JAIST Repository
https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの制御に関する研究
Author(s)	田中，直人
Citation	
Issue Date	1998-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/1146
Rights	
Description	Supervisor:示村 悦二郎，情報科学研究科，修士

JAIST
JAPAN
ADVANCED INSTITUTE OF
SCIENCE AND TECHNOLOGY

Japan Advanced Institute of Science and Technology

修 士 論 文

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの制御に関する研究

Control of Mobile Manipulators with Hyper Degrees of Freedom

指導教官　示村 悦二郎 教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報システム学専攻

田中 直人

1998 年 2 月 13 日

Copyright © 1997 by Naoto Tanaka

目 次

1 序論 **2**

1.1 本研究の動機と背景 2

1.2 本研究の目的 5

1.3 問題点 5

1.4 本論文の構成 6

2 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータのモデリング **7**

2.1 超多自由度マニピュレータの運動方程式 9

2.1.1 運動学 10

2.1.2 運動方程式 11

2.2 移動機構の運動方程式 16

2.2.1 運動学 17

2.2.2 移動機構の拘束式について 19

2.2.3 移動機構の運動方程式 21

2.2.4 一般化座標の低次元化による簡略化 23

2.2.5 運動方程式の簡略化 26

2.3 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの運動方程式 28

2.3.1 運動学 28

2.3.2 運動方程式の導出 28

2.3.3 制御対象 31

3 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの形状制御 **34**

3.1 部分形状トラッキング制御 35

3.1.1 準備 36
3.1.2 部分形状トラッキング問題の定式化 36
3.1.3 部分形状トラッキング制御の目標 38
3.1.4 部分形状トラッキング制御則の導出 40
3.1.5 パラメータ推定則を含めた部分形状トラッキング制御則の導出 . . 43
3.2 前方参照形状トラッキング制御 48
3.2.1 前方参照制御について 50
3.2.2 内部ダイナミクス 54
3.2.3 前方参照形状トラッキング問題の定式化 56
3.2.4 前方参照形状トラッキング制御の目標 57
3.2.5 前方参照形状トラッキング制御則の導出 59
3.2.6 推定則を含んだ前方参照形状トラッキング制御則の導出 60

4 結論 **66**
4.1 本研究のまとめ 66
4.2 今後の課題 67

参考文献 **68**

A 付録 **i**
A.1 非ホロノミック系に対する Hamilton の原理の拡張 i
A.2 非ホロノミック拘束について ii

図 目 次

2.1 mobile manipulators with HDOF 7
2.2 HDOF manipulators 9
2.3 point on link i 10
2.4 wheeled mobile robot 17
2.5 Schematic of wheeled mobile robot 18
2.6 Schematic of mobile manipulators with HDOF 29

3.1 shape tracking to a desired curve 34
3.2 shape tracking on a desired curve 35
3.3 part shape tracking to a desired curve 36
3.4 part shape tracking on a desired curve 37
3.5 parametric curve 38
3.6 Scheme of point control and a shape control 39
3.7 shape tracking control to a desired curve 48
3.8 shape tracking control on a desired curve 49
3.9 Look-ahead control 53
3.10 The problem of look-ahead shape tracking control 58

要旨

keywords 移動機構, 前方参照形状トラッキング制御, 超多自由度マニピュレータ, 非ホロノミック拘束, 部分形状トラッキング制御,

本研究で対象とするモデルは, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータである. 移動機構は, 2 つの車輪で独立に駆動するものとした. 性能のよい制御則を提案するためには, 運動学だけでなく動力学まで考慮する必要がある. そこで, 本研究の対象モデルは動力学モデルとする. 超多自由度マニピュレータは, 多くの運動学的自由度をもつロボットマニピュレータである. この特徴を利用して拘束の厳しい環境の中での作業が可能になる.

従来研究では, 地面に固定された超多自由度マニピュレータを考えているため, 目標とする形状の範囲が限定される. そこで, 本研究では, 与えられた目標形状に沿って移動機構を備えた超多自由度マニピュレータが前後し, マニピュレータの一部あるいは全体の形状を目標曲線に常に追従する制御問題を考える.

制御則の提案に際して問題は, 移動機構が非ホロノミック拘束を有することである. この拘束により制御が困難になる. この問題を解決し目標を達成するために, 本研究は, 逆動力学法を基づいて移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの部分形状トラッキング制御則と前方参照形状トラッキング制御則の提案を行なう.

この制御則の提案により, 超多自由度マニピュレータに提案されている形状制御が移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに拡張できることを明らかにした.

第 1 章

序論

1.1 本研究の動機と背景

企業の製品に対するコスト低減の狙いから大規模工場が建設されている. その中で大規模な生産ラインの発達に伴い, ロボットマニピュレータや移動ロボットが注目されている. それに伴い, 産業用ロボットの性能が発展してきた.

工場内では生産ラインに据置型マニピュレータが配置されているのが現状である. この据置型マニピュレータに移動機構を備えることにより, 移動機構の可動領域を持ち, さらにマニピュレータの操作性で作業を行なうことが可能になる. 移動機構を備えることにより期待される効果としては, 工場のラインコース設置の制限が少なくなり, 生産ラインの変更が可能となる. さらに, 移動しながら作業が可能となることから, 工場内のマニピュレータの数が減少し, また, 多種少量生産も可能となる. つまり, 工場にかかる設備投資コストが低減される. このような理由から, 近年, 移動マニピュレータの制御法が盛んに研究されるようになった.

マニピュレータに移動機構を備える研究が盛んにされている背景から, 超多自由度マニピュレータ[1]に移動機構を備えたモデルに対し研究することに意義が存在する.

[これまでの超多自由度マニピュレータの研究]

これまでに, 望山らにより超多自由度マニピュレータの特徴を利用した形状制御が提案されている [19],[13],[12],[14]. 形状制御とは, 超多自由度マニピュレータの手先位置だけでなく, すべての関節位置の制御である.

[1] 超多自由度マニピュレータとは, 多くの運動学的自由度をもつロボットマニピュレータである.

超多自由度マニピュレータの形状トラッキング制御の研究では, 曲線パラメータ推定に基づく形状トラッキング制御について提案されている [19],[13]. 多くの運動学的自由度をもつロボットマニピュレータは一般的に冗長なマニピュレータとして認識され, マニピュレータがもつ冗長な自由度を利用した制御法が提案されている. しかし, この方法を超多自由度マニピュレータの制御に適用したとき超多自由度マニピュレータの構造的特性を生かした制御が行なえない. そこで, この問題に対し, 形状トラッキング制御法によって与えれた目標曲線に対して手先位置だけでなくすべての関節位置を制御することが可能になることが提案されている. この制御法により超多自由度マニピュレータの構造的特性が生かし, 拘束の厳しい環境の中での作業や物体を把持する作業が可能となる.

さらに, 望山らにより, 超多自由度マニピュレータの形状制御に基づく障害物回避手法 [11] が提案している. これまでに提案された形状制御を拘束の厳しい環境, 特に, 局所へのもぐり込む作業に適用したとき, マニピュレータのリンクの奥行き方向への移動性が不足する. 移動性の不足を考慮するために, この手法は, 超多自由度マニピュレータの一部の関節について形状を制御し, 移動性をもたせるために残りの関節の自由度を利用した制御法である. この手法により目標曲線に沿ってマニピュレータを前後させる動作を実現し, リンクの奥行き方向の移動性を補うことで問題を解決した.

しかし, ベースが固定されているため, 管などのような形状の中でのもぐり込むような作業を考えたとき, マニピュレータの移動性は全リンク長に限定される. 従来研究の背景から超多自由度マニピュレータのベース部分に対して移動性を備える必要性が生ずる. しかし, 超多自由度マニピュレータのベースが移動可能である場合に形状制御則が適用されていない.

[これまでの移動マニピュレータの研究]
一方, 移動マニピュレータに関する研究は以下のようである. まず, 移動マニピュレータの特徴は

特徴 1 システム全体として作業に対して冗長自由度を有する

特徴 2 移動機構が非ホロノミックな拘束を有する

特徴 3 位置決め精度は高いが可動範囲の狭いマニピュレータと, 位置決め精度が低く慣性は大きいが広範囲な移動が可能な移動機構という 2 つのサブシステムがシリアルに結合されている

特徴 4 車輪と地面が固定されていない

である. この特徴をもつ移動機構を備えたマニピュレータに対し,

藤原らは, マニピュレータの手先軌道を移動機構に固定された座標系から見た軌道に変換することで移動機構が設定されたコースからはずれても手先を目標軌道に追従させる制御法を提案している.

栗栖らはマニピュレータの手先軌道に対する移動機構の目標軌道を駆動力やマニピュレータの操作性を考慮して計画する方法 [2],[3],[4]. を提案している.

山本らは, 移動マニピュレータの手先位置を制御したときに生ずるシステム内の相互干渉力の影響についてシミュレーションを行ない議論をしている.

しかし, これらの方法は, 与える作業に対して移動機構を備えたマニピュレータを単なる冗長な自由度をもつマニピュレータとして扱っている. その理由から, 制御の中心はマニピュレータの手先位置だけを最適な位置に制御するために冗長な自由度をいかに有効的に利用するかという問題になっている.

しかし, 超多自由度マニピュレータに移動機構を備えたモデルの特徴は

特徴 a 移動機構と超多自由度マニピュレータが結合したシステムである

特徴 b 車輪型移動ロボットが非ホロノミックな拘束を有する

特徴 c 超多自由度マニピュレータは遥かに多くの運動学的自由度をもつ

である. 上述の特徴をもつ移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに, これまでの移動マニピュレータの研究を適用したとき, 特徴 c を生かした制御が困難である.

そこで, 本研究は, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの全体の形を制御する. この制御により超多自由度マニピュレータに移動機構を備えることにより, 作業空間の拡

大, さらに、従来の移動マニピュレータではなし得なかった作業, 例えば, 物体を把持する作業, 形状が複雑であるパイプの中での作業などで作業能力が発揮できると期待される.

1.2 本研究の目的

超多自由度マニピュレータは蛇のような運動学的自由度をもち, マニピュレータ全体の形状を制御したとき, 拘束の厳しい環境の中での作業や様々な大きさ・形状の物体を把持する作業をすることができる. このマニピュレータに移動機構を備えれば可動範囲が広がるだけでなく, より作業に対して効率的な制御が行なえると期待される.

そこで, 本研究は, 超多自由度マニピュレータに移動機構を備えたシステムを考え, そのシステムの制御に関する研究を行なう. 具体的には, 与えられた目標形状に沿って移動機構を備えた超多自由度マニピュレータが前後に移動し, マニピュレータの一部あるいは全体の形状を目標曲線に追従する制御問題を考える. そのために, 望山らに提案されている超多自由度マニピュレータの形状制御を, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに対し発展させる.

1.3 問題点

目的を達成するには, 以下の問題点を解決しなければならない.

問題点 1 Brockett により非ホロノミック拘束をもつ移動機構に対し, 移動機構の位置を平衡点に漸近安定化させる滑らかな状態フィードバック則が存在しない [17].

本研究では, 以下のように解決する.

1. 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータが与えられる作業に対し冗長自由度をもつと仮定する. この冗長自由度を利用して非ホロノミックな拘束から逃れ, マニピュレータの手先および一部の関節を形状制御することが可能となる.

2. 移動機構の中心の位置を制御する代わりに, その位置の前方に存在する点を制御する. この方法により非ホロノミックな拘束を逃れ, マニピュレータの手先およびすべての関節位置を形状制御することが可能になる.

1.4 本論文の構成

本論文の第 2 章では, Liu らの移動マニピュレータの導出方法 [18] に基づいて移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの動力学モデルの導出を行なう. そのために, 超多自由度マニピュレータ, 車輪型移動ロボット (以後これを移動機構と呼ぶ) の各モデルを示し, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータのモデルを示す.

第 3 章では, 2 章で導出した動力学モデルに対し, トラッキング制御問題を定式化し, その問題を解くための制御則の提案を行なう. 問題の定式化において

1. 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータを冗長なマニピュレータとして取り扱う問題

2. 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータのすべての関節を制御する問題

の 2 つの場合について制御則の提案を行なった.

最後にまとめと今後の課題を述べる.

第 2 章

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータのモデリング

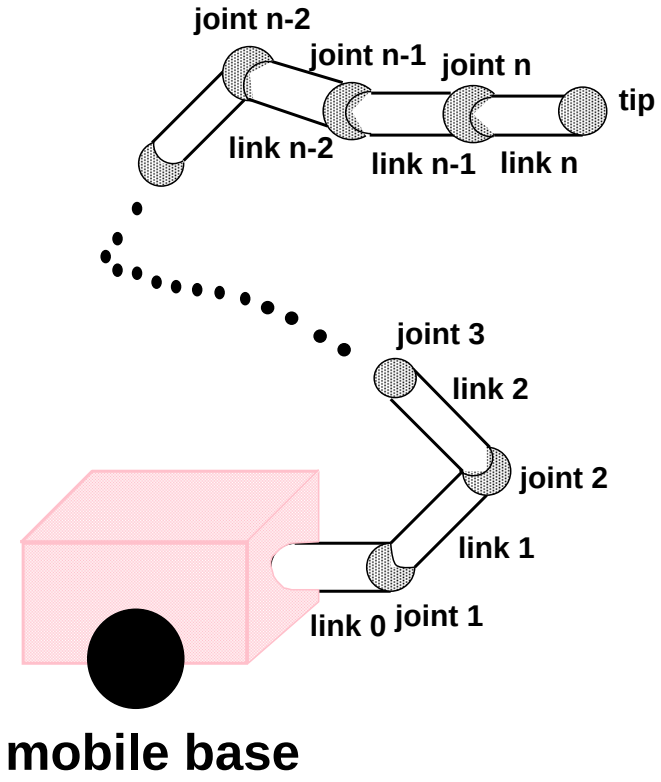

図 2.1: mobile manipulators with HDOF

本研究は, 図 2.1 のような車輪型の移動機構を備えた超多自由度マニピュレータを制御

対象とする. 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータは, 超多自由度マニピュレータと車輪型の移動機構の 2 つのサブシステムから構成される.

超多自由度マニピュレータ: 超多自由度マニピュレータは, $(n+1)$ 個の剛体リンクを n 個の 2 自由度関節で結合したシリアルリンク型のマニピュレータである [11], [19], [13],[12], [14].

移動機構: 移動機構は車輪式, クローラ式, 特殊機構など主に 3 種類に分けられる. なかでも車輪機構のものは, 他の機構に比べて次の理由から最も実用に近い位置にあると考えられる.

- 構造が単純
- 車輪などの入手が比較的容易
- 高速移動可能
- 移動に必要とされるエネルギが少ない (エネルギ効率がよい)
- コストが他の機構に比較して少ない
- 制御が比較的容易
- 無人搬送車等での技術蓄積がある

以上の理由から, 移動機構は, 左右のそれぞれの車輪が独立に駆動する車輪型移動ロボットとする [21].

本研究は, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの動力学モデルに対し, 動力学的な特性を解析する. そのためにこの章では, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの動力学モデルを示す [22]. 動力学モデルは Liu らの研究 [18] を参考に導出する. 導出は以下の手順で行なう.

手順 1: 超多自由度マニピュレータの運動方程式を導出する.

手順 2: 移動機構の運動方程式を導出する.

手順 3: 超多自由度マニピュレータと移動機構を結合した時に生じる相互干渉力を求める. 求めた相互干渉力を手順 1,2 で導出したそれぞれの運動方程式に加える.

2.1 超多自由度マニピュレータの運動方程式

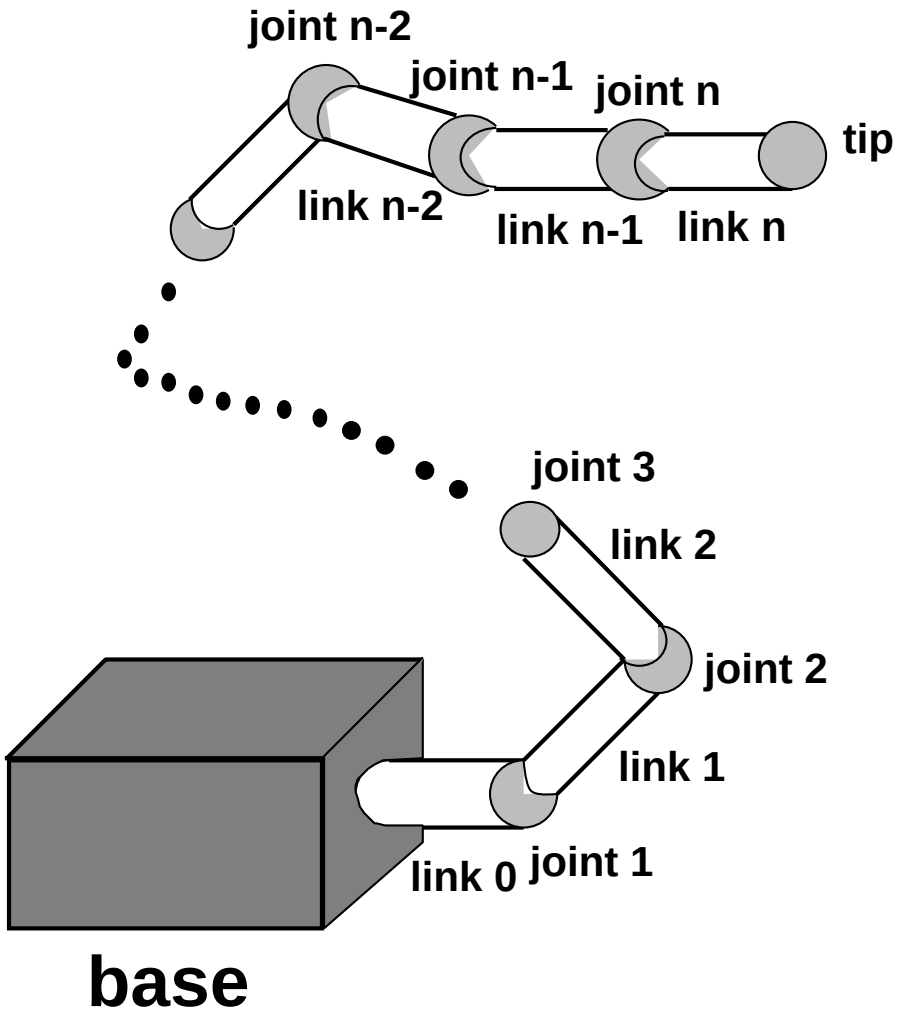

図 2.2: HDOF manipulators

超多自由度マニピュレータは, 図 2.2のような多くの運動学的自由度をもつロボットマニピュレータである. つまり, 従来考えられている冗長なマニピュレータ[1] に比べ遥かに多くの運動学的自由度をもつロボットマニピュレータである.

この節では, 超多自由度マニピュレータの動力学モデルをラグランジュ法を基に示す. はじめに運動学モデルを示し, つぎに動力学モデルを示す.

[1]操作するマニピュレータが遂行する作業に必要な自由度がマニピュレータのもつ自由度よりも小さい場合, 冗長なマニピュレータと呼ぶ.

2.1.1 運動学

超多自由度マニピュレータに対して図 2.3のようなに基準座標系$\boldsymbol{\Phi}_w \in SO(3)$(ここでは $\boldsymbol{\Phi}_w := \boldsymbol{I}_3$ としておく.) を設定する. 基準座標系$\boldsymbol{\Phi}_w$ から見た超多自由度マニピュレータの

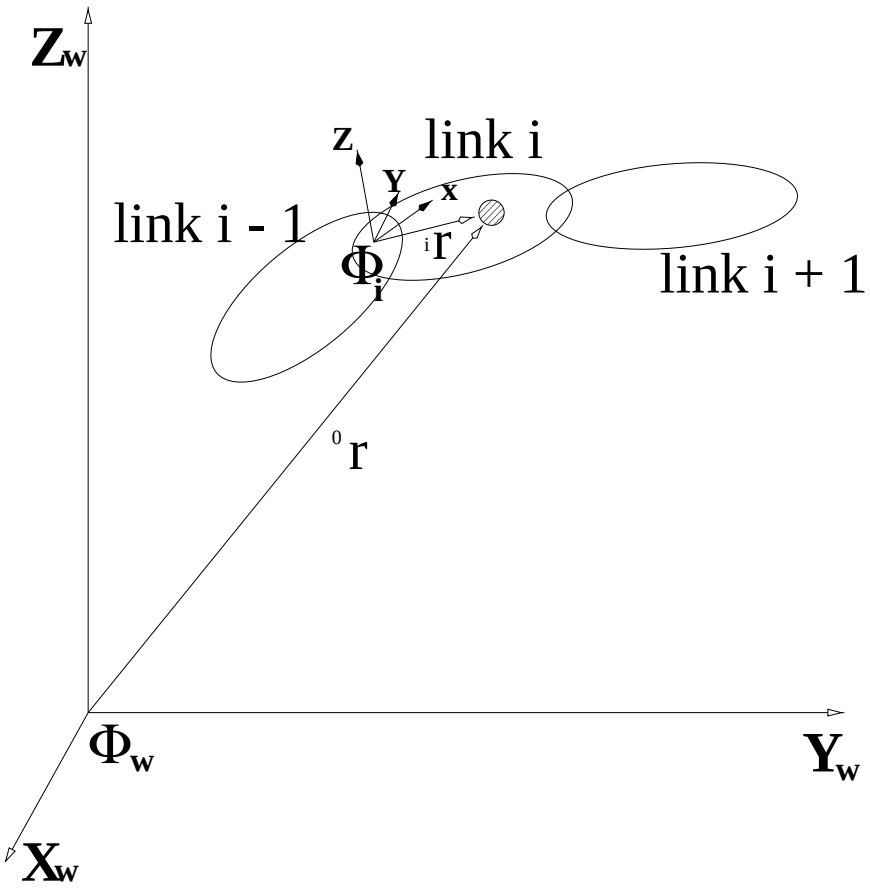

図 2.3: point on link i

リンク i 上の任意の質点の位置$\boldsymbol{p}_i$ と姿勢$\boldsymbol{\Phi}_i$ を

$$\boldsymbol{\Phi}_i := \boldsymbol{\Phi}_{i-1}\boldsymbol{R}_{w,i} \tag{2.1}$$

$$\boldsymbol{p}_i := \boldsymbol{p}_{i-1} + l_i\boldsymbol{\Phi}_i\boldsymbol{e}_x \tag{2.2}$$

$$\boldsymbol{R}_{w,i} := \boldsymbol{R}(\boldsymbol{a}_{s,i}\theta_{s,i})\boldsymbol{R}(\boldsymbol{a}_{m,i}\theta_{m,i}) \tag{2.3}$$

$$\boldsymbol{p}_0 := \mathbf{o}$$

と定義する.

ここで,

$\boldsymbol{e}_x := [1 \quad 0 \quad 0]^T$: x 軸方向の単位ベクトル

l_i: 第 i リンクの長さ

$\boldsymbol{R}_{\omega,i} \in SO(3)$:2 自由度の回転行列

$\boldsymbol{a}_{s,i}, \boldsymbol{a}_{m,i}$:それぞれ 2 自由度関節の回転軸

$\theta_{s,i}, \theta_{m,i}$:それぞれ 2 自由度関節の回転角度

である.

2.1.2 運動方程式

全節の超多自由度マニピュレータの運動学モデルより, 動力学モデルの導出を行なう. 第 i リンクの質点の速度を$\bar{\boldsymbol{v}}_i$ とする. 前述の運動学 (式 (2.1)) より, $\bar{\boldsymbol{v}}_i$ は,

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{v}}_i &= \frac{d}{dt}\boldsymbol{p}_i \\ &= \frac{d}{dt}(\boldsymbol{p}_i + \boldsymbol{R}_i\bar{\boldsymbol{r}}_i) \\ &= \dot{\boldsymbol{p}}_i + \dot{\boldsymbol{R}}_i\bar{\boldsymbol{r}}_i \end{aligned} \tag{2.4}$$

である. ここで基準座標系$\boldsymbol{\Phi}_w$から見たリンク i の角速度を$\boldsymbol{\omega}_i$ とすると, $\dot{\boldsymbol{R}}_i$ は

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{R}}_i &= [\dot{\boldsymbol{n}}_i \quad \dot{\boldsymbol{s}}_i \quad \dot{\boldsymbol{a}}_i] \\ &= [\boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{n}_i \quad \boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{s}_i \quad \omega_i \times \boldsymbol{a}_i] \\ &= [\boldsymbol{S}(\omega_i)\boldsymbol{n}_i \quad \boldsymbol{S}(\omega_i)\boldsymbol{s}_i \quad \boldsymbol{S}(\omega_i)\boldsymbol{a}_i] \\ &= \boldsymbol{S}(\omega_i)\boldsymbol{R}_i \end{aligned} \tag{2.5}$$

と表せる. ゆえに, $\bar{\boldsymbol{v}}_i$ は

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{v}}_i &= \dot{\boldsymbol{p}}_i + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}_i)\boldsymbol{R}_i\bar{\boldsymbol{r}}_i \\ &= \dot{\boldsymbol{p}}_i + (\boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{R}_i\bar{\boldsymbol{r}}_i) \\ &= \boldsymbol{R}_i{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i + \left(\boldsymbol{R}_i{}^i\boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{R}_i\bar{\boldsymbol{r}}_i\right) \\ &= \boldsymbol{R}_i\{{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i + \left({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times \bar{\boldsymbol{r}}_i\right)\} \end{aligned} \tag{2.6}$$

と記述できる.

第 i リンクの質点の質量を dm とし, 第 i リンクの質点の運動エネルギを dk_i とする. dk_i は

$$\begin{aligned} dK_i &= \frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{v}}_i^T\bar{\boldsymbol{v}}_i dm \\ &= \frac{1}{2}\{{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i + ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times \bar{\boldsymbol{r}}_i)\}^T\boldsymbol{R}_i^T\boldsymbol{R}_i\{{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i + ({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times \bar{\boldsymbol{r}}_i)\}dm \\ &= \frac{1}{2}{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i{}^T{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i dm + {}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i{}^T({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times \bar{\boldsymbol{r}}_i)dm + \frac{1}{2}({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times \bar{\boldsymbol{r}}_i)^T({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times \bar{\boldsymbol{r}}_i)dm \end{aligned} \tag{2.7}$$

となる. リンク i の運動エネルギを K_i とする. リンク i の全体積にわたって質点の運動エネルギを積分することにより求まる. すなわち, 式 (2.7) から K_i は

$$\begin{aligned} K_i &= \int_{linki} dK_i \\ &= \frac{1}{2}{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i{}^T{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i\int dm + {}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i{}^T\boldsymbol{S}({}^i\boldsymbol{\omega}_i)\int \bar{\boldsymbol{r}}_i dm + \frac{1}{2}{}^i\boldsymbol{\omega}_i{}^T\int \boldsymbol{S}(\bar{\boldsymbol{r}}_i)^T\boldsymbol{S}(\bar{\boldsymbol{r}}_i)dm\,{}^i\boldsymbol{\omega}_i \end{aligned} \tag{2.8}$$

となる. ここで, 質量 m_i, 質量中心 ${}^i\boldsymbol{r}_i$ と慣性テンソル ${}^i\boldsymbol{I}_i$ を

$$m_i := \int_V dm \tag{2.9}$$

$${}^i\boldsymbol{r}_i := \frac{\int_V \bar{\boldsymbol{r}}_i dm}{\int_V dm} \tag{2.10}$$

$$= \frac{\int_V \bar{\boldsymbol{r}}_i dm}{m_i} \tag{2.11}$$

$${}^i\boldsymbol{I}_i := \int_V \boldsymbol{S}(\bar{\boldsymbol{r}}_i)^T\boldsymbol{S}(\bar{\boldsymbol{r}}_i)dm \tag{2.12}$$

と定義する. K_i は次のように記述できる.

$$\begin{aligned} K_i &= \frac{1}{2}\boldsymbol{m}_i{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i{}^T{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i + m_i{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i{}^T\boldsymbol{S}({}^i\boldsymbol{\omega}_i){}^i\boldsymbol{r}_i \\ &+ \frac{1}{2}{}^i\boldsymbol{\omega}_i{}^T{}^i\boldsymbol{I}_i{}^i\boldsymbol{\omega}_i \end{aligned} \tag{2.13}$$

ここで,

$$\begin{aligned} {}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i{}^T\boldsymbol{S}({}^i\boldsymbol{\omega}_i){}^i\boldsymbol{r}_i &= {}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i{}^T({}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\boldsymbol{r}_i) \\ &= {}^i\boldsymbol{r}_i{}^T({}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i \times {}^i\boldsymbol{\omega}_i) \end{aligned} \tag{2.14}$$

であることから,

$$K_i = \frac{1}{2}m_i{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i{}^T{}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i + m_i{}^i\boldsymbol{r}_i{}^T({}^i\dot{\boldsymbol{p}}_i \times {}^i\boldsymbol{\omega}_i) + \frac{1}{2}{}^i\boldsymbol{\omega}_i{}^T{}^i\boldsymbol{I}_i{}^i\boldsymbol{\omega}_i \tag{2.15}$$

となる. 式 (2.15) は速度の 2 次形式で表せる. つまり,

$$K_i = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{p}}_i^T & {\boldsymbol{\omega}_i}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_i \boldsymbol{I}_3 & -[{m_i}^i r_i \times] \\ -[{m_i}^i r_i \times] & {}^i I_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{p}}_i \\ \boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

ここで,

$$[{m_i}^i r_i \times] := \begin{bmatrix} 0 & {m_i}^i r_{iz} & -{m_i}^i r_{iy} \\ -{m_i}^i r_{iz} & 0 & {m_i}^i r_{ix} \\ {m_i}^i r_{iy} & -{m_i}^i r_{ix} & 0 \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

と定義する. よって超多自由度マニピュレータの運動エネルギ K は,

$$K = \sum_{i=0} K_i \tag{2.18}$$

一方, 超多自由度マニピュレータのポテンシャルエネルギを U_iとする. U_i は

$$\begin{aligned} U_i &= -{m_i}^0 \hat{g}^T {}^0\boldsymbol{p}_{ci} \\ &= -{m_i}^0 \hat{g}^T ({}^0\boldsymbol{p}_i + {}^0\boldsymbol{R}_i {}^i\boldsymbol{r}_i) \\ &= -{}^0\hat{g}^T ({m_i}^0\boldsymbol{p}_i + {m_i}^0\boldsymbol{R}_i {}^i\boldsymbol{r}_i) \end{aligned} \tag{2.19}$$

ここで,

$${}^0\boldsymbol{p}_i = [\boldsymbol{x}_i \ \ \boldsymbol{y}_i \ \ \boldsymbol{z}_i]^T$$

であり, ${}^0\hat{g}^T$ は基準座標系 Φ_w からみた重力加速度を表す.

ここで超多自由度マニピュレータの関節変数$\boldsymbol{q}_m$ を

$$\boldsymbol{q}_m := \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

と定義する.

全ポテンシャルエネルギ : U は,

$$U(\boldsymbol{q}_m) = \sum_{i=0} U_i \tag{2.21}$$

ところで, 式 (2.2) で表される基準座標系から見たリンク i 上の任意の質点の位置をつぎのように書き直すことができる.

$$\boldsymbol{p}_i = \boldsymbol{p}_0 + \sum_{j=1}^{i} l_j \boldsymbol{\Phi}_j \boldsymbol{e}_x \tag{2.22}$$

ここで, p_0 は定数である. このときのリンク i の任意の質点の速度は

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{p}}_i &= \sum_{j=1}^{i} l_j \dot{\boldsymbol{\Phi}}_j \boldsymbol{e}_x \\
&= \sum_{j=1}^{i} l_j [\boldsymbol{\omega}_j \times] \boldsymbol{\Phi}_j \boldsymbol{e}_x \\
&= -\sum_{j=1}^{i} l_j [\boldsymbol{\Phi}_j \boldsymbol{e}_x \times] \boldsymbol{\omega}_j \\
&= -\sum_{j=1}^{i} l_j [\boldsymbol{\Phi}_j \boldsymbol{e}_x \times] \left[\boldsymbol{\Phi}_0 \boldsymbol{A}_1 \quad \boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{A}_2 \cdots \boldsymbol{\Phi}_{j-1} \boldsymbol{A}_j \right] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_j \end{bmatrix} \\
&= -l_1 [\boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{e}_x \times] \left[\boldsymbol{\Phi}_0 \boldsymbol{A}_1 \right] [\dot{\theta}_1] - l_1 [\boldsymbol{\Phi}_2 \boldsymbol{e}_x \times] \left[\boldsymbol{\Phi}_0 \boldsymbol{A}_1 \quad \boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{A}_2 \right] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} - \cdots \\
&\quad - l_i [\boldsymbol{\Phi}_i \boldsymbol{e}_x \times] \left[\boldsymbol{\Phi}_0 \boldsymbol{A}_1 \quad \boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{A}_2 \cdots \quad \boldsymbol{\Phi}_{i-1} \boldsymbol{A}_i \right] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} \\
&= -\left[\{ l_1 [\boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{e}_x] + \cdots + l_i [\boldsymbol{\Phi}_i \boldsymbol{e}_x] \} \boldsymbol{\Phi}_0 \boldsymbol{A}_1 \{ l_2 [\boldsymbol{\Phi}_2 \boldsymbol{e}_x] + \cdots + l_i [\boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{e}_x] \} \boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{A}_2 \cdots l_i [\boldsymbol{\Phi}_i \boldsymbol{e}_x] \boldsymbol{\Phi}_{i-1} \boldsymbol{A}_i \right] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

ここで, i 番目のリンクのヤコビアンを

$$\boldsymbol{J}_i := -\left[\{ l_1 [\boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{e}_x] + \cdots + l_i [\boldsymbol{\Phi}_i \boldsymbol{e}_x] \} \boldsymbol{\Phi}_0 \boldsymbol{A}_1 \{ l_2 [\boldsymbol{\Phi}_2 \boldsymbol{e}_x] + \cdots + l_i [\boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{e}_x] \} \boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{A}_2 \cdots \cdots l_i [\boldsymbol{\Phi}_i \boldsymbol{e}_x] \boldsymbol{\Phi}_{i-1} \boldsymbol{A}_i \right]$$

と定義すると, 式 (2.16) は,

$$K_i = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}_m^T \boldsymbol{J}_i^T(\boldsymbol{q}_m) \begin{bmatrix} m_i \boldsymbol{I}_3 & -[m_i{}^i r_i \times] \\ -[m_i{}^i r_i \times] & {}^i I_i \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_m \boldsymbol{J}_i(\boldsymbol{q}_m) \tag{2.24}$$

となる.

超多自由度マニピュレータの運動エネルギは,

$$\begin{aligned} K(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m) &= \sum_{i=1}^{i} K_i \\ &= \sum_{i=1}^{i} K_i \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}_m^T [\boldsymbol{J}_i \quad \mathbf{o}]^T(\boldsymbol{q}_m) \begin{bmatrix} m_i \boldsymbol{I}_3 & -[m_i{}^i r_i \times] \\ -[m_i{}^i r_i \times] & {}^i I_i \end{bmatrix} [\boldsymbol{J}_i \quad \mathbf{o}] \dot{\boldsymbol{q}}_m \\ &= \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}_m^T \left(\sum_{i=1}^{i} [\boldsymbol{J}_i \quad \mathbf{o}]^T(\boldsymbol{q}_m) \begin{bmatrix} m_i \boldsymbol{I}_3 & -[m_i{}^i r_i \times] \\ -[m_i{}^i r_i \times] & {}^i I_i \end{bmatrix} [\boldsymbol{J}_i \quad \mathbf{o}] \right) \dot{\boldsymbol{q}}_m \\ &= \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}_m^T \left(\sum_{i=1}^{i} \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_i^T \begin{bmatrix} m_i \boldsymbol{I}_3 & -[m_i{}^i r_i \times] \\ -[m_i{}^i r_i \times] & {}^i I_i \end{bmatrix} & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & \mathbf{o} \end{bmatrix} \right) \\ &= \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}_m^T \boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m) \dot{\boldsymbol{q}}_m \end{aligned} \tag{2.25}$$

という関節速度の 2 次形式で表される. ここで,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m) &:= \sum_{i=1}^{i} \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_i^T(\boldsymbol{q}_m) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_i & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & \boldsymbol{\Phi}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_i \boldsymbol{I}_3 & -[m_i{}^i r_i \times] \\ -[m_i{}^i r_i \times] & {}^i I_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_i & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & \boldsymbol{\Phi}_i \end{bmatrix}^T \boldsymbol{J}_i(\boldsymbol{q}_m) \\ \mathbf{o} \end{bmatrix} \\ &= \sum_{i=1}^{i} \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_i^T(\boldsymbol{q}_m) \boldsymbol{M}_i \boldsymbol{J}_i(\boldsymbol{q}_m) \\ \mathbf{o} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

と定義する. $\boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m)$ は正定対称行列である. ラグランジェ関数は, 運動エネルギ $K(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m)$ とポテンシャルエネルギ $U(\boldsymbol{q}_m)$ の差として表現される.

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m) &= K(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m) - U(\boldsymbol{q}_m) \\ &= \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}_m^T \boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m) \dot{\boldsymbol{q}}_m - U(\boldsymbol{q}_m) \end{aligned} \tag{2.26}$$

式 (2.26) をラグランジェの運動方程式に代入すると

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}_m}\right)^T - \left(\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{q}_m}\right)^T = \boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m)\ddot{\boldsymbol{q}}_m + \dot{\boldsymbol{M}}_m(\boldsymbol{q}_m)\dot{\boldsymbol{q}}_m$$

$$
\begin{aligned}
&- \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{q}_m}\dot{\boldsymbol{q}}_m^T \boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m)\dot{\boldsymbol{q}}_m \\
&+ \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{q}_m} U(\boldsymbol{q}_m) \qquad (2.27)
\end{aligned}
$$

n 自由度のマニピュレータのマニピュレータのダイナミクスは以下のように表される.

$$
\boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m)\ddot{\boldsymbol{q}}_m + \boldsymbol{h}_{m1}(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}_m) = \boldsymbol{\tau}_m \qquad (2.28)
$$

ここで,

$\boldsymbol{\tau}_m \in \Re^n$:入力トルクベクトル
$\boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m) \in \Re^{n\times n}$:慣性行列 (正定対称行列)
$\boldsymbol{h}_{m1}(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m) \in \Re^n$:コリオリ力 · 遠心力ベクトル
$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}_m) \in \Re^n$: 重力項

である. ただし, 摩擦の影響は無視する.

2.2 移動機構の運動方程式

この節では, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの構成要素の 1 つである移動機構の動力学モデルを示す [21].

移動機構の運動方程式を記述するために以下の順序で記述を行なう.

1. 移動機構がもつ拘束の関係式を示す.
2. 移動機構の運動方程式を示す.
3. 1 で示した拘束の関係式から拘束の種類を判別することにより, 拘束の関係式と運動方程式の一般化座標の低次元化が可能となる. 低次元化された拘束式と運動方程式を示す.

移動機構は, 図 2.4 のような左右の車輪が独立に駆動する独立二輪駆動型移動機構を考える.

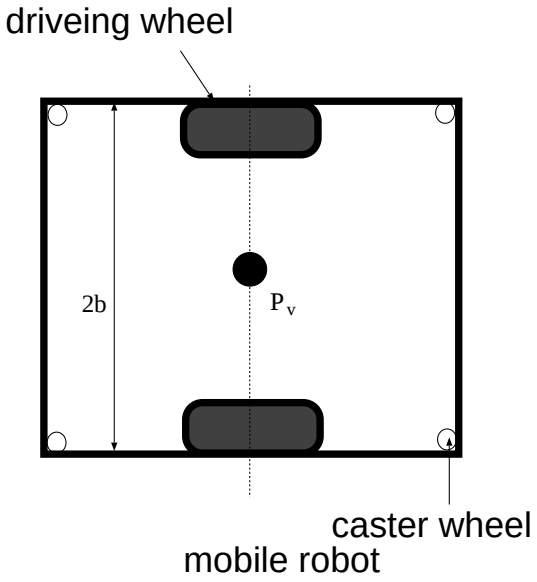

図 2.4: wheeled mobile robot

2.2.1 運動学

図 2.4 のような車輪型移動ロボットについて考える. 車輪型移動ロボットは 2 つの駆動輪をもち, コーナーに 4 つのキャスター車輪をもつ. ただし, キャスター車輪は移動機構に運動学的な影響を与えないものとする.

はじめに, 移動機構の運動学を記述するために使用する変数を示す.

P_v : 車軸と移動機構の進行方向の交点
d : P_v から P_c までの距離
b : 車軸の長さの距離
r : それぞれの駆動車輪の半径
q_r, q_l : 右と左の車輪のそれぞれの回転角度

.

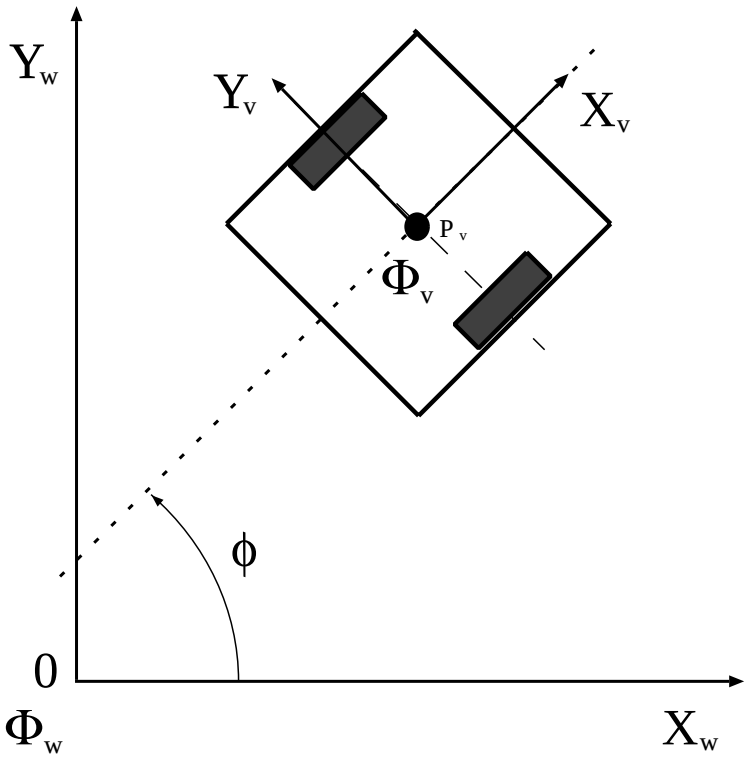

図 2.5: Schematic of wheeled mobile robot

ϕ : Σ_w 座標系の X 軸から測られる移動ロボットの姿勢

図 2.4の移動機構に対して 図 2.5のような座標系を設定する.
基準座標系 $\boldsymbol{\Phi}_w \in SO(3)(\boldsymbol{\Phi}_w := \boldsymbol{I}_3)$ を設定し, 基準座標系 $\boldsymbol{\Phi}_w$ から見た移動機構の固定座標系 $\boldsymbol{\Phi}_v \in SO(3)$ を設定する.
移動機構の固定座標系$\boldsymbol{\Phi}_v$ は,

$$\boldsymbol{\Phi}_v := \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

とする. 基準座標系 $\boldsymbol{\Phi}_w$ から 移動機構の固定座標系$\boldsymbol{\Phi}_v$ への変換行列 $\boldsymbol{T}_v(\phi)$ は、

$$\boldsymbol{T}_v(\phi) = \boldsymbol{\Phi}_w\boldsymbol{\Phi}_v$$

$$
\begin{aligned}
&= \boldsymbol{I}_3 \boldsymbol{\Phi}_v \\
&= \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.29}
$$

である.

移動機構の中心位置 P_v の座標を$\boldsymbol{p}_v \in \Re^2$ を

$$
\boldsymbol{p}_v := \begin{bmatrix} x_v \\ y_v \end{bmatrix} \tag{2.30}
$$

車輪の回転角$\boldsymbol{q}_p \in \Re^2$ を

$$
\boldsymbol{q}_p := \begin{bmatrix} q_r \\ q_l \end{bmatrix} \tag{2.31}
$$

と定義する.

2.2.2 移動機構の拘束式について

前述でのべたように車輪型移動ロボットは地面との間に運動学的拘束を有する. 以下に移動機構に対する拘束条件を仮定する.

仮定 1 車輪は横滑べりしない.
これは,

$$
\dot{x}_v \sin\phi - \dot{y}_v \cos\phi = 0 \tag{2.32}
$$

と表せる.

仮定 2 車輪と地面の接点での速度と点 p_0での速度は等しい.
これは,

$$
\dot{x}_v \cos\phi + \dot{y}_v \sin\phi + b\dot{\phi} = r\dot{q}_r \tag{2.33}
$$

$$
\dot{x}_v \cos\phi + \dot{y}_v \sin\phi - b\dot{\phi} = r\dot{q}_l \tag{2.34}
$$

と表せる.

これらの仮定はまとめて次式のように表せる.

$$\boldsymbol{A}_1(\phi)\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{p}}_v\\ \dot{\phi}\\ \dot{\boldsymbol{q}}_p\end{bmatrix} = \mathbf{o} \tag{2.35}$$

ここで, $\boldsymbol{A}_1(\phi) \in \Re^{3\times 5}$ は,

$$\boldsymbol{A}_1(\phi) := \begin{bmatrix} -\sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 & 0\\ -\cos\phi & -\sin\phi & -b & r & 0\\ -\cos\phi & -\sin\phi & b & 0 & r\end{bmatrix} \tag{2.36}$$

である. ここで, 式 (2.36) の$\boldsymbol{A}_1(\phi)$ の零化空間にある独立なベクトルより構成される行列の 1 つである行列$\boldsymbol{S}_1(\phi) \in \Re^{5\times 2}$を次式で定義する.

$$\boldsymbol{S}_1(\phi) = [\boldsymbol{s}_1 \quad \boldsymbol{s}_2] = \begin{bmatrix} \frac{r}{2}\cos\phi & \frac{r}{2}\cos\phi\\ \frac{r}{2}\sin\phi & \frac{r}{2}\sin\phi\\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b}\\ 1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{2.37}$$

行列$\boldsymbol{S}_1(\phi)$ の 2 つの独立した列ベクトル$\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2 \in \Re^5$は行列$\boldsymbol{A}_1(\phi)$ の零化空間に存在する. すなわち,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{A}_1(\phi)\boldsymbol{S}_1(\phi) &= \begin{bmatrix} -\sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 & 0\\ -\cos\phi & -\sin\phi & -b & r & 0\\ -\cos\phi & -\sin\phi & b & 0 & r\end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{r}{2}\cos\phi & \frac{r}{2}\cos\phi\\ \frac{r}{2}\sin\phi & \frac{r}{2}\sin\phi\\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b}\\ 1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\\ &= \begin{bmatrix} -\frac{r}{2}\sin\phi\cos\phi + \frac{r}{2}\cos\phi\sin\phi & -\frac{r}{2}\sin\phi\cos\phi + \frac{r}{2}\cos\phi\sin\phi\\ -\frac{r}{2}\cos\phi\cos\phi - \frac{r}{2}\sin\phi\sin\phi - \frac{r}{2} + r & -\frac{r}{2}\cos\phi\cos\phi - \frac{r}{2}\sin\phi\sin\phi + \frac{r}{2}\\ -\frac{r}{2}\cos\phi\cos\phi - \frac{r}{2}\sin\phi\sin\phi + \frac{r}{2} & -\frac{r}{2}\cos\phi\cos\phi - \frac{r}{2}\sin\phi\sin\phi - \frac{r}{2} + r\end{bmatrix}\\ &= \mathbf{o}\end{aligned}$$

であり,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}_1^T(\phi)\boldsymbol{A}_1^T(\phi) &= \begin{bmatrix} \frac{r}{2}\cos\phi & \frac{r}{2}\sin\phi & \frac{r}{2b} & 1 & 0 \\ \frac{r}{2}\cos\phi & \frac{r}{2}\sin\phi & -\frac{r}{2b} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin\phi & -\cos\phi & -\cos\phi \\ \cos\phi & -\sin\phi & -\sin\phi \\ 0 & -b & b \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{o}\end{aligned}$$

2.2.3 移動機構の運動方程式

この節では, 移動機構の動力学モデルを示す.

以下のものは, 運動方程式を記述の際に使用する変数である.

- P_c : 移動機構の質量中心 (P_v と同じ点とする.)
- m_c : 車輪とモータのロータを除いた移動ロボットの質量
- m_w : それぞれの車輪とモータのロータ合わせた質量
- I_c : P を通り Z軸に平行な軸まわりの駆動輪とモータのロータを除いた移動機構の慣性モーメント
- I_w : 車輪軸まわりのそれぞれのモータロータと駆動車輪慣性モーメント
- I_m : 車輪の直径まわりのそれぞれのモータロータと車輪の慣性モーメント

移動機構の運動エネルギ K_1 は,

$$\begin{aligned}K_1 &= \frac{1}{2}m_c\dot{x}_v^2 + \frac{1}{2}2m_w\dot{x}_v^2 - m_c d\dot{\phi}\dot{x}_v\sin\phi + \frac{1}{2}m_c\dot{y}_v^2 + \frac{1}{2}2m_w\dot{y}_v^2 \\ &- m_c d\dot{\phi}\dot{y}_v\cos\phi + \frac{1}{2}I\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}I_w\dot{q}_l^2 + \frac{1}{2}I_w\dot{q}_r^2\end{aligned}$$

で表される. ここで,

$$\begin{aligned}m_v &:= m_c + 2m_w \\ I_v &:= I_c + 2m_c b^2 + 2I_m\end{aligned}$$

と定義すると

$$\begin{aligned}K_1 &= \frac{1}{2}m_v\dot{x}_v^2 - m_c d\dot{\phi}\dot{x}_v\sin\phi + \frac{1}{2}m_v\dot{y}_v^2 - m_c d\dot{\phi}\dot{y}_v\cos\phi + \frac{1}{2}I\dot{\phi}^2 \\ &+ \frac{1}{2}I_w\dot{q}_l^2 + \frac{1}{2}I_w\dot{q}_r^2 \qquad (2.38)\end{aligned}$$

となる. ここで, 移動機構の変数$\boldsymbol{q}_{v1} \in \Re^5$ を

$$\boldsymbol{q}_{v1} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_v \\ \phi \\ \boldsymbol{q}_p \end{bmatrix} \tag{2.39}$$

と定義する. 式 (2.38) は, $\boldsymbol{q}_{v1}$ の速度の 2 次形式で表すことができる.

$$L(\boldsymbol{q}_{v1}, \dot{\boldsymbol{q}}_{v1}) = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}_{v1}^T \boldsymbol{M}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1})\dot{\boldsymbol{q}}_{v1} \tag{2.40}$$

ここで$\boldsymbol{M}_{v'} \in \Re^{5\times 5}$ は

$$\boldsymbol{M}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1}) := \begin{bmatrix} m_v & 0 & -m_c d\sin\phi & 0 & 0 \\ 0 & m_v & m_c d\cos\phi & 0 & 0 \\ -m_c d\sin\phi & m_c d\cos\phi & I_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_w \end{bmatrix}$$

である. $\forall \boldsymbol{q}_{v1} \neq \mathbf{o}$ に対して

$$\boldsymbol{q}_{v1}^T \boldsymbol{M}_{v'} \boldsymbol{q}_{v1} > 0 \quad (\boldsymbol{q}_{v1} \neq \mathbf{o})$$

であるので, $\boldsymbol{M}_{v'}$ は正定対称行列である.

2.2.3 節で仮定した拘束条件は, 非ホロノミックな拘束である[2]. このような非ホロノミックな拘束をもつ動力学モデルに対するラグランジュの運動方程式は

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_v i}\right) - \frac{\partial K}{\partial q_{vi}} = \tau_i - a_{1i}\lambda_1 - a_{2i}\lambda_2, \quad i = 1, \ldots, 4 \tag{2.41}$$

によって与えられる[2]. ここで, τ_i は一般化力, a_{ij} は拘束式からなるもの, λ_1, λ_2 はラグランジュの未定乗数である.

移動機構の一般化力を Q とし, 式 (2.40) を式 (2.41) のラグランジュの運動方程式に代入すると,

$$\begin{aligned} Q &= \frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}_{v1}} L(\boldsymbol{q}_{v1}, \dot{\boldsymbol{q}}_{v1}) - \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{q}_{v1}} L(\boldsymbol{q}_{v1}, \dot{\boldsymbol{q}}_{v1}) \\ &= \boldsymbol{M}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1})\ddot{\boldsymbol{q}}_{v1} + \dot{\boldsymbol{M}}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1})\dot{\boldsymbol{q}}_{v1} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{q}_{v1}}\{\dot{\boldsymbol{q}}_{v1}^T \boldsymbol{M}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1})\dot{\boldsymbol{q}}_{v1}\} \end{aligned} \tag{2.42}$$

[2] **appendixA A.2 を参照.**

[2] **appendixA A.1 を参照.**

となる. ここで,

$$\boldsymbol{h}_{v'} := \dot{\boldsymbol{M}}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1})\dot{\boldsymbol{q}}_{v1} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{q}_{v1}}\{\dot{\boldsymbol{q}}_{v1}^T \boldsymbol{M}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1})\dot{\boldsymbol{q}}_{v1}\}$$

と定義すると式 (2.42) より, 移動機構の運動方程式は

$$Q = \boldsymbol{M}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1})\ddot{\boldsymbol{q}}_{v1} + \boldsymbol{h}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1}, \dot{\boldsymbol{q}}_{v1}) \tag{2.43}$$

となる. $\boldsymbol{M}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1})\ddot{\boldsymbol{q}}_{v1}$ は慣性力, $\boldsymbol{h}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1}, \dot{\boldsymbol{q}}_{v1})$ は位置と速度の従属力, Q は拘束力を含む一般化力である. Q は次のように表される.

$$Q = \boldsymbol{E}_1\boldsymbol{\tau}_v - \boldsymbol{A}_1^T\boldsymbol{\lambda}_1$$

ここで, $\boldsymbol{\tau}_v$ は駆動車輪に対する一般化力, $\boldsymbol{\lambda}_1$ はラグランジュの未定乗数である. ただし $\boldsymbol{h}_{v'} \in \Re^5$, $\boldsymbol{E}_1 \in \Re^{5\times 2}$, $\boldsymbol{\tau}_v \in \Re^2$ と $\boldsymbol{\lambda}_1 \in \Re^3$ を

$$\boldsymbol{h}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1}, \dot{\boldsymbol{q}}_{v1}) := \begin{bmatrix} -m_c d\dot{\phi}^2 \cos\phi \\ -m_c d\dot{\phi}^2 \sin\phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{E}_1 := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\tau}_v := \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\lambda}_1 := \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix}$$

と定義する.

以上から移動機構の運動方程式は以下のようになる.

$$\boldsymbol{M}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1})\ddot{\boldsymbol{q}}_{v1} + \boldsymbol{h}_{v'}(\boldsymbol{q}_{v1}, \dot{\boldsymbol{q}}_{v1}) = \boldsymbol{E}_1\boldsymbol{\tau}_v - \boldsymbol{A}_1^T\boldsymbol{\lambda}_1 \tag{2.44}$$

2.2.4 一般化座標の低次元化による簡略化

この節では, 2.2.3 節で仮定した拘束条件について注目する. 仮定した拘束条件は, ホロノミックな拘束と非ホロノミックな拘束のどちらかに分類できる[3]. 式 (2.35) の拘束条件

[3] Appendix 参照

の中にホロノミックな拘束が含まれているならば, 拘束条件が部分的に積分可能となり, 一般化座標の低次元化を行なうことができる. そのために, はじめに拘束条件の議論を行う. つぎに得られた議論から一般化座標の低次元化を行なう [21].

はじめに, 分布と involutivity について定義する.

定義 2.2.1 [分布 :] 変数$\boldsymbol{q}_{v1} \in \Re^5$ のもとで定義されたベクトル場$\boldsymbol{s}_i(\boldsymbol{q}_{v1})$ $(i = 1, \cdots, k)$ の集合が$\boldsymbol{q}_{v1}$ で張る線形空間を分布と呼びΔ で表す [6].

定義 2.2.2 [involutivity :] 分布Δ に含まれる任意な 2 つのベクトル場の *Lie* 括弧積がやはりΔ に含まれる時, その分布は involutive である [6].

式 (2.37) の $\boldsymbol{S}_1(\phi)$ の列ベクトルによって分布Δ は

$$\Delta := span\left[\boldsymbol{s}_1 \quad \boldsymbol{s}_2\right] \tag{2.45}$$

と定義できる. 分布Δ の involutivity の数は, ホロノミックあるいは非ホロノミックの数によって決められる. Δ の involutivity を確かめるために, $\boldsymbol{s}_1(\phi)$ と$\boldsymbol{s}_2(\phi)$ の Lie 括弧積を計算する.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{s}_3(\phi) &= [\boldsymbol{s}_1(\phi), \boldsymbol{s}_2(\phi)] \\
&= \frac{\partial \boldsymbol{s}_2}{\partial \boldsymbol{q}_{v1}}\boldsymbol{s}_1 - \frac{\partial \boldsymbol{s}_1}{\partial \boldsymbol{q}_{v1}}\boldsymbol{s}_2 \\
&= \begin{bmatrix} -\frac{r^2}{2b}\sin\phi \\ \frac{r^2}{2b}\cos\phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.46}$$

これは$\boldsymbol{s}_1(\phi)$ と$\boldsymbol{s}_2(\phi)$ によって及ぶ分布Δ の中に存在しない. それゆえ非ホロノミック拘束はすくなくとも 1 つは存在する. $\boldsymbol{s}_1(\phi)$ と$\boldsymbol{s}_3(\phi)$ の Lie 括弧積を計算する.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{s}_4(\phi) &= [\boldsymbol{s}_1(\phi), \boldsymbol{s}_3(\phi)] \\
&= \frac{\partial \boldsymbol{s}_3}{\partial \boldsymbol{q}_{v1}}\boldsymbol{s}_1 - \frac{\partial \boldsymbol{s}_1}{\partial \boldsymbol{q}_{v1}}\boldsymbol{s}_3
\end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{r^3}{4b^2}\sin\phi \\ \frac{r^3}{4b^2}\cos\phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.47}$$

ここで, $\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2$と$\boldsymbol{s}_3$ は線形独立である. しかしながら$\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2, \boldsymbol{s}_3$と$\boldsymbol{s}_4$ よる及ぶ分布は involutive である. ゆえに,

$$\Delta^* = span\left[\boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{s}_2, \boldsymbol{s}_3, \boldsymbol{s}_4\right] \tag{2.48}$$

ここで, Δ^* はΔ を含む involutive な分布である. したがって, 3 の拘束式の中で 2 つは非ホロノミックであり, 1 つはホロノミックである.

ホロノミックな拘束を得るために, 式 (2.33) から (2.34) を引く.

$$\begin{aligned} \dot{x}_v\cos\phi - \dot{x}_v\cos\phi + \dot{y}_v\sin\phi - \dot{y}_v\sin\phi + b\dot{\phi} + b\dot{\phi} &= r\dot{q}_r - r\dot{q}_l \\ \dot{\phi} &= \frac{r}{2b}(\dot{q}_r - \dot{q}_l) \end{aligned} \tag{2.49}$$

と表せる. 式 (2.49) を時間に関して積分すると

$$\phi = \frac{r}{2b}(q_r - q_l) + c_1 \tag{2.50}$$

ここで, c_1 は積分定数である. 上式はホロノミックな拘束式である. ϕ, q_rと q_l は c_1 を 0 ととるように定義することができる. つまり,

$$\phi = \frac{r}{2b}(\theta_r - \theta_l) \tag{2.51}$$

また, 式 (2.33),(2.34) と 式 (2.49) から

$$\dot{x}_v\cos\phi + \dot{y}_v\sin\phi = \frac{r}{2}(\dot{q}_r + \dot{q}_l) \tag{2.52}$$

となる. その結果, 2 つの非ホロノミックな拘束式は

$$\begin{aligned} \dot{x}_v\sin\phi - \dot{y}_v\cos\phi &= 0 \\ \dot{x}_v\cos\phi + \dot{y}_v\sin\phi &= \frac{r}{2}(\dot{q}_r + \dot{q}_l) \end{aligned}$$

となりつぎのようにまとめることができる.

$$\boldsymbol{A}_2(\phi)\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{p}}_v\\ \dot{\boldsymbol{q}}_p\end{bmatrix} = \mathbf{o} \tag{2.53}$$

ここで, $\boldsymbol{A}_2(\phi) \in \Re^{4\times 2}$ を

$$\boldsymbol{A}_2(\phi) := \begin{bmatrix}-\sin\phi & \cos\phi & 0 & 0\\ -\cos\phi & -\sin\phi & \frac{r}{2} & \frac{r}{2}\end{bmatrix} \tag{2.54}$$

と定義される. このとき $\boldsymbol{A}_2(\phi)$ の零化空間にある独立なベクトルより構成される行列の 1 つである行列$\boldsymbol{S}_2(\phi) \in \Re^{4\times 2}$を

$$\boldsymbol{S}_2(\phi) := \begin{bmatrix}\frac{r}{2}\cos\phi & \frac{r}{2}\cos\phi\\ \frac{r}{2}\sin\phi & \frac{r}{2}\sin\phi\\ 1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{2.55}$$

と定義する. このとき, $\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{S}_2 = \mathbf{o}, \quad \boldsymbol{S}_2^T\boldsymbol{A}_2^T = \mathbf{o}$ である.

2.2.5 運動方程式の簡略化

2.2.5 節の一般化座標の低次元化により移動機構の動力学モデルを簡略化できる. すなわち式 (2.51) により, 式 (2.38) の移動機構の運動エネルギは, 次のように書き直すことができる.

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}(\dot{x}_v^2 + \dot{y}_v^2) + m_c\frac{r}{2b}d(\dot{q}_r - \dot{q}_l)(\dot{y}_v\cos\phi - \dot{x}_v\sin\phi)\\ &+ \frac{1}{2}I_w(\dot{q}_r^2 + \dot{q}_l^2) + \frac{1}{2}I(\frac{r}{2b})^2(\dot{q}_r - \dot{q}_l)^2 \end{aligned} \tag{2.56}$$

ここで, 移動機構の変数$\boldsymbol{q}_v \in \Re^4$ を

$$\boldsymbol{q}_v := \begin{bmatrix}\boldsymbol{p}_v\\ \boldsymbol{q}_p\end{bmatrix} \tag{2.57}$$

と定義し, 式 (2.56) を$\dot{\boldsymbol{q}}_v$ の 2 次形式で書き表すと

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{p}}_v\\ \dot{\boldsymbol{q}}_p\end{bmatrix}^T \boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{p}_v, \boldsymbol{q}_p)\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{p}}_v\\ \dot{\boldsymbol{q}}_p\end{bmatrix}\\ &= \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}_v^T\boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{q}_v)\dot{\boldsymbol{q}}_v \end{aligned} \tag{2.58}$$

となる.

ここで, $\boldsymbol{M}_{v1} \in \Re^{4\times 4}$ は

$$\boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{q}_v) := \begin{bmatrix} m & 0 & -m_c\frac{r}{2b}d\sin\phi & m_c\frac{r}{2b}d\sin\phi \\ 0 & m & m_c\frac{r}{2b}d\cos\phi & -m_c\frac{r}{2b}d\cos\phi \\ -m_c\frac{r}{2b}d\sin\phi & m_c\frac{r}{2b}d\cos\phi & I(\frac{r}{2b})^2+I_w & -I(\frac{r}{2b})^2 \\ m_c\frac{r}{2b}d\sin\phi & -m_c\frac{r}{2b}d\cos\phi & -I(\frac{r}{2b})^2 & I(\frac{r}{2b})^2+I_w \end{bmatrix} \tag{2.59}$$

である.

式 (2.41) に式 (2.58) を代入すると,

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_v - m_c d(\ddot{\phi}\sin\phi + \dot{\phi}^2\cos\phi) &= \lambda_1\sin\phi + \lambda_2\cos\phi \\ m\ddot{y}_v - m_c d(\ddot{\phi}\sin\phi - \dot{\phi}^2\cos\phi) &= -\lambda_1\cos\phi + \lambda_2\sin\phi \\ m_c(\frac{r}{2b})(\ddot{y}_v\cos\phi - \ddot{x}_v\sin\phi) + (I(\frac{r}{2b})^2+I_w)\ddot{q}_r - I(\frac{r}{2b})^2\ddot{q}_l &= \tau_r - \frac{r}{2}\lambda_2 \\ -m_c(\frac{r}{2b})(\ddot{y}_v\cos\phi - \ddot{x}_v\sin\phi) + (I(\frac{r}{2b})^2+I_w)\ddot{q}_l - I(\frac{r}{2b})^2\ddot{q}_r &= \tau_l - \frac{r}{2}\lambda_2 \end{aligned}$$

上式を行列の形で書き直すと,

$$\boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{q}_v)\ddot{\boldsymbol{q}}_v + \boldsymbol{h}_{v1}(\boldsymbol{q}_v, \dot{\boldsymbol{q}}_v) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{q}_v)\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{A}_2^T\boldsymbol{\lambda} \tag{2.60}$$

ここで, $\boldsymbol{M}_{v1} \in \Re^{4\times 4}, \boldsymbol{h}_{v1} \in \Re^4, \boldsymbol{E} \in \Re^{4\times 2}, \boldsymbol{\tau}_v \in \Re^2,$ と $\boldsymbol{\lambda} \in \Re^2$ を それぞれ

$$\boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{q}_v) := \begin{bmatrix} m & 0 & -m_c\frac{r}{2b}d\sin\phi & m_c\frac{r}{2b}d\sin\phi \\ 0 & m & m_c\frac{r}{2b}d\cos\phi & -m_c\frac{r}{2b}d\cos\phi \\ -m_c\frac{r}{2b}d\sin\phi & m_c\frac{r}{2b}d\cos\phi & I(\frac{r}{2b})^2+I_w & -I(\frac{r}{2b})^2 \\ m_c\frac{r}{2b}d\sin\phi & -m_c\frac{r}{2b}d\cos\phi & -I(\frac{r}{2b})^2 & I(\frac{r}{2b})^2+I_w \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{h}_{v1}(\boldsymbol{q}_v, \dot{\boldsymbol{q}}_v) := \begin{bmatrix} -m_c d\dot{\phi}^2\cos\phi \\ -m_c d\dot{\phi}^2\sin\phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{E}(\boldsymbol{q}_v) := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\tau}_v := \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\lambda} := \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix}$$

と定義する.

2.3 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの運動方程式

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータは, 移動機構と超多自由度マニピュレータの 2 つのサブシステムから構成される. その理由から, 移動機構を備えた超自由度マニピュレータの運動方程式を導出するために, 2.1 節で超多自由度マニピュレータの運動方程式を導出し, 2.2.6 節で移動機構の運動方程式を導出した.

この節では, 2.1 と 2.2.6 節で示した超多自由度マニピュレータと移動機構の動力学モデルから, 2 つのシステムが結合したときに生ずる相互干渉力を求める. 求めた相互干渉力をそれぞれのサブシステムの加えることにより移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの動力学モデルを示す.

2.3.1 運動学

まず, 図 2.6のように, 基準座標系$\boldsymbol{\Phi}_w \in SO(3)$, 移動機構の座標系 $\boldsymbol{\Phi}_v \in SO(3)$, 超多自由度マニピュレータの座標系$\boldsymbol{\Phi}_0$ を設定する.

$$\boldsymbol{p}_0 = \boldsymbol{p}_v + \boldsymbol{\Phi}_v L \boldsymbol{e}_x \tag{2.61}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_0 = \boldsymbol{\Phi}_v \boldsymbol{R}_{w,0} \tag{2.62}$$

基準座標系$\boldsymbol{\Phi}_w$ から移動機構の固定座標系$\boldsymbol{\Phi}_v$, 移動機構の固定座標系$\boldsymbol{\Phi}_v$から超多自由度マニピュレータの第 i 番目のリンク座標系までの変換行列を$\boldsymbol{\Upsilon}_i$とすると

$$\boldsymbol{\Upsilon}_i := \boldsymbol{T}_v \boldsymbol{\Phi}_{w,0} \boldsymbol{\Phi}_0 \boldsymbol{R}_{w,1} \ldots \boldsymbol{\Phi}_{i-1} \boldsymbol{R}_{w,i} \quad i = 1, \ldots, n \tag{2.63}$$

と定義できる.

2.3.2 運動方程式の導出

2.1 節の 式 (2.28) より, 超多自由度マニピュレータの動力学モデルは

$$\boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m)\ddot{\boldsymbol{q}}_m + \boldsymbol{h}_{m1}(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m) = \boldsymbol{\tau}_m$$

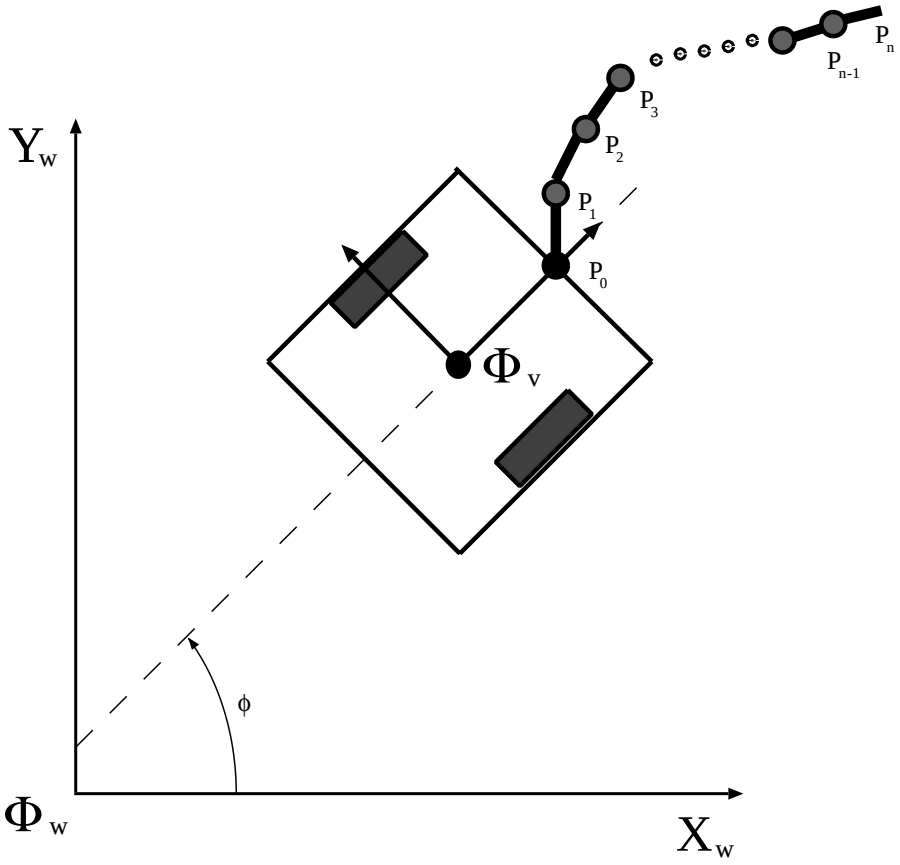

図 2.6: Schematic of mobile manipulators with HDOF

ただし, 本研究では 2 次元平面での平面移動型の移動機構を備えた超多自由度マニピュレータタを制御の対象とする, このため, 超多自由度マニピュレータの重力項$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}_m)$ は考慮しないこととする.

2.2.6 節の式 (2.60) より, 移動機構の動力学モデルは

$$\boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{q}_v)\ddot{\boldsymbol{q}}_v + \boldsymbol{h}_{v1}(\boldsymbol{q}_v, \dot{\boldsymbol{q}}_v) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{q}_v)\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{A}_2^T\boldsymbol{\lambda}$$

である. これら 2 つのシステムの運動方程式を用いて移動機構を備えた超自自由度マニピュレータの運動方程式を示す [18],[22].
はじめに, 2 つのシステムが結合したときに干渉力を計算する.
超多自由度マニピュレータに加わる相互干渉力は

- 移動機構の角運動によって生ずるコリオリ力と遠心力
- 超多自由度マニピュレータが移動機構に与える慣性

移動機構に加わる相互干渉力は

- 超多自由度マニピュレータの角運動によって生じるコリオリ力と遠心力
- 移動機構に超多自由度マニピュレータを搭載することにより生じる慣性
- 移動機構が超多自由度マニピュレータに影響を与える慣性

である. これらの干渉力を以下変数によって記述する.

$\boldsymbol{h}_{m2}$: 移動部の角運動によって生ずるコリオリ力と遠心力を表す項
$\boldsymbol{h}_{v2}$: マニピュレータ部の角運動によって生ずるコリオリ力と遠心力を表す項
$\boldsymbol{R}_m$: マニピュレータが移動部に影響を与える慣性行列
$\boldsymbol{R}_v$: 移動部がマニピュレータ部に影響を与える慣性行列
$\boldsymbol{M}_{v2}$: 移動部にマニピュレータを搭載することにより生ずる慣性行列

$\boldsymbol{\Upsilon}_i$ により, $\boldsymbol{h}_{m2}$, $\boldsymbol{R}_m$, $\boldsymbol{M}_{v2}$, $\boldsymbol{h}_{v2}$と $\boldsymbol{R}_v$ の要素は次のような形で与えられる.

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{h}_{m2}^{(i)} &= 2\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{h=max(i,k)}^{n}\mathrm{trace}\left[\frac{\partial \Upsilon_h}{\partial \boldsymbol{q}_i}\boldsymbol{J}_h\frac{\partial \Upsilon_h^T}{\partial \boldsymbol{q}_{v,j}\partial \boldsymbol{q}_{v,k}}\right]\dot{\boldsymbol{q}}_{v,j}^T\cdot\dot{\boldsymbol{q}}_{v,k} \\
&+ \sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}\sum_{h=i}^{n}\mathrm{trace}\left[\frac{\partial \Upsilon_h}{\partial \boldsymbol{q}_i}\boldsymbol{J}_h\frac{\partial \Upsilon_h^T}{\partial \boldsymbol{q}_{v,j}\partial \boldsymbol{q}_{v,k}}\right]\dot{\boldsymbol{q}}_{v,j}^T\dot{\boldsymbol{q}}_{v,k} \\
\boldsymbol{R}_m^{(ij)} &= \sum_{k=i}^{n}\mathrm{trace}\left[\frac{\partial \Upsilon_k}{\partial \boldsymbol{q}_i}\boldsymbol{J}_k\frac{\partial \Upsilon_k^T}{\partial \boldsymbol{q}_{v,j}}\right],\quad 1\le i\le n,\quad 1\le j\le m \\
\boldsymbol{M}_{v2}^{(ij)} &= \sum_{k=1}^{n}\mathrm{trace}\left[\frac{\partial \Upsilon_k}{\partial \boldsymbol{q}_{v,i}}\boldsymbol{J}_k\frac{\partial \Upsilon_k^T}{\partial \boldsymbol{q}_{v,j}}\right],\quad i\le i,j\le m \\
\boldsymbol{h}_{v2}^{(i)} &= 2\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}\sum_{h=j}^{n}\mathrm{trace}\left[\frac{\partial \Upsilon_k}{\partial \boldsymbol{q}_{v,i}}\boldsymbol{J}_h\frac{\partial \Upsilon_h^T}{\partial \boldsymbol{q}_j\partial \boldsymbol{q}_{v,k}}\right]\dot{\boldsymbol{q}}_j^T\dot{\boldsymbol{q}}_{v,k} \\
&+ \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{h=\max(j,k)}^{n}\mathrm{trace}\left[\frac{\partial \Upsilon_h}{\partial \boldsymbol{q}_{v,i}}\boldsymbol{J}_h\frac{\partial \Upsilon_h^T}{\partial \boldsymbol{q}_j\partial \boldsymbol{q}_k}\right]\dot{\boldsymbol{q}}_j^T\dot{\boldsymbol{q}}_k \\
\boldsymbol{R}_v^{(ij)} &= \sum_{k=j}^{n}\mathrm{trace}\left[\frac{\partial \Upsilon_k}{\partial \boldsymbol{q}_{v,i}}\boldsymbol{J}_k\frac{\partial \Upsilon_k^T}{\partial \boldsymbol{q}_j}\right],\quad 1\le i\le m, 1\le j\le n
\end{aligned}
$$

式 (2.28) の超多自由度マニピュレータの運動方程式に$\boldsymbol{h}_{r2}$と$\boldsymbol{R}_r$を加えることにより

$$
\boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m)\ddot{\boldsymbol{q}}_m + \boldsymbol{h}_{m1}(\boldsymbol{q}_m,\dot{\boldsymbol{q}}_m) + \boldsymbol{h}_{m2}(\boldsymbol{q}_m,\dot{\boldsymbol{q}}_m,\dot{\boldsymbol{q}}_v) = \boldsymbol{\tau}_m - \boldsymbol{R}_m(\boldsymbol{q}_m,\boldsymbol{q}_v)\ddot{\boldsymbol{q}}_v \quad (2.64)
$$

となる.

一方, 式 (2.60) の移動機構の運動方程式に$\boldsymbol{M}_{v2}$, $\boldsymbol{h}_{v2}$と$\boldsymbol{R}_v$ を加えることにより

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{q}_v)\ddot{\boldsymbol{q}}_v + \boldsymbol{h}_{v1}(\boldsymbol{q}_v, \dot{\boldsymbol{q}}_v) + \boldsymbol{h}_{v2}(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_v\dot{\boldsymbol{q}}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_v) &= \boldsymbol{E}_v\boldsymbol{\tau}_v - \boldsymbol{A}_2^T(\phi)\boldsymbol{\lambda} \\ &- \boldsymbol{M}_{v2}(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_v)\ddot{\boldsymbol{q}}_v - \boldsymbol{R}_v(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_v)\ddot{\boldsymbol{q}}_m\end{aligned} \tag{2.65}$$

式 (2.64), (2.65) で得られた移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの運動方程式に対して物理的に同じ意味をもつ慣性項と速度項を結合する. そのために,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{h}_m &:= \boldsymbol{h}_{m1} + \boldsymbol{h}_{m2} \\ \boldsymbol{M}_v &:= \boldsymbol{M}_{v1} + \boldsymbol{M}_{v2} \\ \boldsymbol{h}_v &:= \boldsymbol{h}_{v1} + \boldsymbol{h}_{v2}\end{aligned}$$

と定義する.

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの運動方程式は

$$\boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m)\ddot{\boldsymbol{q}}_m + \boldsymbol{h}_m(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_v) = \boldsymbol{\tau}_m - \boldsymbol{R}_m(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_v)\ddot{\boldsymbol{q}}_v \tag{2.66}$$

$$\boldsymbol{M}_v(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_v)\ddot{\boldsymbol{q}}_v + \boldsymbol{h}_v(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_v, \dot{\boldsymbol{q}}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_v) = \boldsymbol{E}_v\boldsymbol{\tau}_v - \boldsymbol{A}_2^T(\phi)\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{R}_v(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_v)\ddot{\boldsymbol{q}}_m \tag{2.67}$$

で記述できる. 以上から移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの運動学モデルは, 式 (2.66),(2.67) の 2 つの運動方程式で示される.

2.3.3 制御対象

本研究では, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータを 1 つの制御対象とみなし, 3 章で制御則の提案を行なう. そのために式 (2.66), (2.67) で与えた運動方程式を 1 つにまとめる [2].

$$\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{p}}_v \\ \ddot{\boldsymbol{q}}\end{bmatrix} + \hat{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = \begin{bmatrix}\boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{I}_{n+2}\end{bmatrix}\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{A}^T(\phi)\boldsymbol{\lambda} \tag{2.68}$$

ここで, $\boldsymbol{I}_{n+2} \in \Re^{(n+2)\times(n+2)}$ の単位行列であり, $\hat{\boldsymbol{M}} \in \Re, \hat{\boldsymbol{h}} \in \Re, \boldsymbol{\tau} \in \Re^{2+n}$を,

$$\hat{\boldsymbol{M}} := \begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_v & \boldsymbol{R}_v \\ \boldsymbol{R}_m & \boldsymbol{M}_m\end{bmatrix}, \quad \hat{\boldsymbol{h}} := \begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{h}}_v \\ \hat{\boldsymbol{h}}_m\end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\tau} := \begin{bmatrix}\boldsymbol{\tau}_v \\ \boldsymbol{\tau}_m\end{bmatrix}$$

とする.

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの拘束式は,

$$\boldsymbol{A}(\phi)\begin{bmatrix}\boldsymbol{p}_v\\ \boldsymbol{q}\end{bmatrix} = \mathbf{o} \tag{2.69}$$

ここで, 式 (2.54) から$\boldsymbol{A}(\phi) \in \Re^{(n+2)\times(n+4)}$ を

$$\boldsymbol{A}(\phi) := \begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_2 & \mathbf{o}\\ \mathbf{o} & \mathbf{o}\end{bmatrix} \tag{2.70}$$

する. さらに, 式 (2.55) より $\boldsymbol{A}(\phi)$ の零化空間にある独立なベクトルより構成される行列の 1 つを $\boldsymbol{S}(\phi)$ とすると, 式 (2.55) から $\boldsymbol{S}(\phi) \in \Re^{(n+4)\times(n+2)}$は

$$\boldsymbol{S}(\phi) := \begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_2 & \mathbf{o}\\ \mathbf{o} & \boldsymbol{I}_n\end{bmatrix} \tag{2.71}$$

と定義される. すると, 次式を得る.

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{p}}_v\\ \dot{\boldsymbol{q}}\end{bmatrix} = \boldsymbol{S}(\phi)\dot{\boldsymbol{q}} \tag{2.72}$$

このとき

$$\boldsymbol{A}(\phi)\boldsymbol{S}(\phi) = \begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_2 & \mathbf{o}\\ \mathbf{o} & \mathbf{o}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_2 & \mathbf{o}\\ \mathbf{o} & \boldsymbol{I}_n\end{bmatrix} = \mathbf{o}$$

となる. 式 (2.72) の時間微分をとると,

$$\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{p}}_v\\ \ddot{\boldsymbol{q}}\end{bmatrix} = \dot{\boldsymbol{S}}(\phi)\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{S}(\phi)\ddot{\boldsymbol{q}} \tag{2.73}$$

式 (2.68), (2.73) より, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの運動方程式は

$$\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\{\dot{\boldsymbol{S}}(\phi)\dot{q} + \boldsymbol{S}(\phi)\ddot{q}\} + \hat{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \begin{bmatrix}\mathbf{o}\\ \boldsymbol{I}_{n+2}\end{bmatrix}\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{A}^T(\phi)\boldsymbol{\lambda}$$

$$\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{S}}(\phi)\dot{\boldsymbol{q}} + \hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\phi)\ddot{\boldsymbol{q}} + \hat{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \begin{bmatrix}\mathbf{o}\\ \boldsymbol{I}_{n+2}\end{bmatrix}\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{A}^T(\phi)\boldsymbol{\lambda}$$

$$\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\phi)\ddot{\boldsymbol{q}} + \hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{S}}(\phi)\dot{\boldsymbol{q}} + \hat{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \begin{bmatrix}\mathbf{o}\\ \boldsymbol{I}_{n+2}\end{bmatrix}\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{A}^T(\phi)\boldsymbol{\lambda}$$

両辺に $\boldsymbol{S}^T(\phi)$ を掛けると次のように表せる.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}^T(\phi)\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\phi)\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{S}^T(\phi)\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{S}}(\phi)\dot{\boldsymbol{q}} & \\ +\boldsymbol{S}^T(\phi)\hat{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) &= \boldsymbol{S}^T(\phi)\begin{bmatrix}\mathbf{o}\\ \boldsymbol{I}_{n+2}\end{bmatrix}\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{S}^T(\phi)\boldsymbol{A}^T(\phi)\boldsymbol{\lambda}\end{aligned}$$

$\boldsymbol{A}(\phi)\boldsymbol{S}(\phi) = \mathbf{o}$ より $\boldsymbol{S}^T(\phi)\boldsymbol{A}^T(\phi) = \mathbf{o}$ である. 式 (2.74) を整理すると

$$\boldsymbol{S}^T(\phi)\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\phi)\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{S}^T(\phi)\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{S}}(\phi)\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{S}^T(\phi)\hat{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \boldsymbol{\tau} \tag{2.74}$$

式 (2.74) は非ホロノミック拘束下で実際に動くことのできる方向の成分を抜き出した式と考えられる. 便宜上, 式 (2.74) をつぎのように記述する.

$$\boldsymbol{M}(\phi,\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{h}(\phi,\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \boldsymbol{\tau} \tag{2.75}$$

ここで,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}(\phi,\boldsymbol{q}) &:= \boldsymbol{S}^T(\phi)\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{S}(\phi)\\ \boldsymbol{h}(\phi,\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) &:= \boldsymbol{S}^T(\phi)\{\hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{S}}\dot{\boldsymbol{q}} + \hat{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\}\end{aligned}$$

とする.

第 3 章

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの形状制御

この章では, 2 章で示した移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの動力学モデルに対して目標曲線を与えた場合の形状トラッキング問題を設定し, その問題を解くための制御則の提案を行なう. 本研究の目標は図 3.1のように移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに対し時不変な目標曲線を与え, 目標曲線に到達させる.

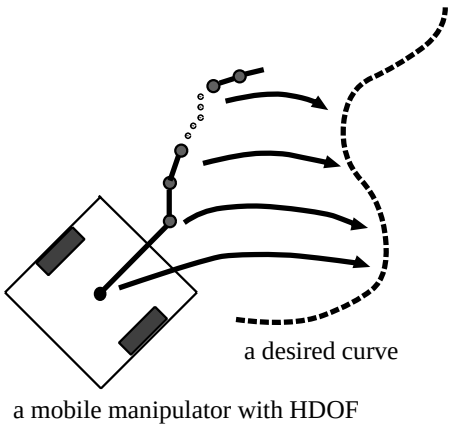

図 3.1: shape tracking to a desired curve

さらに図 3.2のように目標曲線上に到達後, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータが目標曲線を前後しながら移動機構の位置とマニピュレータを制御することを考える,

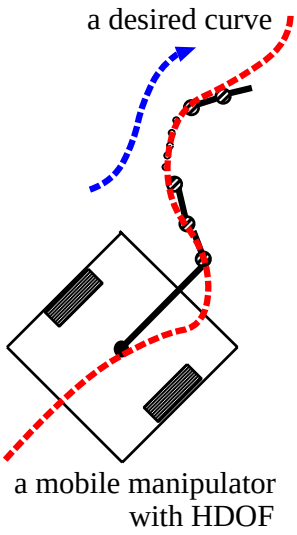

図 3.2: shape tracking on a desired curve

制御則は, Inverse dynamics control method[1] を基に導出した [16].

この章では, 以下のような順序で述べる. はじめに, 部分形状トラッキング問題を設定する. 部分形状トラッキング問題とは, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータのある一部の関節位置の制御を行なうことである. この問題を解くための制御則を提案する.

つぎに, 形状トラッキング問題を設定する. 形状トラッキング問題とは, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータのすべての関節位置の制御を行なうことである. この問題を解くための制御則を提案する.

3.1 部分形状トラッキング制御

この章では, 図 3.3のように移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに時不変な目標形状を与え, 目標形状に到達させる. さらに, 図 3.4のように与えられた目標形状に沿って移動機構を備えた超多自由度マニピュレータが前後に移動し, マニピュレータの一部の形状が目標形状に常に追従する制御を考える.

[1] 各関節の動特性を線形かつ非干渉にさせることを目的とする制御方法である. この方法は, 補助制御入力を加えることで実現できる.

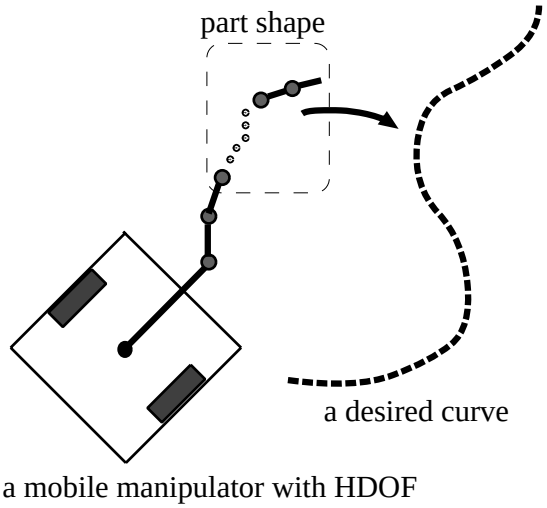

図 3.3: part shape tracking to a desired curve

3.1.1 準備

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに目標曲線として図 3.5のような 2 次元空間上のパラメトリック曲線を与える [11]. すなわち, 曲線パラメータ$\sigma \in \Re$ に対して次の写像

$$\boldsymbol{c} : \Re \rightarrow \Re^2 \tag{3.1}$$

を考える. 曲線パラメータ$\boldsymbol{\sigma} := [\sigma_{k+1}, \cdots, \sigma_n]^T \in \Re^{n-k}$ が実数上を動くと, その像$\boldsymbol{c}(\sigma)$ は 2 次元空間上に曲線を描く. 図 3.6のようにマニピュレータ部分を曲線に沿って前後させるための参照値として, 時刻 t の移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの参照点としてを指定する曲線パラメータ$\sigma_k^*(t)$ を与える.

3.1.2 部分形状トラッキング問題の定式化

この参照値に対して移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの関節の一部を曲線に沿ったまま動かすことが制御目標である [2]. この曲線上を移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの参照位置$\boldsymbol{p}_k(\boldsymbol{q})$ が前後に運動し, $k+1$ から n 番目の超多自由度マニピュレータの関節位置が目標曲線を追従する制御問題を考える. ただし, $1 < k < n$ とする. 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの参照位置として$\boldsymbol{p}_k(\boldsymbol{q})$ と定義し, その

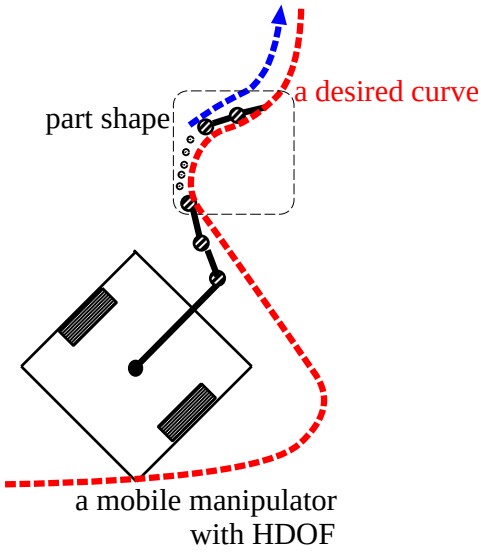

図 3.4: part shape tracking on a desired curve

目標位置$\boldsymbol{p}_{k,d}$ を

$$\boldsymbol{p}_{k,d} := \boldsymbol{c}(\sigma_k^*, t) \tag{3.2}$$

と定義する. 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの $k+1$ から n 番目の関節位置を部分形状$\boldsymbol{p}_m(\boldsymbol{q}) \in \Re^{2(n-k)}$ として

$$\boldsymbol{p}_m(\boldsymbol{q}) := \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_{k+1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{p}_n \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

と定義する. 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの目標の部分形状$\boldsymbol{p}_{m,d} \in \Re^{2(n-k)}$ を曲線 $\boldsymbol{c}$ を用いて

$$\boldsymbol{p}_{m,d}(\boldsymbol{\sigma}, t) := \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}(\sigma_{k+1}, t) \\ \vdots \\ \boldsymbol{c}(\sigma_n, t) \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

と定義する [11].

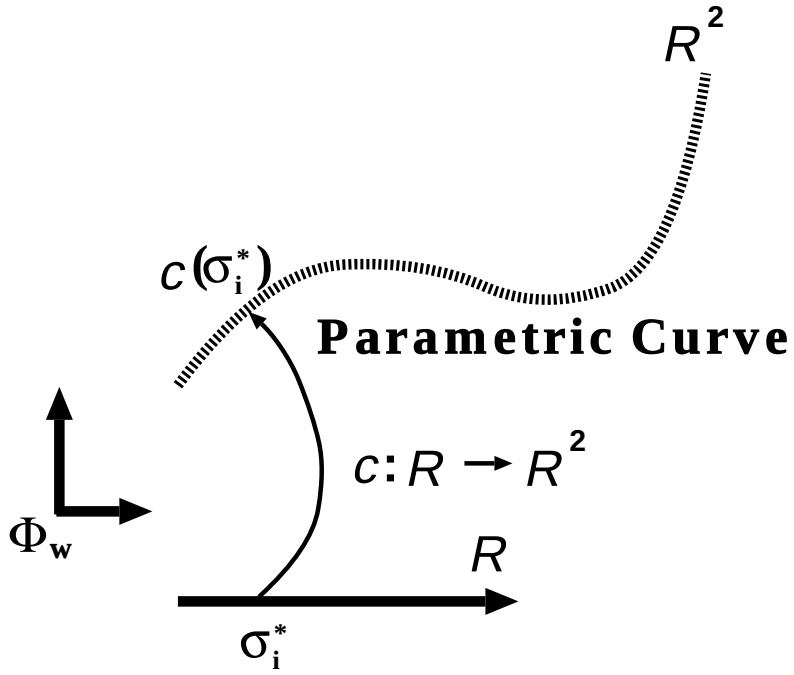

図 3.5: parametric curve

3.1.3 部分形状トラッキング制御の目標

部分形状トラッキング制御の目標は, 図3.6のように, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの参照位置$\boldsymbol{p}_k$と部分形状$\boldsymbol{p}_m(\boldsymbol{q})$ に対して, 与えられた目標位置と目標部分形状に追従させることである. 制御目標の記述のために, 部分形状の誤差ベクトル $\boldsymbol{e}_1 \in \Re^{2(n-k+1)}$ を定義する [11].

$$\boldsymbol{e}_1(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\sigma}, t) \;:=\; \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_k(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{c}(\sigma_k^*(t)) \\ \boldsymbol{p}_m(\boldsymbol{q}_m) - \boldsymbol{p}_{m,d}(\sigma, t) \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

このとき位置と形状誤差の時間微分は,

$$\dot{\boldsymbol{e}}_1(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\sigma}, \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{\sigma}}, t) = \boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\sigma}) \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{c}}{\partial t}(\sigma_k^*, t) \cdot (\dot{\sigma}_K^*(t)) \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial t}(\boldsymbol{\sigma}, t) \cdot (\dot{\boldsymbol{\sigma}}(t)) \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

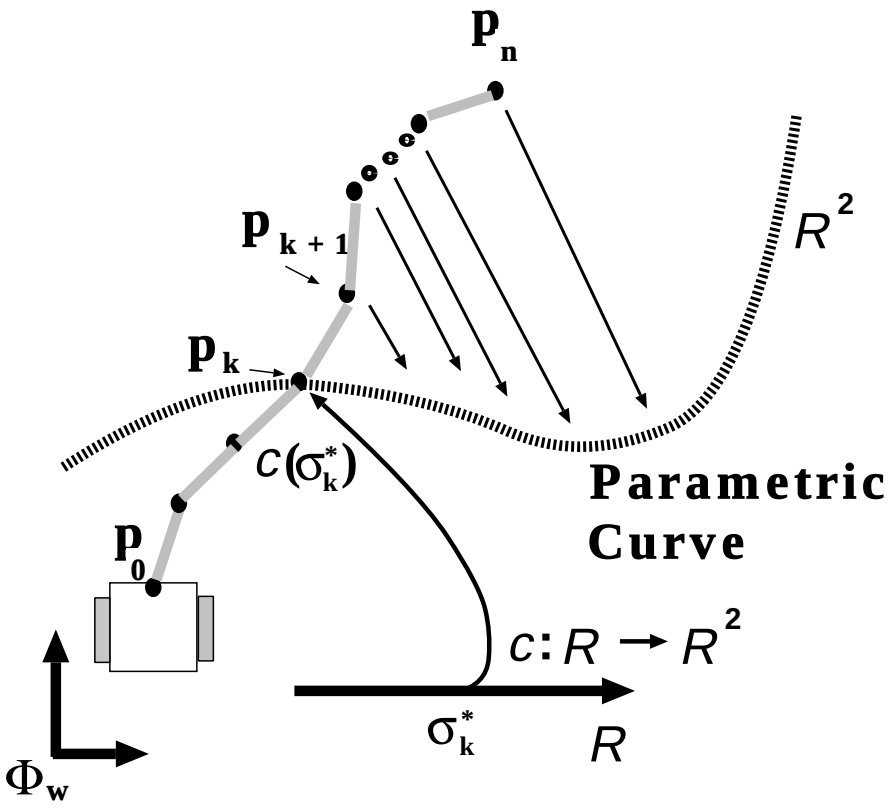

図 3.6: Scheme of point control and a shape control

である. ここで, $\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma}) \in \Re^{2(n-k+2)\times(2n-k+2)}$ は,

$$\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma}) := \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & -\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma}) \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

である.

制御の目標

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの物理パラメータが完全に既知であり, また, 車輪の回転角度$\boldsymbol{q}_p$, マニピュレータの関節角度$\boldsymbol{q}_m$および車輪の回転角速度$\dot{\boldsymbol{q}}_p$, 関節角速度$\dot{\boldsymbol{q}}_m$が実時間で得られるものと仮定する. 制御の目標は, $t \to \infty$ で

$$\boldsymbol{e}_1 \to \mathbf{o}, \dot{\boldsymbol{e}}_1 \to \mathbf{o} \tag{3.8}$$

となるような制御入力$\boldsymbol{\tau}$ を求めることである.

3.1.4 部分形状トラッキング制御則の導出

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの運動方程式 (2.75) に対して, 新たな制御入力として$\boldsymbol{u}_1$ を導入する.

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \tag{3.9}$$

$$\boldsymbol{u}_1 = \ddot{\boldsymbol{q}} \tag{3.10}$$

という非線形フィードバック則を適用すると

$$\boldsymbol{u}_1 = -\boldsymbol{J}_1^+ \{\dot{\boldsymbol{J}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v \dot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{K}_p \boldsymbol{e}_1 - \ddot{\boldsymbol{x}}_{1d}\} \tag{3.11}$$

ここで,

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{1d} := \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{c}}{\partial t}(\sigma_k^*, t) \cdot (\dot{\sigma}_K^*(t)) \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial t}(\boldsymbol{\sigma}, t) \cdot (\dot{\boldsymbol{\sigma}}(t)) \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

であり, $\boldsymbol{J}_1^+$ は疑似逆行列である.

仮定 3 式 (3.11) の$\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\sigma}, t)$ について以下の仮定をおく.

$\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\sigma}, t)$ は行フルランクである

式 (3.9),(3.10),(3.11) より,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) &= \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \\ \ddot{\boldsymbol{q}} &= \boldsymbol{u}_1 \\ \boldsymbol{u}_1 &= -\boldsymbol{J}_1^+ \{\dot{\boldsymbol{J}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v \dot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{K}_p \boldsymbol{e}_1 - \ddot{\boldsymbol{x}}_{1d}\} \end{aligned}$$

ここで $\boldsymbol{u}_1 := [\dot{\boldsymbol{q}}\ \ \dot{\boldsymbol{\sigma}}]^T$ と定義すると,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} &= -\boldsymbol{J}_1^{+}\{\dot{\boldsymbol{J}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e}_1 - \ddot{\boldsymbol{x}}_{1d}\} \\
-\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma}) \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} &= \dot{\boldsymbol{J}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e}_1 - \ddot{\boldsymbol{x}}_{1d} \\
-\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma}) \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} - \dot{\boldsymbol{J}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \ddot{\boldsymbol{x}}_{1d} &= \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e}_1
\end{aligned}$$

ここで,

$$\ddot{\boldsymbol{e}}_1 = \boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma})\ddot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{J}}_1\dot{\boldsymbol{q}} - \ddot{\boldsymbol{x}}_{1d}$$

であるため,

$$\ddot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e}_1 = 0 \tag{3.13}$$

を得る.

仮定 4 $\boldsymbol{K}_v$,$\boldsymbol{K}_p$ は正定対称行列であるとする.

仮定 4 より $\boldsymbol{e}_1$,$\dot{\boldsymbol{e}}_1$ は零に収束する.
以下に示す制御則により目標が達成される.

定理 3.1.1 部分形状トラッキング則

式 (2.75) のダイナミクスに従う移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに対し, 目標曲線が式 (3.1) の形で与えられたとする. このとき, 以下に示す制御入力$\boldsymbol{\tau}$ により形状トラッキングが達成される.

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{h}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) \tag{3.14}$$

$$\boldsymbol{u}_1 = -\boldsymbol{J}_1^{+}\{\dot{\boldsymbol{J}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}}_1 + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e}_1 - \ddot{\boldsymbol{x}}_{1d}\} \tag{3.15}$$

この時, 式 (3.8) を達成する. ただし, $\boldsymbol{J}_1(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma},t)$ は行フルランクであるとする.

(**証明**)

式 (3.13) を状態空間表現で書き直す. 状態変数を $\boldsymbol{\xi} = [\boldsymbol{e}_1 \quad \dot{\boldsymbol{e}}_1]^T \in \Re^{4(n-k+2)}$ とすると,

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} \;=\; \boldsymbol{B}\boldsymbol{\xi} \tag{3.16}$$

ここで,

$$\boldsymbol{B} \;:=\; \begin{bmatrix} \mathbf{o} & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{K}_v & -\boldsymbol{K}_p \end{bmatrix}$$

とする.

行列$\boldsymbol{B}$ の固有値を$\boldsymbol{\lambda} \in \boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{v}$ を行列$\boldsymbol{B}$ の固有ベクトルとする.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v} &\neq 0 \\ \boldsymbol{v} &= (\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2) \in \boldsymbol{C}^{2n} \end{aligned}$$

式 (3.16) は

$$\boldsymbol{\lambda} \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_1 \\ \boldsymbol{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{o} & \boldsymbol{I} \\ -\boldsymbol{K}_v & -\boldsymbol{K}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_1 \\ \boldsymbol{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_2 \\ -\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{K}_v\boldsymbol{v}_2 \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

もし, $\boldsymbol{\lambda} = 0$ とすると$\boldsymbol{\lambda} = 0$ は$\boldsymbol{B}$の固有値ではない. さらに$\boldsymbol{\lambda} \neq 0$ の時$\boldsymbol{v}_2 = 0$ は$\boldsymbol{v}_1 = 0$ を含む. このように$\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2 \neq 0$ で $\|\boldsymbol{v}_1\| = 1$ は一般性を失うことなく仮定される.

$$\boldsymbol{\lambda}^2 = \boldsymbol{v}_1^*\boldsymbol{\lambda}^2\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{v}_1^*\boldsymbol{\lambda}_2$$

$$= \boldsymbol{v}_1^*(-\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{K}_v\boldsymbol{v}_2) = -\boldsymbol{v}_1^*\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{v}_1^*\boldsymbol{K}_v\boldsymbol{v}_1$$

ここで$*$ は complex conjugate transpose である. 以上より

$$\alpha = -\boldsymbol{v}_1^*\boldsymbol{K}_p\boldsymbol{v}_1 > 0, \quad \beta = -\boldsymbol{v}_1^*\boldsymbol{K}_v\boldsymbol{v}_1 > 0$$

$$\lambda^2 + \alpha\lambda + \beta = 0, \quad \alpha, \beta > 0 \tag{3.18}$$

となりλ の実数部が負となる.

仮定 4 より $\boldsymbol{K}_v \in \Re^{2(n-k+1)\times 2(n-k+1)}$, $\boldsymbol{K}_p \in \Re^{2(n-k+1)\times 2(n-k+1)}$ は正定対称行列であるため, 行列$\boldsymbol{B}$ は安定行列である [20].

3.1.5 パラメータ推定則を含めた部分形状トラッキング制御則の導出

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに形状制御を施すには, 関節および手先位置が到達すべき曲線上の目標位置に対する曲線パラメータを制御をはじめる前にあらかじめ求めておかなければならない. 文献 [14] の中で望山らの指摘しているように目標曲線のパラメータを直接求めることは困難である. そこで, 望山らにより提案されているパラメータ推定則を移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの形状トラッキング制御において導入する.

はじめに$\boldsymbol{\sigma}$ の推定値$\hat{\boldsymbol{\sigma}} \in \Re^{n-k}$を

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} \;:=\; [\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{n-k} \cdots \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{n}]^T \tag{3.19}$$

定義し, さらに推定値 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ を含んだ位置と部分形状の誤差$\hat{\boldsymbol{e}}_1 \in \Re^{2(n-k)}$ を

$$\hat{\boldsymbol{e}}_1(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}, t) \;:=\; \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_k(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{c}(\hat{\sigma}^*_k(t)) \\ \boldsymbol{p}_m(\boldsymbol{q}_m) - \boldsymbol{p}_{m,d}(\hat{\sigma}, t) \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

を定義する.

このとき位置と部分形状誤差の時間微分は,

$$\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}, t) = \hat{\boldsymbol{J}}_1(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{c}}{\partial t}(\hat{\sigma}^*_k, t) \cdot (\dot{\hat{\sigma}}^*_k(t)) \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial t}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, t) \cdot (\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}(t)) \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

式 (3.21) の部分形状ヤコビアン $\hat{\boldsymbol{J}}$は

$$\hat{\boldsymbol{J}}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & -\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

である. ここで, $\frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}} \in \Re^{2\times(n-k)}$ は,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \theta_{k-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \theta_{k+1}} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \theta_{n-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \theta_n} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \theta_{k-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \theta_k} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.23}$$

$\frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}} \in \Re^{2(n-k)\times(n+2)}$ は

$$\frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+1}}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+1}}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+1}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+1}}{\partial \theta_{k+1}} & \cdots & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+1}}{\partial \theta_{n-2}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+1}}{\partial \theta_{n-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+1}}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+2}}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+2}}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+2}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+2}}{\partial \theta_{k+1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+2}}{\partial \theta_{k+2}} & \cdots & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+2}}{\partial \theta_{n-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+2}}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial \theta_{k+1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial \theta_{k+2}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial \theta_{k+3}} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial \theta_{n-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial \theta_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_{k+1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_{k+2}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_{k+3}} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_{k+1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_{k+2}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_{k+3}} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_{n-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_n} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+1}}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+1}}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+1}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+1}}{\partial \theta_{k+1}} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+2}}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+2}}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+2}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+2}}{\partial \theta_{k+1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}k+2}{\partial \theta_{k+2}} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial \theta_{k+1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial \theta_{k+2}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{k+3}}{\partial \theta_{k+3}} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_{k+1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_{k+2}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_{k+3}} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} & 0 \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_{k+1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_{k+2}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_{k+3}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_{k+4}} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_n} \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

$\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \in \Re^{2(n-k)\times(n-k)}$ は

$$\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} := \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{k+1,d},t)}{\partial \sigma_{k+1}} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{k+2,d},t)}{\partial \sigma_{k+1}} & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{k+2,d},t)}{\partial \sigma_{k+2}} & 0\cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{k+3,d},t)}{\partial \sigma_{k+1}} & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{k+3,d},t)}{\partial \sigma_{k+2}} & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{k+3,d},t)}{\partial \sigma_{k+3}} & 0\cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{n-1,d},t)}{\partial \sigma_{k+1}} & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{n-1,d},t)}{\partial \sigma_{k+2}} & \cdots & \cdots & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{n-1,d},t)}{\partial \sigma_n} & 0 \\ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{n,d},t)}{\partial \sigma_{k+1}} & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{n,d},t)}{\partial \sigma_{k+2}} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{n,d},t)}{\partial \sigma_n} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{k+1,d},t)}{\partial \sigma_{k+1}} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{k+2,d},t)}{\partial \sigma_{k+2}} & 0\cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{k+3,d},t)}{\partial \sigma_{k+3}} & 0\cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & 0 & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{n-1,d},t)}{\partial \sigma_n} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(\hat{\sigma}_{n,d},t)}{\partial \sigma_n} \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

である.

行列$\hat{\boldsymbol{J}}_1$ の疑似逆行列 $\hat{\boldsymbol{J}}_1^+$ は以下のように計算できる [5].

$$\hat{\boldsymbol{J}}_1^+ := \hat{\boldsymbol{J}}_1(\hat{\boldsymbol{J}}_1\hat{\boldsymbol{J}}_1^T)^{-1} \tag{3.26}$$

すなわち,

$$
\begin{aligned}
\hat{\boldsymbol{J}}_1^{+} &= \hat{\boldsymbol{J}}_1(\hat{\boldsymbol{J}}_1\hat{\boldsymbol{J}}_1^T)^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & -\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & -\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & -\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \end{bmatrix}^T \right)^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & -\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & -\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q})\right)^T & \left(\frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q})\right)^T \\ \mathbf{o} & \left(-\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}})\right)^T \end{bmatrix} \right)^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & -\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \end{bmatrix} \\
&\quad * \left(\begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) \left(\frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q})\right)^T & \frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) \left(\frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q})\right) \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) \left(\frac{\partial \boldsymbol{p}_k}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q})\right)^T & \frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) \left(\frac{\partial \boldsymbol{p}_m}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q})\right)^T + \frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \left(\frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}})\right)^T \end{bmatrix} \right)^{-1}
\end{aligned}
$$

である.

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの運動方程式 (2.75) に次の推定器を導入する [11].

$$\ddot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} = \boldsymbol{\tau}_\sigma \tag{3.27}$$

式 (2.75) と 式 (3.27) をまとめると

$$\bar{\boldsymbol{M}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}})\ddot{\bar{\boldsymbol{q}}} + \bar{\boldsymbol{h}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) = \bar{\boldsymbol{\tau}} \tag{3.28}$$

となる. ここで,

$$\bar{\boldsymbol{M}} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}(\phi, \boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & \boldsymbol{I}_{n-k} \end{bmatrix}, \bar{\boldsymbol{h}} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}(\phi, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \\ \mathbf{o} \end{bmatrix}, \bar{\boldsymbol{\tau}} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \boldsymbol{\tau}_\sigma \end{bmatrix}$$

である.

制御の目標

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの物理パラメータが完全に既知であり, また, 車輪の回転角度$\boldsymbol{q}_p$, マニピュレータの関節角度$\boldsymbol{q}_m$および車輪の回転角速度$\dot{\boldsymbol{q}}_p$, 関節角速度$\dot{\boldsymbol{q}}_m$が実時間で得られるものと仮定する. 制御の目標は, $t \to \infty$ で

$$\hat{\boldsymbol{e}}_1 \to \mathbf{o}, \dot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1 \to \mathbf{o} \tag{3.29}$$

となるような制御入力$\bar{\boldsymbol{\tau}}$ を求めることである.

式 (3.28) において新たな制御入力として$\bar{\boldsymbol{u}}_1$ を入力として

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \bar{\boldsymbol{M}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}})\bar{\boldsymbol{u}}_1 + \bar{\boldsymbol{h}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) \tag{3.30}$$

$$\bar{\boldsymbol{u}}_1 = \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

という非線形フィードバック則を適用すると

$$\bar{\boldsymbol{u}}_1 = -\hat{\boldsymbol{J}}_1^{+}\{\dot{\hat{\boldsymbol{J}}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1 + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}}_1 - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{1d}\} \tag{3.32}$$

ここで,

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{1d} := \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{c}}{\partial t}(\hat{\sigma_k^*}, t) \cdot (\dot{\hat{\sigma}}_k^*(t)) \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{m,d}}{\partial t}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, t) \cdot (\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}(t)) \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

であり, $\hat{\boldsymbol{J}}_1^{+}$ は疑似逆行列である.

仮定 5 式 (3.21) の$\hat{\boldsymbol{J}}_1(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}, t)$ について以下の仮定をおく.

$\hat{\boldsymbol{J}}_1(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}, t)$ は行フルランクである

式 (3.28),(3.30),(3.32) より,

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{M}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}})\ddot{\bar{\boldsymbol{q}}} + \bar{\boldsymbol{h}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) &= \bar{\boldsymbol{M}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}})\bar{\boldsymbol{u}}_1 + \bar{\boldsymbol{h}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) \\ \ddot{\bar{\boldsymbol{q}}} &= \bar{\boldsymbol{u}}_1 \\ \bar{\boldsymbol{u}}_1 &= -\hat{\boldsymbol{J}}_1^{+}\{\dot{\hat{\boldsymbol{J}}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1 + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}}_1 - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{1d}\} \end{aligned}$$

式 (3.31) から,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} &= -\hat{\boldsymbol{J}}_1^{+}\{\dot{\hat{\boldsymbol{J}}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1 + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}}_1 - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{1d}\} \\ -\hat{\boldsymbol{J}}_1(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} &= \dot{\hat{\boldsymbol{J}}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1 + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}}_1 - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{1d} \\ -\hat{\boldsymbol{J}}_1(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} - \dot{\hat{\boldsymbol{J}}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} + \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{1d} &= \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1 + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}}_1 \end{aligned}$$

$$\ddot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1 = \hat{\boldsymbol{J}}_1(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}})\ddot{\boldsymbol{q}} + \dot{\hat{\boldsymbol{J}}}_1\dot{\boldsymbol{q}} - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{1d} \tag{3.34}$$

であるから

$$\ddot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1 + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1 + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}}_1 = 0 \tag{3.35}$$

を得る.$\boldsymbol{K}_v$,$\boldsymbol{K}_p$ を正定対称行列と仮定すると式 (3.29) の$\hat{\boldsymbol{e}}_1$,$\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1$ は零に収束する.

定理 3.1.2 推定則を含めた部分形状トラッキング則

式 (2.75) のダイナミクスに従う移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに対し, 目標曲線が式 (3.1) の形で与えられたとする. このとき, 以下に示す曲線パラメータ推定に基づく制御則$\boldsymbol{\tau}$ により形状トラッキングが達成される.

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{M}(\phi, \boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}_d + \boldsymbol{h}(\phi, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \tag{3.36}$$

$$\ddot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} = \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \tag{3.37}$$

ここで, $\ddot{\boldsymbol{q}}_d \in \Re^{2(n-k)}$と$\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \in \Re^{n-k}$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}}_d \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \end{bmatrix} = -\hat{\boldsymbol{J}}_1^{+}\{\dot{\hat{\boldsymbol{J}}}_1 \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}_1 + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}}_1 - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_{1d}\} \tag{3.38}$$

ただし, $\hat{\boldsymbol{J}}_1(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}, t)$ は行フルランクとする. この時, 式 (3.8) を達成する.

定理 3.1.1の証明と同様に示すことができる.

この定理は, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの仮想ベース位置と, マニピュレータの部分形状を制御することを実現するものである. 従来の移動機構を備えたマニピュレータの研究は, マニピュレータの手先位置が最適な位置に到達させるために冗長自由度が利用された. しかし, 本定理は, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの仮想ベース位置を目標位置に到達に到達させるために冗長な自由度, つまり k 番目までの関節がもつ自由度を利用しているという違いがある. この冗長な自由度の利用したことにより移動機構がもつ非ホロノミック拘束から逃れている.

従来研究で提案されている形状制御と本定理の違いについて述べる. 超多自由度マニピュレータに提案されている形状制御 [13] との違いは, 目標曲線が必ずしも原点を通る必

要がないことである. 超多自由度マニピュレータに提案されている形状制御に基づく障害物回避手法 [13] との違いは, 仮想ベース位置が制限なく目標形状の上を前後に移動できることである.

定理 3.1.2により, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに対しても形状制御則 [11] が拡張できることが明らかとなる. しかし, 与えられる作業に対して冗長な部分をどのように制御するかも検討する必要がある.

3.2 前方参照形状トラッキング制御

この章では, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの移動機構の位置とマニピュレータの手先およびすべての関節位置を図 3.7 のように目標曲線に到達させ, さらに, 図 3.8 のように目標曲線上を前後させることを考える.

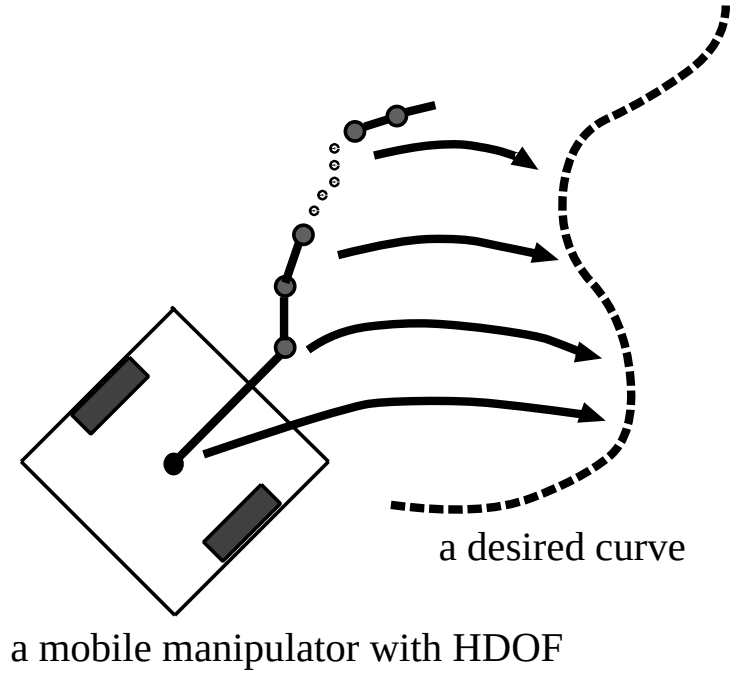

図 3.7: shape tracking control to a desired curve

しかし, 移動機構が非ホロノミック拘束を有する. このような拘束をもつシステムに対し, Brockett の研究 [17] により, 移動機構の位置を制御することが困難であることが示されている.

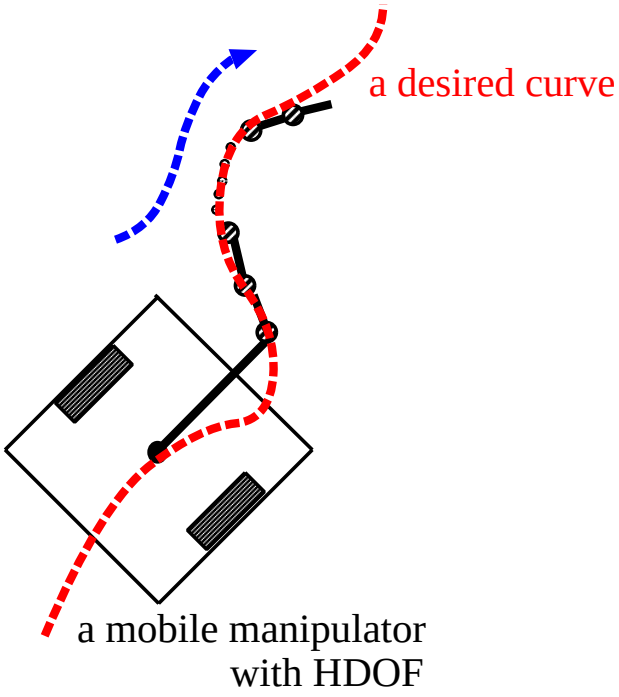

図 3.8: shape tracking control on a desired curve

そこで, この節では, 動力学を考慮した車輪型移動機構の制御法として Sarkar らにより提案されている前方参照制御 [21] と形状制御則 [11] を組み合わした制御法として前方参照形状トラッキング制御則の提案を行なう. 前方参照制御とは, 移動機構の位置を制御する代わりに移動機構の位置の前方に参照点を置き, この点を目標軌道に追従させることである. この制御法の利点は移動機構がもつ非ホロノミック拘束の影響を受けなくなることである. その反面, 移動機構の姿勢を制御できなくなるという欠点がある.

この節での目標はマニピュレータの手先だけでなくすべての関節位置を目標曲線上に常に追従させることである. その理由から, この制御法を適用して図 fig : tpolstc のように移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの位置と形状を目標曲線に追従制御させることを考える. 移動機構の参照位置をマニピュレータと移動機構の接合点 p_0 に設定した場合の移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに対し前方参照形状トラッキング制御則の導出をする. そのためにはじめに, 移動機構の参照点が目標に対し追従制御可能であることを述べる. つぎに移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの前方参照形状トラッキング制御則の提案をする.

3.2.1 前方参照制御について

この章では, Sarkar らにより提案された前方参照制御を適用することにより移動機構の参照点として P_0 を設定した場合に軌道追従可能であることを述べる.

式 (2.60) に対して式 (2.55) の$\boldsymbol{S}_2^T(\phi) \in \Re^{2\times 4}$を両辺に掛けると

$$\boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{q}_v)\ddot{\boldsymbol{q}}_v + \boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{h}_{v1}(\boldsymbol{q}_v, \dot{\boldsymbol{q}}_v) \;=\; \boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{q}_v)\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{A}_2^T(\phi)\boldsymbol{\lambda} \quad (3.39)$$

ここで,

$\boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{A}_2^T(\phi) = 0$
$\boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{E} = \boldsymbol{I}_{2\times 2}$ の単位行列

である.

$$\boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{q}_v)\ddot{\boldsymbol{q}}_v + \boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{h}_{v1}(\boldsymbol{q}_v, \dot{\boldsymbol{q}}_v) \;=\; \boldsymbol{\tau} \quad (3.40)$$

となる. さらに, 式 (2.54) の関係から

$$\dot{\boldsymbol{q}}_v \;=\; \boldsymbol{S}_2(\phi)\boldsymbol{q}_p \quad (3.41)$$

であり, 時間に関して微分すると

$$\ddot{\boldsymbol{q}}_v \;=\; \boldsymbol{S}_2(\phi)\dot{\boldsymbol{q}}_p + \dot{\boldsymbol{S}}_2(\phi)\boldsymbol{q}_p \quad (3.42)$$

を得る. 式 (3.40) に 式 (3.42) を代入すると

$$\boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{q}_v)\{\boldsymbol{S}_2(\phi)\dot{\boldsymbol{q}}_p + \dot{\boldsymbol{S}}_2(\phi)\boldsymbol{q}_p\} + \boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{h}_{v1}(\boldsymbol{q}_v, \dot{\boldsymbol{q}}_v) \;=\; \boldsymbol{\tau} \quad (3.43)$$

となる. ここで状態変数を次のように選ぶことによって

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{x}_2 \\ \boldsymbol{x}_3 \\ \boldsymbol{x}_4 \\ \boldsymbol{x}_5 \\ \boldsymbol{x}_6 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_v \\ \boldsymbol{y}_v \\ \boldsymbol{q}_r \\ \boldsymbol{q}_l \\ \dot{\boldsymbol{q}}_r \\ \dot{\boldsymbol{q}}_l \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

式 (3.43) は

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\tau} \tag{3.45}$$

と表せる. ここで,

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_2(\phi)\boldsymbol{q}_p \\ -\{\boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{q}_v)\boldsymbol{S}_2(\phi)\}^{-1}\{\dot{\boldsymbol{S}}_2(\phi)\boldsymbol{q}_p\} + \boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{h}_{v1}(\boldsymbol{q}_v, \dot{\boldsymbol{q}}_v)\} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{o} \\ -\{\boldsymbol{S}_2^T(\phi)\boldsymbol{M}_{v1}(\boldsymbol{q}_v)\boldsymbol{S}_2(\phi)\}^{-1} \end{bmatrix}$$

である. 式 (3.43) において, 互いの独立変数は記述の上で明快に省くことができる. つまり, すべての項は$\boldsymbol{S}_2(\phi)\boldsymbol{q}_p$ によって置き換えることにより状態変数$\boldsymbol{x}$ だけの関数である.

式 (3.43) に対して次のような状態フィードバックを適用する.

$$\boldsymbol{\tau} = \left(\boldsymbol{S}_2^T\boldsymbol{M}_{v1}\dot{\boldsymbol{S}}_2\boldsymbol{q}_p + \boldsymbol{S}_2^T\boldsymbol{h}_{v1}\right) + \left(\boldsymbol{S}_2^T\boldsymbol{M}_{v1}\boldsymbol{S}_2\right)\boldsymbol{S}_2^T\boldsymbol{E}\boldsymbol{\mu} \tag{3.46}$$

ここで$\boldsymbol{\mu}$ は新しい入力変数である.

その閉ループシステムは

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\mu} \tag{3.47}$$

ここで,

$$\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{x}) := \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_2\boldsymbol{q}_p \\ \mathbf{o} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x}) := \begin{bmatrix} \mathbf{o} \\ \boldsymbol{I}_{2\times 2} \end{bmatrix} \tag{3.48}$$

である.

補題 3.2.1 移動機構の位置$\boldsymbol{p}_v$を平衡点に漸近安定化させる静的な状態フィードバック則が存在しない [22].

移動機構は 2 つの入力をもつため, 2 つの独立成分で出力方程式が選ばれる. 移動機構の中心点$\boldsymbol{p}_v$ を出力方程式として選ぶと

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y} &= \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) \\ &= \begin{bmatrix} x_v \\ y_v \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.49}$$

である. 式 (3.49) を時間に関して微分すると

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{y}} &= \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{x}}\dot{\boldsymbol{x}} \\ &= \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{x}}\left(\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\mu}\right) \\ &= \boldsymbol{H}_1\boldsymbol{q}_p \end{aligned} \tag{3.50}$$

ここで, $\boldsymbol{H}_1 \in \Re^{2\times 2}$ を

$$\boldsymbol{H}_1 := \begin{bmatrix} \frac{r}{2}\cos\phi & \frac{r}{2}\cos\phi \\ \frac{r}{2}\sin\phi & \frac{r}{2}\sin\phi \end{bmatrix}$$

と定義する. $\dot{\boldsymbol{y}}$ は入力$\boldsymbol{\mu}$ の関数でないため, さらに$\dot{\boldsymbol{y}}$ を時間に関して微分すると

$$\begin{aligned}\ddot{\boldsymbol{y}} &= \boldsymbol{H}_1(\boldsymbol{x})\dot{\boldsymbol{q}}_p + \dot{\boldsymbol{H}}_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{q}_p \\ &= \boldsymbol{H}_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\mu} + \dot{\boldsymbol{S}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{q}_p \end{aligned} \tag{3.51}$$

ここで, 第 2 項 $\dot{\boldsymbol{H}}_1\boldsymbol{q}_p$ は

$$\dot{\boldsymbol{H}}_1\boldsymbol{q}_p = \frac{r^2}{4b}\left(\boldsymbol{q}_r^2 - \boldsymbol{q}_l^2\right)\begin{bmatrix} -\sin\phi \\ \cos\phi \end{bmatrix} \tag{3.52}$$

であるため, $\ddot{\boldsymbol{y}}$ は入力$\boldsymbol{\mu}$ の関数であり, そのシステムのデカップリング行列は$\boldsymbol{H}_1$ である. $\boldsymbol{H}_1$ は singular であるから システムは入出力線形化可能でなく出力はどんな静的な状態フィードバックを用いてもデカップルすることができない.

図 3.9のように, 超多自由度マニピュレータの接合点として P_0 を設定する. L は P_vから P_0 までの距離とする. P_0 の 位置$\boldsymbol{p}_0 \in \Re^2$ を

$$\boldsymbol{p}_0 := \begin{bmatrix} x_0 + L\cos\phi \\ y_0 + L\sin\phi \end{bmatrix} \tag{3.53}$$

とする.

補題 3.2.2 移動機構の参照点$\boldsymbol{p}_0$を状態フィードバックによって制御することが可能である.

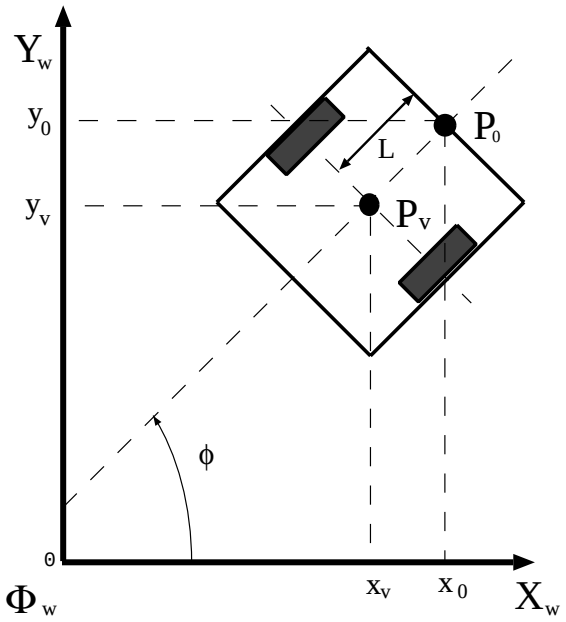

図 3.9: Look-ahead control

出力方程式を

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y} &= \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) \\ &= \begin{bmatrix} x_v + L\cos\phi \\ y_v + L\sin\phi \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.54}$$

と選び, $\boldsymbol{y}$ を時間に関して微分すると

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{y}} &= \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{x}}\dot{\boldsymbol{x}} \\ &= \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{x}}\left(\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{g}_1(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\mu}\right) \\ &= \begin{bmatrix} \frac{r}{2}\cos\phi - \frac{r}{2b}L\sin\phi & \frac{r}{2}\cos\phi + \frac{r}{2b}L\sin\phi \\ \frac{r}{2}\sin\phi + \frac{r}{2b}L\cos\phi & \frac{r}{2}\sin\phi + \frac{r}{2b}L\cos\phi \end{bmatrix} \\ &= \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{q}_p \end{aligned} \tag{3.55}$$

となる．ここで，

$$\boldsymbol{B} := \begin{bmatrix} \frac{r}{2}\cos\phi - \frac{r}{2b}L\sin\phi & \frac{r}{2}\cos\phi + \frac{r}{2b}L\sin\phi \\ \frac{r}{2}\sin\phi + \frac{r}{2b}L\cos\phi & \frac{r}{2}\sin\phi + \frac{r}{2b}L\cos\phi \end{bmatrix} \tag{3.56}$$

と定義する．しかし，$\dot{\boldsymbol{y}}$ は入力$\boldsymbol{\mu}$ の関数でない．さらに$\dot{\boldsymbol{y}}$ を時間に関して微分すると

$$\begin{aligned} \ddot{\boldsymbol{y}} &= \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\dot{\boldsymbol{q}}_p + \dot{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{q}_p \\ &= \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\mu} + \dot{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{q}_p \end{aligned} \tag{3.57}$$

$\boldsymbol{y}$ の 2 回微分により入力$\boldsymbol{\mu}$ が現れる．この場合のデカップリング行列は$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})$ である．$\boldsymbol{B}$ の行列式は

$$\begin{aligned} \det \boldsymbol{B} &= \left(\frac{r}{2}\cos\phi - \frac{r}{2b}L\sin\phi\right)\left(\frac{r}{2}\sin\phi - \frac{r}{2b}L\cos\phi\right) \\ &- \left(\frac{r}{2}\sin\phi + \frac{r}{2b}L\cos\phi\right)\left(\frac{r}{2}\cos\phi + \frac{r}{2b}L\sin\phi\right) \\ &= -\frac{r^2}{4b}L\left(\sin^2\phi + \cos^2\phi\right) - \frac{r^2}{4b}L\left(\sin^2\phi + \cos^2\phi\right) \\ &= -\frac{r^2}{2b}L \end{aligned} \tag{3.58}$$

であり $L \neq 0$ である限り nonsingular である．よってシステムは入出力線形化されデカップルされる．入出力線形化とデカップルを達成するための非線形フィードバックは

$$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{B}^{-1}\left(\boldsymbol{u} - \dot{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{q}_p\right) \tag{3.59}$$

この非線形フィードバックを適用することにより

$$\ddot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{u} \tag{3.60}$$

それゆえ，移動機構は参照点 P_0 を目標軌道に追従することが制御可能である．ただし，$L = 0$ の時前方参照制御は退化する．

3.2.2 内部ダイナミクス

前述で参照点$\boldsymbol{p}_0$ を軌道追従制御可能であることが明らかになった．そのとき移動機構の中心点$\boldsymbol{p}_v$の運動はシステムの内部ダイナミクスによって決定される．つまり，入出力線形化においては，内部ダイナミクスの安定性を考慮する必要がある．すなわち，線形シス

テムが安定化制御されるときは, システム全体の動特性はゼロダイナミクス[2] によって決まる. つまり, ゼロダイナミクスが安定であれば, 入出力線形化は目的を達成できる.

この小部では, 移動機構のゼロダイナミクスについて述べる.

補題 3.2.3 ゼロダイナミクスは安定である [22].

$$z := \boldsymbol{T}(x) = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ L_f h_1(x) \\ h_2(x) \\ L_f h_2(x) \\ q_r \\ q_l \end{bmatrix} \tag{3.61}$$

$\boldsymbol{T}(x)$ のヤコビ行列は,

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{r}{2b}L\sin\sin\phi & \frac{r}{2b}L\sin\sin\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & * & \frac{r}{2}\cos\phi - \frac{r}{2b}L\sin\phi & \frac{r}{2}\cos\phi + \frac{r}{2b}L\sin\phi \\ 0 & 1 & \frac{r}{2b}L\sin\cos\phi & -\frac{r}{2b}L\sin\cos\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & * & \frac{r}{2}\sin\phi + \frac{r}{2b}L\cos\phi & \frac{r}{2}\sin\phi - \frac{r}{2b}L\cos\phi \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.62}$$

である. ここで, $\frac{\partial \boldsymbol{T}}{\partial x}$ はフルランクである[3]. 逆変換 $x = \boldsymbol{T}^{-1}$ は,

$$\begin{aligned} x_1 &= z_1 - L\cos(\frac{r}{2b}z_5 - \frac{r}{2b}z_6) \\ x_2 &= z_3 - L\cos(\frac{r}{2b}z_5 - \frac{r}{2b}z_0) \\ q_r &= z_5 \\ q_l &= z_6 \\ \begin{bmatrix} q_r \\ q_l \end{bmatrix} &= \boldsymbol{B}^{-1}\begin{bmatrix} z_2 \\ z_4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

[2] 非線形システムの一部を線形化する. その出力が一義的に 0 となるような条件を受けるとき, システム内部の動特性を支配する非線形部分に基づく動特性をゼロダイナミクスと呼ぶ.

[3] ランクの計算に$*$ は影響しない.

で与えられる. ところで, 状態変数 z は 2 つのブロックに分けることができる. すなわち,

$$\boldsymbol{z}_a := \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{z}_b := \begin{bmatrix} z_5 \\ z_6 \end{bmatrix}$$

式 (3.59) に適用した後で, 移動機構のシステムは次のような標準的形式に表すことができる.

$$\dot{\boldsymbol{z}}_a = \boldsymbol{A}^* \boldsymbol{z}_a + \boldsymbol{B}^* \boldsymbol{u} \tag{3.63}$$

$$\dot{\boldsymbol{z}}_b = w(\boldsymbol{z}_a, \quad \boldsymbol{z}_2) \tag{3.64}$$

$$y = \boldsymbol{C}^* \boldsymbol{z}_a \tag{3.65}$$

ここで,

$$\boldsymbol{A}^* := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B}^* := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C}^* := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$w(\boldsymbol{z}_a, \boldsymbol{z}_b) = \boldsymbol{B}^{-1}(z) \begin{bmatrix} z_2 \\ z_4 \end{bmatrix} = -\frac{2b}{r^2 L} \begin{bmatrix} \frac{r}{2}\sin\phi - \frac{r}{2b}L\cos\phi & -\frac{r}{2}\cos\phi - \frac{r}{2b}L\sin\phi \\ -\frac{r}{2}\sin\phi - \frac{r}{2b}L\cos\phi & \frac{r}{2}\cos\phi - \frac{r}{2b}L\sin\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_2 \\ z_4 \end{bmatrix}$$

制御システムのゼロダイナミクスは出力が同様にゼロである時 (つまり, $y = 0, \dot{y} = 0, \ddot{y} = 0$), システムのダイナミクスとして定義される. もし, 出力がゼロならば, $\boldsymbol{z}_a = 0$ を含みゼロダイナミクスは

$$\dot{\boldsymbol{z}}_b = w(\mathbf{o}, \quad \boldsymbol{z}_b) = \mathbf{o} \tag{3.66}$$

このように出力が同様にゼロの間, $\boldsymbol{z}_b$ は一定である. すなわち, ゼロダイナミクスは安定である. しかし, 漸近安定でない.

3.2.3 前方参照形状トラッキング問題の定式化

前節と同様に移動マニピュレータに目標曲線として 2 次元空間上のパラメトリック曲線を与える [11]. ただし, ここでは曲線パラメータ $\boldsymbol{\sigma} := [\sigma_0, \cdots, \sigma_n]^T \in \Re^{n+1}$ が実数上を

動くと, その像$\boldsymbol{c}(\boldsymbol{\sigma})$ は2 次元空間上に曲線を描くものである. この曲線上を移動マニピュレータの参照位置$\boldsymbol{p}_0$が前進運動し, 1 から n 番目のマニピュレータの関節が目標曲線を追従する制御問題を考える. 移動機構の参照位置$\boldsymbol{p}_0 \in \Re^2$を

$$\boldsymbol{p}_0 \quad := \quad \begin{bmatrix} x_v + L\cos\phi \\ y_v + L\sin\phi \end{bmatrix} \tag{3.67}$$

その目標を

$$\boldsymbol{p}_{0,d} \quad := \quad \boldsymbol{c}(\sigma_0^*, t) \tag{3.68}$$

と定義する. ただし, L は位置 P_vから P_0 までの距離であり $L \neq 0$ とする.
マニピュレータの 1 から n 番目の形状$\boldsymbol{p}_{ma}(\boldsymbol{q}) \in \Re^{2n}$ を

$$\boldsymbol{p}_{ma}(\boldsymbol{q}) := \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_1 \\ \boldsymbol{p}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{p}_{n-1} \\ \boldsymbol{p}_n \end{bmatrix} \tag{3.69}$$

とし, マニピュレータ部の目標形状$\boldsymbol{p}_{ma,d} \in \Re^{2n}$を曲線 $\boldsymbol{c}$ を用いて

$$\boldsymbol{p}_{ma,d}(\boldsymbol{\sigma}, t) := \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}(\sigma_1, t) \\ \boldsymbol{c}(\sigma_2, t) \\ \vdots \\ \boldsymbol{c}(\sigma_{n-1}, t) \\ \boldsymbol{c}(\sigma_n, t) \end{bmatrix} \tag{3.70}$$

と定義する [11].

3.2.4 前方参照形状トラッキング制御の目標

図 3.10のように移動マニピュレータの参照位置$\boldsymbol{p}_0$とマニピュレータの 1 から n 番目の形状に対して与えられた目標位置と目標形状にに追従させることである. 制御目標の記述のために, 誤差ベクトル $\boldsymbol{e} \in \Re^{2(n+1)}$ を定義する [11].

$$\boldsymbol{e}(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\sigma}, t) \quad := \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_0(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{c}(\sigma_0^*(t)) \\ \boldsymbol{p}_{ma}(\boldsymbol{q}_m) - \boldsymbol{p}_{ma,d}(\sigma, t) \end{bmatrix} \tag{3.71}$$

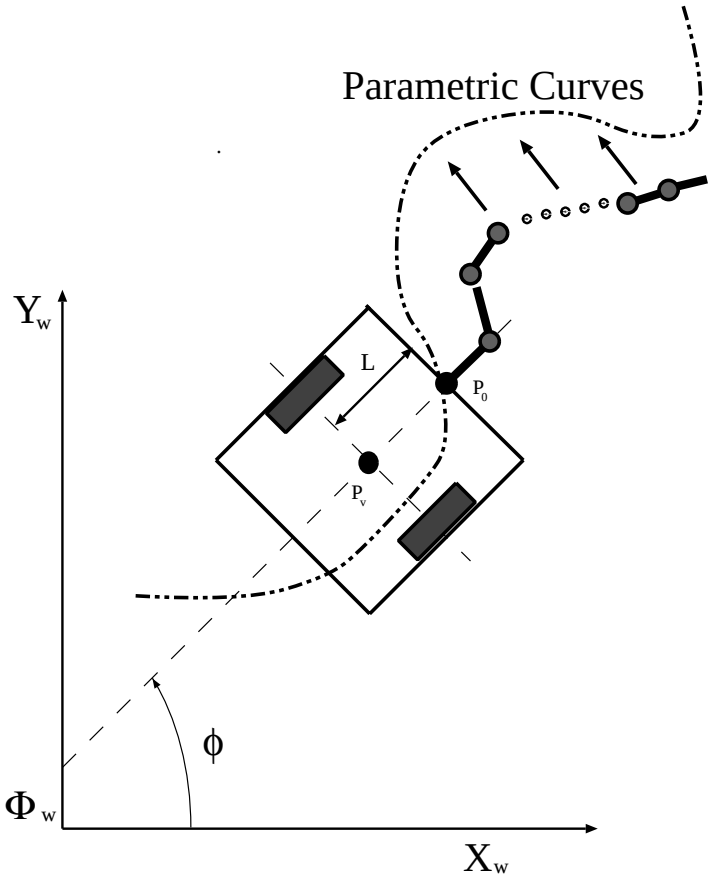

図 3.10: The problem of look-ahead shape tracking control

このとき位置と形状誤差の時間微分は,

$$\dot{\boldsymbol{e}}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma},\dot{\boldsymbol{q}},\dot{\boldsymbol{\sigma}},t) = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma}) \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{c}}{\partial t}(\sigma_0^*,t)\cdot(\dot{\sigma}_0^*(t)) \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma,d}}{\partial t}(\boldsymbol{\sigma},t)\cdot(\dot{\boldsymbol{\sigma}}(t)) \end{bmatrix} \tag{3.72}$$

である. ここで, $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma}) \in \Re^{2(n+1)\times 2(n+1)}$ は,

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma}) := \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma}}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & -\frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma}) \end{bmatrix} \tag{3.73}$$

である.

制御の目標

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの物理パラメータが完全に既知であり, また, 車輪の回転角度$\boldsymbol{q}_p$, マニピュレータの関節角度$\boldsymbol{q}_m$および車輪の回転角速度$\dot{\boldsymbol{q}}_p$, 関節角

速度$\dot{\boldsymbol{q}}_m$が実時間で得られるものと仮定する. 制御の目標は, $t \to \infty$ で

$$\boldsymbol{e} \to \mathbf{o}, \dot{\boldsymbol{e}} \to \mathbf{o} \tag{3.74}$$

となるような制御入力$\boldsymbol{\tau}$ を求めることである.

3.2.5 前方参照形状トラッキング制御則の導出

移動機構の参照点$\boldsymbol{p}_0$ の位置制御と, 1 から n 番目までの関節位置を移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの形状と定義して制御することを考える [14][2].

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの運動方程式 (2.75) に対して, 新たな制御入力として$\boldsymbol{u}$ を導入する.

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{M}(\phi, \boldsymbol{q})\boldsymbol{u} + \boldsymbol{h}(\phi, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \tag{3.75}$$

$$\boldsymbol{u} = \ddot{\boldsymbol{q}} \tag{3.76}$$

という非線形フィードバック則を適用すると

$$\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{J}^{-1}\{\dot{\boldsymbol{J}} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e} - \ddot{\boldsymbol{x}}_d\} \tag{3.77}$$

ここで,

$$\dot{\boldsymbol{x}}_d := \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{c}}{\partial t}(\sigma_0^*, t) \cdot (\dot{\sigma}_0^*(t)) \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma,d}}{\partial t}(\boldsymbol{\sigma}, t) \cdot (\dot{\boldsymbol{\sigma}}(t)) \end{bmatrix} \tag{3.78}$$

である. ここで制御を達成するために以下の仮定をおく.

仮定 6 式 (3.77) の$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\sigma}, t)$ について以下の仮定をおく.

$$\det \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\sigma}, t) \neq \mathbf{o} \tag{3.79}$$

式 (3.75),(3.76), (3.77) より,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M}(\phi, \boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{h}(\phi, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) &= \boldsymbol{M}(\phi, \boldsymbol{q})\boldsymbol{u} + \boldsymbol{h}(\phi, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \\ \ddot{\boldsymbol{q}} &= \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{u} &= -\boldsymbol{J}^{-1}\{\dot{\boldsymbol{J}} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e} - \ddot{\boldsymbol{x}}_d\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} &= -\boldsymbol{J}^{-1}\{\dot{\boldsymbol{J}} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e} - \ddot{\boldsymbol{x}}_d\} \\
-\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma}) \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} &= \dot{\boldsymbol{J}} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e} - \ddot{\boldsymbol{x}}_d \\
-\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma}) \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} - \dot{\boldsymbol{J}} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \ddot{\boldsymbol{x}}_d &= \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e}
\end{aligned}$$

$$\ddot{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma})\ddot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{J}}\dot{\boldsymbol{q}} - \ddot{\boldsymbol{x}}_d$$

であるから

$$\ddot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e} = 0 \tag{3.80}$$

を得る. $\boldsymbol{K}_v$, $\boldsymbol{K}_p$ を正定対称行列と仮定すると式 (3.74) の$\boldsymbol{e}$, $\dot{\boldsymbol{e}}$ は零に収束する.

定理 3.2.1 前方参照形状トラッキング制御則

式 (2.75) のダイナミクス従う移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに対し, 目標曲線が式 (3.1) の形で与えられたとする. このとき, 以下に示す曲線パラメータ推定に基づく制御即$\boldsymbol{\tau}$ により形状トラッキングが達成される.

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{M}(\phi,\boldsymbol{q})\boldsymbol{u} + \boldsymbol{h}(\phi,\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) \tag{3.81}$$

$$\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{J}^{-1}\{\dot{\boldsymbol{J}} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_p\boldsymbol{e} - \ddot{\boldsymbol{x}}_d\} \tag{3.82}$$

この時, 式 (3.74) を達成する. ただし, $\det \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma},t) \neq \mathbf{o}$ とする.

3.2.6 推定則を含んだ前方参照形状トラッキング制御則の導出

前節の部分形状トラッキング制御則と同様に, 望山らの研究の指摘から目標曲線のパラメータを直接求めることは困難である [14]. ゆえに, $\bar{\ddot{\boldsymbol{q}}} := [\ddot{\boldsymbol{q}}, \hat{\ddot{\boldsymbol{\sigma}}}]$ と定義し, 次の推定器を導入する [14]. はじめに$\boldsymbol{\sigma}$ の推定値$\hat{\boldsymbol{\sigma}} \in \Re^{n+1}$を

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} := [\hat{\boldsymbol{\sigma}}_0 \cdots \hat{\boldsymbol{\sigma}}_n]^T \tag{3.83}$$

定義し, さらに推定値 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ を含んだ形状の誤差$\hat{\boldsymbol{e}} \in \Re^{2(n+1)}$ を

$$\hat{\boldsymbol{e}}(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}, t) \;:=\; \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_0(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{c}(\hat{\sigma}_0^*(t)) \\ \boldsymbol{p}_{ma}(\boldsymbol{q}_m) - \boldsymbol{p}_{ma,d}(\hat{\sigma}, t) \end{bmatrix} \tag{3.84}$$

を定義する.

このとき形状誤差の時間微分は,

$$\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}, t) = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{c}}{\partial t}(\hat{\sigma}_0^*, t) \cdot (\dot{\hat{\sigma}}_0^*(t)) \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma,d}}{\partial t}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, t) \cdot (\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}(t)) \end{bmatrix} \tag{3.85}$$

である.

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの運動方程式 (2.75) に次の推定器を導入する [11].

$$\ddot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} = \boldsymbol{\tau}_\sigma \tag{3.86}$$

式 (2.75) と 式 (3.86) をまとめると

$$\bar{\boldsymbol{M}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}})\ddot{\bar{\boldsymbol{q}}} + \bar{\boldsymbol{h}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) \;=\; \bar{\boldsymbol{\tau}} \tag{3.87}$$

となる. ここで,

$$\bar{\boldsymbol{M}} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}(\phi, \boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & \boldsymbol{I}_{n+1} \end{bmatrix}, \bar{\boldsymbol{h}} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}(\phi, \boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \\ \mathbf{o} \end{bmatrix}, \bar{\boldsymbol{\tau}} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \boldsymbol{\tau}_\sigma \end{bmatrix}$$

である.

制御の目標

移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの物理パラメータが完全に既知であり, また, 車輪の回転角度$\boldsymbol{q}_p$, マニピュレータの関節角度$\boldsymbol{q}_m$および車輪の回転角速度$\dot{\boldsymbol{q}}_p$, 関節角速度$\dot{\boldsymbol{q}}_m$が実時間で得られるものと仮定する. 制御の目標は, $t \to \infty$ で

$$\hat{\boldsymbol{e}} \to \mathbf{o}, \dot{\hat{\boldsymbol{e}}} \to \mathbf{o} \tag{3.88}$$

となるような制御入力$\bar{\boldsymbol{\tau}}$ を求めることである.

式 (3.28) において新たな制御入力として$\bar{\boldsymbol{u}}$ を入力として

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} \;=\; \bar{\boldsymbol{M}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}})\bar{\boldsymbol{u}} + \bar{\boldsymbol{h}}(\phi, \bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) \tag{3.89}$$

$$\bar{\boldsymbol{u}} = \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \ddot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} \end{bmatrix} \tag{3.90}$$

という非線形フィードバック則を適用すると

$$\bar{\boldsymbol{u}} \;=\; -\boldsymbol{J}^{-1}\{\dot{\boldsymbol{J}} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}} + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}} - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_d\} \tag{3.91}$$

ここで,

$$\dot{\hat{\boldsymbol{x}}}_d \;:=\; \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{c}}{\partial t}(\hat{\sigma}_0^*, t)\cdot(\dot{\hat{\sigma}}_0^*(t)) \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma,d}}{\partial t}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, t)\cdot(\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}(t)) \end{bmatrix} \tag{3.92}$$

式(3.91) の形状のヤコビアンの逆行列は詳細を示す. 式(3.73) から$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \in \Re^{2(n+1)\times 2(n+1)}$ は,

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \;:=\; \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & \mathbf{o} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma}}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) & -\frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \end{bmatrix}$$

と定義される.

ここで, $\frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) \in \Re^{2\times(n+2)}$ は,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial \boldsymbol{q}}(\boldsymbol{q}) \;&:=\; \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial \theta_{k-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial \theta_k} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial \theta_{k+1}} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial \theta_{n-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial \theta_n} \end{bmatrix} \\ &=\; \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_0}{\partial q_l} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$\frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma}}{\partial \boldsymbol{q}} \in \Re^{2n\times(n+2)}$ は,

$$\frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma}}{\partial \boldsymbol{q}} \;:=\; \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_1}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_1}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_1}{\partial \theta_1} & \cdots & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_1}{\partial \theta_{n-2}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_1}{\partial \theta_{n-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_1}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_2}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_2}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_2}{\partial \theta_2} & \cdots & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_2}{\partial \theta_{n-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_2}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_3}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_3}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_3}{\partial \theta_3} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_3}{\partial \theta_n} & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_3} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_3} & \cdots & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_n} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{p}_1}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_1}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_1}{\partial \theta_1} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_2}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_2}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_2}{\partial \theta_1} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_3}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_3}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_3}{\partial \theta_3} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_3} & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_{n-1}}{\partial \theta_{n-1}} & 0 \\ \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial q_r} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial q_l} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_3} & \cdots & \cdots & \frac{\partial \boldsymbol{p}_n}{\partial \theta_n} \end{bmatrix}$$

$\frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \in \Re^{2n\times(n+2)}$ は

$$\frac{\partial \boldsymbol{p}_{ma,d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(1,d,t)}{\partial \sigma_1} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(2,d,t)}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(2,d,t)}{\partial \sigma_2} & 0\cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(3,d,t)}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(3,d,t)}{\partial \sigma_2} & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(3,d,t)}{\partial \sigma_3} & 0\cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(n-1,d,t)}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(n-1,d,t)}{\partial \sigma_2} & \cdots & \cdots & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(n-1,d,t)}{\partial \sigma_{n-1}} & 0 \\ \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(n,d,t)}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(n,d,t)}{\partial \sigma_2} & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(n,d,t)}{\partial \sigma_n} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(1,d,t)}{\partial \sigma_1} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(2,d,t)}{\partial \sigma_2} & 0\cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(3,d,t)}{\partial \sigma_3} & 0\cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(n-1,d,t)}{\partial \sigma_{n-1}} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & \frac{\partial \hat{\boldsymbol{C}}(n,d,t)}{\partial \sigma_n} \end{bmatrix}$$

である.

ただし,

仮定 7 式 (3.91) の $\det \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma},t)$ に以下の仮定をおく.

$\det \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma},t) \neq 0$ であると仮定する.

式 (3.87),(3.89),(3.91) より,

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{M}}(\phi,\bar{\boldsymbol{q}})\ddot{\bar{\boldsymbol{q}}} + \bar{\boldsymbol{h}}(\phi,\bar{\boldsymbol{q}},\dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) &= \bar{\boldsymbol{M}}(\phi,\bar{\boldsymbol{q}})\bar{\boldsymbol{u}} + \bar{\boldsymbol{h}}(\phi,\bar{\boldsymbol{q}},\dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) \\ \ddot{\bar{\boldsymbol{q}}} &= \bar{\boldsymbol{u}} \end{aligned}$$

$$\bar{\boldsymbol{u}} = -\boldsymbol{J}^{-1}\{\dot{\boldsymbol{J}}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}\\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}\end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}} + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}} - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_d\}$$

だから,

$$\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{q}}\\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}\end{bmatrix} = -\boldsymbol{J}^{-1}\{\dot{\boldsymbol{J}}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}\\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}\end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}} + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}} - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_d\}$$

$$-\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{\sigma})\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{q}}\\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}\end{bmatrix} = \dot{\boldsymbol{J}}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}\\ \dot{\boldsymbol{\sigma}}\end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}} + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}} - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_d$$

$$-\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\hat{\boldsymbol{\sigma}})\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{q}}\\ \ddot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}\end{bmatrix} - \dot{\boldsymbol{J}}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}\end{bmatrix} + \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_d = \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}} + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}}$$

$\ddot{\hat{\boldsymbol{e}}} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\hat{\boldsymbol{\sigma}})\ddot{\bar{\boldsymbol{q}}} + \dot{\boldsymbol{J}}\dot{\bar{\boldsymbol{q}}} - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_d$であるから

$$\ddot{\hat{\boldsymbol{e}}} + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}} + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}} = 0$$

を得る.$\boldsymbol{K}_v$, $\boldsymbol{K}_p$ を正定対称行列と仮定すると式 (3.88) の$\hat{\boldsymbol{e}}$, $\dot{\hat{\boldsymbol{e}}}$ は零に収束する.

定理 3.2.2 推定則を含んだ前方参照形状トラッキング制御則

式 (3.87) のダイナミクス従う移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに対し, 目標曲線が式 (3.1) の形で与えられたとする. このとき, 以下に示す曲線パラメータ推定に基づく制御則$\boldsymbol{\tau}$ により形状トラッキングが達成される.

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{M}(\phi,\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}_d + \boldsymbol{h}(\phi,\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) \tag{3.93}$$

$$\ddot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}} = \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \tag{3.94}$$

ここで, $\ddot{\boldsymbol{q}}_d \in \Re^{2(n+1)}$ と $\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \in \Re^{n+1}$ は

$$\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{q}}_d\\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d\end{bmatrix} = -\boldsymbol{J}^{-1}\{\dot{\boldsymbol{J}}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}\end{bmatrix} + \boldsymbol{K}_v\dot{\hat{\boldsymbol{e}}} + \boldsymbol{K}_p\hat{\boldsymbol{e}} - \ddot{\hat{\boldsymbol{x}}}_d\} \tag{3.95}$$

ただし, $\det \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q},\hat{\boldsymbol{\sigma}},t) \neq 0$ であり, $\boldsymbol{K}_p$, $\boldsymbol{K}_v$ が正定対称行列であるとする. この時, 式 (3.88) を達成する.

証明は前節と同様である.

この定理によりマニピュレータのすべての関節位置を目標曲線上に到達させ, 目標曲線上を移動機構の参照点が前後しながらマニピュレータの形状を目標形状に常に到達させることができる. 部分トラッキング制御則との違いは移動機構が与えられる目標に対し, 冗長な自由度を持たない場合においてもマニピュレータの手先だけでなくすべての関節位置を目標曲線に追従制御させることができることである.

第 4 章

結論

4.1 本研究のまとめ

本研究は, 動力学を考慮して, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータに以下の 2 つの制御則の提案をした.

1. 逆動力学法に基づいた部分形状トラッキング制御則
2. 逆動力学法に基づいた前方参照形状トラッキング則

制御則については望山らにより超多自由度マニピュレータに対しては, リアプノフ法に基づいた形状制御則を提案されていた. しかし, 本研究は, 移動機構が非ホロノミック拘束をもつため, リアプノフ関数を構成できないという問題点があった. そこで, 逆動力学法に基づいて制御則の導出をした.

本研究の目的は, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの全体の形状を制御することであった. 提案した 2 つの制御則により, マニピュレータの一部あるいは全体の形状を制御することが可能になった. この意味から, 望山らにより, 超多自由度マニピュレータに対する形状制御則が, 移動機構を備えた超多自由度マニピュレータにも拡張できることが確認できた.

4.2 今後の課題

実際のシミュレーションを行なう場合, 今後の課題として次のようなものが考えられる.

- 部分形状制御則を導出した際, ヤコビ行列の疑似逆行列が現れる. 実際に移動機構を備えた超多自由度マニピュレータをシミュレーションさせる場合, 実時間でヤコビ行列の疑似逆行列を計算しなければならないという問題と形状ヤコビアンの逆行列を計算しなくてはならないという問題がある. 直接計算することは計算量の問題で実時間制御は困難であると考えれるため逆行列の求め方の工夫が求められる.

- 前方参照形状トラッキング制御則には, $\boldsymbol{J}$ の逆行列を求めなければならない. しかし, $n \times n$ の逆行列を求めるのは実時間では難しく逆行列も求め方を工夫する必要がある.

本研究は, いかに移動機構を備えた超多自由度マニピュレータの一部あるいは全体の形状を制御するかということが目的であった. ここで, 研究の見方を変えたとき, 今後の課題として次のようなものが考えられる.

- 本研究では, 移動機構の中心点 P_v を制御するかわりに移動機構の参照点 P_0 を制御することを行なった. これにより, 移動機構がもつ非ホロノミック拘束から逃れることが可能となるが移動機構の姿勢を制御することができないというデメリットがある. この移動機構の中心点をどのように制御するかが今後の課題の 1 つとして考えられる.

参考文献

[1] 大隅 久 : 移動マニピュレータの制御, 日本ロボット学会誌, Vol.13, No. 7, pp. 904 - 907, 1995.

[2] 栗栖 正充, 吉川 恒夫 : マニピュレータを搭載した独立二輪駆動型移動ロボットの軌道計画と制御, 第 *12* 回ロボット学術講演会予稿集, pp. 21-22, 11 月, 1994.

[3] 栗栖 正充, 吉川 恒夫 : 移動マニピュレータの軌道計画と動的ハイブリット制御, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会*'95* 講演論文集, Vol. B, pp. 921 - 924, 1995.

[4] 栗栖 正充, 吉川 恒夫 : 移動マニピュレータの軌道計画と動的制御, 日本機械学会論文集, 62-596 C, pp. 96 - 104, 1996.

[5] 児玉 慎三, 須田 信英 : システム制御のためのマトリクス理論, 計測自動制御学会

[6] 中村仁彦 : 非ホロノミックロボットシステム 第 1 回 非ホロノミックって何?, 日本ロボット学会誌, Vol.11, No.4, pp. 521-528, 1993.

[7] 中村仁彦 : 非ホロノミックロボットシステム 第 2 回 幾何学的な非ホロノミック拘束の下での運動計画, 日本ロボット学会誌, Vol.11, No.5, pp. 655-662, 1993.

[8] 中村仁彦 : 非ホロノミックロボットシステム 第 3 回 幾何学的な非ホロノミック拘束の下での運動制御, 日本ロボット学会誌, Vol.11, No.6, pp. 837-844, 1993.

[9] 中村仁彦 : 非ホロノミックロボットシステム 第 4 回 動力学的な非ホロノミック拘束の下での運動, 日本ロボット学会誌, Vol.11, No.7, pp. 999-1005, 1993.

[10] 中村仁彦 : 非ホロノミックロボットシステム 第 5 回 動力学的な非ホロノミック拘束の下での運動制御, 日本ロボット学会誌, Vol.12, No.2, pp. 231-239, 1994.

[11] 望山 洋 示村悦二郎 小林 尚登 : 超多自由度マニピュレータの制御 : 形状制御に基づく障害物回避手法について, 第 *14* 回 日本ロボット学会学術講演会集 pp. 639 - 640, 1996.

[12] 望山 洋, 示村 悦二郎, 小林 尚登 : 超多自由度マニピュレータの制御: 曲線パラメータ推定に基づく形状制御," ロボティクスシンポジア, pp. 63 - 68, 1995.

[13] 望山 洋, 示村 悦二郎 , 小林 尚登 : 超多自由度マニピュレータの制御: 曲線パラメータ推定に基づく形状トラッキング, 制御理論シンポジウム , pp. 63 - 68, 1996.

[14] 望山 洋, 示村 悦二郎 , 小林 尚登 : 超多自由度マニピュレータの制御: 曲線パラメータ推定に基づく形状制御, 計測自動制御学会論文集,(投稿中)

[15] 吉川 恒夫 : ロボット制御基礎論. コロナ社. 1988.

[16] C. Canudas de Wit, B. Siciliano and G. Bastin : Eds.: Theory of Robot Control, Springer, 1996.

[17] Brockett, R. W. : Asymptotic stability and feedback stabilization, vol 27 of Progrees in Mathematics, pp. 181 - 208, 1983.

[18] K. Liu and F.L.Lewis. : Decentralized continuous robust controller for mobile robots. *In proceedings of 1990 International Congerence on Robotics and Automation*, pages 1822-1827, Cincinnati, OH, May 1990.

[19] H. Mochiyama, E. Shimemura and H. Kobayashi : Control of Manipulators with Hyper Degrees of Freedom: Shape Tracking Based on Curve Parameter Estimation, *1997 IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 173 - 178, 1997.

[20] Richard M. Murray, Zexiang Li and S. Shankar Sastry :A Mathematical Introduction ROBOTIC MANIPULATION CRC Press

[21] Nilanjan Sarkar, Xiaoping Yun and Vijay kumar : Control of Mechanical Systems With Rolling Constraints: Application to Dynamic Control of Mobile Robots *The International Journal of Robotics Research*, Vol.13, No. 1, February pp. 55 - 69, 1994.

[22] Yoshio Yamamoto : Control and Coordination of Locomotion and Manipulation of a Wheeled Mobile Manipulator. Phd thesis, University of Pennsylvania,Philadelphia, PA 19104, August 1994.

[23] Yoshio Yamamoto and Xiaoping Yun : Coordinating Locomotion and Manipulation of a Mobile Manipulator *IEEE Transactions On Automatic Control*, Vol. 39, No.6, June 1994.

[24] Yoshio Yamamoto and Xiaoping Yun : Control of a Mobile Manipulators Following a Moving Surface *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 1 - 6, 1993.

[25] Yoshio Yamamoto and Xiaoping Yun : Coordinating Locomotion and Manipulation of a Mobile Manipulator *Proceedings of the 31st Conference on Decision and Control*,Tuson, Arizona, December, pp. 2643 - 2648, 1992.

[26] Yoshio Yamamoto and Xiaoping Yun : Coordinated Obstacle Avoidance of A Mobile Manipulator *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2255 - 2259, 1995.

[27] Yoshio Yamamoto and Xiaoping Yun : Modeling and Compensation of the Dynamic Interaction of a Mobile Manipulator *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2187 - 2192, 1994.

[28] Xiaoping Yun and Yoshio Yamamoto : Internal Dynamics of a Wheeled Mobile Robot *Proceedings of the 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Yokohama, Japan, July pp. 1288 - 1294, 1993.

謝辞

最後になりましたが, 暖かい激励と適切な助言を賜わった示村 悦二郎教授, 多くの助言を下さった藤田 政之助教授, 日頃から熱心な御指導をして頂きました増淵 泉助手, Christoph Ament 助手, 望山 洋氏 , 川端 昭弘氏, 鈴木 亮一氏, Hussein Mohammad Jaddu 氏, 平田 研二氏, 田中 奈津夫氏, 丸山 章氏並びに有形無形の励ましを頂いた示村・藤田研究室の先輩・同輩の方々に紙面を借りて感謝の意を表します. いろいろと御迷惑をおかけしましたが最後まで親切に面倒を見て下さった研究室の皆様に心から感謝させていただきます.

第 A 章

付録

A.1 非ホロノミック系に対する Hamilton の原理の拡張

Hamilton の原理は, ある種の非ホロノミック系に拡張することができる.

- 非ホロノミック系の場合

一般化座標系は互いに独立でなく, また $f(q_1, q_2, \cdots, q_n, t) = 0$ という形の拘束の式を用いて, 独立なものだけを取り出すこともできない. したがってもはやすべての q_i が独立であるとすることはできない.

仮想変位に対しての拘束の式は

$$\Sigma_k a_{lk} \delta q_k = 0 \tag{A.1}$$

が成立する. 式 (A.1) を利用すれば仮想変位の数を減らして, 互いに独立なものばかりにすることができる. これらの余分の仮想変位を消去する方法が, Lagrange の未定乗数法である. もし, 式 (A.1) が成立するならば,

$$\lambda_l \Sigma_k a_{lk} \delta q_k = 0 \tag{A.2}$$

も成立する. さらに, Hamilton の原理

$$\delta \int_{t1}^{t2} \boldsymbol{L} dt = 0 \tag{A.3}$$

が非ホロノミックな系に対しても成立すると仮定する. そうすると,

$$\int_1^2 dt \Sigma_k (\frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial q_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial \dot{q}_k}) \delta q_k = 0 \tag{A.4}$$

式 (A.2) で l について和をとり, その和を点 1 から点 2 まで時間に関して積分すると,

$$\int_1^2 \Sigma_{k,l}\lambda_l a_{lk}\delta q_k dt = 0 \tag{A.5}$$

となる. 式 (A.4) と式 (A.5) の和をとると, つぎのような関係式

$$\int_1^2 dt\Sigma_k(\frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial q_k} - \frac{d}{dt}\frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial \dot{q}_k} + \Sigma_l\lambda_l a_{lk})\delta q_k = 0 \tag{A.6}$$

が得られる. ここで, λ_l は自由に選ぶことができる. そこでλ_l を

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{d}{dt}\frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial \dot{o}tq_k} + \Sigma_l\lambda_l a_{lk} = 0, k = n-m+1,\cdots,n \tag{A.7}$$

結局, 非ホロノミック系に対する Lagrange の運動方程式の完全な組として,

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = \Sigma_l\lambda_l a_l k, k = n-m+1,\cdots,n \tag{A.8}$$

が得られる.

ところで, 系に対する拘束を取り除き, そのかわりに, 系の運動が変わらないように, 外力 Q_k を加えたと仮定しよう. そのようにしても運動方程式は変わらないはずである. この余分に加えた力は, 拘束条件を満たすように系に加えた力であるから, 拘束の力に等しくなければならないことは明らかである. この力 Q_k の下では, 運動方程式は,

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \boldsymbol{L}}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k \tag{A.9}$$

である. ところがこれは式 (A.8) と同じでなければならない. したがって$\Sigma\lambda_l a_l k$ は一般化拘束力 Q_k と同じであると考えることができる

A.2　非ホロノミック拘束について

「非ホロノミック」とは,

- 力学系の拘束条件が可積分でないこと
- ドリフトがあること
- 入力の数よりも多くの座標を制御できること

である. つまり, 非ホロノミックというのは, 系の拘束条件の性質を述べた言葉である. 力学系の拘束条件を考えた場合, 拘束条件は, 一般に系の座標（位置とか角度）と時間, そして座標の時間微分すなわち速度, 加速度などの方程式として表される. この拘束条件が座標（と時間）のみで記述される場合, **ホロノミック (holonomic)** という. そうでない場合は全て **非ホロノミック (nonholonomic)** である. その中でも, 拘束条件が速度を含み, 時間に対して積分できないとき **運動学的な非ホロノミック拘束**, または 1 階の非ホロノミック拘束 (first-order nonholonomic) という. また, 拘束条件に加速度までが含まれて可積分でないとき **力学的な非ホロノミック拘束**, または 2 階の非ホロノミック拘束 (second-order nonholonomic) という. 1 階, 2 階というのは拘束条件が 1 階または 2 階の微分方程式で表される.

例えば, 自動車の運転を考えた場合, 自動車を真横に走らせたり, ピボットターン（その場で向きだけ変えること） したりすることはできない. そのため **切り返し** を行なうことで 結果的にどこにでもどのようにでも車を移動させることができる. 車はアクセル・ブレーキによる前後方向の操作 （より正確に言えば、前後進の速度制御）と ハンドル（ステアリング）による 進行方向の操作（進角の角速度制御） の２つの操作（制御入力）がある. 一方, 車の動く空間の自由度は平面内での位置（2 次元）および 姿勢角（1 次元）の合計 3 次元である. つまり入力が 2 つなのに対して, 空間の次元は 3 次元である. しかし **自動車**というシステムが **非ホロノミック**な系であるために, **切り返し** という入力の組合せをうまく選ぶことで 与えられた自由度以上のことができる可能性がある.

非ホロノミックな系に対する制御法

非ホロノミックシステムがフィードバック安定化に関して重要な性質を持つことを述べる.

フィードバック安定化不可能性

入力 $\boldsymbol{u}$ が時間のみの関数として $\boldsymbol{u}(t)$ と表されるならば, これは開ループ制御である. $\boldsymbol{u}$ が状態量 $\boldsymbol{x}$ の関数として $\boldsymbol{u}(x)$ と表されるとき, 状態フィードバック (閉ループ) 制御である. システムの応答が, 外乱やパラメータの誤差や変動に影響受けにくくするためには, 状態フィードバックが望ましい.

線形定数系システムが可制御ならば, 初期状態によらずに任意の状態に漸近安定化させ

るような滑らかな[1]状態フィードバック則が必ず存在することが知られており, 最適レギュレータ問題を解くなどして容易にこれを見つけることができる. しかし, 非線形システムでは, たとえ可制御であっても, 平衡点へ漸近安定化させる滑らかな状態フィードバックが存在するとは限らない.

Brokett は $\dot{\boldsymbol{x}} = f(x,u)$ で表される一般の非線形システムが平衡点 x_0 の近傍でその平衡点を漸近安定化する滑らかな状態フィードバック則 $u(x)$ をもつための必要条件を議論している. そのなかで

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(x) + \boldsymbol{P}(x)\boldsymbol{u} \tag{A.10}$$

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{P}(x)\boldsymbol{u} \tag{A.11}$$

のようなアフィンシステムや対称アフィンシステムについても言及している. この条件はわれわれが問題にしている非ホロノミックな拘束をうけるシステムの制御系の設計について極めて重要な示唆を与えている. 以下に Brokett の定理をまとめる. n を状態量 x の次元, $n-m$ を入力 u の次元とする. m は拘束条件の数を表している. また, $\boldsymbol{p}_i$ は $\boldsymbol{P}(x)$ の第 i 列ベクトルとする.

定理 A.2.1 *Brokett* の定理 *(1)*[17]
式 $(A.10)$ のアフィンシステムの $f(x)$, $\boldsymbol{p}_i(i = 1, \cdots, n-m)$ からなる滑らかな *distribution* $\Delta(x)$ が *nonsingular* で $\dim \Delta(x) < n$ を満たすならば, 平衡点を漸近安定化させる滑らかな状態フィードバック則は存在しない.

定理 A.2.2 *Brokett* の定理 *(2)*[17]
式 $(A.11)$ のアフィンシステムが線形独立な $\boldsymbol{p}_i(i = 1, \cdots, n-m)$ をもつとき, 平衡点を漸近安定化させる滑らかな状態フィードバック則が存在するための一つの必要十分条件は, 入力の数 $n-m$ が状態量の数 n に一致することである.

非ホロノミックな拘束を受ける対称アフィンシステムでは, $m > 0$ であるから, 定理 A.2.2 の条件は満足されない. したがって, 平衡点を漸近安定化させる滑らかな状態フィードバック則は存在しない. Brokett の定理より非ホロノミックシステムを平衡点に漸近安定化させる滑らかな状態フィードバック則が存在しないことが分かる. この理由から, 非ホロノミックシステムの制御の研究の一つの方向は, この定理に触れないような問題設定を見つけることである.

[1] 関数がすべての変数について無限回偏微分可能であること