

Title	受動・能動Rimless Wheelの動的歩容に内在する安定原理とその有限整定歩容生成への応用
Author(s)	浅野, 文彦
Citation	日本ロボット学会誌, 31(4): 435-445
Issue Date	2013-05
Type	Journal Article
Text version	publisher
URL	http://hdl.handle.net/10119/11545
Rights	Copyright (C) 2013 日本ロボット学会. 浅野文彦, 日本ロボット学会誌, 31(4), 2013, 435-445. http://dx.doi.org/10.7210/jrsj.31.435
Description	

受動・能動 Rimless Wheel の動的歩容に内在する安定原理と その有限整定歩容生成への応用

浅野 文彦*

Stability Principles Underlying Dynamic Gaits of Passive and Active Rimless Wheels and Its Application to Deadbeat Gait Generation

Fumihiko Asano*

It was clarified that underactuated dynamic bipedal walkers with free ankles can generate fast-convergent level gaits by achieving constraint on impact posture. This paper then identifies the condition for achieving deadbeat gait generation through mathematical investigations of simple rimless spoked walkers and proposes a method for generating fast-convergent gaits based on the obtained results. First, we simplify the transition functions for the state error of the stance phase of a passive rimless wheel by eliminating the steady step period. Second, we consider an active rimless wheel that generates ballistic gaits on level ground and show that the transition function of the stance phase can be specified in the same manner as the passive case. Based on the theoretical results, we design a control law for achieving deadbeat gait generation and investigate the validity through numerical simulations. The physical meaning of the derived transition function is also discussed. Furthermore, we extend the method to an underactuated rimless wheel with a torso by applying a discrete-time output deadbeat control. Through mathematical and numerical investigations, it is clarified that the driving effect that changes from acceleration to deceleration tends to achieve deadbeat generate generation.

Key Words: Limit Cycle Walking, Stability, Rimless Wheel, Deadbeat Control, Gait Generation

1. はじめに

適切な初期状態と物理パラメータを設定することで、安定な受動歩行運動が生成できることは広く知られている [1]。しかしながらその安定原理は、Rimless wheel (以下 RW) が持つ自明な原理 [2]~[4]、コンパス型あるいは膝関節を持つ 2 脚歩行系に内在する自明でない原理 [5] [6] など、異なるレベルのものが存在する。RW は常に同じ姿勢で 1 自由度の剛体として倒れ込む (衝突姿勢拘束を達成する) ことでエネルギー損失係数と回復エネルギーを同時に一定に保つことができるため、生成される歩容は常に 1 周期かつ漸近安定となる。これに対して遊脚自由度を持つコンパス型受動歩行の安定原理は、衝突相の安定性については幾つかの指摘がなされてきたものの [5] [6]、これと歩容全体の安定性との関係については依然として理解がなされないまま停滞が続いている。

足首が自由関節である劣駆動 2 脚歩行系が目標軌道追従により衝突姿勢拘束を達成する場合、エネルギー損失係数は一定となるが回復エネルギーは一定とならないため、その安定原理は RW に内在するそれとは異なる (自明でない) レベルにあると言って良い [7] [8]。この問題に対して筆者は、厳密な加速度指令値により駆動される (軌道追従誤差を含まない) 劣駆動 2 脚歩行系について、以下のことを示した [9]。

- (a) 運動の線形化を利用することで、立脚相の状態誤差遷移関数を解析的かつ近似的に導出可能である。
- (b) 衝突相の安定性 (状態誤差ノルムの減少傾向) は衝突姿勢に応じて一意に定まる、またこの相は常に安定である。
- (c) ポアンカレ写像は立脚相と衝突相の状態誤差遷移関数 (ともに次元写像関数) の積として表され、歩容全体の安定性はその絶対値と 1 との大小関係で判別される。
- (d) 立脚相の安定性はシステムパラメータの設定に伴い大きく変化する、特に最適な場合は 1 歩あたりの遷移で状態誤差が完全にゼロとなる。

このなかで (d) の特徴を持つ歩容 (有限整定歩容) は、収束性の点で究極の安定性を有していると言えるものである。この歩容が現れる条件が明らかにされれば、ロバストかつ高効率な歩

原稿受付 2012 年 7 月 11 日

*北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科

*School of Information Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology

■ 本論文は学術性で評価されました。

行制御系設計論の構築が期待できようが、文献[9]においては数値例を示すに留まっていた。

本論文の目的は、衝突姿勢拘束を持つ劣駆動2脚歩行系に内在する安定性の理解と制御系設計論の基盤構築の第一段階として、単純なRW型歩行系の安定原理を理解すること、そして得られた知見に基づき高収束な歩容生成手法を提案することである。まずRWの受動歩行に内在する漸近安定歩容生成原理を再訪し、その状態誤差遷移関数が定常歩行周期を含まない単純な角速度比として定式化されることを示す。次にこれに足首関節トルクを加えたものとして扱える能動RWモデルを考え、その弾道歩行における状態誤差遷移関数が受動歩行のそれと同じ形式で表されることを示す。また、加速のみの駆動では立脚相の不安定化に至ることも示す。そして得られた知見から、加速から減速へと変化する制御トルクが有限整定歩容を生成する傾向を持つことを説明し、実際にこれが有効であることを数値シミュレーションを通して確認する。さらには、胴体リンクを持つ劣駆動RWモデルを考え、加速から減速へと切り替わる離散時間出力有限整定制御が同じく有限整定歩容生成において有効であることを示す。

本論文は次の構成からなる。まず第2章で8脚RWのモデルとその運動の線形化についてまとめる。また、線形化モデルに対応した力学的エネルギーの導入も行う。第3章では、衝突相と立脚相の状態誤差遷移関数の導出、および力学的エネルギー保存則を用いた後者の簡略化について述べる。第4章では、能動RWの弾道歩行に内在する安定原理を同じ方法を用いて考察し、有限整定条件を導出する。この結果を踏まえ第5章では、制御入力の改良に基づく有限整定歩容生成を試みる。更に第6章では、劣駆動系への拡張について議論する。最後に第7章で本論文をまとめ、今後の研究の方向性について述べる。

2. Rimless Wheel のモデルとその線形化

2.1 運動方程式の線形化と状態空間表現

本章ではFig. 1に示す8脚RWのモデルを考える。 α は隣り合う脚フレーム間の相対角度であり、8脚の場合は $\alpha = \pi/4$ [rad]である。その立脚相における運動方程式は

$$ml^2\ddot{\theta} - mgl \sin \theta = 0$$

で定まる。これを $\theta = \dot{\theta} = 0$ の周りで線形近似すると

$$ml^2\ddot{\theta} - mgl\theta = 0 \quad (1)$$

となり、さらに

$$\ddot{\theta} = \omega^2\theta, \quad \omega := \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (2)$$

と整理される。その状態空間表現

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

を以下では $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ と表記する。衝突方程式とその安定性については次章で述べる。

2.2 線形系における力学的エネルギー保存則

ここでは線形化モデル(1)に対応した力学的エネルギーの概

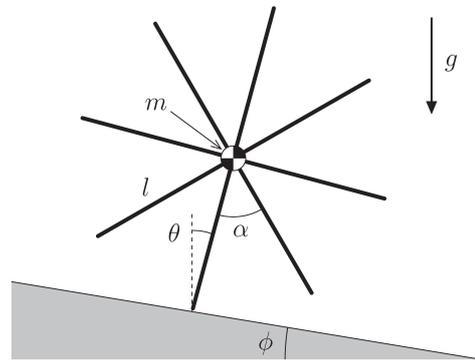


Fig. 1 Rimless wheel model

念について述べる。

RWの運動エネルギーは線形化するか否かによらず、

$$K(\dot{\theta}) = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 \quad (3)$$

で定まる。位置エネルギーは $P(\theta) = mgl \cos \theta$ で定まるが、これをマクローリン級数展開して二次項までを考慮した次の関数

$$P(\theta) = mgl \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) \quad (4)$$

を線形化モデルに対応した位置エネルギーとして導入する。さらに最大位置エネルギー(RWが取り得る位置エネルギーの最大値) $P_{\max} := mgl$ [J]を導入すると、式(4)は次のように書き改められる。

$$P(\theta) = P_{\max} - \frac{1}{2}mgl\theta^2 \quad (5)$$

これより、全力学的エネルギーを

$$E(\mathbf{x}) = P_{\max} + \frac{1}{2}\mathbf{x}^T \mathbf{W}_0 \mathbf{x} \quad (6)$$

で定める。ただし、

$$\mathbf{W}_0 = \begin{bmatrix} -mgl & 0 \\ 0 & ml^2 \end{bmatrix}$$

である。式(3)の K と式(5)の P を用いて

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial K}{\partial \theta} + \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0$$

を計算すれば式(1)を得ることから、これらが線形化モデルに対応した力学的エネルギーであることを確認できる。

$E(\mathbf{x})$ の時間微分は

$$\frac{dE(\mathbf{x})}{dt} = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{W}_0 + \mathbf{W}_0 \mathbf{A}) \mathbf{x} \quad (7)$$

となるが、 $\mathbf{A}^T \mathbf{W}_0 + \mathbf{W}_0 \mathbf{A}$ は零行列となるので、式(7)の値は常にゼロとなり、線形系においても力学的エネルギー保存則が成立することが分かる。

2.3 数値シミュレーション

Fig. 2は非線形モデルと線形化モデルの定常歩容の軌道を位相平面においてプロットしたものである。なお、衝突モデルについては後述する非線形モデルのものを共通して用いている。結果より、角速度には僅かな差が現れているが、近似線形化の妥

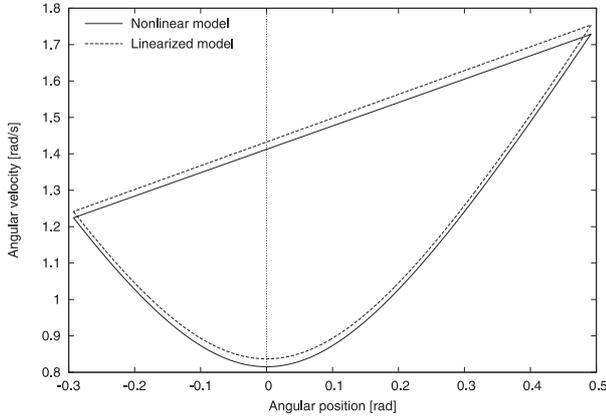


Fig. 2 Phase plane trajectories of nonlinear and linearized models

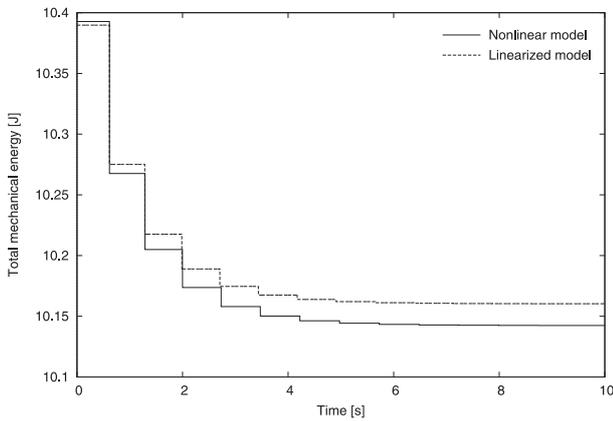


Fig. 3 Time evolutions of total mechanical energy of nonlinear model and $E(\mathbf{x})$

当性は許容範囲内にあることを確認できる。次章以降では、このように線形化モデルにおいて安定なリミットサイクル歩容が成立したことを前提として、その定常軌道の近傍における安定性を議論していく。

Fig. 3 は非線形モデルの全学的エネルギーと線形化モデルの $E(\mathbf{x})$ の時間変化をプロットしたものである。初期状態については、衝突直後の角度 ($\theta(0) = -\alpha/2 + \phi$)、および定常歩容における角速度よりも速いそれを設定した。結果より、 $E(\mathbf{x})$ も立脚相において一定値に保たれていることを確認できる。両者の差は時間の経過に伴って（衝突ごとに不連続に）増大しているが、これは Fig. 2 において観測された角速度の差が顕在化した結果である。初期値の誤差は位置エネルギーのそれのみであり、定常歩容に収束することでこれに運動エネルギーの誤差が加わるということである。しかしながら、誤差の値はおよそ 0.02 [J] で、これは全体の値の 0.2% 程度（十分に小さいと言えるレベル）のものである。

3. 受動歩行に内在する安定原理

RW の受動歩行が常に 1 周期かつ漸近安定であることはすでに文献 [3] [4] において示されているが、本章では解析的に求められる状態誤差遷移関数 [2] を用いてこれを再考する。なお、以

下で用いる変数の上付き文字 “*” および下付き文字 “eq” は、それが定常歩行時のものであることを意味するものとする。

3.1 衝突相の状態誤差遷移関数

角速度の衝突直前・直後の関係式は

$$\dot{\theta}_i^+ = \cos \alpha \cdot \dot{\theta}_i^- \quad (8)$$

で与えられる。ただし、上付き文字の “-”, “+” はそれぞれ衝突直前・衝突直後を表すものである。式 (8) は角速度が一定の比率で変化（減少）することを意味する遷移式であり、線形化するかどうかの議論を要しないものであるため、線形化モデルにおいてもこれを用いることとする。誤差項を考慮してこれを書き直すと

$$\dot{\theta}_{\text{eq}}^+ + \Delta \dot{\theta}_i^+ = \cos \alpha \left(\dot{\theta}_{\text{eq}}^- + \Delta \dot{\theta}_i^- \right) \quad (9)$$

となり、定常歩行時の関係式

$$\dot{\theta}_{\text{eq}}^+ = \cos \alpha \cdot \dot{\theta}_{\text{eq}}^- \quad (10)$$

を差し引くことで次式を得る。

$$\Delta \dot{\theta}_i^+ = \cos \alpha \cdot \Delta \dot{\theta}_i^- \quad (11)$$

以下、衝突相の状態誤差遷移関数として、 $\bar{R} = \cos \alpha$ と表記する。また、 \bar{R} は式 (10) より定常角速度比として

$$\bar{R} = \frac{\dot{\theta}_{\text{eq}}^+}{\dot{\theta}_{\text{eq}}^-} \quad (12)$$

と表現されることも付記しておく。

3.2 立脚相の状態誤差遷移関数

立脚相における状態誤差遷移関数を以下に導出する。ただし、計算の過程は文献 [9] のそれとほぼ同じであるので、ここでは概要だけまとめる。

$i+1$ 歩めの衝突直前の状態量ベクトルは、 i 歩めの衝突直後のそれを用いて

$$\mathbf{x}_{i+1}^- = e^{\mathbf{A}T_i} \mathbf{x}_i^+ \quad (13)$$

と表される。ただし、 T_i [s] は i 歩めの歩行周期である。同様に定常歩行時の関係式も

$$\mathbf{x}_{\text{eq}}^- = e^{\mathbf{A}T^*} \mathbf{x}_{\text{eq}}^+ \quad (14)$$

で表されるが、その詳細は次式のとおりである。

$$\begin{bmatrix} \theta_{\text{eq}}^- \\ \dot{\theta}_{\text{eq}}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\omega T^*) & \omega^{-1} \sinh(\omega T^*) \\ \omega \sinh(\omega T^*) & \cosh(\omega T^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{\text{eq}}^+ \\ \dot{\theta}_{\text{eq}}^+ \end{bmatrix} \quad (15)$$

ただし、 T^* [s] は定常歩行周期である。

式 (13) を近似式 $e^{\mathbf{A}\Delta T_i} \approx \mathbf{I}_2 + \mathbf{A}\Delta T_i$ を用いて展開し、2 次以上の誤差項を無視して整理することで次式を得る。

$$\mathbf{x}_{i+1}^- = \mathbf{x}_{\text{eq}}^- + e^{\mathbf{A}T^*} \Delta \mathbf{x}_i^+ + \mathbf{A} \mathbf{x}_{\text{eq}}^- \Delta T_i \quad (16)$$

ここで、射影ベクトル $\mathbf{p} := \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ を状態量ベクトルに左からかけると、次の関係式

$$p\mathbf{x}_i^- = p\mathbf{x}_{\text{eq}}^- = \theta_{\text{eq}}^- = \frac{\alpha}{2} + \phi$$

が成り立つ。このことに注意して、式 (16) の両辺に左から p をかけると、歩行周期の誤差 ΔT_i が次のように求まる。

$$\Delta T_i = -\frac{p e^{A T^*} \Delta \mathbf{x}_i^+}{p A \mathbf{x}_{\text{eq}}^-}$$

これを式 (16) に代入することで立脚相における状態誤差遷移行列 $Q \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ が

$$\Delta \mathbf{x}_{i+1}^- = Q \Delta \mathbf{x}_i^+, \quad Q := \left(I_2 - \frac{A \mathbf{x}_{\text{eq}}^- p}{p A \mathbf{x}_{\text{eq}}^-} \right) e^{A T^*} \quad (17)$$

と求まる。さらに、状態誤差ベクトルが次の構造

$$\Delta \mathbf{x}_i^\pm = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta \theta_i^\pm$$

を持つことから、 Q は以下のように低次元化される。

$$\Delta \theta_{i+1}^- = \bar{Q} \Delta \theta_i^+, \quad \bar{Q} := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T Q \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

\bar{Q} の詳細は以下のとおりである。

$$\bar{Q} = \cosh(\omega T^*) - \nu \sinh(\omega T^*) \quad (19)$$

$$\nu = \frac{\theta_{\text{eq}}^- \omega}{\dot{\theta}_{\text{eq}}^-} \quad (20)$$

歩行が成立する場合は $\dot{\theta}_{\text{eq}}^- > 0$ であることは自明であるので、以下ではこれを前提として議論を進める。

3.3 \bar{Q} とポアンカレ写像の別表現

式 (19) の \bar{Q} から定常歩行周期 T^* を以下の方法に従って消去する。式 (15) は

$$\begin{bmatrix} \theta_{\text{eq}}^- \\ \dot{\theta}_{\text{eq}}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{\text{eq}}^+ \omega^{-1} & \theta_{\text{eq}}^+ \\ \theta_{\text{eq}}^+ \omega & \dot{\theta}_{\text{eq}}^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sinh(\omega T^*) \\ \cosh(\omega T^*) \end{bmatrix}$$

と書き直せるので、 $\sinh(\omega T^*)$, $\cosh(\omega T^*)$ が

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \sinh(\omega T^*) \\ \cosh(\omega T^*) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{\text{eq}}^+ \omega^{-1} & \theta_{\text{eq}}^+ \\ \theta_{\text{eq}}^+ \omega & \dot{\theta}_{\text{eq}}^+ \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \theta_{\text{eq}}^- \\ \dot{\theta}_{\text{eq}}^- \end{bmatrix} \\ &= \frac{\omega}{(\dot{\theta}_{\text{eq}}^+)^2 - (\theta_{\text{eq}}^+)^2 \omega^2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{\text{eq}}^+ \theta_{\text{eq}}^- - \theta_{\text{eq}}^+ \dot{\theta}_{\text{eq}}^- \\ \dot{\theta}_{\text{eq}}^+ \dot{\theta}_{\text{eq}}^- \omega^{-1} - \theta_{\text{eq}}^+ \theta_{\text{eq}}^- \omega \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

と求まる。これらを式 (19) に代入して整理することで次式を得る。

$$\bar{Q} = \frac{\dot{\theta}_{\text{eq}}^+}{\dot{\theta}_{\text{eq}}^-} \cdot \frac{(\dot{\theta}_{\text{eq}}^-)^2 - (\theta_{\text{eq}}^-)^2 \omega^2}{(\dot{\theta}_{\text{eq}}^+)^2 - (\theta_{\text{eq}}^+)^2 \omega^2} \quad (22)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \dot{\theta}^2 - \theta^2 \omega^2 &= \frac{2}{m l^2} \left(\frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 - \frac{1}{2} m g l \theta^2 \right) \\ &= \frac{2}{m l^2} (E - P_{\text{max}}) \end{aligned}$$

であることから、式 (22) は

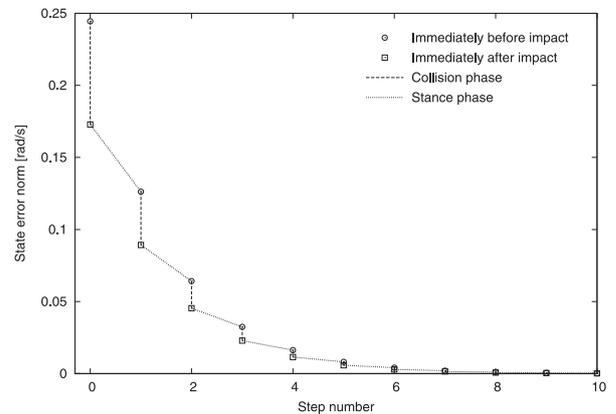


Fig. 4 Evolution of state error norm

$$\bar{Q} = \frac{\dot{\theta}_{\text{eq}}^+}{\dot{\theta}_{\text{eq}}^-} \cdot \frac{E_{\text{eq}}^- - P_{\text{max}}}{E_{\text{eq}}^+ - P_{\text{max}}} \quad (23)$$

と書き直される。受動歩行の場合はエネルギー保存則により $E_{\text{eq}}^+ = E_{\text{eq}}^-$ が成り立つので、関係式 $E_{\text{eq}}^- - P_{\text{max}} = E_{\text{eq}}^+ - P_{\text{max}}$ が成り立ち、式 (23) は最終的に

$$\bar{Q} = \frac{\dot{\theta}_{\text{eq}}^+}{\dot{\theta}_{\text{eq}}^-} \quad (24)$$

と整理される。なお、 $E_{\text{eq}}^\pm - P_{\text{max}}$ は立脚中期に現れるポテンシャル・バリア (Potential barrier; 以下 PB) を突破するために必要なエネルギー余裕を表しており、安定な受動歩行が実現される場合は必ず正值となることを付記しておく。また、式 (12) (24) より、ポアンカレ写像の定常歩行周期を含まない次の表現が得られる。

$$\bar{Q} \bar{R} = \bar{R} \bar{Q} = \left(\frac{\dot{\theta}_{\text{eq}}^+}{\dot{\theta}_{\text{eq}}^-} \right)^2 = \cos^2 \alpha \quad (25)$$

3.4 数値シミュレーション

ここで、受動歩行における状態誤差ノルムと力学的エネルギーの挙動を、数値シミュレーションで確認しておく。

Fig. 4 は Fig. 3 の歩容における衝突直前・直後の状態誤差ノルム $|\Delta \theta_i^-|$, $|\Delta \theta_i^+|$ の歩数に対する変化をプロットしたものである。結果より、衝突相・立脚相の双方において、同じ比率で誤差が単調に減少していく様子がよく分かる。

衝突姿勢拘束を持たない受動コンパス歩容が安定収束する過程においては、その状態誤差ノルムは立脚相において増大し、衝突相において減少する傾向が見られた [6]。これに対し衝突姿勢拘束を持つ劣駆動 2 脚歩容は、その安定原理が自明でないとっても、いずれの相においても一定の割合で状態誤差ノルムが規則的に減少することで安定収束する [9]。規則的なノルムの変化を持つという意味では、後者は RW に近い歩容であると位置付けることができよう。

4. 弾道歩行に内在する安定原理

4.1 問題設定

本章では 1 自由度系として扱える能動 RW の現実的なモデル

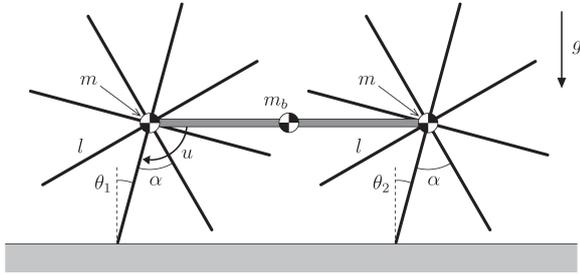


Fig. 5 Active combined rimless wheel model

として、Fig. 5 に示す連結型 RW [10] を考える。これは前後に配置した同じ二つの RW (質量を m [kg] とする) を胴体リンク (質量を m_b [kg] とする) で結合し、後方の RW と胴体リンクの間に制御トルク u [N·m] を印加できるようにしたものである。各リンクの重心回りの慣性モーメントが十分に小さく、前後の RW 間の位相差がゼロである (同期して運動する) とすれば、足首関節トルク (床面から支持脚に対する、その接地点回りのトルク) を生成可能な Fig. 1 の単体 RW と等価なダイナミクスとなる。その立脚相における運動方程式は

$$\ddot{\theta} = \omega^2 \sin \theta + \frac{u}{Ml^2} \quad (26)$$

となる。ただし、 $M := m_b + 2m$ [kg] は全質量である。また、衝突のダイナミクスについても、単体 RW と等価な式 (8) (10) となる。

式 (26) を平衡点 $\theta = \dot{\theta} = 0$ の周りで線形化すると、その状態空間表現は

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/Ml^2 \end{bmatrix} u \quad (27)$$

となる。以下、式 (27) を $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$ と表記する。

弾道歩容生成のための最も簡明な制御入力として、次式のような大きさ u_0 [N·m] の一定トルクを支持脚交換の衝突直後から T_{set} [s] までの期間に与えることとする。

$$u = \begin{cases} u_0 & (0 \leq t < T_{\text{set}}) \\ 0 & (t \geq T_{\text{set}}) \end{cases} \quad (28)$$

この入力により駆動される弾道歩行の安定性を以下に議論する。なお、衝突相の安定性については前章で述べた内容に等しいため省略する。また、この系は 1 自由度 1 入力、すなわち全駆動系であることを付記しておく。目標時間軌道へ追従させる、回復エネルギーを一定に保つなどの制御を行えば容易に漸近安定歩容生成を実現できる系である、ということである。しかしながら、式 (28) のような一定の (フィードバックを含まない) 制御入力信号により駆動される弾道歩行の安定化は、劣駆動系のそれと同等の難しさを持つものであり、後述する劣駆動系への拡張を踏まえた基礎理論の検証として必要なものである。

4.2 立脚相の状態誤差遷移関数

$i+1$ 歩めの衝突直前の状態量ベクトルと i 歩めの衝突直後のそれとの関係は

$$\mathbf{x}_{i+1}^- = e^{AT_i} \mathbf{x}_i^+ + \int_{0^+}^{T_i^-} e^{A(T_i-s)} \mathbf{B}u_0 ds \quad (29)$$

と表される。ここで $s \geq T_{\text{set}}$ において $u_0 = 0$ であること考慮すると、この右辺第二項は

$$e^{AT_i} \int_{0^+}^{T_{\text{set}}} e^{-As} \mathbf{B}u_0 ds$$

と書き直される。そこで、次の定数ベクトル

$$\boldsymbol{\eta} := \int_{0^+}^{T_{\text{set}}} e^{-As} \mathbf{B}u_0 ds = \frac{u_0}{m\omega^2 l^2} \begin{bmatrix} 1 - \cosh(\omega T_{\text{set}}) \\ \omega \sinh(\omega T_{\text{set}}) \end{bmatrix}$$

を定義すると、式 (29) は

$$\mathbf{x}_{i+1}^- = e^{AT_i} (\mathbf{x}_i^+ + \boldsymbol{\eta}) \quad (30)$$

と書き改められ、さらにベクトル $\mathbf{x}'_i \in \mathbb{R}^2$ を

$$\mathbf{x}_i^+ + \boldsymbol{\eta} =: \mathbf{x}'_i = \begin{bmatrix} \theta'_i \\ \dot{\theta}'_i \end{bmatrix}$$

で定めれば、式 (29) は

$$\mathbf{x}_{i+1}^- = e^{AT_i} \mathbf{x}'_i \quad (31)$$

となり、受動歩行と同様の式となる。これより \bar{Q} は式 (19) (20) と同一のものとなり、さらに前章と同じ計算により定常歩行周期 T^* を消去すると、

$$\bar{Q} = \frac{\dot{\theta}'_{\text{eq}}}{\dot{\theta}^-_{\text{eq}}} \cdot \frac{(\dot{\theta}^-_{\text{eq}})^2 - (\theta^-_{\text{eq}})^2 \omega^2}{(\dot{\theta}'_{\text{eq}})^2 - (\theta'_{\text{eq}})^2 \omega^2} \quad (32)$$

と導かれる (式 (22) 中の θ_{eq}^+ , $\dot{\theta}_{\text{eq}}^+$ を θ'_{eq} , $\dot{\theta}'_{\text{eq}}$ に置き換えればよい)。ただし、平地歩行の場合は $\theta^-_{\text{eq}} = \alpha/2$ [rad] であるので注意されたい。

4.3 有限整定歩容生成の可能性

$\bar{Q} = 0$ の実現可能性について、写像の簡略化とエネルギーの解析を通して以下に考察していく。 $E'_{\text{eq}} := E(\mathbf{x}'_{\text{eq}})$ として、式 (32) をエネルギーの形に変形すると

$$\bar{Q} = \frac{\dot{\theta}'_{\text{eq}}}{\dot{\theta}^-_{\text{eq}}} \cdot \frac{E_{\text{eq}}^- - P_{\text{max}}}{E'_{\text{eq}} - P_{\text{max}}} \quad (33)$$

となる。ところで式 (31) より定常歩行時の \mathbf{x}'_i は

$$\mathbf{x}'_{\text{eq}} = e^{-AT^*} \mathbf{x}_{\text{eq}}^- \quad (34)$$

と表現されるが、これは衝突直前の定常状態 \mathbf{x}_{eq}^- から制御入力を含まない保存系 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ として T^* [s] だけ時間を遡った状態を意味するものである。つまり衝突直前の力学的エネルギー E_{eq}^- が保存され、 $E'_{\text{eq}} = E_{\text{eq}}^-$ となる。これより $E_{\text{eq}}^- - P_{\text{max}} = E'_{\text{eq}} - P_{\text{max}}$ が言え、 \bar{Q} はこの場合も最終的に

$$\bar{Q} = \frac{\dot{\theta}'_{\text{eq}}}{\dot{\theta}^-_{\text{eq}}} \quad (35)$$

となる。これより立脚相の安定条件は

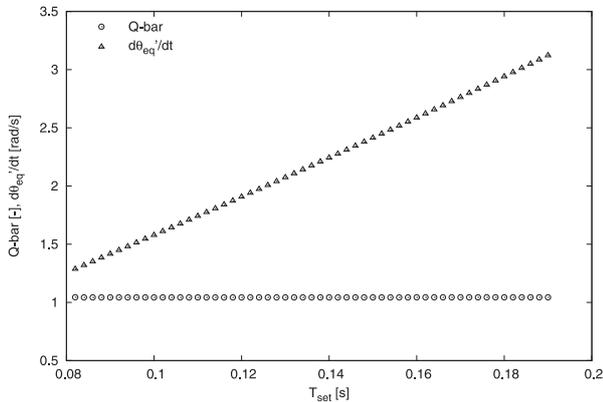


Fig. 6 \bar{Q} and $\dot{\theta}'_{eq}$ with respect to T_{set} where $u_0 = 5.0$ [N]

$$|\bar{Q}| < 1 \iff (0 <) \left| \dot{\theta}'_{eq} \right| < \left| \dot{\theta}^-_{eq} \right| \quad (36)$$

となる. 式 (12) (35) よりポアンカレ写像は

$$\bar{Q}\bar{R} = \frac{\dot{\theta}'_{eq}\dot{\theta}^+_{eq}}{\left(\dot{\theta}^-_{eq}\right)^2} \quad (37)$$

となり, 歩容の安定条件は

$$|\bar{Q}\bar{R}| < 1 \iff (0 <) \left| \dot{\theta}'_{eq} \right| < \left| \dot{\theta}^-_{eq} \right| \cos \alpha \quad (38)$$

となる. 式 (37) の中で, 常に $0 < \dot{\theta}^\pm_{eq} < \infty$ であることから,

$$0 = \dot{\theta}'_{eq} = \dot{\theta}^+_{eq} + \frac{u_0 \sinh(\omega T_{set})}{m\omega l^2} \quad (39)$$

が有限整定歩容生成を達成する唯一の条件 (収束速度の意味での最適解) となる. 衝突相の特性は調節できないため, 立脚相において状態誤差をゼロに到達させる以外に式 (39) を達成する方法はないということである. しかしながら, 式 (39) の第一項・第二項はいずれも正値をとるため, 等号成立は不可能と結論される. 一方, \bar{Q} は

$$\bar{Q} = \cos \alpha + \frac{u_0 \sinh(\omega T_{set})}{m\omega l^2 \dot{\theta}^-_{eq}}$$

と書き直すことができ, 右辺第二項が $T_{set} > 0$ のとき常に正となるため, 受動歩行時よりも立脚相が不安定化する ($\bar{Q} > \cos \alpha$ が成り立つ) と結論される. ただし, 分母の $\dot{\theta}^-_{eq}$ も駆動期間の増大に伴い単調増加するため, この式から \bar{Q} が T_{set} に関して単調増加すると結論することはできない.

4.4 歩行解析

Fig. 6 は T_{set} に対する \bar{Q} と $\dot{\theta}'_{eq}$ の変化を, 安定歩容生成が可能となった全範囲でプロットしたものである. RW の物理パラメータは $m = 1.0$ [kg], $l = 1.0$ [m] と設定した. また, $u_0 = 5.0$ [N] とした. \bar{Q} は 1.043 程度の値でほとんど変化しておらず, 立脚相は不安定になっている. $\dot{\theta}'_{eq}$ は T_{set} に対して単調に増加している. 歩行速度については後述するが, T_{set} に対して単調に高速化していき, これが 0.190 [s] を超えると床反力が負になる (浮上する) ことで歩行が成立しなくなった. 一方, T_{set} が 0.082 [s] より小さくなると, PB を突破するのに十

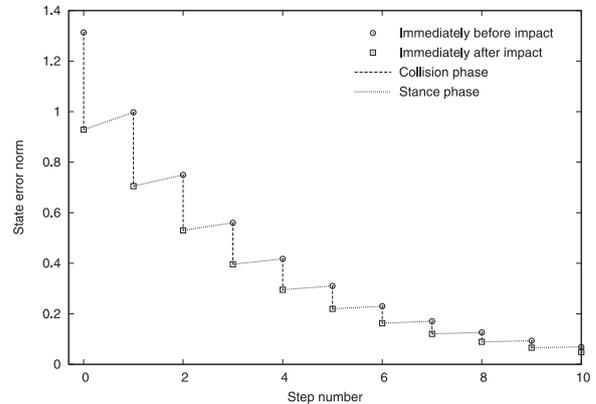


Fig. 7 Evolution of state error norm in ballistic gait where $T_{set} = 0.15$ [s] and $u_0 = 5.0$ [N]

分なエネルギー回復ができなくなり, 歩容生成が不可能となった. なお, 近似線形化された運動に対応した床反力の計算手段として, 本論文では簡易的に, 元の非線形モデルの床反力方程式に線形化モデルの角度・角速度・角加速度の値を代入する方法をとった.

歩容の収束特性を以下に観察する. 衝突直前の状態から歩行を開始させるが, このときの角速度は定常値から少し離れたものとする. また, 歩行開始直後の衝突を 0 歩めの衝突, 次の衝突を 1 歩めの衝突と定義して歩数をカウントしていく. Fig. 7 は状態誤差ノルム $|\Delta\theta_i^-|$, $|\Delta\theta_i^+|$ を区別せずに歩数に対してプロットしたものである. ただし, $T_{set} = 0.15$ [s], $u_0 = 5.0$ [N] とした. 理論的に示されたように, 衝突相の安定性は受動歩行時と変わらないが, 立脚相は不安定化している様子がよく分かる. $\bar{Q}\bar{R}$ (ポアンカレ写像) の絶対値は 1 よりも小さいため, サイクル全体としては漸近安定となっている.

5. 有限整定歩容生成への応用

5.1 制御入力決定

前章における解析を通して, 加速のみの弾道歩行においては有限整定歩容生成が不可能であることが明らかにされた. この結果を踏まえ本章では, 加速から減速へ移行するような制御入力を考え, その有限整定歩容生成の可能性を検討する. 本章ではその最も簡単な制御入力として, やや発見的ではあるが, 以下のものを考える.

$$u = \begin{cases} u_0 & (0 \leq t < T_{set}/2) \\ -u_0 & (T_{set}/2 \leq t < T_{set}) \\ 0 & (t \geq T_{set}) \end{cases} \quad (40)$$

この場合, η は

$$\begin{aligned} \eta &= \int_{0+}^{T_{set}/2} e^{-As} \mathbf{B} u_0 ds - \int_{T_{set}/2}^{T_{set}} e^{-As} \mathbf{B} u_0 ds \\ &= \frac{u_0}{Mgl} \left[\begin{array}{c} 1 - 2 \cosh\left(\frac{\omega T_{set}}{2}\right) + \cosh(\omega T_{set}) \\ 2\omega \sinh\left(\frac{\omega T_{set}}{2}\right) - \omega \sinh(\omega T_{set}) \end{array} \right] \end{aligned}$$

となり, 有限整定条件は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}'_{eq} &= 0 \\ &= \dot{\theta}_{eq}^+ + \frac{u_0}{M\omega l^2} \left(2 \sinh \left(\frac{\omega T_{set}}{2} \right) - \sinh(\omega T_{set}) \right) \end{aligned}$$

ここで $\dot{\theta}_{eq}^+$ が T_{set} に無関係に一定であるとして、これに対する変分を求めると

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\theta}'_{eq}}{\partial T_{set}} &= \frac{u_0}{Ml^2} \left(\cosh \left(\frac{\omega T_{set}}{2} \right) - \cosh(\omega T_{set}) \right) \\ &= \frac{u_0}{Ml^2} \cdot \frac{(X^3 - 1)(1 - X)}{X^2} < 0 \end{aligned} \quad (41)$$

となり、駆動期間の増大により整定条件の達成が期待できることが分かる。ただし、 $X := e^{\omega T_{set}/2} (> 1)$ とおいた。

5.2 歩行解析

Fig. 8 は T_{set} に対する \bar{Q} と $\dot{\theta}'_{eq}$ の変化をプロットしたものである。期待されたように、両者は T_{set} に対して単調減少していることが分かる。また、 $T_{set} = 0.496$ [s] 付近で \bar{Q} がゼロとなり、このとき同時に $\dot{\theta}'_{eq} = 0$ も達成されている。

この有限整定歩容の収束特性と外乱に対するロバスト性を以下に検証する。外乱として歩行中に前方へ押し出される状況を考え、第7歩めの衝突直後から0.1秒間だけトルクを4.0[N・m]増加させた。Fig. 9 は状態誤差ノルムを歩数に対してプロットしたものである。外乱の影響は第8歩めの状態誤差ノルムに現れているが、第9歩めにほぼゼロに漸近しており、強力な安定化が実現されていることが分かる。 $\bar{Q} = 0$ の評価を得ていながら1回の衝突で状態誤差が完全にゼロに到達しない不合理は、式(16)の導出過程において二次以上の誤差項を無視したことによるものである。

Fig. 10 は式(28)と式(40)で定まる制御入力により生成される歩容について、おのおのの定常歩行速度の T_{set} に対する変化を歩容生成が可能となった全範囲でプロットしたものである。前者の歩容の特徴については前章にて述べたとおりである。後者においても、 T_{set} が短くなり過ぎるとPBを突破できなくなる性質は共通している。いずれの歩容においても歩行速度は T_{set} に対して単調増加しているが、特に後者において歩容の収束性と歩行速度の間にトレードオフが存在していないことは注目すべき結果である。なお、歩幅は一定であるため歩行周期は歩行速度から逆算可能であり、いずれにおいても T_{set} に対して単調減少している。また、有効な T_{set} の範囲は大きく異なっていることも一つの特徴である。式(28)の場合は加速のみであるため駆動期間が短くても歩容生成が可能となるが、式(40)の場合は途中から減速に切り替わるため、これを含めても歩容生成(PBの突破)が可能となるよう長い駆動期間が要求されるということである。しかしながら、 T_{set} が長くなり過ぎると、減速が完了する(制御入力印加が終了する)時点で角速度が負となり、PBを突破できなくなるという現象が見られた。

5.3 三つの収束モードと状態 x'_{eq} の関係

前章において生成された安定歩容において、1サイクルあたりの状態誤差遷移関数(ポアンカレ写像)の値は $0 < \bar{Q}\bar{R} < 1$ であった。これは衝突直前あるいは衝突直後の状態誤差が、振動することなく単調に漸近収束することを意味するものである。これに対して $-1 < \bar{Q}\bar{R} < 0$ の場合は、同じく漸近収束はする

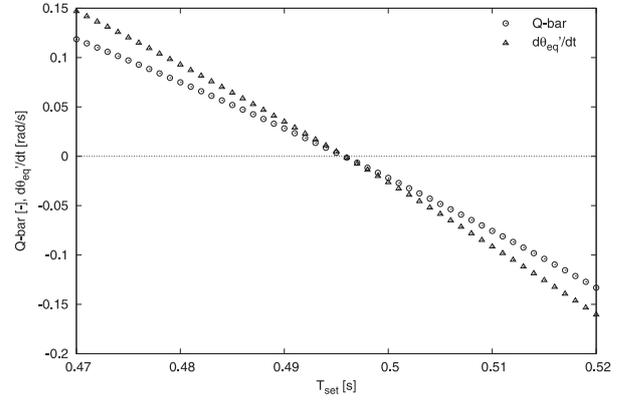


Fig. 8 \bar{Q} and $\dot{\theta}'_{eq}$ with respect to T_{set} where $u_0 = 5.0$ [N]

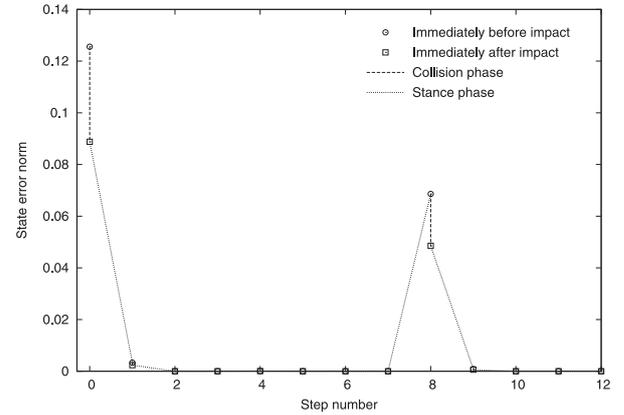


Fig. 9 Evolution of state error norm in deadbeat gait where $T_{set} = 0.496$ [s] and $u_0 = 5.0$ [N]

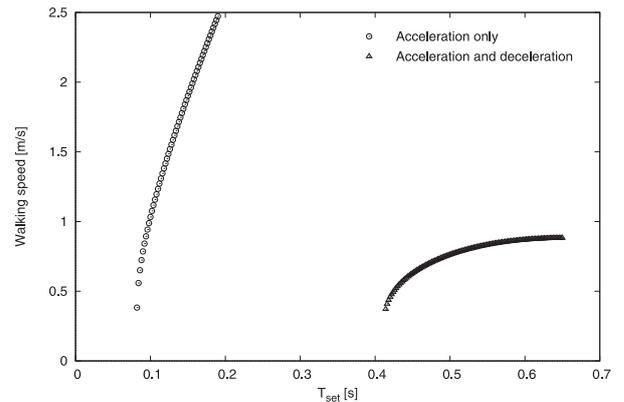


Fig. 10 Walking speeds with respect to T_{set}

が、振動しながらという特性が加わる。McGeerは前者を Speed mode、後者を Totter mode と呼んだ[1]。本章の目標は両者の間に位置する Deadbeat mode (収束性の意味で最適な歩容)を実現することであり、式(40)が有効な制御入力の一つであることが示された。

ここで、これら三つの収束モードと状態 x'_{eq} の関係についてまとめておく。前述のように、 $\dot{\theta}'_{eq}$ は T_{set} に対して ($\dot{\theta}_{eq}^+$ を定数であると見なせば) 単調減少するが、 θ_{eq} は以下のように単調増加する。

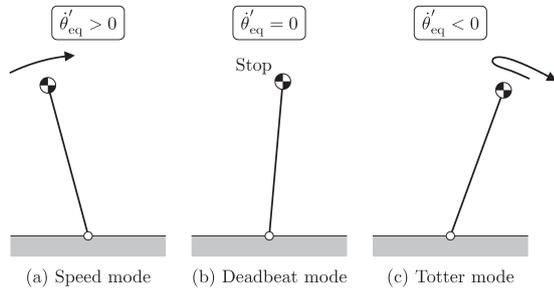


Fig. 11 Postures where $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{eq}$ in three modes of convergence

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta'_{eq}}{\partial T_{set}} &= \frac{u_0}{M\omega l^2} \left(\sinh(\omega T_{set}) - \sinh\left(\frac{\omega T_{set}}{2}\right) \right) \\ &= \frac{u_0}{M\omega l^2} \cdot \frac{(X^3 + 1)(X - 1)}{2X^2} > 0 \end{aligned}$$

ただし、 X は先と同じものである。 $\theta_{eq}^+ = -\alpha/2$ は不変であるので、 θ'_{eq} はこれを初期値として T_{set} に関して単調増加する関数であると結論される。すなわち、歩容の収束特性が Speed mode \rightarrow Deadbeat mode \rightarrow Totter mode と推移するにつれ、 θ'_{eq} は単調に増大（前傾姿勢へと変化）していく。

Fig. 11 は三つの収束モードに対応する $\mathbf{x} = \mathbf{x}'_{eq}$ の状態を表したものである。いずれも、RW を衝突直前の状態から自由運動のまま T^* [s] 遡った状態を示している。目標とする Deadbeat mode は (b) の静止状態となる。 T_{set} が歩行周期に対して短い場合、すなわち立脚相の後半で自由運動をする期間が長くなる場合には、実際に生成される歩行運動と Fig. 11 の各状態から生成される運動が、立脚相の後半において近いものとなる。したがって、 T_{set} が短く、かつ Deadbeat mode あるいは Totter mode の場合には、辛うじてポテンシャル・バリアを突破するような、スムーズでない歩容が現れることになる。特に Totter mode の場合は、Fig. 11(c) に示されるように、いったん反時計回りに（進行方向とは逆方向に）回転した後に再び前方へ倒れ込むことになるため、短い T_{set} の場合にこの歩容が現れる可能性は低いと結論される。

6. 劣駆動系への拡張

6.1 問題設定

本章の目的は、Fig. 12 に示す胴体リンク（質量を m_2 [kg]、慣性モーメントを I [kg \cdot m 2] とする）を持つ劣駆動 RW が厳密な加速度指令値により駆動される場合、これが 1 自由度の能動 RW と同様に扱えること、および立脚相において加速から減速へ移行する制御トルクの効果が劣駆動系においても有限整定歩容を生成する傾向を持つことを示すことである。

Fig. 12 のように座標系を設定すると、運動方程式は

$$\begin{bmatrix} Ml^2 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Mgl \sin \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

となり、第一行を取り出せば連結型 RW と同じものになっている。ただし、 $M := m_1 + m_2$ [kg] は全質量である。この場合も式 (28) (40) の制御入力で弾道歩行が可能であるが、 θ_2 が発散する（衝突時の胴体の姿勢が安定しない）という問題が生じ

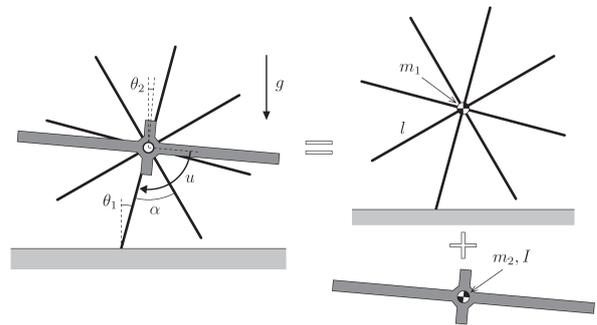


Fig. 12 Model of active rimless wheel with reaction wheel

るため、何らかの姿勢制御が必要となる。そこで本章では、衝突姿勢（境界条件）として $\theta_1^\pm = \mp\alpha/2$ 、 $\theta_2^\pm = 0$ [rad] を与え、制御出力を

$$y := \theta_1 - \theta_2 - \frac{\alpha}{2}$$

とし、立脚相において y を $-\alpha$ からゼロへと到達させる制御問題を考える。 $y = 0$ に整定した後に、胴体リンクと RW 本体が結合して 1 自由度の剛体として倒れ込めば、自動的に終端条件が達成されることとなる。これを実現し、かつ有限整定歩容生成の可能性がある制御入力生成法として、以下に述べる離散時間出力有限整定制御の適用を考える。

6.2 出力有限整定制御系設計

前章の結果より、RW 本体に対して加速から減速へとその駆動効果が変化する制御トルクが有効であろうと推察される。システムの離散化から導かれるデジタル制御入力が、実際にその効果を持つことを以下に示す。

近似線形化された運動方程式

$$\begin{bmatrix} Ml^2 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Mgl & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

を、以下、 $\mathbf{M}_0 \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}_0 \boldsymbol{\theta} = \mathbf{S} u$ と表記する。この系に対する入出力線形化を以下に行う。制御出力は $y = \mathbf{S}^T \boldsymbol{\theta} - \alpha/2$ と表され、その 2 階微分は

$$\ddot{y} = \mathbf{S}^T \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{S}^T \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{S} u - \mathbf{S}^T \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{G}_0 \boldsymbol{\theta}$$

となるので、 $\ddot{y} = v(t)$ を実現する制御入力は

$$u = \frac{v(t) + \mathbf{S}^T \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{G}_0 \boldsymbol{\theta}}{\mathbf{S}^T \mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{S}} = \frac{Ml^2 I}{Ml^2 + I} (v(t) - \omega^2 \theta_1) \quad (42)$$

で定まる。この入力を印加した RW 本体の閉ループ系ダイナミクスは、状態量ベクトルを $\mathbf{x} = [\theta_1 \ \dot{\theta}_1]^T$ とすると、 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} v(t)$ と状態空間表現できる。ただし、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \hat{\omega}^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ I/(Ml^2 + I) \end{bmatrix}, \quad \hat{\omega} = \sqrt{\frac{Mgl}{Ml^2 + I}}$$

である。この状態方程式が表しているのは、胴体リンクと一体化し、接地点回りに回転駆動力 $Iv(t)$ を印加可能な RW 本体の近似線形化された運動である。そして、相対角加速度指令値に

相当する $v(t)$ が規則的なフィードフォワード信号である場合、第4章と同様の論理展開が可能となり、 \bar{Q} は同じ計算によって式(19)の ω を $\hat{\omega}$ に置き換えたものとして求まる。さらに定常歩行周期 T^* を消去したものは式(35)と同一のものとなる。なお、運動の線形化は \bar{Q} を導くために必要な措置であり、入出力線形化はこれとは無関係に行えるものであることを付記しておく。

制御出力のダイナミクスの状態空間表現は

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v(t) \quad (43)$$

であり、 $T_{\text{set}}/2$ [s] を制御周期としてこれを離散化すると

$$\begin{bmatrix} y_{i+1} \\ \dot{y}_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_{\text{set}}/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{\text{set}}^2/8 \\ T_{\text{set}}/2 \end{bmatrix} v_i \quad (44)$$

となる。ただし、 $y_i = y(t = iT_{\text{set}}/2)$ とした。また、 v_i は $iT_{\text{set}}/2 \leq t < (i+1)T_{\text{set}}/2$ において一定値をとるデジタル制御入力信号であり、 \dot{y} に対する指令値に相当するものである。以下、式(44)を $z_{i+1} = \hat{A}z_i + \hat{B}v_i$ と表記する。状態フィードバック $v_i = Fz_i$ により実現される閉ループ系 $\hat{A} + \hat{B}F$ のすべての固有値をゼロに配置する F は

$$F = \begin{bmatrix} -\frac{4}{T_{\text{set}}^2} & -\frac{3}{T_{\text{set}}} \end{bmatrix} \quad (45)$$

で定まる。

6.3 有限整定歩容生成の可能性

本章では、胴体リンクは衝突時に RW 本体に対して機械的にロックされていることを仮定する。このとき、衝突相における角度と角速度の遷移式は次式となる。

$$\theta_1^+ = -\frac{\alpha}{2}, \quad \theta_2^+ = 0, \quad \dot{\theta}_1^+ = \dot{\theta}_2^+ = \frac{Ml^2 \cos \alpha + I}{Ml^2 + I} \dot{\theta}_1^-$$

これより状態誤差遷移関数は

$$\bar{R} = \frac{Ml^2 \cos \alpha + I}{Ml^2 + I}, \quad |\bar{R}| < 1 \quad (46)$$

となり、この場合も衝突相は安定であることが分かる。特に $I \rightarrow 0$ とすれば単体 RW のそれと同一となる。この仮定により、衝突直後の制御出力とその時間微分は $y^+ = -\alpha$, $\dot{y}^+ = 0$ となるため、離散状態量 z_0 は常に $z_0 = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 \end{bmatrix}^T$ となる。また、 v_i は

$$v_0 = Fz_0 = \frac{4\alpha}{T_{\text{set}}^2}, \quad v_1 = Fz_1 = -\frac{4\alpha}{T_{\text{set}}^2}, \quad v_i = 0 \quad (i \geq 2)$$

となる。すなわち2ステップでの整定が完了する。 v_0 は RW 本体に対する加速効果を、 v_1 は減速効果をそれぞれ持つ。ただし、 T_{set} の2乗に反比例して変化する点で前章のものと異なる。これより η は次のように求まる。

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{4\alpha}{T_{\text{set}}^2} \int_0^{T_{\text{set}}/2} e^{-As} B \, ds - \frac{4\alpha}{T_{\text{set}}^2} \int_{T_{\text{set}}/2}^{T_{\text{set}}} e^{-As} B \, ds \\ &= \frac{4I\alpha}{(Ml^2 + I)\hat{\omega}^2 T_{\text{set}}^2} \left[1 - 2 \cosh\left(\frac{\hat{\omega} T_{\text{set}}}{2}\right) + \cosh(\hat{\omega} T_{\text{set}}) \right] \\ &\quad \times \left(2 \sinh\left(\frac{\hat{\omega} T_{\text{set}}}{2}\right) - \sinh(\hat{\omega} T_{\text{set}}) \right) \end{aligned}$$

この定積分については前章のそれと同一であるが、 v_0, v_1 の分母に T_{set}^2 が含まれるため、 T_{set} に対する変化の特性がやや複雑化する。有限整定条件は

$$\begin{aligned} \dot{\theta}'_{1\text{eq}} &= \dot{\theta}_{1\text{eq}}^+ + \frac{4I\alpha}{(Ml^2 + I)\hat{\omega} T_{\text{set}}^2} \\ &\quad \times \left(2 \sinh\left(\frac{\hat{\omega} T_{\text{set}}}{2}\right) - \sinh(\hat{\omega} T_{\text{set}}) \right) = 0 \end{aligned}$$

となるが、 $\dot{\theta}'_{1\text{eq}}$ を $\dot{\theta}_{1\text{eq}}^+$ が定数であると見做して T_{set} で偏微分すると

$$\frac{\partial \dot{\theta}'_{1\text{eq}}}{\partial T_{\text{set}}} = -\frac{8I\alpha F(T_{\text{set}})}{(Ml^2 + I)\hat{\omega} T_{\text{set}}^3} \sinh^2\left(\frac{\hat{\omega} T_{\text{set}}}{4}\right) \quad (47)$$

$$F(T_{\text{set}}) = \hat{\omega} T_{\text{set}} \left(1 + 2 \cosh\left(\frac{\hat{\omega} T_{\text{set}}}{2}\right) \right) - 4 \sinh\left(\frac{\hat{\omega} T_{\text{set}}}{2}\right)$$

となる。ここで、 $F(0) = 0$ かつ

$$\frac{\partial F(T_{\text{set}})}{\partial T_{\text{set}}} = \hat{\omega} \left(1 + \hat{\omega} T_{\text{set}} \sinh\left(\frac{\hat{\omega} T_{\text{set}}}{2}\right) \right) > 0$$

であるので、 $F(T_{\text{set}})$ は T_{set} に関してゼロから単調増加する関数である。つまり常に正であると結論される。これより $\dot{\theta}'_{1\text{eq}}$ は T_{set} に関する単調減少関数であることが分かり、前章と同様に T_{set} の増大による有限整定歩容生成の可能性が期待される。

6.4 典型的歩容

Fig. 13 に $T_{\text{set}} = 0.60$ [s] における定常歩容のシミュレーション結果を示す。**Fig. 13(c)** より、制御トルク u は式(42)の重力補償項が加わることで一定値とならないが、前章同様にサイクル前半で RW 本体を加速、後半で減速するように作用していることが分かる。また(d)より、制御出力 y は2ステップで完全にゼロに整定されていることも確認できる。整定後は $v(t) = 0$ であるため、式(42)の重力補償項のみが u となって(c)のプロットに現れている。**Fig. 14** はこの歩容の一步分のスティック線図である。なお、見易さを考慮して胴体リンクの長さは相対的に短くとってある。結果より、胴体リンクは反時計回りに回転した後に RW 本体と一体となって倒れ込む様子がよく分かる。

6.5 歩行解析

Fig. 15 は \bar{Q} と $\dot{\theta}'_{1\text{eq}}$ を T_{set} に対してプロットしたものである。予測されたように、いずれも T_{set} の増加に伴い単調減少しており、収束特性が Speed mode \rightarrow Deadbeat mode \rightarrow Totter mode と遷移している。全体的に両者の差が小さく、 $T_{\text{set}} = 0.75$ [s] 付近で同時にゼロになる様子が見え難いが、前章と同様の結果が現れている。

Fig. 16 は安定な歩行が可能となったすべての T_{set} に対して、歩行周期と歩行速度をプロットしたものである。なお、前述の通り、歩幅が一定であるため歩行速度と歩行周期は互いに逆算可能な関係にあるが、ここでは確認のため両者をプロットした。前章の結果と異なり、この場合は T_{set} に対して歩行速度が単調に減少している。これは制御入力の特異性が異なる (v_i が u に変換された上で印加される) ことに起因するものであるが、より本質的な理由は、床面に対して直接的に駆動力を生成できないためであると説明できよう。歩容の収束性と歩行速度の間のトレードオフは、劣駆動系に特有の性質であると言える。 T_{set}

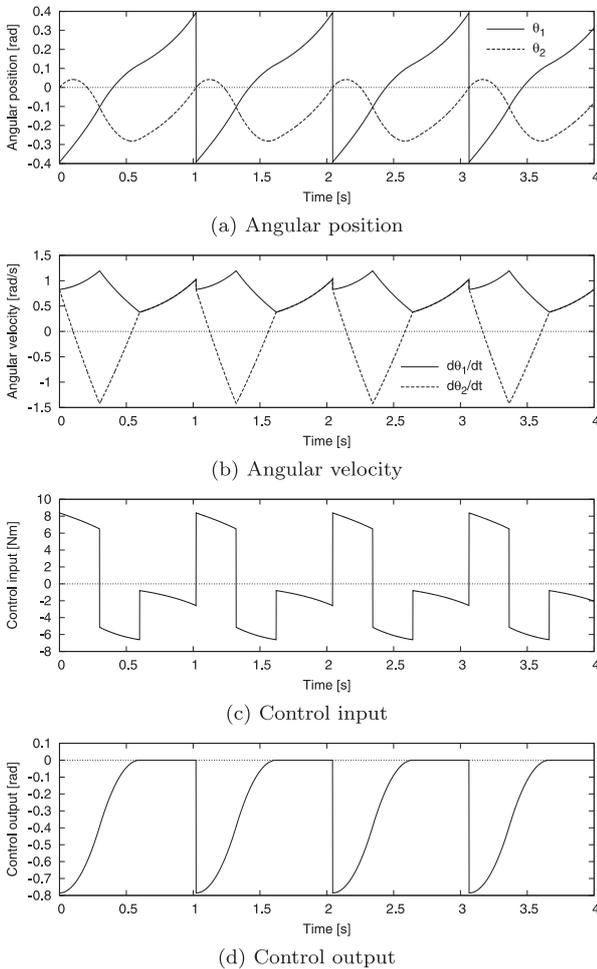


Fig. 13 Simulation results of dynamic walking by output dead-beat control where $T_{set} = 0.60$ [s]

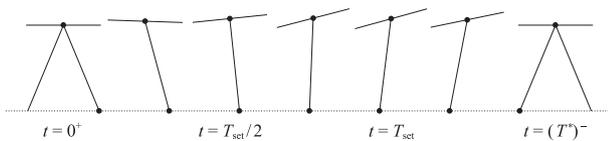


Fig. 14 Stick diagram for steady gait

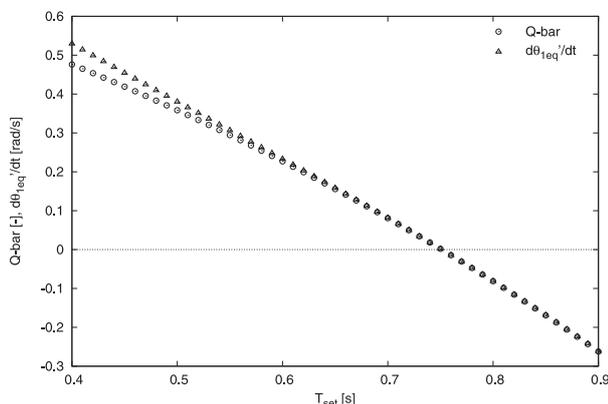


Fig. 15 \bar{Q} and $\dot{\theta}'_{1eq}$ with respect to T_{set}

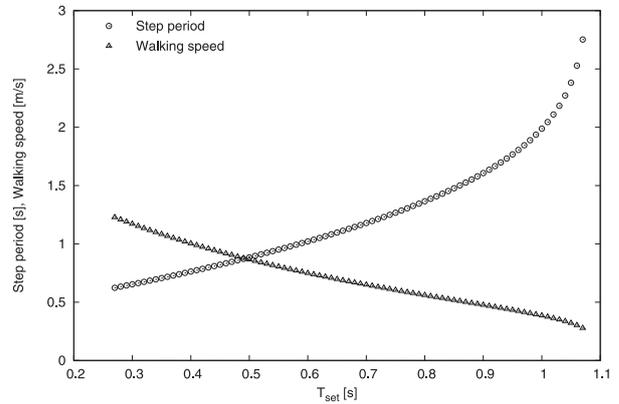


Fig. 16 Step period and walking speed with respect to T_{set}

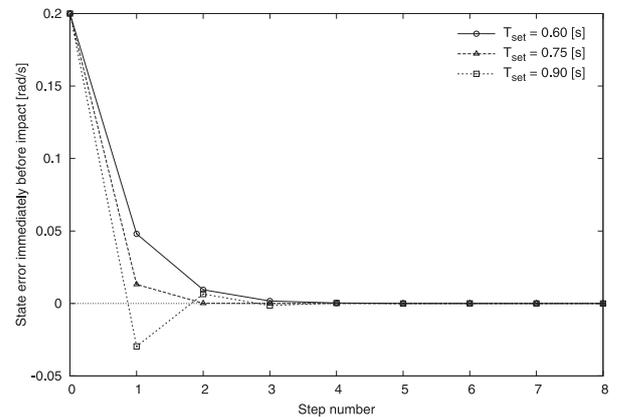


Fig. 17 Evolutions of state errors immediately before impact for three values of T_{set}

が 1.07 [s] を超えると v_0 の減少により PB の突破が困難になり、安定歩容生成は不可能となった。逆に T_{set} が短くなると、 v_0 から v_1 に切り替わった直後に床反力が負になることで歩行運動が成立しなくなった。本モデルでは T_{set} が 0.27 [s] よりも短くなるとこの現象が観測された。

Fig. 17 は三とおりの T_{set} における状態誤差 $\Delta\dot{\theta}_{1i}^-$ の歩数に対する変化をプロットしたものである。比較しやすいように、各歩容における初期角速度は、その定常値よりも 0.20 [rad/s] だけ大きい値に設定した。結果より、各モードの特徴を確認することができる。

7. まとめと今後の課題

本論文では単体 RW として扱える歩行モデルの受動歩行・弾道歩行に内在する安定原理について考察し、得られた結果を基に有限整定歩容生成手法を提案した。また歩行解析を通して、支持脚交換の衝突後に加速から減速へと駆動効果が切り替わる制御トルクが有限整定歩容を生成する傾向を持つことを明らかにした。

1 自由度の受動・能動 RW は遊脚自由度を持たない最も単純な歩行モデルであり、前章で考察した劣駆動 RW も本体と胴体のダイナミクスを分離して扱える特殊な（限定された）モデルである。これらと同様の性質が劣駆動 2 脚歩行系 [9] において

も成り立つか、その見極めは次なる課題である。また、本論文では θ_{eq}^+ や $\theta_{1\text{eq}}^+$ が T_{set} の変化に影響されないことを仮定して議論を進めたが、実際にはこれは成り立たない。つまり式 (41) (47) が負になることは必要条件ではない。 $\partial\theta_{\text{eq}}^+/\partial T_{\text{set}}$ や $\partial\theta_{1\text{eq}}^+/\partial T_{\text{set}}$ の性質を解析的に知ることが設計論の確立へ向けての課題である。

本論文では共通して、 η が定数ベクトルとなる厳密な加速度指令値により駆動される歩行系を扱った。しかしながら、実装においては必ず軌道追従誤差が存在するため、これを考慮した安定性解析が不可欠となる。PD フィードバックや不確定性を含む歩行系への理論の拡張についても、今後検討を進めていかなければならない。

謝辞 本研究の一部は平成 24 年度日本学術振興会科学研究費助成事業基盤研究 (C) (課題番号: 24560542) の助成を受けて行われました。

参 考 文 献

- [1] T. McGeer: "Passive dynamic walking," Int. J. of Robotics Research, vol.9, no.2, pp.62–82, 1990.
- [2] M. J. Coleman, A. Chatterjee and A. Ruina: "Motions of a rimless spoked wheel: a simple three-dimensional system with impacts," Dynamics and Stability of Systems, vol.12, iss.3, pp.139–159, 1997.
- [3] 田崎, 井村: "平面受動 2 足歩行における足形状の省エネルギー効果の考察", 日本ロボット学会誌, vol.23, no.1, pp.131–138, 2005.
- [4] 浅野, 羅, 山北: "Rimless Wheel の安定原理に基づくコンパス型 2 足ロボットの漸近安定歩容生成", 日本ロボット学会誌, vol.26, no.4,

pp.351–362, 2008.

- [5] A. Goswami, B. Thuilot and B. Espiau: "A study of the passive gait of a compass-like biped robot: symmetry and chaos," Int. J. of Robotics Research, vol.17, iss.12, pp.1282–1301, 1998.
- [6] F. Asano: "Stability analysis of passive compass gait using linearized model," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.557–562, 2011.
- [7] 細江, 武市, 熊井, 伊藤: "高ゲインフィードバックによる 2 足歩行の安定解析", 計測自動制御学会論文集, vol.22, no.9, pp.948–954, 1986.
- [8] J.W. Grizzle, G. Abba and F. Plestan: "Asymptotically stable walking for biped robots: Analysis via systems with impulse effects," IEEE Trans. on Automatic Control, vol.46, no.1, pp.51–64, 2001.
- [9] 浅野: "線形化モデルを用いた劣駆動 2 脚歩容の安定性解析", 日本ロボット学会誌, vol.30, no.4, pp.391–398, 2012.
- [10] 浅野, 井上, 田中, 徳田: "連結型 Rimless Wheel の受動歩行とその性能解析—前後脚間の位相差の調節による高速化—", 日本ロボット学会誌, vol.30, no.1, pp.107–116, 2012.



浅野文彦 (Fumihiko Asano)

2002 年東京工業大学大学院理工学研究科制御工学専攻博士後期課程修了。同年理化学研究所バイオ・ミメティックコントロール研究センター環境適応ロボットシステム研究チーム研究員。2008 年 10 月より北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科准教授。現在に至る。博士 (工学)。ロボティクス、制御工学の研究に従事。計測自動制御学会、システム制御情報学会、IEEE の会員。(日本ロボット学会正会員)