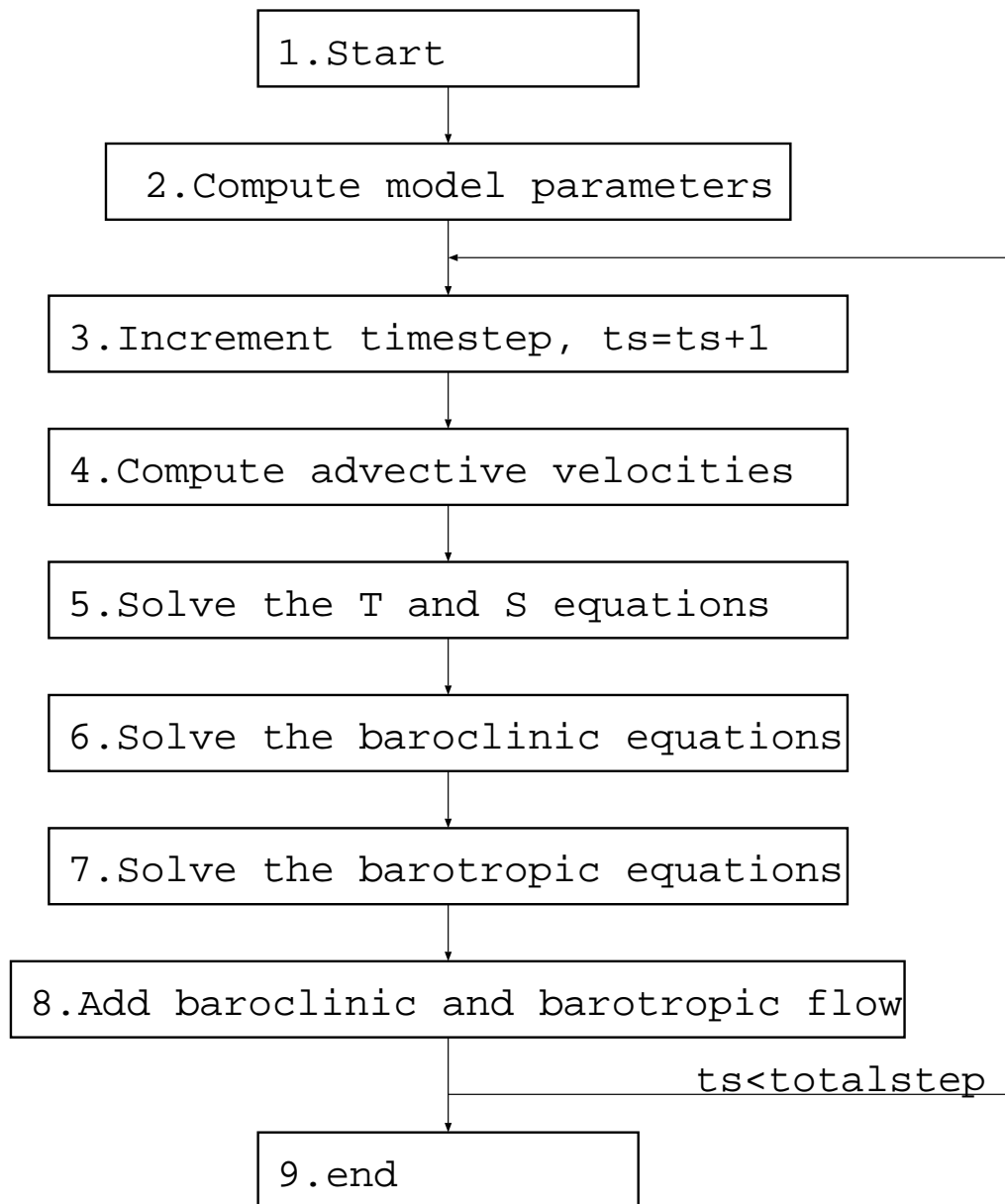


図 2.3: 計算フロー

2.6 日本海の構造

海洋大辞典 [16] によると、日本海は、中新世の中ごろ（約 1,500 万年前）日本列島が湾曲しながら大陸から離れるのにつれて、拡大して生じたとされている。その面積は約 130 万 km^2 、平均水深 1,350m、最深部は 3,700m であるが、他の海と連絡する 4 つの海峡はいずれも浅くて狭く、最も深い対馬・津軽両海峡で 140m、宗谷海峡が 60m、間宮海峡では 10m 以浅と言われている。従って他の海との水の交換も規模が小さく、対馬暖流が対馬海峡の東西両水道を経て流入するだけである。対馬暖流の流路模式図を図 2.4 に示す。

日本海では、全体の 8 ~ 9 割を日本海固有水と呼ばれる水温・塩分一様の水が占め（ $0 \sim 1 \text{ } ^\circ\text{C}$ 、 $34.0 \sim 34.1$ プロミル⁵）、その上に高温の対馬暖流が流入し、7 ~ 8 割が津軽海峡から、残りが宗谷海峡から流出する。この対馬暖流の海水特性は、季節によって大きく変化するが、冬季においては水温 $10 \sim 20 \text{ } ^\circ\text{C}$ 、塩分量はほぼ一様で、 34.4 プロミル程度となる。また暖水の厚さは日本沿岸で 200m ほどにおよぶが、遠ざかるにつれて薄くなり、北緯 $40 \text{ } ^\circ$ 付近で東西に伸びる極前線を形成する（図 2.4 参照）。極前線以南が対馬暖流域であり、流れや水塊が時間的にも空間的にも大きく変化する。

対馬暖流には大小様々な蛇行が見られ、しかもその形状や位置は時間と共に大きく変化する。その豊かな変動性は、周辺に存在する多数の暖水渦や冷水渦とともに、日本海の流動を複雑なものとしている。そのため日本海中央域における対馬暖流の流路を明確に記述することは困難であるが、対馬海峡や津軽海峡に近い出入口周辺の限られた海域では、その流路は比較的安定している。対馬海峡東水道からの流入水は対馬暖流第 1 分枝と呼ばれ、日本列島に沿って北上する。西水道からの流入水は夏期には 2 本の流れに分かれる。1 つは日本海流入直後東に向きを変え、隠岐諸島西側を北上し、対馬暖流第 2 分枝と呼ばれるが、存在が認められるのは 6 ~ 8 月の夏期のみである。もう 1 つは朝鮮半島東岸に沿って北上し、対馬暖流第 3 分枝と呼ばれるが、流速や位置にかなりの変動がある。

対馬暖流の流速は、最大でも 1.7 ノット⁶であり、日本近海で最大の黒潮（4 ノット以上）と比べてもかなり小さく、流量も黒潮の 1/10 程度しかない。平均流速は対馬海峡西水道で $0.6 \sim 0.7$ ノット、東水道で $0.3 \sim 0.4$ ノットであり、全流量は平均 $3 \times 10^6 m^3/s$ である。流量・流速とも冬季に小さく夏季に大きいという季節変動があり、流量は冬季に

⁵ 海水中に含まれる塩分量を表す単位、海水 1kg 中の塩分量 g。

⁶ 1 ノット = 1.852 km/h。

$2 \times 10^6 m^3/s$ 弱、夏季に $3.5 \times 10^6 m^3/s$ 程度である。津軽海峡手前での対馬暖流についても、対馬海峡付近での流量と同程度の値が報告されている。また対馬暖流第1分枝の平均流速は、高塩分水の移動速度から 0.3 ノット前後と見積もられており、隠岐諸島西方での流れの幅は約 60km である。

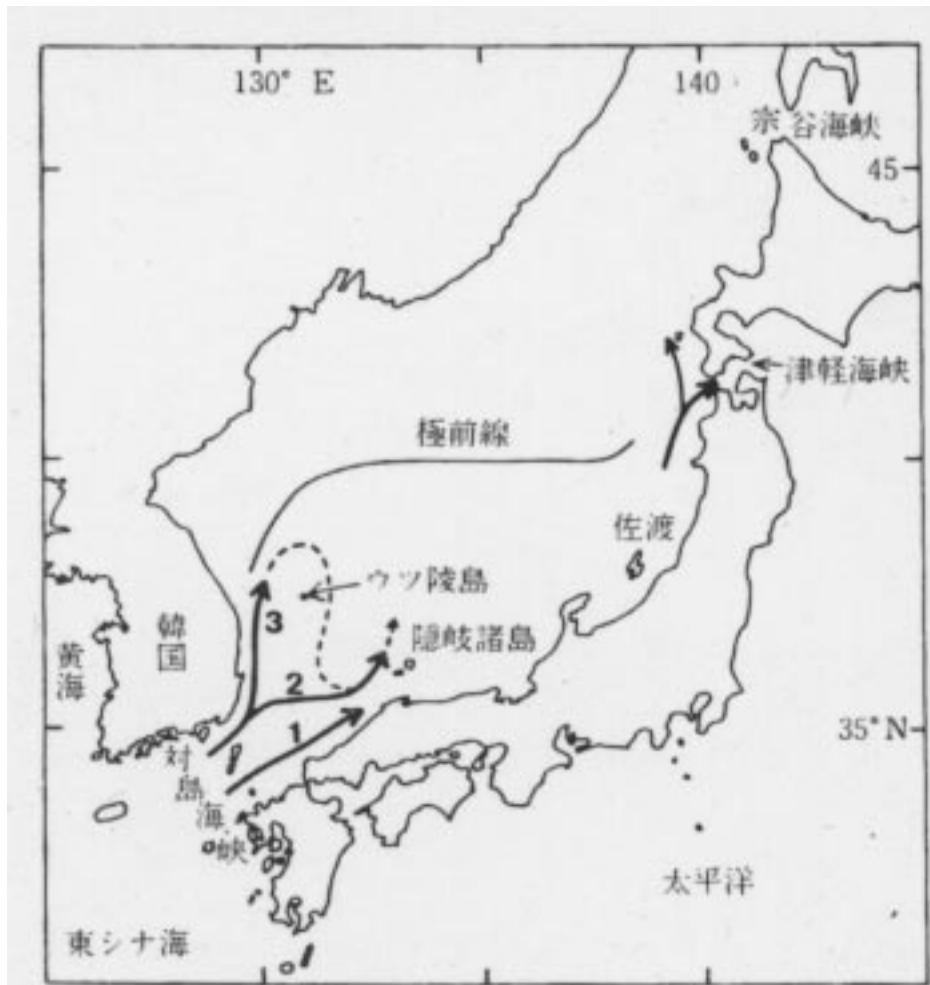


図 2.4: 対馬暖流の模式図(「海洋大辞典」より引用)

第 3 章

予備実験

海洋を高い精度でシミュレーションしようとしているので、その数値モデルは巨大になる。そこで実験に着手する前に、計算可能なモデルサイズを見極めるために、予備実験を行なった。計算対象である日本海について、領域サイズと格子の分解能 (= 移流拡散の予測精度) を目標としたレベルに設定し、計算を実行した。この予備実験の目的をまとめると、

- 入力データの確認とモデルの妥当性の検証を行なう。
- ハードウェア (メモリ、計算速度)・計算時間などの環境を含めた計算の可能性、すなわち「どの程度の規模のモデルが計算可能か」について検討する。

である。実験は Cray 社製の J90 上 (ただし 1PE) で実施した。

3.1 計算条件

計算領域を図 3.1 に、その他計算条件を表 3.1 に示す。日本海の地形データは、米国 NGDC¹より公開されている 5' メッシュ毎の標高データ ETOPO5 を用いた。

モデルの概略を簡単に説明する。計算領域は東経 126 °~ 142 °、北緯 34 °~ 46 °、深さ 5700m である。格子サイズは水平方向 0.02 (実際の距離スケールで約 2km 角に相当) 鉛直方向は深さ 100m までが 10m、100m から 5700m までは 10m から線形的に大きくなり平均 200m、格子数は (800 × 600 × 38) である。また表 2.4 に示すように動粘

¹U.S.National Geophysical Data Center, URL: <http://www.ngdc.noaa.gov/>。

性係数、動拡散係数は一定であり、かつ無風としたので、外部要因はコリオリ力のみとなる。タイムステップは CFL 条件より 40 秒、実際の計算時間を測定するため積分時間を固定し、1 日とした。なお初期条件は海域内がすべて静水状態である。

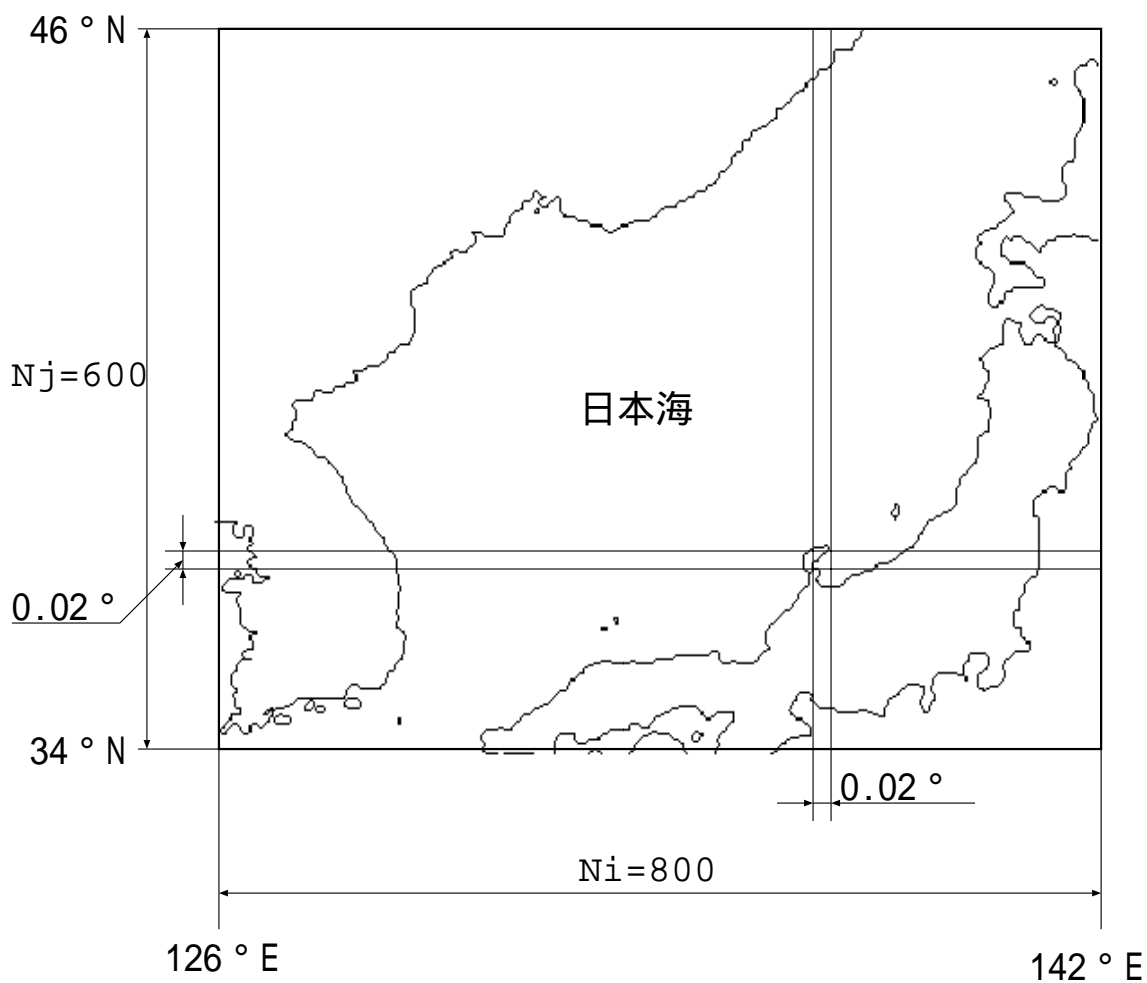


図 3.1: 計算領域：予備実験

表 3.1: 計算条件：予備実験

計算領域	:東西 :南北 :深さ	126 °E ~ 142 °E 34 °N ~ 46 °N 0 ~ 5700m
領域サイズ		16 °× 12 °× 5700m
格子サイズ		0.02 °× 0.02 °× (10 ~ 平均 200)m
格子数		800 × 600 × 38
総格子数		18,240,000
タイムステップ × ステップ数		40sec × 2160 (計 1 日)
海表面条件		無風、熱・塩分の移動なし
海境界		東西南北とも自由
地形データ		米国 NGDC ETOPO5

3.2 結果

計算結果として、領域全体の海水面の速度ベクトル図 3.2 に示す。地形構造などはうまく表現されている。前述したようにこのモデルの外部要因はコリオリ力だけである。計算結果を見ると、北半球におけるコリオリ力による北東方向への流れが発生しており、ほぼ妥当な結果と考える。しかし半島先端付近の北東側にて、速度の東西方向成分が 0 になる海域が存在するなど、当然ながら現実との差は大きい。

またこのモデルの計算時間は 345,109s (約 96 時間)、使用メモリは約 2.2GB であった。

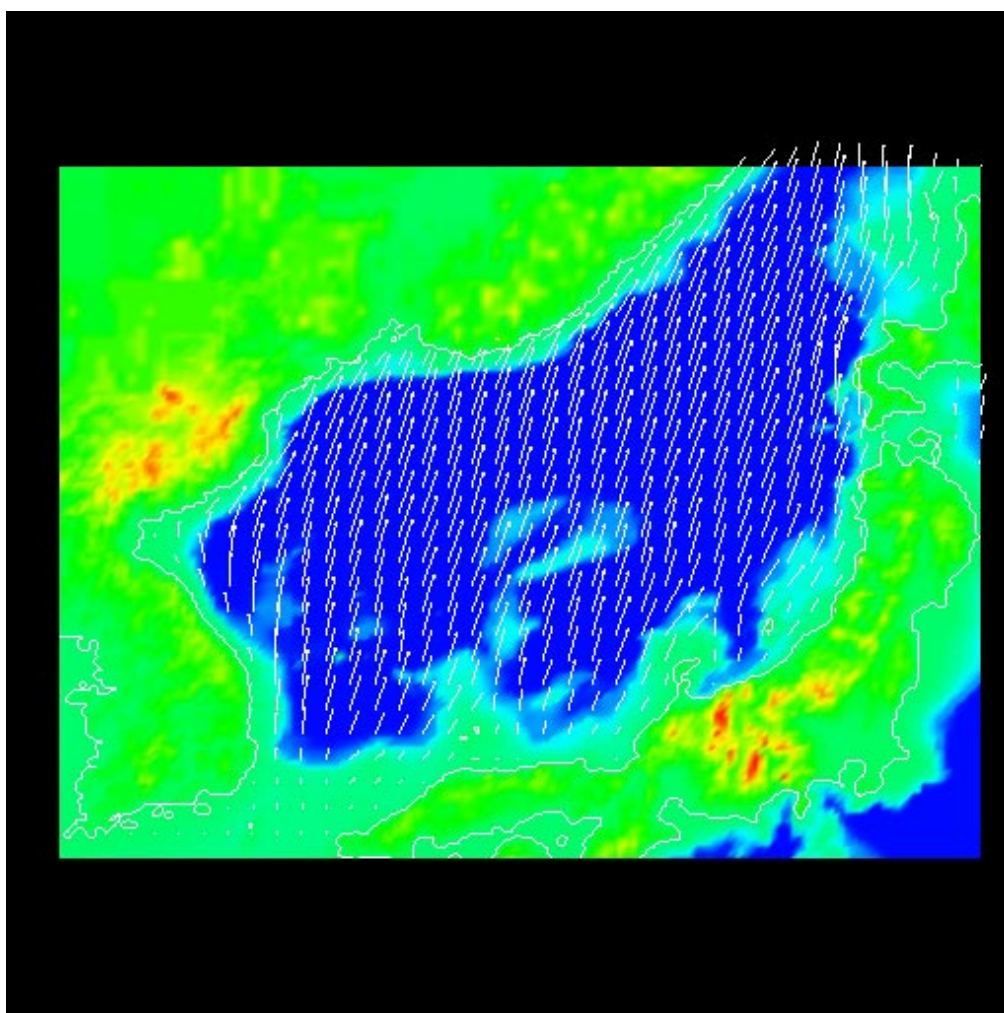


図 3.2: 海表面の速度ベクトル：予備実験

3.3 考察

(1) 海表面の速度ベクトル

このモデルは定常状態に達するまで積分したのではなく、最初から積分時間を 1 日に固定して計算している。したがって結果は、静水状態から 1 日後の流れが発達していく途中であろう。中辻ら [7] の ODEM の収束状況から、空間スケールを考慮にいれて推定すると、定常解を得るまで 200 日程度積分する必要があると考える。

(2) 計算時間

本モデルの計算に要した時間は、積分時間 1 日に対し約 96 時間と非常に大きい。必要な計算の精度を得るため格子サイズを小さくすると、CFL 条件からタイムステップが小さくなり、必要なモデルの積分時間(前項より 200 日)を得るためには、さらにステップ数を大きくする必要がある。また総格子数も約 1800 万セルと非常に大きいので、計算時間は爆発的に増大した。今後モデルの精度を評価するためには、まずこのモデルを並列化し、計算時間の短縮をはかる必要がある。

(3) 使用メモリ

使用メモリは、総格子数約 1800 万セルに対し、約 2.2MB とこれも計算時間と並んで非常に大きい。Cray 社の J90 は 4GB という非常に大きな共有メモリを有しており、この計算機上であるからこそ実行できたと言える。このメモリ・サイズは計算領域と分解能(格子サイズ)からすると当然ではあるが、使用するメモリ空間は小さい方が望ましいので、可能ならばモデルの規模を縮小したい。また計算時間の観点からも、格子サイズを大きくするとタイムステップを大きくすることができ、さらに総格子点数を小さくすることができるので、モデルは小さい方が有利であるのは自明であろう。このような場合、ネスティング手法が有効である。このネスティング手法では、小さなモデルを繰り返して解くことで、目的とする部分領域の詳しい解析結果が得られる。効率的な開発を行なうためにも、ネスティング手法の導入が必要である。

(4) ネスティング手法

ネスティング手法は、図 3.3 に示すように、以下の手順より成る。

1. 全計算領域を一旦粗い分解能で格子分割し、計算を行なう。

2. 詳細な計算を実施する部分領域をこの中に設定する。
3. この部分領域をより細かく格子分割する。
4. 粗い分解能で計算した結果を境界条件として流用し（例えば速度 u 、 v ）この部分領域について境界問題として解く。
5. この作業を繰り返すことによって、目標とするその一部分の領域について詳細な計算結果が得られる。

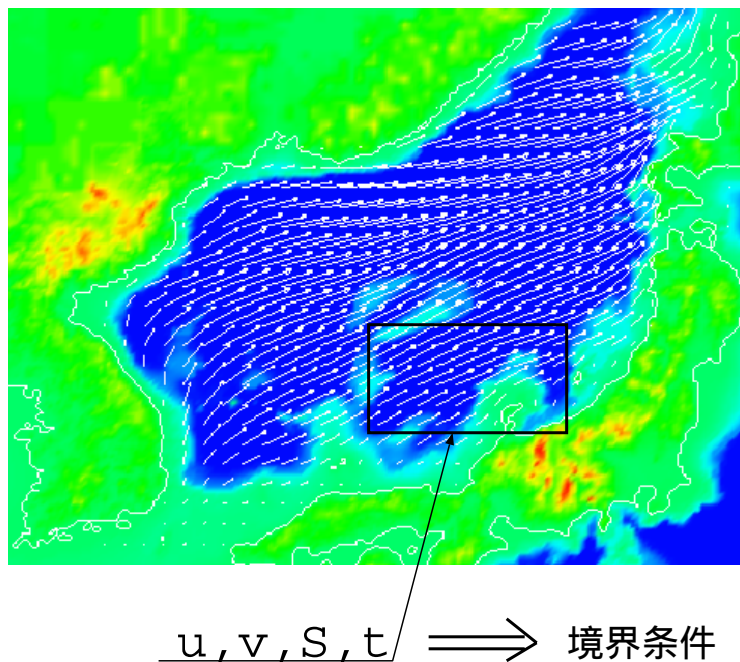


図 3.3: ネスティング手法

離散化する場合、領域サイズと格子分解能の比を同じ程度にしておけば、総格子数は変わらず、少ないメモリでも必要な部分について詳しい結果が得られる。またネスティングはその名のごとく、繰り返して計算が行なわれるため、これによる計算時間の増大が危惧される。しかし陽的なスキームを用いた場合、式 (2.17) より、タイムステップは格子サイズの 2 乗に比例して設定できる。よって元の細かい分解能モデルに対して、粗くしたモデルの格子サイズの比を N とすると²、同一積分時間

²通常は $N = 2, 4, 8$ 程度をとる。

に対しステップ数は $1/N^2$ となる。さらに 2 次元のネスティングを仮定すると、メモリの使用量は概ね $1/N^2$ となり、この点からも計算時間は短くなる。従って、たとえ繰り返し計算が発生したとしても、トータルに見れば計算時間は大幅に短縮できると予想される。特に日本海モデルの構築作業（精度の追求）では、現実をシミュレートするために、パラメータやアルゴリズムを変更して、全領域を対象に繰り返し計算を実行することになる。この日本海モデルを粗い分解能で構築しておき、必要な時に、必要な領域のみ、ネスティング手法によって細かい分解能で計算すれば、合理的な漂流予測システムの構築が可能である。

3.4 結論

この予備実験の結果、目標の格子分解能で日本海モデルを構築すると、非常に大量の計算時間・メモリを消費することが判明した。そこでこれらの対応について検討したところ、以下の結論を得た。

- 並列化による計算速度の向上。
- 使用メモリの節約と、効率的な海洋モデルの構築のため、ネスティングの導入が必要。

まず第 4 章では、海洋モデルの並列化とその実験結果について述べる。続いて、本実験に関する第 5 章では、目標の 4 倍の格子分解能をもつ海洋モデルを構築し、その精度の追求を行なった経過について述べる。

第 4 章

並列化

予備実験の結果から、計算の高速化が必要となった。本研究では、並列化の一般的な手法である領域分割法を用いて海洋モデルを並列化し、計算時間の短縮を図った。なお並列化コードの実装には MPI ライブラリ [19] を使用した。

4.1 アルゴリズム

4.1.1 baroclinic 流れの計算と領域分割

再び図 4.2 の計算フローを見ると、baroclinic 流れを解くステップのうち、「4. 移流速度の計算」、「5. 温度及び塩分の移流拡散を求める」、「6. baroclinic 流れを求める」の各ステップでは、セル独立で陽的に流れを計算しており、タスクを分割し並列に処理することが可能である。この処理部を並列領域と呼ぶ。そこで 3 次元のデータ構造を持つ本モデルを、経度方向に沿って分割し、緯度方向にある幅を持った同一緯度の格子点列をグループとする。プロセッサエレメント (以後 PE と省略) 毎にこのグループを割り当て、マルチタスクで並列領域を実行する。

次に本モデルでは離散化に leap frog 法を用いているが、このスキームは時間・空間に関して中心差分を使っている。例として 2 次元の移流方程式 (4.1) を取り上げて説明すると¹、次のタイムステップ ($n+1$) のデータ $u_{i,j}^{n+1}$ は式 (4.2) のような形となる。

¹ここでの添字は、それぞれ i : 経度、 j : 緯度、 n : タイムステップを表す。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (4.1)$$

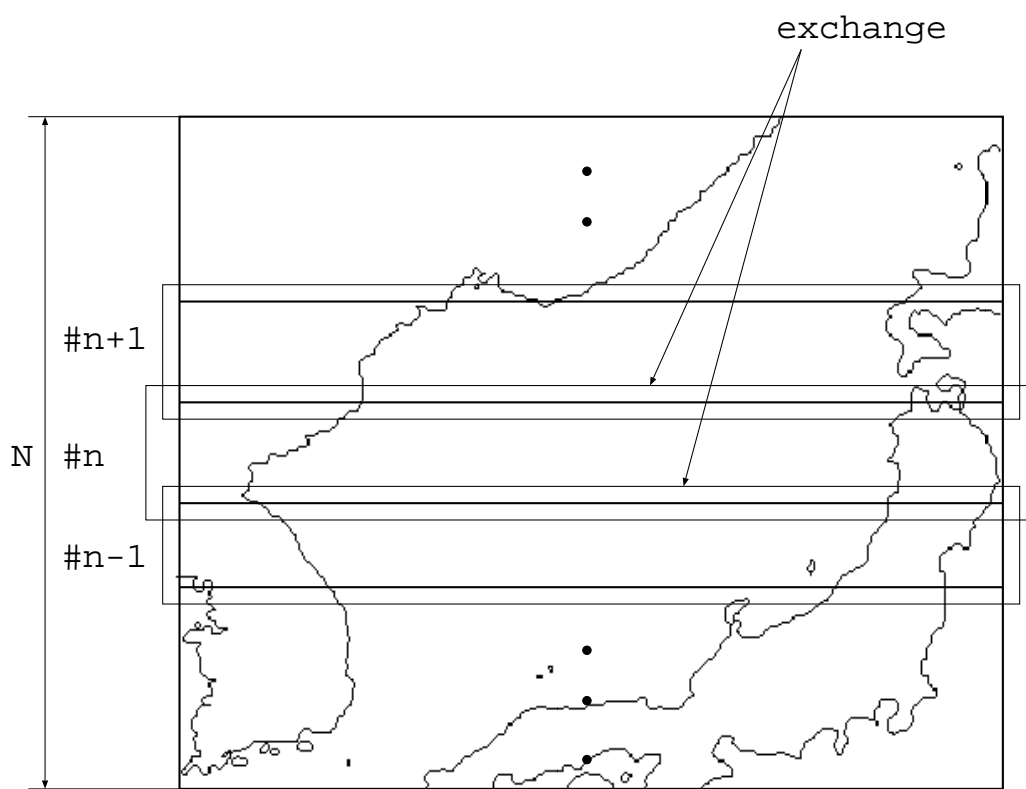
$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^{n-1} + \alpha(u_{i+1,j}^n + u_{i-1,j}^n) + \beta(u_{i,j+1}^n + u_{i,j-1}^n) \quad (4.2)$$

この式からわかるように、格子点 (i,j) における $u_{i,j}^{n+1}$ を得るためには、その 1 ステップ前のデータ $u_{i,j}^{n-1}$ と、そのまわり 4 点の現在のデータ $u_{i+1,j}^n$ 、 $u_{i-1,j}^n$ 、 $u_{i,j+1}^n$ 、 $u_{i,j-1}^n$ が必要となる。したがって領域分割した境界上でかつ内側にある格子点は、境界を越えてその外側隣のグループのデータを参照しなければならない。このため各 PE、境界外側一列分のデータを余分に保持しなければならず、グループのデータ幅に、参照データ用のバッファ両側 2 列分を追加する必要がある。

以上より、緯度方向の総格子数を $Jmax$ 、使用する PE 数を Npe とすると、このデータ幅 iw は、

$$iw = \frac{Jmax}{Npe} + 2 \quad (4.3)$$

となる。この iw のデータ幅をもつ各グループを、そのグループを担当する PE のメモリ上にローカルに割り当てる。各 PE は現在のタイムステップについての計算終了後に、次のタイムステップの計算データを準備するために、担当するグループの最外側のデータ列を、隣接する両側の領域を受け持つ PE に送信し、逆に両側から最外側のデータ列を受信してバッファに格納し、互いに参照データを更新する（図 4.2 中、6a.）。領域分割及びこのデータ交換の様子を図 4.1 に示す。



N: PE number

图 4.1: 領域分割

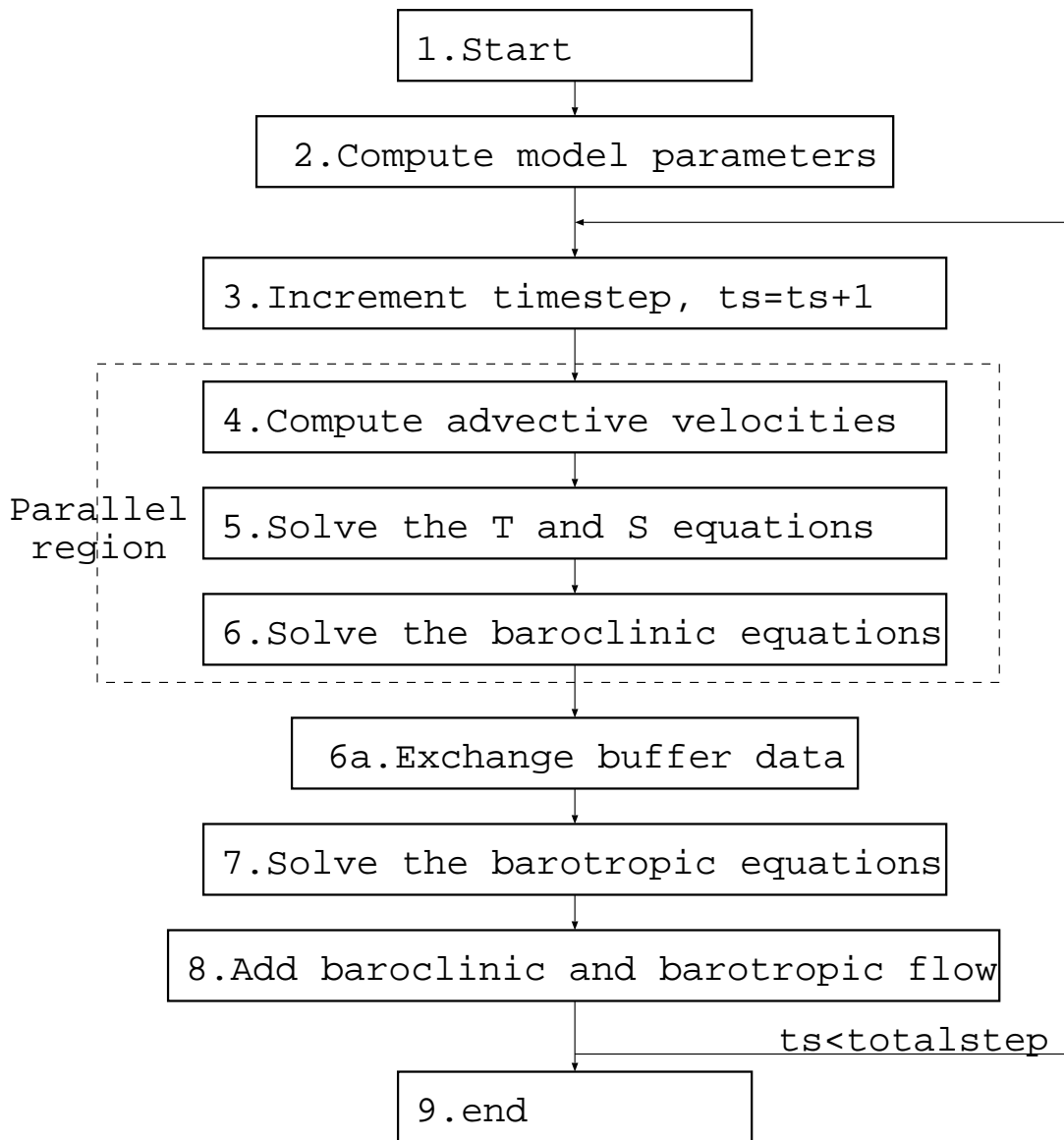


図 4.2: 計算フローと並列化

4.1.2 barotropic 流れの計算とデータフロー

baroclinic 流れの計算を並列化した事により、速度データが各 PE 上にローカルに存在する事となった。従ってその次の計算ステップ、すなわち「7. barotropic 流れを解く」、
「8. baroclinic 流れと barotropic 流れを加える」へと続くデータフローと処理のアルゴリズムを検討しなければならない。ここでは通信量と計算時間が最小になるような、通信と計算手法の組合せを求めた。

さて barotropic 流れの実際の計算は、流れ関数 ψ についての連立 1 次方程式を解く作業である。これは次の式 (4.4) で代表される。

$$(a\Delta\psi)_{ij} = \zeta_{ij} \quad (4.4)$$

これを解くフローを詳しく書くと、次の図 4.3 のようになる。

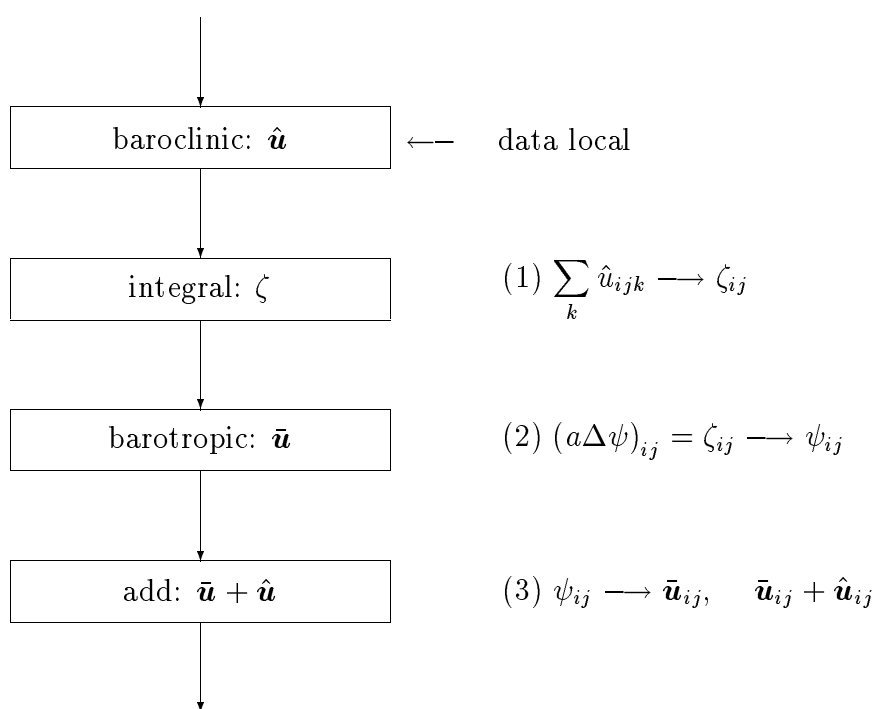


図 4.3: 流れ関数の計算フロー

これらの計算を各 PE にどのように(たとえば直列・並列、1 PE 単独処理・全 PE 同一処理など)割り付けるかによって、多数の組合せが考えられる。しかし明らかに不利な

組合せをのぞくと、検討の対象となるのは、以下の通りとなる。

- (1) まずローカルに存在する baroclinic 流の速度データ \hat{u} を積分して ζ を求める。これは PE 毎で並列に行なうのが合理的であろう。
- (2) 次に連立 1 次方程式を解き、 ψ を得る。このルーチンは前処理付き CG 法を使用しているが、まだ並列化されていない。しかし 1 PE のみ単独で計算を実行するか (他の PE は待ち状態)、全 PE で同じ計算を行なう (これでも計算時間は変わらない) によって、通信量が異なる。
- (3) 最後に ψ から barotropic 流速度 \bar{u} を計算し、 \hat{u} と \bar{u} を加える。これは並列で計算するのが有利である。しかし、前 (2) 項の手法の選択により、 ψ の存在がグローバル、ローカルと 2 つの場合が考えられ、ここで ψ がローカルに存在する場合、通信が生じる。

結局、連立 1 次方程式を 1 PE 単独で解くか、または全 PE で同じ処理をするかの選択である。

ここでデータサイズを $N \times L \times M$ 、PE 数を P と仮定し、各々の通信量を求めると、次の図 4.4 に示すようになる。(A) が 1 PE 単独で、(B) が全 PE で連立 1 次方程式を解いた場合である。

この計算量を比較すると、 $P \ll N, L$ かつ $P > 2$ ならば、 $2NL + 2NP < NLP$ となる。したがって、(A) の方が通信量が少なくなるので、連立 1 次方程式を 1 PE 単独で解く手順を採用した。但し、PE 数が増加すると $2NP$ の項があるために通信量の増加が懸念されるが、やむを得ないであろう。

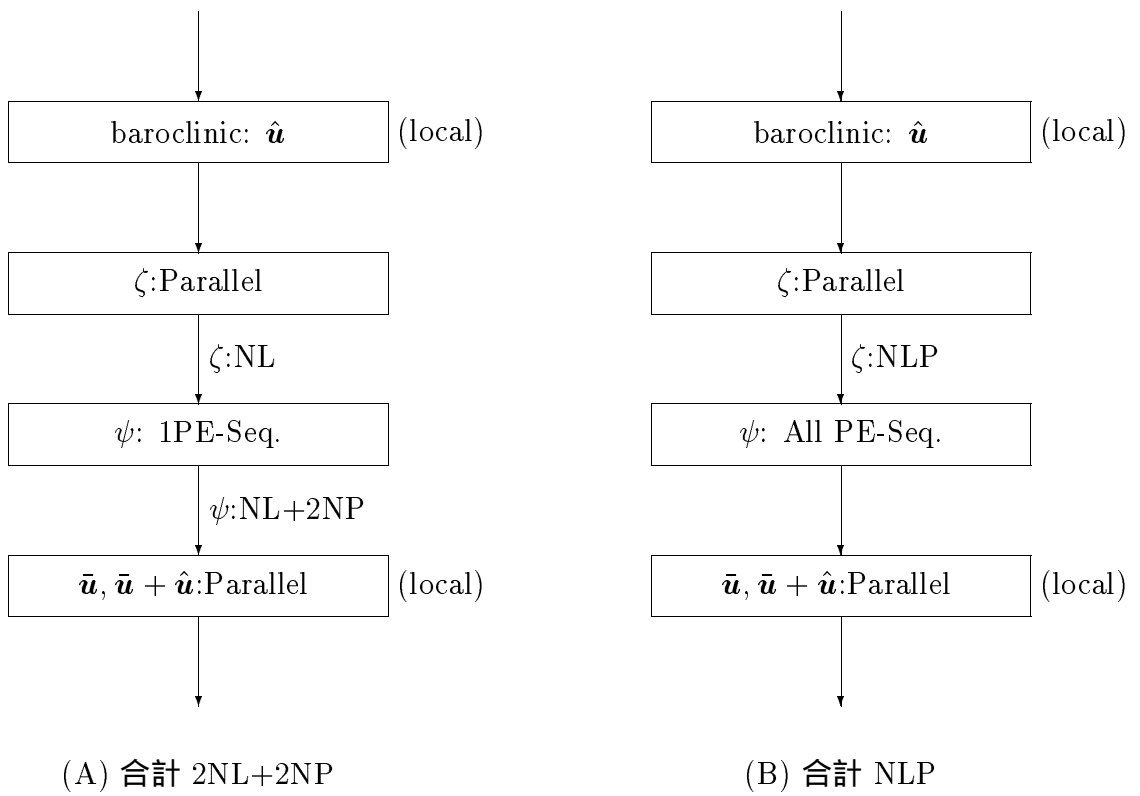


図 4.4: 流れ関数の計算と通信量の比較

4.2 計算条件

並列化の効果を確認するために、以下に示す単純な小規模モデルを用いて、実験を行った。詳細について表 4.1 に示す。このモデルは、赤道を中心に南北 $\pm 8^\circ$ の幅で地球上をぐるりと一周 (360°) する帯状の直方体モデルであり、深さは 5700m、東西境界は互いに周期境界条件で連結されている。海水面は無風条件とした。格子数は ($32 \times 180 \times 38$)、差分時間間隔は 3600 秒、積分時間は 5 日である。これは、この実験の主な目的が計算時間の比較であり、タイムステップを一定にするためである。実験は Cray 社製の T3E 上で実施した。

表 4.1: 帯モデル：計算条件

計算領域	:東西 :南北 :深さ	地球一周 $8^\circ\text{S} \sim 8^\circ\text{N}$ $0 \sim 5700\text{m}$
領域サイズ		$360^\circ \times 16^\circ \times 5700\text{m}$
格子サイズ		$2^\circ \times 0.5^\circ \times (10 \sim \text{平均 } 200)\text{m}$
格子数		$180 \times 32 \times 38$
総格子数		218,880
タイムステップ × ステップ数		$3600\text{sec} \times 120$ (計 5 日)
海表面条件		無風、熱・塩分の移動なし
海境界	:東西 :南北	周期境界 自由境界

4.3 実験結果

表 4.2 に、プロセッサ数を変更した場合の計算時間と速度向上比を示す。計算時間は 1PE 時に約 239 秒で、PE 数が増えるにつれて短くなり、16PE で約 39 秒となった。また速度向上比は 16PE で 7.55 であった。

表 4.2: CPU 時間

PE #	cpu time (sec)	速度向上比
1	293.122	1.00
2	212.063	1.38
4	110.904	2.64
8	61.876	4.74
16	38.815	7.55

4.4 考察

実験結果によると、並列化による速度向上比は 16PE で 7.55 であり、十分なスケールビリティは得られていない。これは図 4.2 計算フロー中の baroclinic 流れについてしか並列化しておらず、並列度が低いことが原因であると思われる。ところがサブルーチン毎の計算時間をみると、プロセッサ間通信に意外と時間を要していることが判明した。図 4.5 にサブルーチン毎の計算時間 (16PE 時) を示す²。これによると、並列領域が約 60%、残りの 20% づつがプロセッサ間通信と I/O であり、並列度は低くはない。また通信量の多くは、流れ関数の解を親 PE から全 PE へブロードキャストするために使われており (図中 BCAST_PSI)、今回の並列化の目論みからすると、いたしかたないであろう。

さらに barotropic な流れを計算するステップが直列のまま残っている。このステップでは、流れ関数を求める際に、大規模な連立 1 次方程式を、反復法的一种である前処理付 CG 法を用いて解いている。実験で用いた帯モデルは構造が直方体と単純なので、反復回数はいずれのステップでも数回以下と小さい。しかし日本海モデルのように複雑なモ

²Cray-T3E の解析ツール、Apprentice を使用。

デルの場合、収束性が悪くなり、この部分の負荷が増大して、さらに計算時間が増大する可能性が残っている。

早期にモデルの精度検討に着手する必要があるためと、ある程度の計算速度向上が得られたので、当面は現状の並列コードを使用して海洋モデルの構築を進める。また、再度計算速度が障害となった場合は、通信量の低減も含め、前処理付 CG 法の並列化に取り組む事とした。

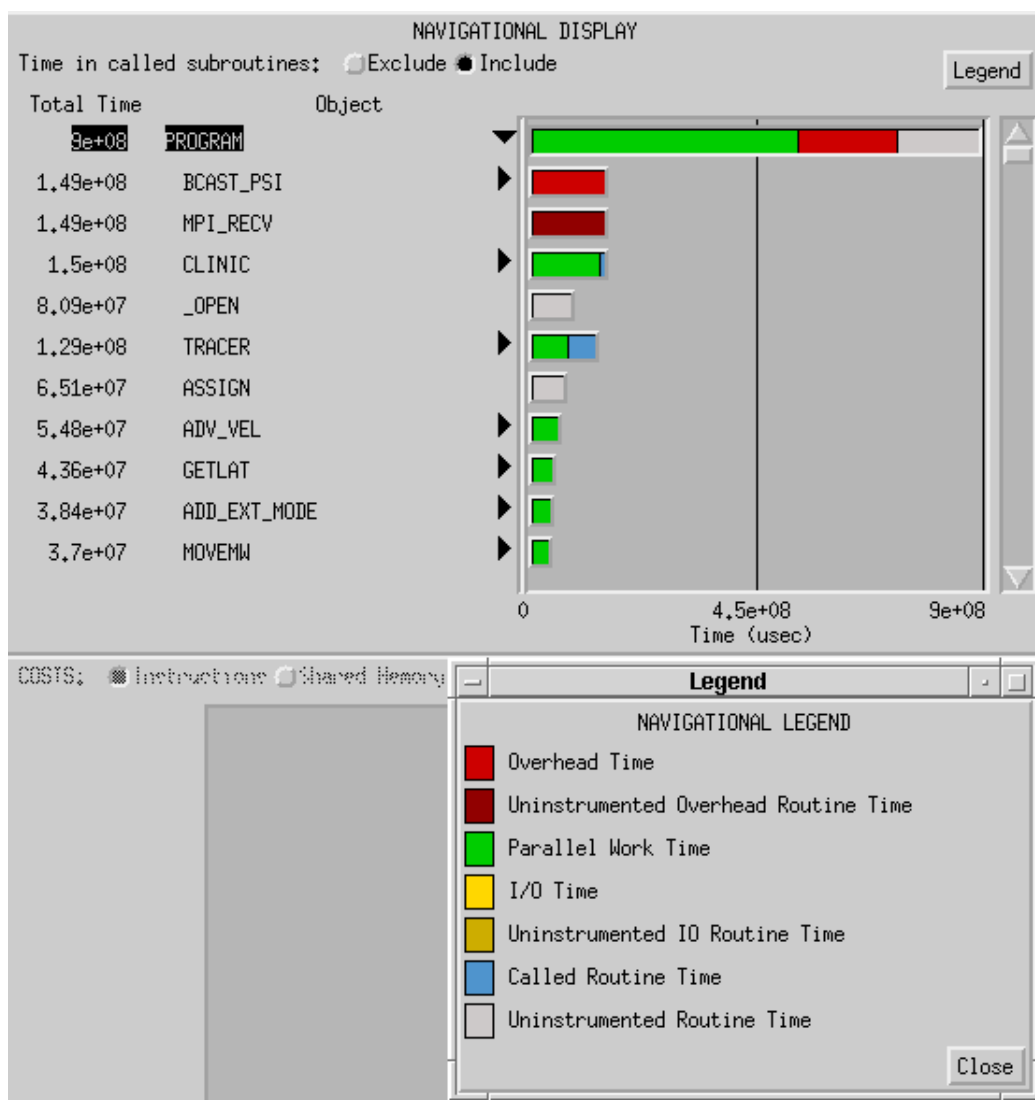


図 4.5: サブルーチンと計算時間 (16PE)

第 5 章

実験

予備実験の結果から、目標とする解析分解能を得るためには、大量のメモリや計算時間を消費することが予想された。そこでネスティングを前提に、水平方向の分解能を 4 倍粗くしたモデルを用い、基本モデル、対馬海流、対馬海流 + 北西風の計 3 ケースで数値モデルの検討を行なった。

実験はすべて並列化されたコードを使い、Cray 社製 J90 上で実施した。

5.1 日本海基本モデル

このモデルは以後の実験の基となるものであり、境界条件は全て自由境界で、コリオリ力のみが作用している。

5.1.1 計算条件

このモデルの計算条件は予備実験 (3.4 章参照) をベースとしている。変更点をまとめると、

- 水平方向の格子サイズは 4 倍粗く、 0.08° である。これは実際の距離スケールで 10km 弱に相当する。
- 対象領域のうち、太平洋側の一部など日本海以外をモデルから削除した。

- 前項に関連して、最大深さが小さくなったので、鉛直方向の格子サイズを見直した。新たな最大深さは約 3800m、格子数は深さ 100m までが 10m、100m から 3800m までは 10m から線形的に大きくなり平均 170m である。
- 格子数は $150 \times 200 \times 32$ (= 総格子数 : 960,000) となる。

などである。総格子数は予備実験時と比較して約 1/20 となった。他の計算条件は、予備実験と同じであり、概略を図 5.1 に示す。また、計算条件を表 5.1 にまとめておく。

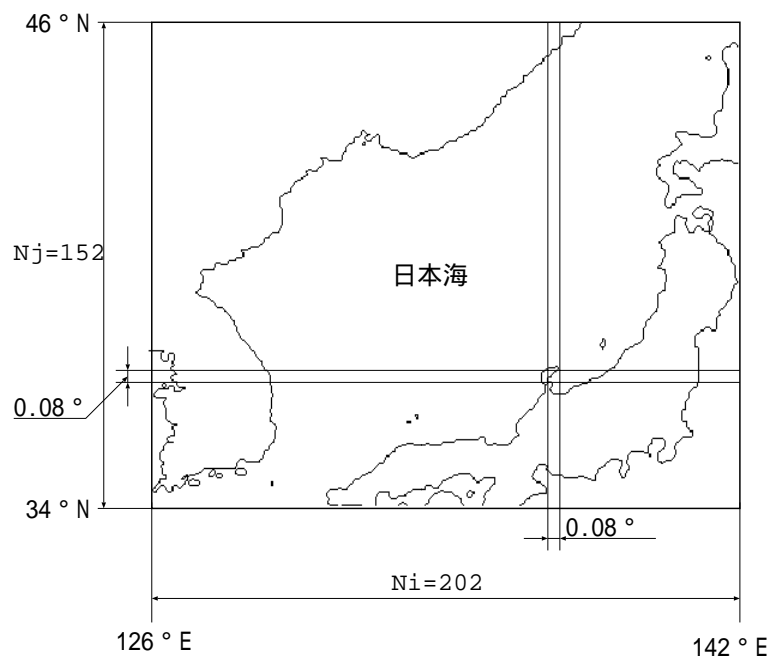


図 5.1: 計算領域：日本海基本モデル

表 5.1: 計算条件：日本海基本モデル

計算領域	:東西	126 °E ~ 142 °E
	:南北	34 °N ~ 46 °N
	:深さ	0 ~ 3840 m
領域サイズ		16 °× 12 °× 3840 m
格子サイズ		0.08 °× 0.08 °× (10 ~ 平均 170) m
格子数		200 × 150 × 32
総格子数		960,000
タイムステップ		600 sec
海表面条件		無風、熱・塩分の移動を考慮
海境界		東西南北とも自由
地形データ		米国 NGDC ETOPO5

5.1.2 結果

計算結果の一例として、図 5.2 に海表面の速度ベクトルを示す。非定常な流動の発展的な計算を行なっているため、外的要因が小さい場合、タイムステップが進行するにつれて、結果は大きく変化してゆく。但し速度の絶対値は小さく、せいぜい 1 ~ 2cm/s 程度である。

図 5.3 ~ 5.6 は、初期値として深さ方向に温度変化を与え、静水状態から開始して、24 日 ~ 40 日後の海表面速度である。基本的にはコリオリ力によって北東への流れが生じるが、タイムステップが進むにつれて、地形の影響で蛇行が見られる。また図 5.6 には、直径 200km 程度の中規模渦らしきものが発生している。さらに同じデータの日本列島付近に注目したものが、図 5.7 である。なおこのモデルの計算時間は、積分時間 200 日で 32,518s (約 9 時間)、使用メモリ量は 6PE 使用時で 346.2MB であった。

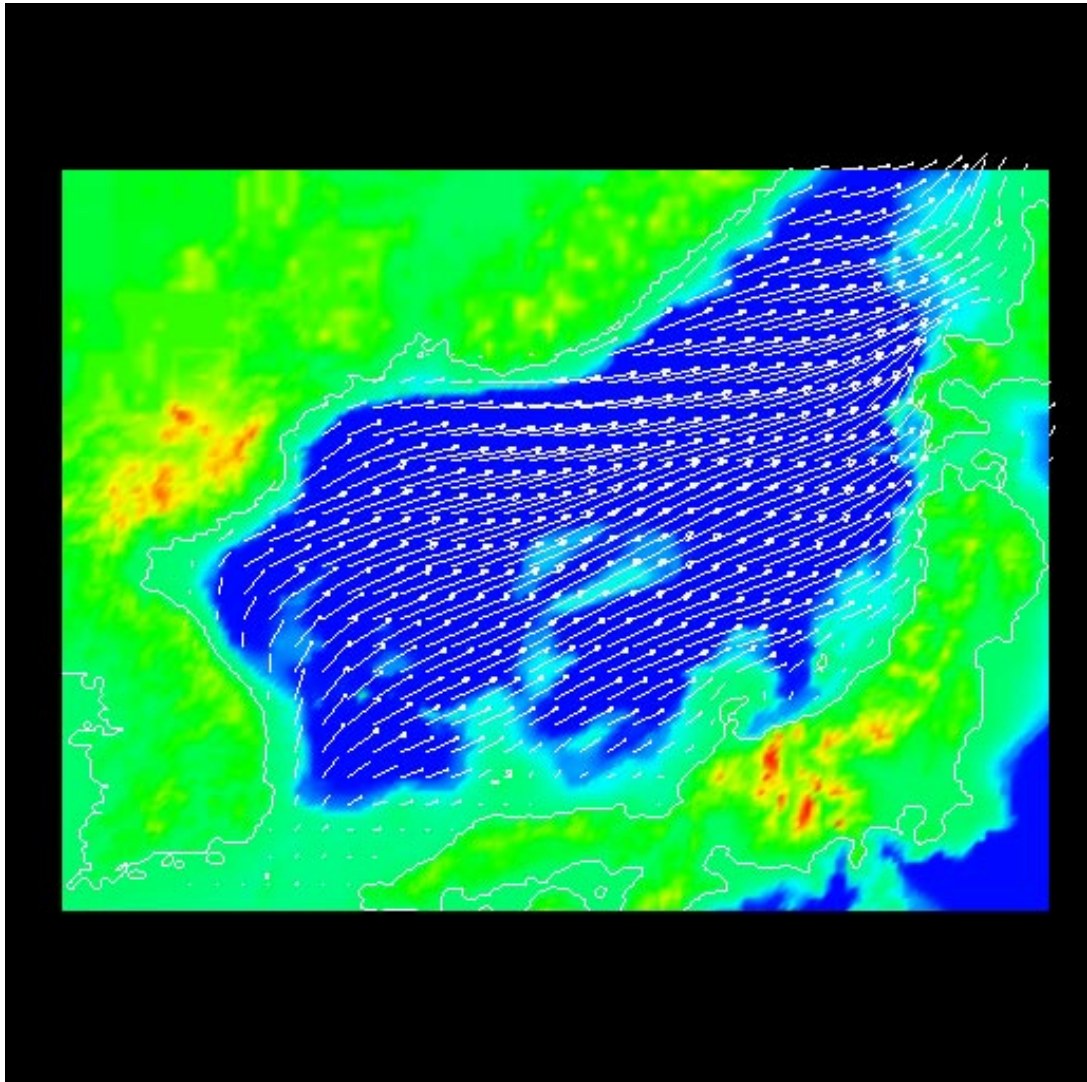


図 5.2: 海表面の速度ベクトル : 日本海基本モデル (4 日)

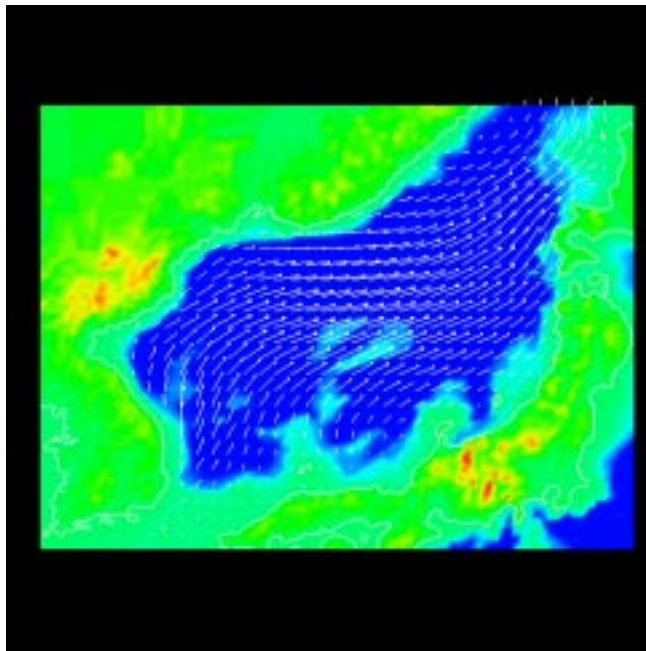


図 5.3: 海表面の速度ベクトル：日本海基本モデル（24日）

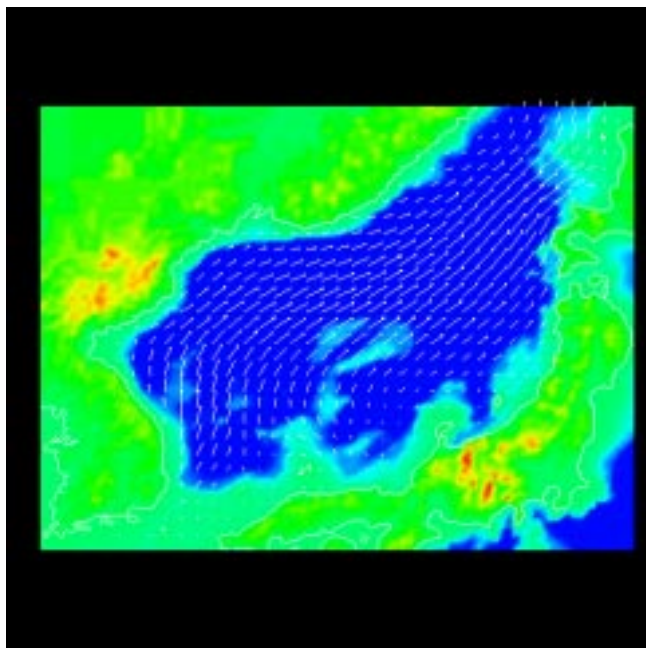


図 5.4: 海表面の速度ベクトル：日本海基本モデル（32日）

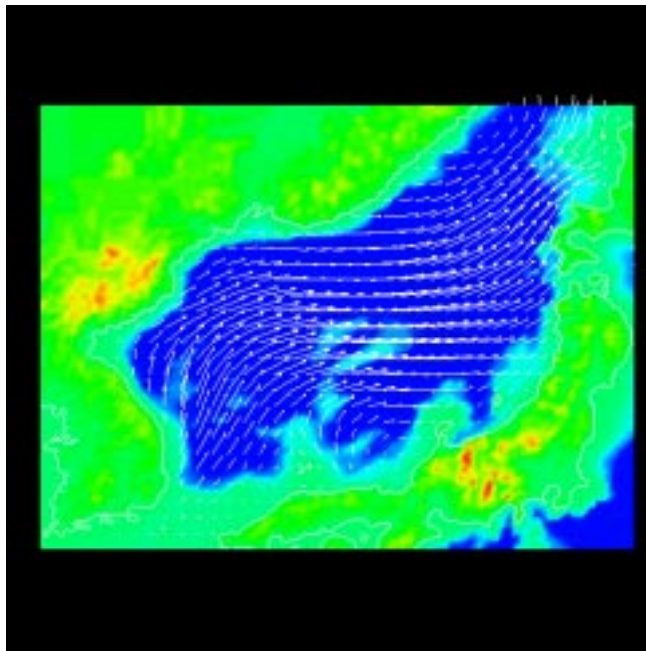


図 5.5: 海表面の速度ベクトル : 日本海基本モデル (36日)

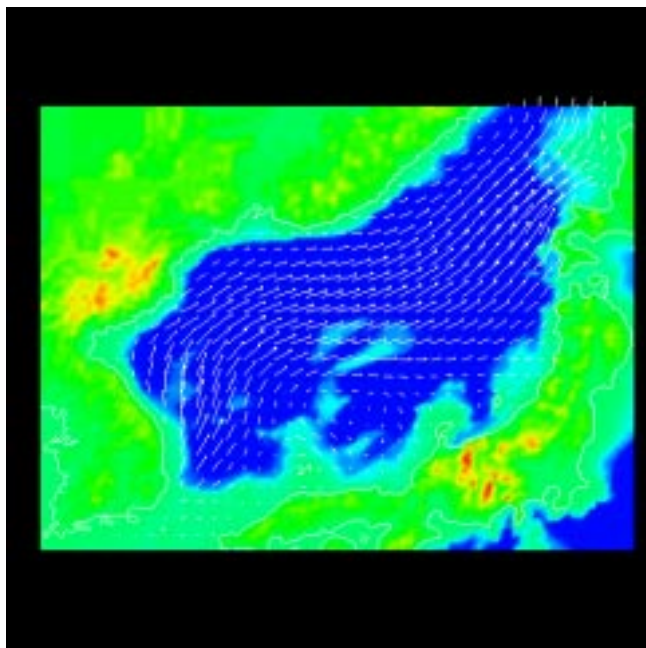


図 5.6: 海表面の速度ベクトル : 日本海基本モデル (40日)

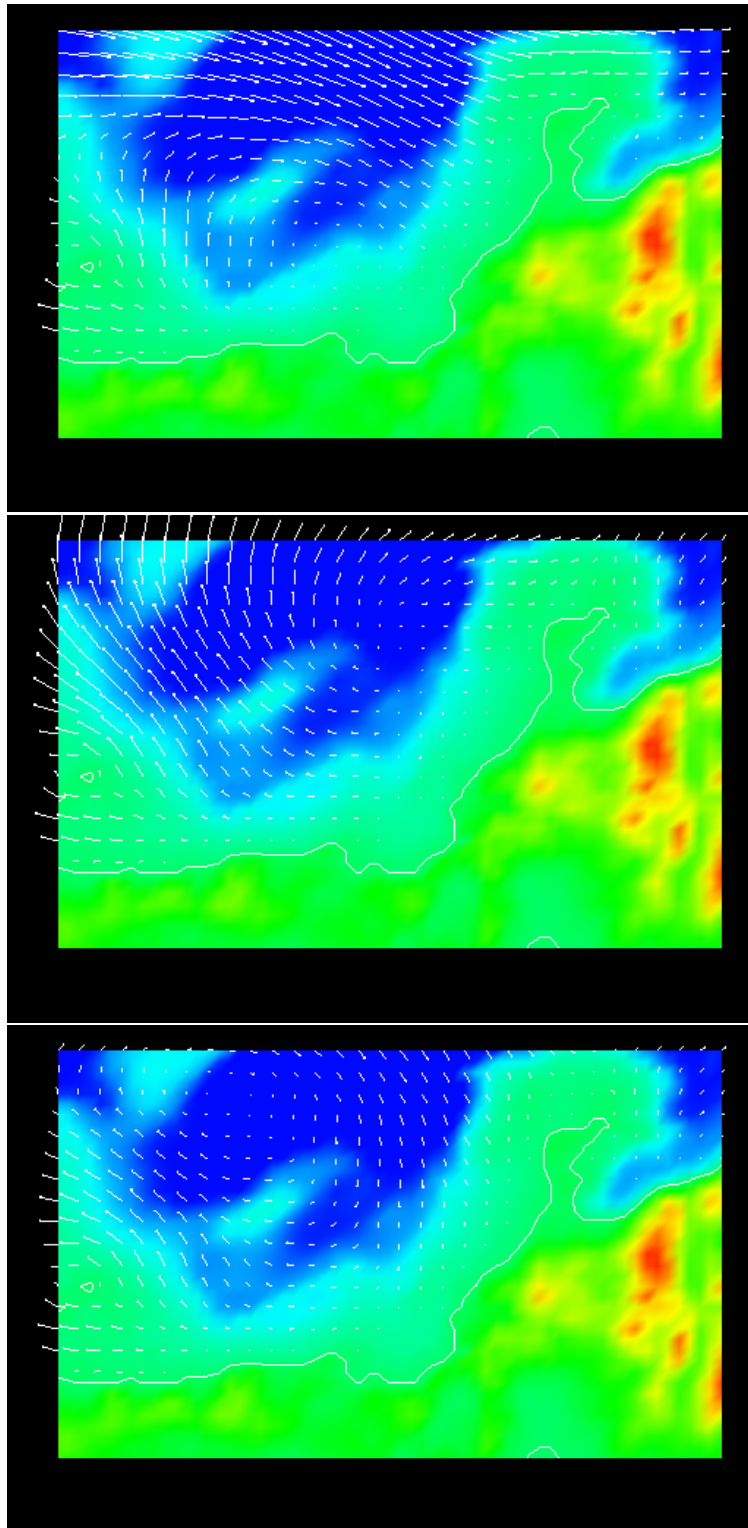


図 5.7: 日本列島沿岸部の速度ベクトル：上段から 28 日、32 日、40 日

5.2 対馬海流

日本海基本モデルをベースに、対馬海流の再現を試みた。

5.2.1 計算条件

対馬海流は、対馬海峡の東西両水道を通過して日本海へ流れ込んでいるが、簡略化して南側境界上の西水道のみに境界条件をを与えた。境界上の設定位置は東経 129.5 °、北緯 34 ° で、これは対馬海峡西水道の中央付近にあたる。想定流量は冬季のデータより $2 \times 10^6 m^3/s$ 、速度は JODC¹ が公開している海流観測データ²を参考に 103 cm/s (2 knots)、方角は北を 0 °とし時計回りに 23 °、該当地点の最大深度が約 100m より深さは 50 m としたので、海流幅は 40 km となった。海流幅は隠岐諸島付近で約 60km であり、妥当な値と考える。モデルの概略を図 5.8 に示す。

¹海上保安庁水路部内日本海洋データセンター、URL: <http://www.jodc.jhd.go.jp/>。

²34 ~ 35 °N、129 ~ 130 °E における海流統計データ、1月、サンプル数 58。

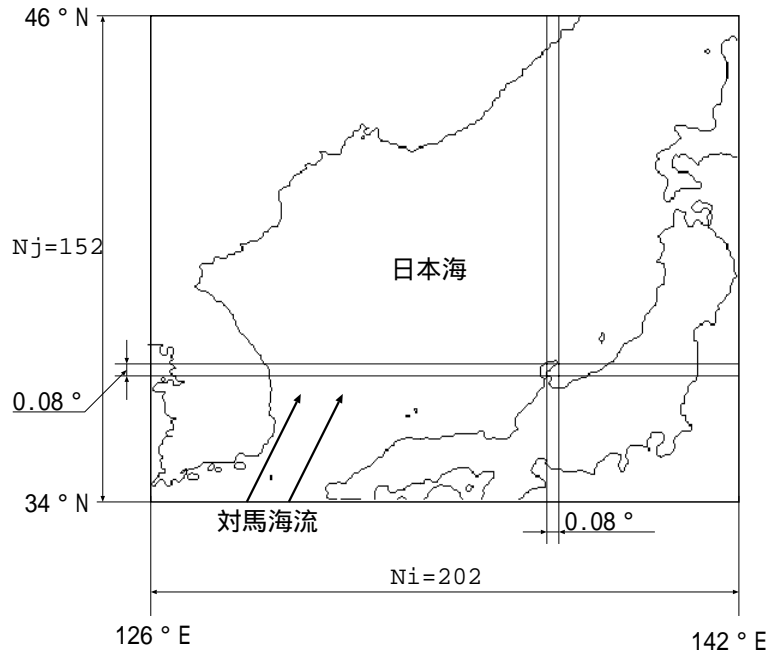


図 5.8: 計算条件：日本海モデル + 対馬海流

5.2.2 結果

計算結果として、図 5.9 に海表面の速度ベクトルを示す。対馬海峡付近から海流が流れ込み、日本海へ広がっている様子がわかる。北緯 40° に発生する極前線もうまく再現されている。続いて図 5.10 に日本列島沿岸部の速度ベクトルを示す。能登半島を回り込んで、海流が富山湾へ流れ込んでいる。しかし日本列島沿いに流れる支流は再現できてはいない。またこのモデルは、静水状態から始め定常状態に収束するまで約 100 日を要し、計算時間は、この積分時間 100 日で 39,136s (約 10.9 時間) であった。

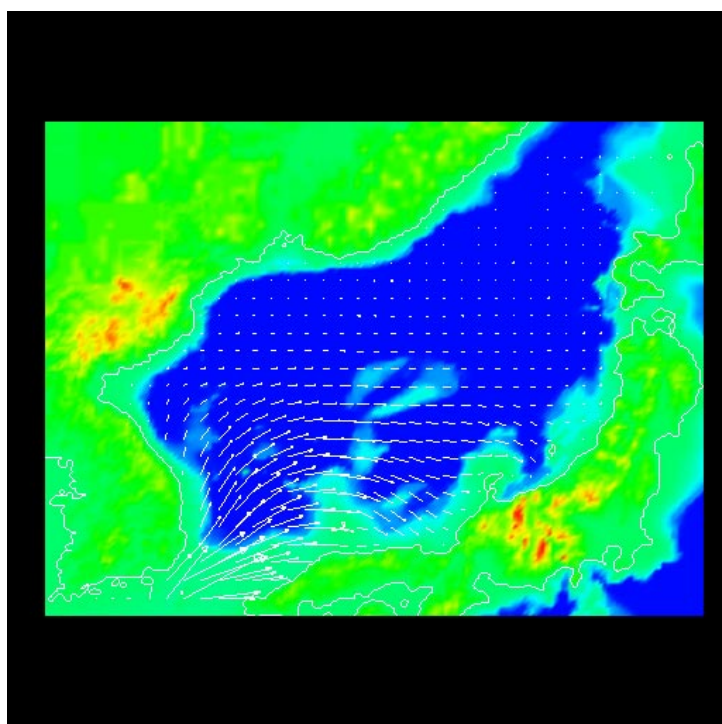


図 5.9: 海表面の速度ベクトル：日本海モデル+ 対馬海流

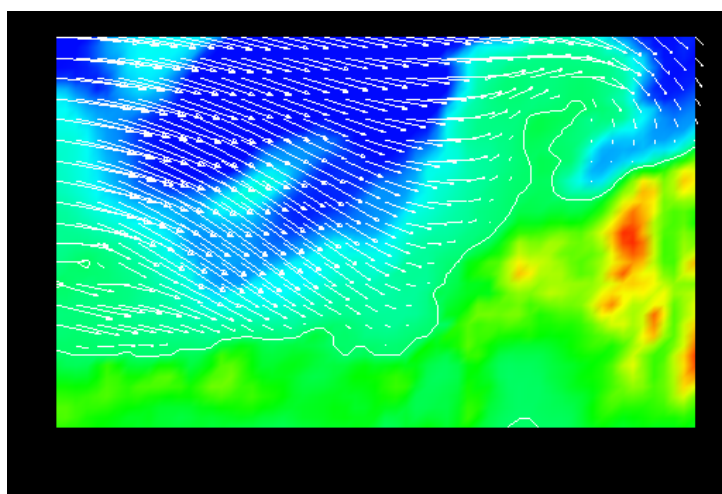


図 5.10: 日本列島沿岸部の速度ベクトル：日本海モデル+ 対馬海流

5.3 風の影響

対馬海流モデルをベースに、さらに風の影響を検討した。

5.3.1 計算条件

冬季は北西風が吹くケースが多いとの気象データ³から、計算領域の全域を対象に北西風 (NW) を設定した。風速は 5 m/s と 10 m/s の 2 ケースで 10m/s は強風に相当する。風向は北を 0 °として時計回りに 135 °である。時間領域条件 (風が吹いている時間) は、対馬海流が定常状態に達したのち、最後の 1 日間 (積分時間 100 日目) 風が吹いたと仮定した。

風による水面せん断応力 τ_x^s 、 τ_y^s は、次式より求めた。

$$\tau_x^s = \rho_a \cdot C_f \cdot W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad (5.1)$$

$$\tau_y^s = \rho_a \cdot C_f \cdot W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad (5.2)$$

ここで、 W_x, W_y : 風速ベクトル、 ρ_a : 空気密度 (1.2754kg/m³)、 C_f は風の水面摩擦係数であり、次の式 (Deacon、Webb ら) [20] で評価した。

$$C_f = (1.0 + 0.07 \sqrt{W_x^2 + W_y^2}) \times 10^{-3} \quad (5.3)$$

モデルの概略を図 5.11 に示す。

³重油流出事故発生時も強い北西風が吹いた。

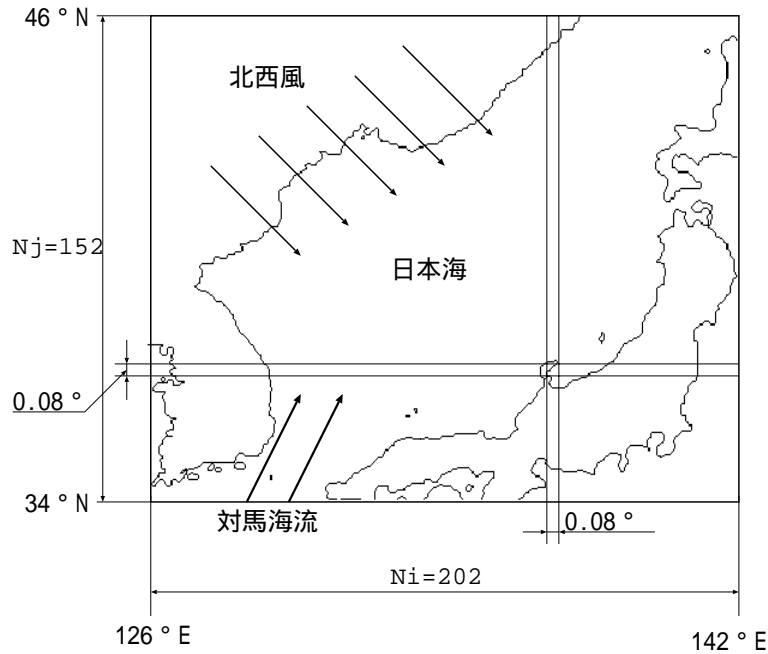


図 5.11: 計算条件：日本海モデル+対馬海流、北西風

5.3.2 結果

計算結果として、図 5.12、図 5.13 に北西風 5m/s 時の海表面の速度ベクトルを示す。図 5.9 と比較すると、対馬海流の影響が大きい日本海南部では変化が少ないが、中央部から北部にかけて南東方向への吹送流が発達し始めている様子がうかがえる。また富山湾への回り込みは、対馬海流の影響の方が大きいため、図 5.10 とあまり変わらない。しかし風速が増加し 10m/s になると、図 5.14 に示すように、吹送流が卓越した流れとなる。

本モデルの計算時間は、前項と同じく積分時間 100 日で 38,642s (約 10.7 時間) であった。

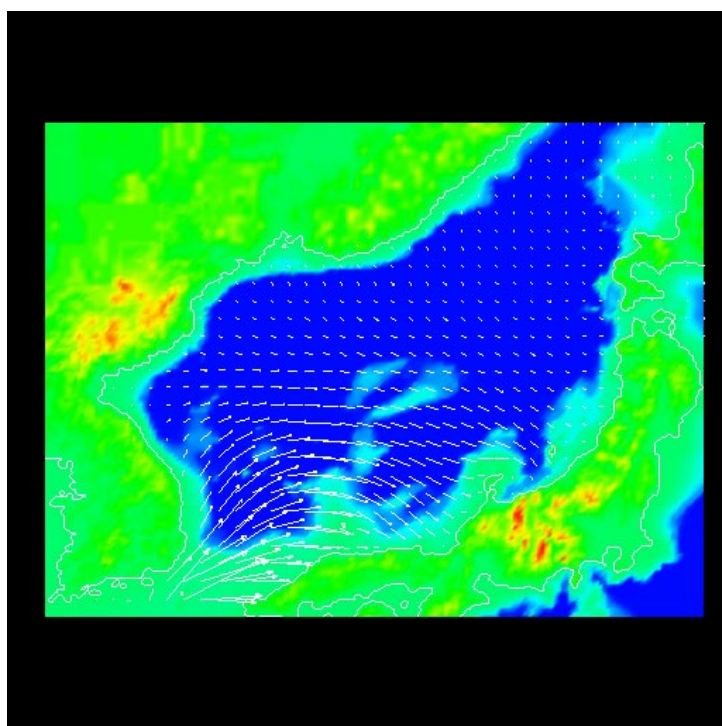


図 5.12: 海表面の速度ベクトル：日本海モデル + 対馬海流、北西風 5m

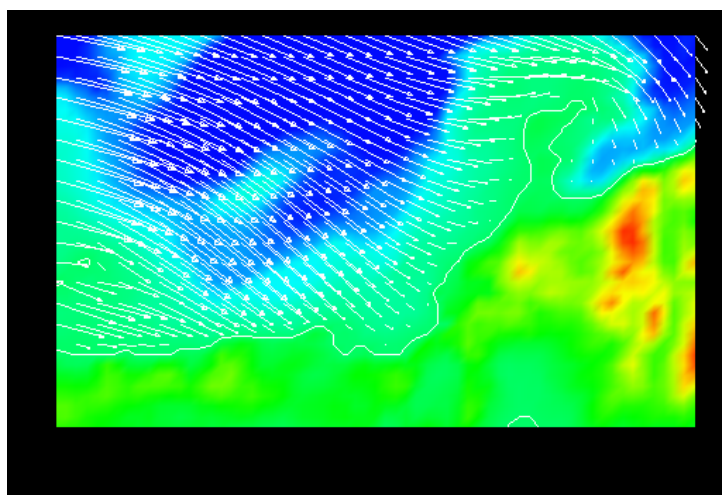


図 5.13: 日本列島沿岸部の速度ベクトル：日本海モデル + 対馬海流、北西風 5m

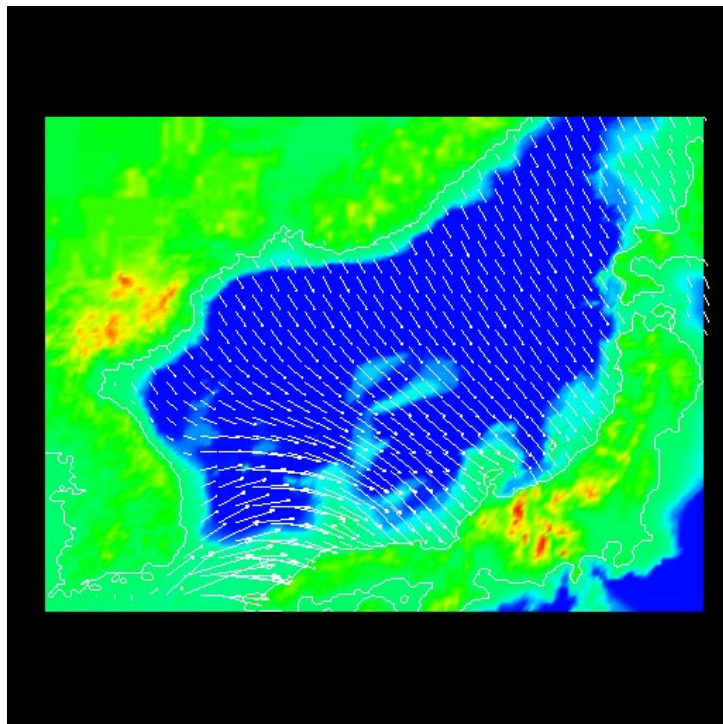


図 5.14: 海表面の速度ベクトル : 日本海モデル + 対馬海流、北西風 10m

5.4 漂流予測

対馬海流モデルとこれに北西風を追加したモデルの計算結果を基に、流線による漂流予測を行なった。流線の計算には、可視化ソフト A V S [21] のポスト処理機能を用いた。

5.4.1 計算手法

流線は流体分野で使われる流れ場の表現手法の一つである。それは、例えば、定常な水の流れにインクを流した場合に描かれる線に相当するので、流れの様子を非常に直観的に理解することができる。3次元における流線は、重さも大きさもない仮想粒子を流れの中に置き、速度ベクトルに沿って流れる粒子を追跡することによって得られる。

流線を求めるアルゴリズムは次のようである。数値積分にはオイラー法を使っており、積分のタイムステップを Δt 、 n ステップ時の粒子の位置を $(x(n), y(n), z(n))$ 、その位置での速度ベクトルを $(u_{xyz}(n), v_{xyz}(n), w_{xyz}(n))$ とすると、 $n+1$ ステップ後の位置は、

$$\begin{aligned}x(n+1) &= x(n) + u_{xyz}(n) \times \Delta t \\y(n+1) &= y(n) + v_{xyz}(n) \times \Delta t \\z(n+1) &= z(n) + w_{xyz}(n) \times \Delta t\end{aligned}\tag{5.4}$$

となる。速度ベクトルとして各モデルの計算結果を用い、上式(5.4)を使って繰り返し積分することにより、粒子の位置を追跡する。

初期条件となる粒子の出発位置 $(x(0), y(0), z(0))$ は、ナホトカ号の沈没地点である北緯 $37^{\circ}14'$ 、東経 $134^{\circ}25'$ とした。タイムステップと積分時間は、各々日本海モデルのスケールに換算して、約43分、約71.2時間(計100ステップ)である。

5.4.2 結果

図5.15に計算結果を示す。図中の赤線が漂流経路である。いずれのケースも出発点から東南へ向かって進行するが、対馬海流モデル(無風)の場合は、日本列島に接近するにつれて北東へ進路を変え、能登半島の付け根に漂着する。北西風が吹くと、風速 10m/s ではほとんどまっすぐ進み若狭湾へ入ってしまい、 5m/s では前述2ケースの中間で、三国海岸付近に到達する。

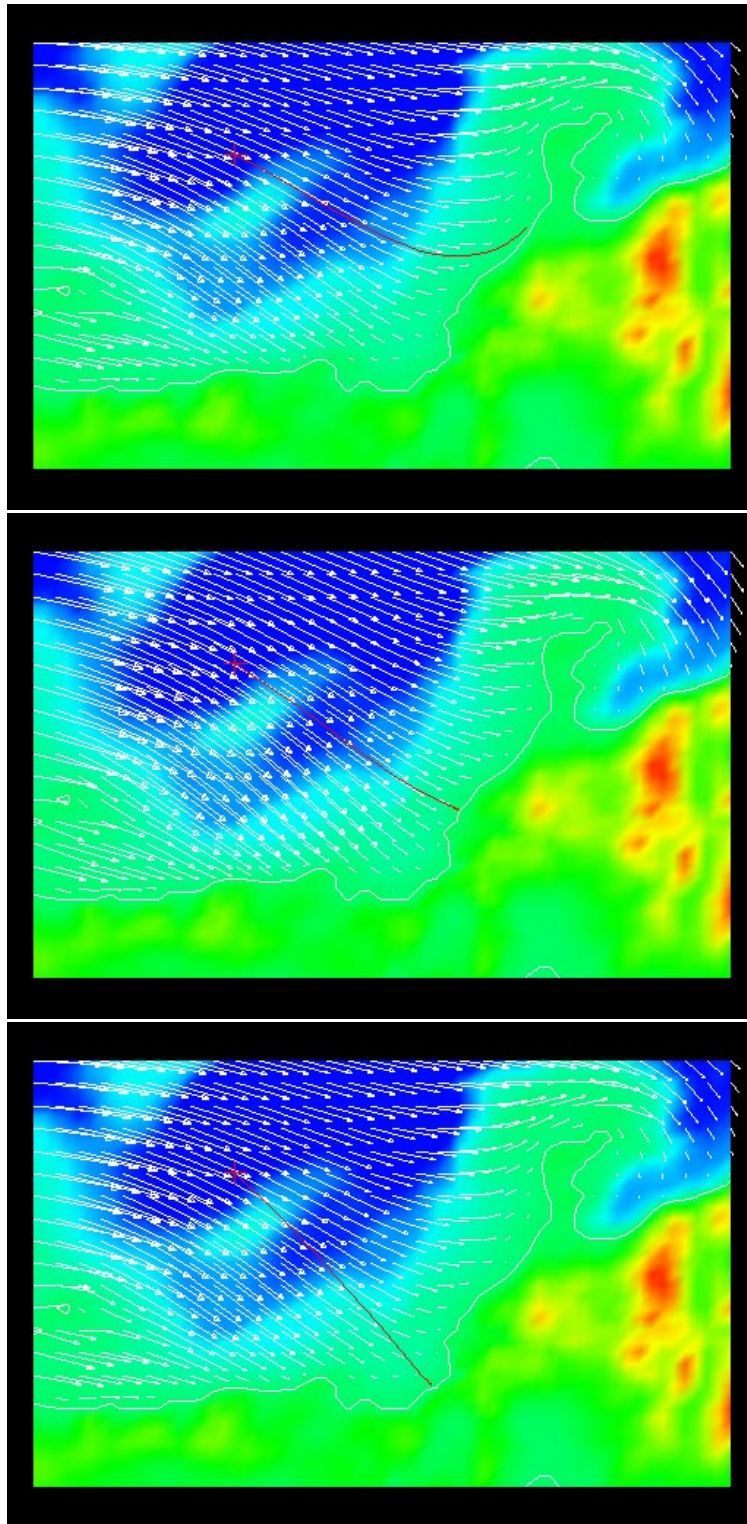


図 5.15: 漂流予測：上段から無風、北西風 5m、北西風 10m (赤線は流線を示す)

第 6 章

考察

6.1 日本海モデル

日本海基本モデルについては、垂直方向に温度分布を仮定すると、中規模渦の発生が見られた、その規模は 100 ~ 数 100km であり、文献 [16] と一致している。また対馬海流の設定は、極前線らしき分布がみられたが、日本列島に沿って北上する第一分流は再現できなかった。これは渦動粘性係数に一定値を採用しているため、離散化することによりサブグリッドスケールの乱流が脱落したことによると考えられる。そこで、サブグリッドスケールの渦を考慮できるように局所的な平均流速勾配を導入した SGS 粘性係数 [5] の実装を試みたが、本論文作成時点では未完成である。この SGS 粘性係数はデカルト座標系では次式で表される。ただし $C = 0.1 \sim 0.2$ をとる。

$$A_m = (C\Delta)^2 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1)$$

海洋や大気モデルではこの SGS 粘性係数を用いた例が多く [7]、これを用いれば局所的な粘性係数の変化が考慮できると考える。

風速については、10 m/s 程度になると、流れにおいて吹送流が卓越したものとなる傾向が再現できた。これは石油連盟による漂流予測モデル [8] と同様である。重油流出事故当時、ナホトカ号の船首が急に方向を変え、三国海岸へ漂着するきっかけとなったのは、このような北西からの強風であったものと推察される。

最後に、格子分解能を変更したことによる解析精度低下などの影響は、現時点では現れていない。むしろ使用メモリの減少 (2.2GB \rightarrow 346.2MB) と、タイムステップが大きく

とれることから、計算効率が向上したメリットの方が大きいと考える。

6.2 漂流予測

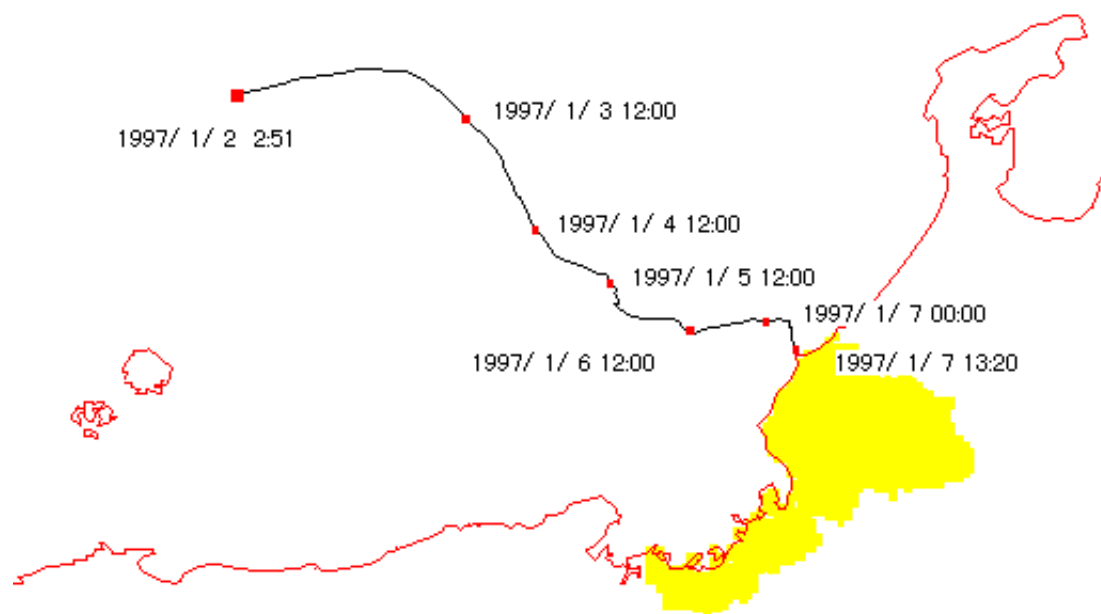


図 6.1: ナホトカ号船首部の漂流経路

流線による漂流予測と比較するデータとして、ナホトカ号船首部の漂流経路を上図 6.1 に示す¹。これを見ると、漂流地点は対馬海流モデル+北西風 5m/s とほぼ一致している。しかし船首部は、三国海岸へ漂着する当日になって、強い北西風の影響で大きく南へ進路を変えるなど、複雑な動きをしており、漂流予測はこれを再現しきれてはいない。また、実際は沈没から漂着まで 130.5 時間かかっており、漂流計算における積分時間の約 2 倍を要している。

これらの相違について、流線計算²に原因があるものとしては、

¹福井県環境科学センターが Web 上で公開。 <http://www.erc.pref.fukui.jp/news/oil.html>

²ここでは、日本海モデルの精度については、とりあえず考えない事とする。

- 流線を求める時に、日本海モデルの計算結果である速度ベクトルを用いているので、モデルの時間軸が言うなれば固定となっており、流線の積分時間軸と一致していない。従って日本海モデルの時系列変化に対応できない。
- 日本海モデルの風速は、一定でかつ1日間だけ吹いたと仮定しており、海面の速度ベクトルに影響の大きい風速の時系列の変化が取り入れられていない。

などが考えられる。従ってより精度の良い漂流予測をするためには、流線計算をモデルに組み込み、風速の時間変化を考慮することが必要である。

6.3 並列化の効果

並列化コードの実行結果から、CPU 時間に関するデータをまとめた。表 6.1 に示す。(1) 予備実験と (2) 日本海基本モデル：1PE は比較のための直列計算で、(3) 日本海基本モデル、(4) 対馬海流、(5) 対馬海流 + 北西風の 3 ケースが並列化されている。なお使用 PE 数はいずれも 6 である。ここでは、全計算時間からデータの初期設定の時間を除いたものをタイムステップによるループ時間 (T_{loop}) とし (図 4.2 参照) これをステップ数で割った 1 タイムステップ当たりの平均 CPU 時間、 T_{loop}/N_{ts} を、分析の指標として用いた。これは T_{loop}/N_{ts} が、計算時間を比較する際の目安を与えると考えたからである。

(1) と (2) を比較すると、外的要因がなく計算条件は同一であるが、モデルサイズの違い (約 20 倍) によって約 30 倍となっている。また (2) と (3) の比は、速度向上比に相当し、4.92 である。4 章で並列化の効果を確認した結果 (表 4.2 参照) を見ると、8PE で速度向上比 4.74 であり、これより (3) の速度向上比は 6PE にもかかわらずむしろ良い。この二つ、並列効果を確認したモデルと日本海基本モデルを比較すると、

- 地形条件などモデル構造は後者のほうが複雑である。

ので、後者の方が悪化しそうであるが、

- 前者にはデータの初期設定時間が含まれており、これが並列領域に対するオーバーヘッドとなっている。さらにタイムステップ数 (つまり積分時間) が小さいために、この影響がより大きい。
- 前者は T3E、後者は J90 上で実行されている。このハードウェアの違いが速度向上比に影響する要素としては、並列化する際に約 20% の計算時間を消費してい

た PE 間の通信能力があげられる。そこでベンチマークテストとして、通信速度の比較を行なった。その結果を図 6.2 に示す。これによるとデータ数が 10^5 個程度以上であれば broadcast はほぼ同等であり、send & receive は J90 のほうが T3E より速い。元々 J90 は共有メモリシステムを持っており、直接 PE がポートを介してメモリアクセスするような MPI の実装がなされていれば、J90 の方が T3E より通信速度が速いことも充分考えられる。

により、後者の速度向上比が前者を上回ったと考えられる。さらに (2) に対する (4) と (5) の速度向上比³は、各々 2.04 と 2.07 とさらに悪化している。これは海流や風などの外的要因を取り込むために新たに境界条件を加え、これが原因で、流れ関数を解く際に反復法の収束が悪化しているためである。(3) の反復回数がせいぜい 2~3 回に対し、(4) と (5) は 250 回前後となっており、反復回数の増加が計算時間の増加につながった。

表 6.1: CPU 時間の分析結果

No.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
項目	予備実験	日本海基本 モデル：1PE	日本海 基本モデル	対馬海流	対馬海流 + 北西風
総格子数	18,240,000	960,000	960,000	960,000	960,000
タイムステップ	40s	600s	600s	600s	600s
積分時間	1 日	200 日	200 日	100 日	100 日
タイムステップ数 (N_{ts})	2,160	28,800	28,800	14,400	14,400
CPU 時間 : 初期設定	328s	24s	25s	22s	22s
: T.S. ループ (T_{loop})	344,781s	160,003s	32,493s	39,114s	38,620s
T_{loop}/N_{ts}	159.62s	5.56s	1.13s	2.72s	2.68s
Speed-up ratio	—	1.00	4.92	—	—

³厳密には「プログラム」が異なるため、速度向上比とは言えない。

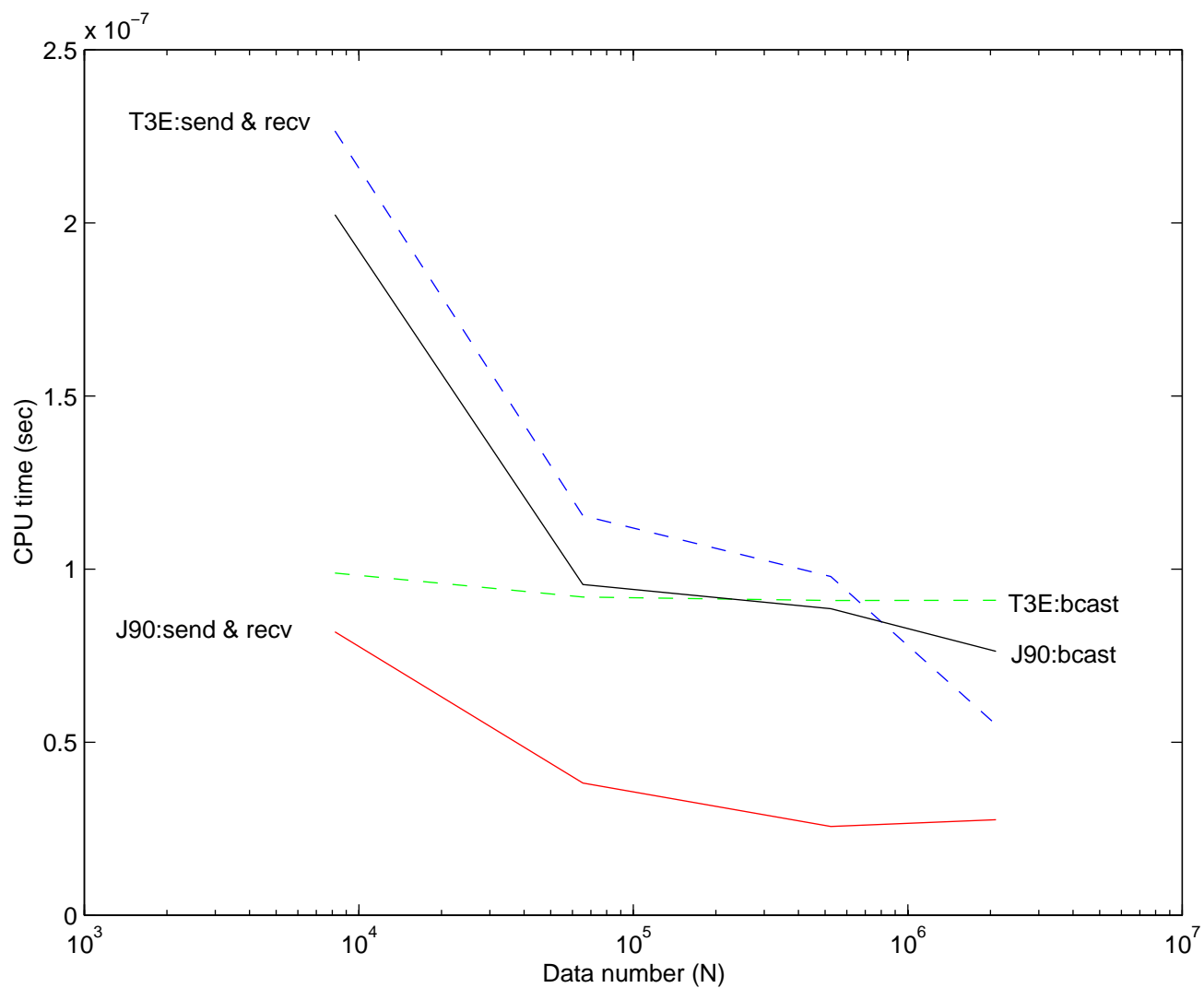


図 6.2: J90 と T3E の PE 間通信速度の比較 (real 1 個当たり)

第 7 章

あとがき

7.1 本研究で得られた成果

7.1.1 日本海モデルの構築

本研究では、日本海を対象として、構造の調査と領域内での物質の移流拡散の予測を目的とする、海洋モデルを計算機上に構築した。これを日本海モデルと呼ぶ。現在、これは基本的なモデルであるが、本報では対馬海流の再現と風の影響について調査し、いくつかの知見を得た。その結果は、対馬海流第一分流は再現できてはいないが、極前線らしき現象が見られ、また風が海水面に及ぼす影響は、風速 10m/s 以上になると顕著になり、吹送流が支配的になる、などである。

過去には日本海全体をモデル化した例は無く、本研究がその諸についたと言えるであろう。

7.1.2 並列化

日本海モデルを構築する過程で、計算を高速で実行するために、領域分割法による並列アルゴリズムを用い、計算コードを並列計算機上に実装した。本研究では緯度が同一の格子列にある幅を持たせてグループとし、プロセッサ毎にこのグループを割り当て、並列に計算を行なった。その結果、単純なモデルでは 16PE で速度向上比は 7.55 であった。またある日本海モデルでは、6PE で速度向上比が 4.92 となった。

これは、差分法を用いた大規模なナビエ・ストークス方程式の解法について、その並列

化の例と効果を示したと考える。日本海モデルのような大規模な計算を行なう場合は、モデルの精度と計算コストのトレードオフが生じると言われている。しかし筆者は、これにさらに計算機のパフォーマンスが加わると考える。メモリ領域を越えたモデルが作れないことは言うまでもないし、永遠に計算機をまわし続けるわけにはいかない。これらのバランスをいかにうまくとるかが重要である。本研究ではネスティングの導入でこれをクリアしようとしたが、残念ながら実装が間に合わなかった。今後の課題としたい。

7.2 今後の課題

現時点は、日本海の基礎的なモデルを計算機上に構築した段階でしかない。今後さらにモデルの精度向上と計算の高速化に取り組む必要がある。その上で、合理的な漂流解析システムを構築していく必要がある。

モデルの精度向上では、

- サブグリッドスケールの乱流を表現するために、乱流モデル（例えばSGS粘性係数など）を導入し、海流や冷水塊の移動などを再現する。
- ネスティングの実装を行なう。
- 漂流解析を実装する。また現在鳥取沖に沈没したままになっている船体から新たに重油が洩れ出す可能性もあり、これのモデル化も必要である。アイデアとしては、完全パッシブなトレーサに、浮力の影響を加味することで、評価できると考える。
- 漂流解析における、時間軸の方向の精度向上。この点については、今回全くアプローチできなかった。時間経過、あるいは時間変動のある場合についても、たとえば気象予報データの流用などで、短期間に関してであれば精度の向上は可能と思われる。
- リモートセンシングの応用による精度向上を検討する。たとえば海水温データを受信し、海表面の境界条件として取り込むことで、刻々と変化する海洋を精度良くシミュレートできる可能性がある。

などが挙げられる。また計算の高速化としては、

- 現在直列処理のままである前処理付きCG法の並列化。

が残されている。

第 8 章

謝辞

まず最初に、本研究を進めるにあたり、貴重な御助言、御指導を賜りました、松澤照男教授に深く感謝致します。また適切な助言、指摘を頂いた松澤研究室の諸兄、特に並列プログラミングについて色々なヒントを与えて下さった、古山彰一氏(本学博士後期過程在学中)に感謝の意を表します。

参考文献

- [1] 保原充, 大宮司久明, 他, 数値流体力学—基礎と応用, 東京大学出版会, 1992.
- [2] 杉森康宏, 海洋のリモートセンシング, 共立出版, 1982.
- [3] Veronis, G., Deep-Sea Res., 13, 31-5S, 1966.
- [4] Blumberg, A.F., G.L. Mellow, A coastal ocean numerical model, Proc. Int. Symp. Mathematical Modeling of Estuarine Physics, Ed. J. Sunderman and K.P. Holz, pp203-214, Springer-Verlag, 1980
- [5] Ronald C. Pacanowski, MOM2 Ver.2.0 *User's Guide and Reference Manual*, Geophysical Fluid Dynamics Laboratory (GFDL), Ocean Technical Report 3.2, 1996.
- [6] 堀江毅, 細川恭史, 海域における物質循環数値モデルの水質支配要因について, 運輸省港湾技術研究所, 港湾技術研究所報告, Vol.22, No.3, 1983.
- [7] 中辻啓二, 海洋:閉鎖性海域(環境数値流体力学講座2), 数値流体力学第4巻第4号, pp306-332, 1996.
- [8] 石油連盟, 流出油拡散・予測モデル, ユーザーズ・マニュアル, Ver.3, 1997年3月.
- [9] 松梨順三郎, 他, 環境流体汚染, 森北出版, pp112, pp130, pp141, pp153-159, 1993.
- [10] 松梨順三郎, 環境流体輸送, 日刊工業新聞社, pp132-144, 1991.
- [11] Deniss, R.L., Downtom, M.W., Evaluation of urban photochemical models for regulatory use, Atmos. Environ., 18, pp.2055-2069, 1984.
- [12] 巽友正, 乱流現象の科学, 東京大学出版会, pp269-277, 1986.

- [13] 寺嶋裕二, 中村輝男, 海流における移流拡散に関する研究, 第9回数値流体力学シンポジウム 講演論文集, pp485-486, 1995.
- [14] 高橋亮一, 応用数値解析, 朝倉書店, pp74-79, 1993.
- [15] 大野豊, 磯田和男, 数値計算ハンドブック, オーム社, 1990.
- [16] 和達清夫, 海洋大辞典, pp359-361, pp383-384 東京堂出版, 1987.
- [17] 小国力, 村田健郎, 三好俊郎, Dongarra,J.J., 長谷川秀彦, 行列計算ソフトウェア –WS、スーパーコン、並列計算機–, 丸善, 1991.
- [18] William Gropp, Ewing Lusk, Anthony Skjellum, USING MPI: Portable Parallel Programming with the Message-Passing Interface, The MIT Press, 1994.
- [19] Message Passing Interface Forum, MPI: A Message-Passing Interface Standard, URL: <http://www.mpi-forum.org/>, Jun 12, 1995.
- [20] 岩佐義朗, 他, 湖沼工学, 山海堂, pp119-122, 1990.
- [21] 朝倉博紀, 他, 株式会社クボタ編, AVSによる実践ビジュアライゼーション, オーム社, pp86, 1995.