

Title	超多自由度マニピュレータの力制御: マニピュレータ全体のインピーダンス制御
Author(s)	古長谷, 徹
Citation	
Issue Date	1999-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/1241">http://hdl.handle.net/10119/1241</a>
Rights	
Description	Supervisor: 藤田 政之, 情報科学研究科, 修士

# 修士論文

## 超多自由度マニピュレータの力制御： マニピュレータ全体のインピーダンス制御

指導教官 藤田政之 助教授

北陸先端科学技術大学院大学  
情報科学研究科情報システム学専攻

古長谷 徹

710045

1999年2月15日

# 目次

<b>1</b>	<b>はじめに</b>	<b>1</b>
1.1	背景と目的	1
1.2	従来研究	2
1.3	研究内容	3
1.4	本論文の構成	3
<b>2</b>	<b>準備</b>	<b>4</b>
2.1	超多自由度マニピュレータの運動学	4
2.2	超多自由度マニピュレータの動力学	7
2.3	形状の一致と形状ヤコビアン	8
2.3.1	形状の一致	8
2.3.2	形状ヤコビアン	10
<b>3</b>	<b>全体のインピーダンス制御</b>	<b>12</b>
3.1	手先のインピーダンス制御	12
3.2	外力に関する仮定	14
3.3	制御目標	15
3.4	曲線パラメータ推定	17
3.4.1	曲線パラメータ推定値の導入	17
3.4.2	2次の曲線パラメータ推定器	18
3.5	マニピュレータ全体のインピーダンス制御則	20
3.6	制御則の再帰的表現	21
3.7	制御則の比較	25
3.7.1	超多自由度マニピュレータの形状制御則との相違	25
3.7.2	従来の手先インピーダンス制御則との相違	26

3.8	シミュレーション	27
4	インピーダンス方程式の拡張	31
4.1	環境からのモーメントの考慮	31
4.2	姿勢に対するインピーダンス方程式	32
4.3	姿勢の誤差	35
4.4	全体インピーダンスへの拡張とその問題点	36
5	おわりに	39
A	再帰的表現の計算式	44
B	シミュレーション環境の構築	48
B.1	単体の剛体の自由落下	48
B.2	超多自由度マニピュレータへの拡張	49

# 目 次

2.1	Structure of HDOF-manipulator . . . . .	5
2.2	Serial connection of links and joints . . . . .	6
3.1	Whole Arm Contact . . . . .	15
3.2	Manipulator movement(インピーダンス制御なし) . . . . .	29
3.3	Estimated shape error and shape error velocity(インピーダンス制御なし) . . . . .	29
3.4	Manipulator movement(インピーダンス制御あり) . . . . .	30
3.5	Estimated shape error and shape error velocity(インピーダンス制御あり) . . . . .	30
B.1	Free fall of rigid body . . . . .	49
B.2	case 1 . . . . .	50
B.3	case 2 . . . . .	50
B.4	case 3 . . . . .	51
B.5	case 4 . . . . .	51
B.6	case 5 . . . . .	51
B.7	case 6 . . . . .	51
B.8	case 7 . . . . .	51
B.9	case 8 . . . . .	51

# 第 1 章

## はじめに

### 1.1 背景と目的

近年、ロボットマニピュレータは産業界だけでなく医療、福祉、アミューズメント施設まで、多くの分野で利用され、生活に必要不可欠である。現在、ロボットマニピュレータが産業分野での溶接や塗装、部品の加工や着脱などの単純作業に対して活躍し、生産ラインの自動化・製品の大量生産など多大な実績をあげている。さらに今後は、非産業分野などでの複雑で高度な作業に対してもロボットマニピュレータの活躍が期待されている。例えば、複雑な障害物回避を必要とする悪環境・未知環境での探索作業、高度な安全性・柔軟な接触法を必要とする老人介護ロボットに求められる人と接触作業などである。

複雑で高度な作業をマニピュレータに行なわせる方法の 1 つに従来と異なる形態のマニピュレータの開発がある。産業分野で多く用いられるロボットマニピュレータと異なり、多くの自由度を持ち、様々な柔軟な動きのできるマニピュレータに超多自由度マニピュレータがある。超多自由度マニピュレータは、その多くの自由度を利用して、複雑な障害物回避や、マニピュレータ全体で物体を把持するなど多くの潜在的な能力がある。

マニピュレータに期待される複雑で高度な作業を達成させるための 1 つの提案として、豊富な能力を有する超多自由度マニピュレータにおける、マニピュレータ全体での物体操作に着目する。マニピュレータ全体での器用な物体操作を行なうには、マニピュレータ全体で物体把持が求められる。物体把持は物体に対して力を与えることであり、マニピュレータ全体での物体把持には、マニピュレータ全体で物体に力を与える必要がある。

そこで、本研究では、超多自由度マニピュレータ全体で物体把持を行なうためのマニピュレータ全体での力制御に関する提案をする。

## 1.2 従来研究

マニピュレータ全体を用いた様々な大きさや形状の自由自在な物体把持を達成するために、従来マニピュレータにはない、次のような制御を考える必要がある。

- マニピュレータ全体を任意の対象物体の形状に合わせる形の制御。
- 対象物体に力を加える制御。

したがって、これらの制御に関する従来研究を見てみる。

マニピュレータ全体を任意の対称物体の形状に合わせる制御では、マニピュレータの関節の数を従来のマニピュレータより多く持たせた超多自由度マニピュレータに関して望山が形状制御を提案した [8]。形状制御とは、超多自由度マニピュレータの手先位置だけでなく、全ての関節位置を制御する手法である。従来のマニピュレータでは制御目標は手先の位置姿勢であったのに対して、この形状制御では、制御目標はマニピュレータの形状である。そして目標となる形状を空間内のパラメトリック曲線として与えている。任意の空間曲線の上にマニピュレータの各関節を正確にのせることは困難であるため、形状制御では、その曲線のパラメータの推定とマニピュレータの制御と同時に行ないながらマニピュレータの制御を達成している。この形状制御の達成により、マニピュレータを任意の物体の形状に合わせることが可能になる。

一方、マニピュレータの力制御は 1980 年代後半からいくつかの手法が提案され、実機での検証がなされている [1]。代表的なものとして、Salisbury による剛体 (コンプライアンス) 制御 [11]、Hogan によるインピーダンス制御 [5],[15],[16],[17]、Raibert と Craig らによるハイブリッド制御 [10]、Luh、Walker と Paul および、Shin と Lee による分解加速度力制御 [7],[13] などがある。これらの力制御の中でもインピーダンス制御は、自由運動と対象物との接触運動のいずれにも同じ制御則を用いるため、理解しやすいという特徴を持つ。インピーダンス制御は作業に応じた望ましいインピーダンス (剛性特性、減衰特性、慣性特性) をマニピュレータに持たせ目標位置制御を基本としつつも、外界との拘束条件により適切にインピーダンスの大きさを決定し、環境との相互作用をうまく制御するものである。これにより、マニピュレータが環境に対して適切な力を与えることができる。

また、マニピュレータ全体を用いて物体を把持するという概念は、1987 年に Salisbury により Whole Arm Manipulation という名で提案されている [12]。しかしながら、これは概念的な提案に留まり、具体的な制御方法に関しては述べられていない。

従来の形状制御の達成により、マニピュレータを任意の物体の形状に合わせる制御が可能になり、また、従来の力制御により物体に力を与えることが可能になる。それぞれ個々

には、従来の形状制御、力制御で達成されている。

そこで、本研究では、個々に達成されている物体形状に合わせる制御、物体に力を与える制御を同時に考慮した制御方法を考える。

### 1.3 研究内容

本研究では、従来マニピュレータの手先に関して達成されていたインピーダンス制御を形状制御に基づきマニピュレータ全体に拡張することで、マニピュレータ全体の力制御を達成する。手先のインピーダンス制御では、手先に関してのみインピーダンスを設定していたため、マニピュレータの可到達空間内の任意の点に目標点を与えられた。しかし、マニピュレータ全体にインピーダンスを設定することを考える場合、マニピュレータの運動学的拘束より、空間内の任意の点にインピーダンスを設定することはできない。この問題の解決法に、形状制御で使用した空間曲線を用いることを考える。

マニピュレータ全体のインピーダンスを設定し、手先のインピーダンス制御を超多自由度マニピュレータに素直に拡張すると、次の2つの欠点がある。1つは、超多自由度マニピュレータの自由度の多さに起因する制御則の計算量の多さ。もう1つは、超多自由度マニピュレータの特殊な運動学に起因する制御則の扱いにくさである。この欠点を解決するために、形状制御で用いられていた曲線パラメータ推定則を用いる。

また、得られた制御則を従来の手先のインピーダンス制御、形状制御と定性的な比較を行ない、さらに得られた制御則をシミュレーションにより確認し、制御則の有用性を明らかにする。

最後に、より一般的なマニピュレータ全体のインピーダンス制御に拡張するための考察を行ない、問題点を明らかにする。

### 1.4 本論文の構成

2章では、超多自由度マニピュレータの運動学、動力学を示し、形状ヤコビアンと呼ばれる超多自由度マニピュレータ特有のヤコビ行列について説明する。3章では、本研究の本題となる、曲線パラメータ推定則を用いたマニピュレータ全体の力制御に関して述べ、従来の形状制御、インピーダンス制御との相違点を述べる。また、提案する制御則をシミュレーションで検証する。第4章では、第3章で考慮しなかった環境からのモーメントの影響を含んだマニピュレータ全体のインピーダンス制御則について考察する。そして、最後に5章では、本研究で得られて結果について考察し、現時点での問題点、今後の課題について述べる。



# 第 2 章

## 準備

本章では、本研究で用いる 2 自由度関節を持つシリアル型超多自由度マニピュレータの運動学、動力学を示し、形状ヤコビアンと呼ばれるヤコビ行列について説明する。

まず、2.1節では、超多自由度マニピュレータの全体の構造を示し、各リンク、関節の関係を表す。次に各リンク、関節の関係をを用いてリンク速度を表現する。続く、2.2節では、まず、リンク速度を用いて Newton-Eular 法による超多自由度マニピュレータの動力学を説明し、その後 Lagrange 法による動力学を示す。2.3節では、マニピュレータの各関節が到達する目標である、目標形状について説明し、超多自由度マニピュレータ特有のヤコビ行列である、形状ヤコビアンについて説明する。

### 2.1 超多自由度マニピュレータの運動学

本研究で用いる超多自由度マニピュレータの構造を Fig.2.1に示す。このマニピュレータは、2 自由度関節を  $n$  個持ち、各関節をシリアルに結合したタイプの多自由度マニピュレータである。マニピュレータは、その一端が”base”に固定され他方が自由端になっている。また、リンクは base に近い方から、link 0,  $\dots$ , link  $n$  とし、同様に、関節は base に近い方から、joint 1,  $\dots$ , joint  $n$  となっている。

マニピュレータの各リンクおよびジョイントの構成の詳細は文献 [8] を用いるが、ここでは、その特徴と重要な表記に関して簡単に述べておく。超多自由度マニピュレータでは、次に挙げる関係が成り立つような表記法を用いる。

各関節は 2 つの回転自由度を持っている。ここで、第  $i$  関節の 2 つの回転軸を  $\mathbf{a}_{s,i}, \mathbf{a}_{m,i} \in \mathbb{R}^3$  とし、それぞれサブ軸、メイン軸と呼ぶ。また、それぞれの関節角度を  $\theta_{s,i}, \theta_{m,i} \in \mathbb{R}$  とする。

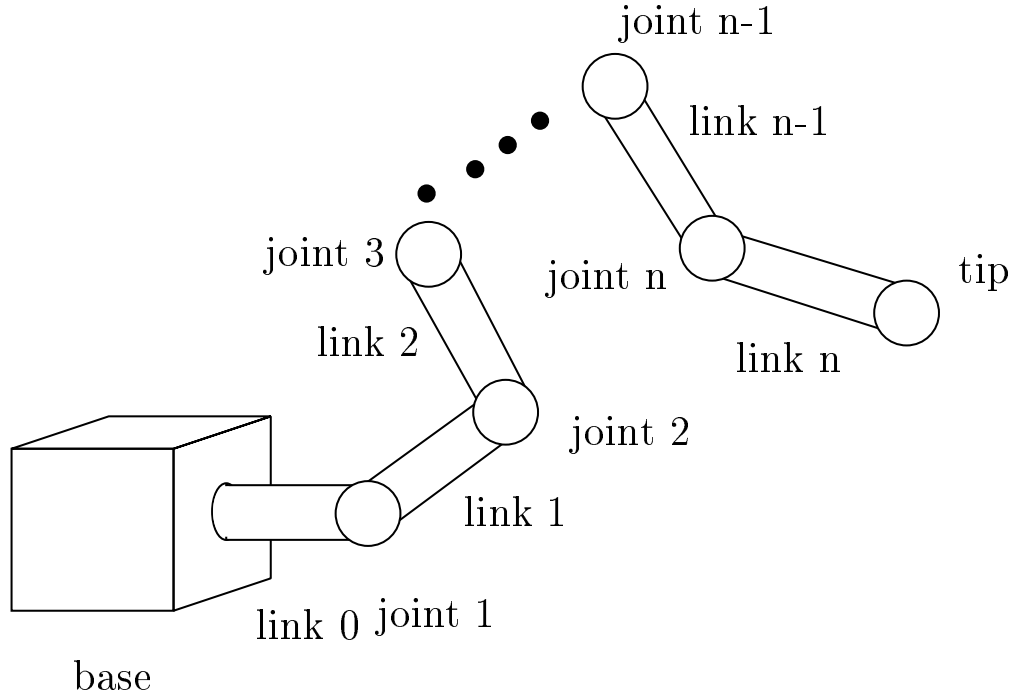


Fig. 2.1: Structure of HDOF-manipulator

隣合うリンクは、関節によって Fig.2.2 の様に結合されている。ここで、 $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^3$ 、 $\mathbf{p}_{i-1} \in \mathbb{R}^3$  をリンク位置と呼び、リンク位置にとり付けられたリンク座標をそれぞれ  $\Phi_i \in SO(3)$ 、 $\Phi_{i-1} \in SO(3)$  とする。ただし、各リンク座標はリンクの長さ方向に  $x$  軸を合わせている。隣合うリンク位置には以下の関係がある。

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_{i-1} + l_i \Phi_i \mathbf{e}_x \quad (2.1)$$

ここで、 $\mathbf{e}_x \in \mathbb{R}^3$  は  $x$  軸方向の単位ベクトルであり、 $l_i \in \mathbb{R}$  は第  $i$  リンクの長さである。また、隣合うリンク座標には以下の関係がある。

$$\Phi_i = \Phi_{i-1} \mathbf{R}_{w,i} \quad (2.2)$$

ここで、 $\mathbf{R}_{w,i} \in SO(3)$  は次式のようにサブ軸、メイン軸についての回転行列  $\mathbf{R}(\mathbf{a}_{s,i}, \theta_{s,i})$ 、 $\mathbf{R}(\mathbf{a}_{m,i}, \theta_{m,i}) \in SO(3)$  の積で表される。

$$\mathbf{R}_{w,i} = \mathbf{R}(\mathbf{a}_{s,i}, \theta_{s,i}) \mathbf{R}(\mathbf{a}_{m,i}, \theta_{m,i}) \quad (2.3)$$

関節角度が時間の関数である場合を考える。ここで、第  $i$  リンク座標の時間微分は、次

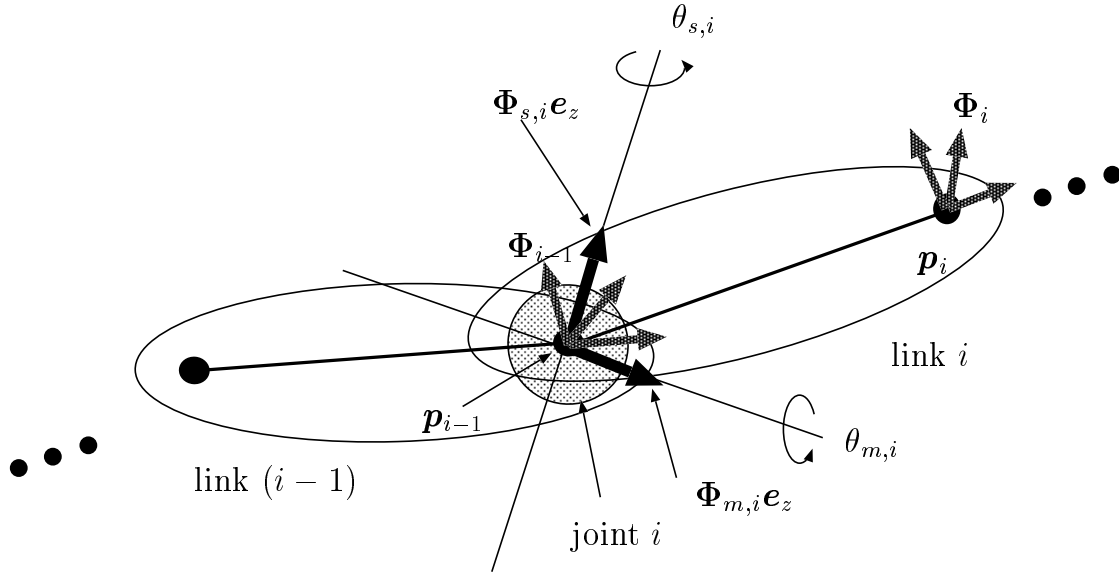


Fig. 2.2: Serial connection of links and joints

式で表される。

$$\dot{\Phi}_i = [\omega_i \times] \Phi_i \quad (2.4)$$

ただし、 $\omega_i \in \mathfrak{R}^3$ は第  $i$  リンクの角速度であり次式で定義される。

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \Phi_{i-1} a_{s,i} \dot{\theta}_{s,i} + \Phi_i a_{m,i} \dot{\theta}_{m,i} \quad (2.5)$$

また、第  $i$  関節角度ペア  $\theta_i \in \mathfrak{R}^2 (i = 1, \dots, n)$ 、第  $i$  関節軸ペア  $A_i \in \mathfrak{R}^{3 \times 2} (i = 1, \dots, n)$  を次のように定義する。

$$\theta_i := \begin{bmatrix} \theta_{s,i} \\ \theta_{m,i} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$A_i := \begin{bmatrix} R_{w,i}^T a_{s,i} & a_{m,i} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

これにより、式(2.5)の第  $i$  リンク角速度は、次のように表現できる。

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \Phi_i A_i \dot{\theta}_i \quad (2.8)$$

同様に第  $i$  リンク座標から見た局所的な第  $i$  リンク角速度  ${}^i\omega_i \in \mathfrak{R}^3$  は以下のように表現できる。

$${}^i\omega_i = R_{w,i}^T {}^{i-1}\omega_{i-1} + A_i \dot{\theta}_i \quad (2.9)$$

## 2.2 超多自由度マニピュレータの動力学

ここでは、マニピュレータの動力学を示す一般的な方法として用いられる、Newton-Euler 法と Lagrange 法の 2 つの方法の表記を試みる。

Newton-Euler 法に基づいて、マニピュレータの各関節に加わる外力  $f_{e,i} \in \mathbb{R}^3$  と各関節に作用するトルク  $\tau_i$  の関係を明らかにする。

$m_i$ 、 $r_i$ 、 $I_i$  をそれぞれ、base 座標に対する第  $i$  リンクの質量、質量中心、慣性テンソルとする。ここで、第  $i$  リンクの質量中心の位置は、次式で表現される。

$$p_{c,i} := p_{i-1} + r_i \quad (2.10)$$

Newton-Euler 方程式は次式で与えられる。

$$f_i = m_i \ddot{p}_{c,i} + f_{e,i} + f_{i+1} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} n_i = & I_i \dot{\omega}_i + \omega \times (I_i \omega_i) + r_i \times (m_i \ddot{p}_{c,i}) \\ & + (l_i \Phi_i e_x) \times f_{i+1} + (l_i \Phi_i e_x) \times \sum_{j=i}^n f_{e,j} + n_{i+1} \end{aligned} \quad (2.12)$$

ここで、 $f_i \in \mathbb{R}^3$ 、 $n_i \in \mathbb{R}^3$  は、それぞれ、第  $i$  リンクに作用する力とモーメントであり、 $f_{e,i} \in \mathbb{R}^3$  は第  $i$  リンクに作用する外力である。ここで、第  $i$  関節のトルクを  $u_i := [u_{s,i} \ u_{m,i}]^T \in \mathbb{R}^2$  とすると  $u_i$  は、式 (2.7) を用いて次式で表現できる。

$$u_i = A_i^T \Phi_i^T n_i \quad (2.13)$$

ここで、 $u_i$  を第  $i$  関節トルクペアと呼ぶ。

また、第  $i$  リンク座標から見た局所的な表現を以下に示す。

${}^i r_i$ 、 ${}^i I_i$  をそれぞれ、第  $i$  リンク座標に対する  $i$  番目の質量中心、慣性テンソルとする。第  $i$  リンクの質量中心の位置は、次式で表現される。

$${}^i p_{c,i} := R_{w,i}^T {}^i p_{i-1} + {}^i r_i \quad (2.14)$$

${}^i r_i$  が定数ベクトルであるため、Newton-Euler 方程式の局所的な表現は次式で与えられる。

$${}^i f_i = m_i {}^i \ddot{p}_{c,i} + R_{w,i+1} {}^{i+1} f_{e,i} + R_{w,i+1} {}^{i+1} f_{i+1} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} {}^i n_i = & {}^i I_i {}^i \dot{\omega}_i + {}^i \omega \times ({}^i I_i {}^i \omega_i) + {}^i r_i \times (m_i {}^i \ddot{p}_{c,i}) \\ & + l_i e_x \times R_{w,i+1} {}^{i+1} f_{i+1} + l_i e_x \times \sum_{j=i}^n R_{w,j} {}^j f_{e,j} + R_{w,i+1} {}^i n_{i+1} \end{aligned} \quad (2.16)$$

$u_i$ は次式で表現できる。

$$u_i = A_i^{T_i} n_i \quad (2.17)$$

ここで、 ${}^i f_i \in \mathbb{R}^3$ 、 ${}^i n_i \in \mathbb{R}^3$ は、それぞれ、力とモーメントの局所的な表現である。

もう一つの動力学の表現手法として Lagrange 法を示す。

本稿で用いる超多自由度マニピュレータの動力学は摩擦を無視した次式のモデルを使用する。

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = u + \tau_e \quad (2.18)$$

ここで、 $M(\theta) \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ は慣性行列、 $C(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ はコリオリ行列、 $g(\theta) \in \mathbb{R}^{2n}$ は重力の影響を表すベクトルである。ここで $\theta := [\theta_1^T, \dots, \theta_n^T]^T \in \mathbb{R}^{2n}$ であり、 $\theta_i \in \mathbb{R}^2$ は第  $i$  関節の回転角度である。また $u := [u_1^T, \dots, u_n^T]^T \in \mathbb{R}^{2n}$ であり、 $u_i \in \mathbb{R}$ は第  $i$  関節への入力トルクである。さらに $\tau_e := [\tau_{e,1}^T, \dots, \tau_{e,n}^T]^T \in \mathbb{R}^{2n}$ であり、 $\tau_{e,i} \in \mathbb{R}^2$ は外部から働く外力によって第  $i$  関節に作用するトルクベクトルである。

この動力学は、次の性質を持つ [3]。

性質 1 マニピュレータ動力学

1. 任意の $\theta$ に対して $M(\theta)$ が正定である。
2. 行列 $\dot{M}(\theta, \dot{\theta}) - 2C(\theta, \dot{\theta})$ は任意の $\theta$ と $\dot{\theta}$ に対してひずみ対称である。

## 2.3 形状の一致と形状ヤコビアン

従来のマニピュレータでは、手先の位置姿勢を制御の目標としていたのに対し、超多自由度マニピュレータでは、マニピュレータの形状を目標とする。そこで、ここでは、マニピュレータの形状が目標の形状に一致するということの定義を局所的な Newton-Eular 形式の表現と巨視的な Lagrange 形式で与え、次の第 3章で用いる形状ヤコビアンを導出する。

### 2.3.1 形状の一致

マニピュレータの形状と空間曲線の形状というのは直感的に理解することができる。マニピュレータの形状を表現する方法として、パラメトリックな空間曲線を用いる。空間曲

線を用い、その空間曲線の上にマニピュレータの各リンク位置をのせることにより、マニピュレータの形状を幾何学的に扱う。この両者の間の関係は、文献 [8] で明確に述べられている。

用いる空間曲線  $c = c(\sigma, t)$  を  $\mathfrak{R} \times \mathfrak{R}_+$  から  $\mathfrak{R}^3$  への写像として、次式のように与える。

$$c(\sigma, t) : \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}_+ \rightarrow \mathfrak{R}^3 \quad (2.19)$$

ただし、 $\sigma \in \mathfrak{R}$  は曲線を形作るパラメータとし、曲線パラメータと呼ぶ。

別の見方をすれば、時刻  $t \in \mathfrak{R}_+$  におけるパラメータ  $\sigma$  が実上を動く時、その像  $c(\sigma, t)$  が  $\mathfrak{R}^3$  内の曲線  $\{c(\sigma, t) \in \mathfrak{R}^3 | \sigma \in \mathfrak{R}\}$  になることを示している。

また、ここで空間曲線  $c$  に以下の仮定をおく。

- 写像  $c$  は、 $\mathfrak{R} \times \mathfrak{R}_+$  内で  $C^2$  級の関数である。
- 任意の時刻  $t$  において  $c(0, t) = \mathbf{o}$  である。  
すなわち、任意の時刻において原点を通過する。

この空間曲線  $c(\sigma, t)$  によって目標形状が与えられたとする。ここで、超多自由度マニピュレータが目標形状に一致するということは、超多自由度マニピュレータの全てのリンク位置が目標形状の上にあるということである [8]。これは次のように表現できる。

$$\forall i \in 1, \dots, n \quad \mathbf{p}_i(\boldsymbol{\theta}) = c(\sigma_i^*, t) \quad (2.20)$$

ここで、 $\sigma_i^* (i = 1, \dots, n)$  は次式の解である。

$$c(\sigma_i^*, 0) = \mathbf{o}, \quad (2.21)$$

$$\|c(\sigma_i^*, t) - c(\sigma_{i-1}^*, t)\| = l_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.22)$$

また、 $c(\sigma_i^*, t)$  はマニピュレータの運動学的拘束下にあるため  $\sigma_0^* = 0$  であり、 $l_i$  は各リンクの長さ、 $\|\cdot\|$  はベクトルの Euclid ノルムを表す。

さらに、式 (2.1) より、マニピュレータの運動学拘束は次式のように書ける。

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{o}, \quad (2.23)$$

$$\|\mathbf{p}_i(\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{p}_{i-1}(\boldsymbol{\theta})\| = l_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.24)$$

これにより、式 (2.21) と式 (2.22) は  $c(\sigma_i^*, t)$  を  $\mathbf{p}_i$  に置き換えたもので与えることができる。

### 2.3.2 形状ヤコビアン

2.3.1節では、形状の一致を局所的な Newton-Eular 形式の表現で表した。ここでは、巨視的な Lagrange 形式で与える。それにより、形状ヤコビアンと呼ばれる特殊なヤコビ行列を得る。

式(2.20)は、次に示すような、より簡潔な表現をすることが出来る。 $p(\theta) \in \mathbb{R}^{3n}$ を全てのリンク位置 $p_1(\theta) \cdots p_n(\theta)$ を並べたものとして次式のように定義する。

$$p(\theta) := \begin{bmatrix} p_1(\theta) \\ \vdots \\ p_n(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

また同様に、 $p_d(\sigma, t) \in \mathbb{R}^{3n}$ を与えられる曲線上の位置 $c(\sigma_1, t) \cdots c(\sigma_n, t)$ を並べたものとして次式のように定義する。

$$p_d(\sigma, t) := \begin{bmatrix} c(\sigma_1, t) \\ \vdots \\ c(\sigma_n, t) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

ここで、 $\sigma_i \in \mathbb{R} (i = 1, \dots, n)$ は、変数(式(2.22)の解ではない)であり $\sigma := [\sigma_1, \dots, \sigma_n]^T \in \mathbb{R}^n$ である。さらに、これらの差を $e(q, t) \in \mathbb{R}^{3n}$ として定義する。

$$e(q, t) := p(\theta) - p_d(\sigma, t) \quad (2.27)$$

ここで、 $q := [\theta^T \sigma^T]^T \in \mathbb{R}^{3n}$ であり、 $\sigma$ は、曲線パラメータである。ここで、 $p(\theta)$ をマニピュレータ形状、 $p_d(\sigma, t)$ を目標形状、 $e(q, t)$ を形状誤差と呼ぶ。これにより、式(2.20)のより簡潔な表現を得る。

$$e(\theta, \sigma^*, t) = \mathbf{0} \quad (2.28)$$

ここで $\theta$ と $\sigma$ が時間の関数とすると、時間 $t \in \mathbb{R}_+$ に対して微分可能であり、 $e$ の時間微分は以下ようになる。

$$\dot{e}(q, \dot{q}, t) = J(q, t)\dot{q} - \frac{\partial p_d}{\partial t}(\sigma, t) \quad (2.29)$$

ここで、行列 $J(q, t) \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ は次式で定義される。

$$J(q, t) := \begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta) & - \frac{\partial p_d}{\partial \sigma}(\sigma, t) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_1}{\partial \theta_{s,1}} & \frac{\partial \mathbf{p}_1}{\partial \theta_{m,1}} & 0 & \cdots & 0 & -\frac{\partial \mathbf{C}(\sigma_1, t)}{\partial \sigma_1} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots & 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & 0 & \vdots & & \ddots & 0 \\ \frac{\partial \mathbf{p}_n}{\partial \theta_{s,1}} & \frac{\partial \mathbf{p}_n}{\partial \theta_{m,1}} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{p}_n}{\partial \theta_{m,n}} & \frac{\partial \mathbf{p}_n}{\partial \theta_{s,n}} & 0 & \cdots & 0 & -\frac{\partial \mathbf{C}(\sigma_n, t)}{\partial \sigma_n} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

ここで、 $J(\mathbf{q}, t)$  は形状ヤコビアンと呼ぶ。ここで、形状ヤコビアンに以下の操作を加えることで、より扱い易い下三角  $3 \times 3$  行列にすることができる。式 (2.30) に変換行列  $P \in \mathfrak{R}^{3n \times 3n}$  を作用させる。

$$\begin{aligned} P &:= (\mathbf{I}_{2n,2n+1} \mathbf{I}_{2n-1,2n} \cdots \mathbf{I}_{34}) \cdot (\mathbf{I}_{2n+1,2n+2} \mathbf{I}_{2n,2n+1} \cdots \mathbf{I}_{67}) \\ &\quad \cdots (\mathbf{I}_{2n+i-1,2n+i} \mathbf{I}_{2n+i-2,2n+i-1} \cdots \mathbf{I}_{3i,3i+1}) \cdots (\mathbf{I}_{3n-2,3n-1} \mathbf{I}_{3n-3,3n-2}) \\ &= \prod_{i=1}^{n-1} \prod_{j=1}^{2(n-i)} \mathbf{I}_{2n+i-j, 2n+i-j+1} \end{aligned} \quad (2.31)$$

ここで、 $P$  は次の性質を持つ。

$$P^{-1} = P^T \quad (2.32)$$

$$\det P = 1 \quad (2.33)$$

また、 $\mathbf{I}_{ij} \in \mathfrak{R}^{3n \times 3n}$  は、 $i$  番目と  $j$  番目の列を入れ換える基本行列である。

$$\mathbf{I}_{ij}^{-1} = \mathbf{I}_{ij}^T \quad (2.34)$$

$$\det \mathbf{I}_{ij} = -1 \quad (2.35)$$

$P$  を用いることで、 $\bar{J}(\mathbf{q}, t) \in \mathfrak{R}^{3n \times 3n}$  を次のように定義する。

$$\begin{aligned} \bar{J}(\mathbf{q}, t) &:= J(\mathbf{q}, t)P \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{11} & & & \\ \mathbf{J}_{21} & \mathbf{J}_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ \mathbf{J}_{n1} & \mathbf{J}_{n2} & \cdots & \mathbf{J}_{nn} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.36)$$

ここで、各要素  $J_{ij} \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$  は  $i$  と  $j$  の大きさによって以下ようになる。

$$J_{ij} := \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}}(\boldsymbol{\theta}) & \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}}(\boldsymbol{\theta}) & -\frac{d\mathbf{C}}{d\sigma}(\sigma_i, t) \end{bmatrix}, & i = j \\ \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}}(\boldsymbol{\theta}) & \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}}(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{o} \end{bmatrix}, & i > j \end{cases} \quad (2.37)$$



## 第 3 章

# 全体のインピーダンス制御

この章では、超多自由度マニピュレータ全体のインピーダンス制御を考える。

まず、3.1節では、従来マニピュレータの手先のインピーダンス制御に関して復習する。続いて3.2節では、超多自由度マニピュレータに環境から加わる外力に関する仮定をおき、3.3節では、超多自由度マニピュレータ全体のインピーダンス制御の制御目標となる全体の機械インピーダンス方程式を定式化し、制御則を導く。3.4節では、得られた制御則の欠点について述べ、扱い易い制御則を導くための2つの手法について説明し、また、本研究の特徴である曲線パラメータ推定に関して述べる。曲線パラメータ推定は、目標曲線上に存在する各リンクの目標位置を動的に推定することに相当する。3.5節では、曲線パラメータ推定に基づく超多自由度マニピュレータのインピーダンス制御則を提案する。続く、3.6節で、計算の便宜のため、制御則の再帰的な表現を記述する。そして最後に3.7節で、従来のインピーダンス制御および、形状制御との差異を明らかにする。

### 3.1 手先のインピーダンス制御

インピーダンス制御とは、従来の手先効果器を持つマニピュレータにおける手先の力制御の代表的な手法の一つである。ここでは、従来マニピュレータにおけるインピーダンス制御の概要を述べる。

インピーダンス制御の根本的なアイデアは、環境と相互作用する手先効果器を持つマニピュレータに、環境との相互作用を考慮した動的な行動を割り当てることである。言い換えると、接触点(手先)の位置制御を基本としつつも、外界との拘束条件により適切にインピーダンスの大きさ(質量特性、減衰特性、剛性特性)を決定し、外界との相互作用をうまく制御するものである。また、要求される性能は、インピーダンス方程式(質点・バ

ネ・ダンパ系によって表現される微分方程式の集まり)によって表現される。

ここでは、式(2.18)の動力学モデルにおいて自由度を3とした次のような従来の3自由度マニピュレータについて述べる。

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = u + \tau_e \quad (3.1)$$

ここで、 $\tau_e \in \mathbb{R}^3$ は外部から働く外力 $f_e \in \mathbb{R}^3$ によるトルクベクトルである。また、手先に外力 $f_e \in \mathbb{R}^3$ が作用したとすると、 $\tau_e$ はマニピュレータヤコビアン $J(\theta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ を用いて次のように与えられる。

$$\tau_e = J^T(\theta)f_e \quad (3.2)$$

ただし、 $J(\theta)$ は次式で定義される。

$$J := \frac{\partial x}{\partial \theta} \quad (3.3)$$

ここで、 $x \in \mathbb{R}^3$ は手先の位置ベクトルである。

式(3.1)で表されるモデルでは、環境からの作用を含んでいるため、手先の位置姿勢制御だけでは、手先の正確な位置姿勢制御が達成されない。そのため、手先の正確な位置姿勢制御を達成するためには、環境との相互作用を考慮した制御を考えなければならない。環境との相互作用を行なう制御として手先のインピーダンス制御手法がある。

インピーダンス制御の目標は、環境との相互作用に備えて手先に望ましい質量、減衰、剛性特性を持たせることである。この目標は、機械インピーダンス方程式と呼ばれる手先位置・姿勢誤差に関する線形微分方程式によって表される[3]。ここでは、機械インピーダンス方程式を次式で表す。

$$H(\ddot{x} - \ddot{x}_d) + D(\dot{x} - \dot{x}_d) + K(x - x_d) = f_e \quad (3.4)$$

ここで、 $H \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 、 $D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 、 $K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ はそれぞれ、慣性特性、減衰特性、剛性特性を示す正定行列である。また、 $x \in \mathbb{R}^3$ は手先の位置ベクトルであり $x_d \in \mathbb{R}^3$ は目標位置軌道である。

式(3.1)のモデルに対して、式(3.4)を満たす制御則を達成するために、式(3.4)を $u$ に関して解くと

$$u = M(\theta)u_0 + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) - J^T(\theta)f_e \quad (3.5)$$

を得る。ここで、 $u_0 \in \mathbb{R}^3$ は次式で表さる。

$$u_0 = J^{-1}(\theta) \left\{ \ddot{x}_d - \dot{J}(\theta)\dot{\theta} - H^{-1}(D(\dot{x} - \dot{x}_d) + K(x - x_d) + f_e) \right\} \quad (3.6)$$

ただし、 $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は正則であるとする。式(3.5)と式(3.6)をまとめると次式を得る。

$$\begin{aligned} u = & M(\theta)J^{-1}(\theta)\{\ddot{x}_d - \dot{J}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - H^{-1}(D(\dot{x} - \dot{x}_d) + K(x - x_d)) \\ & + (H^{-1} - J(\theta)M^{-1}(\theta)J^T(\theta))f_e\} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) \end{aligned} \quad (3.7)$$

ここで、外力を考慮しない場合、すなわち、 $f_e = \mathbf{0}$ には、通常の位置姿勢制御に等しい。また、 $H^{-1} = J(\theta)M^{-1}(\theta)J^T(\theta)$ と選ぶと、外力が限界値を越えない限り力フィードバックを用いずに位置制御を達成できる。

## 3.2 外力に関する仮定

超多自由度マニピュレータの力制御を行なう状況としては、物体に対するマニピュレータの接触の仕方が重要な問題となる。従来のマニピュレータでは、物体に接触し力制御が行なえるのは手先のみであった。しかしながら、その接触点が、マニピュレータ全体となる場合、接触の仕方にも多くの状況が考えられる。マニピュレータ全体が連続して接触している場合、マニピュレータのある部分が連続的に接触し、ある部分は接触していない場合など種々の組合せが考えられる。この組合せはマニピュレータの自由度が増加するほど多くなる。

本研究では、超多自由度マニピュレータの力制御として、その中でも最も象徴的かつ基本となる状況として、Fig.3.1のようにマニピュレータ全体が物体に接触している場合を考える。

ただし、次の仮定をおく。

1. マニピュレータと物体の接触点での力は検出することができる。
2. 各リンクに作用する外力は、すべて各関節位置に作用する外力 $f_{e,i}$ に変換されているものとする。

この仮定により、本稿ではマニピュレータに作用する外力は各関節に作用するものとして考慮する。

超多自由度マニピュレータは、 $n$ 個の2自由度関節を持つシリアル結合型の多自由度マニピュレータとして考え、動力学モデルは、2.2節の式(2.18)で記述した以下の式を用いる。

- 動力学モデル

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = u + \tau_e$$

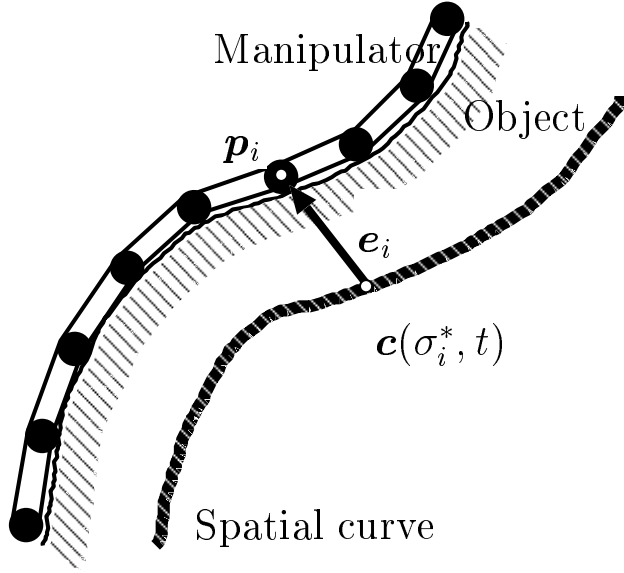


Fig. 3.1: Whole Arm Contact

このモデルにインピーダンス制御を適用することを試みる。

また、仮定より、外力  $f_e = [f_{e,1}, \dots, f_{e,n}] \in \mathbb{R}^{3n}$  とそれによって作用するトルク  $\tau_e = [\tau_{e,1}, \dots, \tau_{e,n}] \in \mathbb{R}^{2n}$  には、次式のような関係がある。

$$\tau_e = J^T(\theta) f_e \quad (3.8)$$

ただし、 $J(\theta) \in \mathbb{R}^{3n \times 2n}$  は次式で表される。

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_1}{\partial \theta_{s,1}} & \frac{\partial \mathbf{p}_1}{\partial \theta_{m,1}} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ \frac{\partial \mathbf{p}_n}{\partial \theta_{s,1}} & \frac{\partial \mathbf{p}_n}{\partial \theta_{m,1}} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{p}_n}{\partial \theta_{m,n}} & \frac{\partial \mathbf{p}_n}{\partial \theta_{s,n}} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

### 3.3 制御目標

従来マニピュレータのインピーダンス制御で用いた式(3.4)の機械インピーダンス方程式は、手先でのみ環境と相互作用をすることを考慮した場合のインピーダンスであった。これに対し、マニピュレータ全体でのインピーダンス制御では、外界との相互作用が

マニピュレータ全体で起こる場合を考慮するため、機械インピーダンス方程式をマニピュレータ全体で設定する必要がある。

マニピュレータ全体のインピーダンスを考えるために、接触する物体の内部に 2.3.1 節で挙げた目標の空間曲線  $c(\sigma^*, t)$  を与え、その目標曲線上の点と実際のマニピュレータの各リンク位置の間で機械インピーダンス方程式を設定する。

$i$  番目のリンク位置  $p_i$  を従来マニピュレータの手先位置と考え、3.1 節で述べた機械インピーダンス方程式 (3.4) に対応するものを以下のように設定する。

$$H_i(\ddot{p}_i - \ddot{c}(\sigma_i^*, t)) + D_i(\dot{p}_i - \dot{c}(\sigma_i^*, t)) + K_i(p_i - c(\sigma_i^*, t)) = f_{e,i} \quad (3.10)$$

ここで、 $c(\sigma_i^*, t)$  は、 $i$  番目のリンク位置に対応する空間曲線上の目標位置であり、 $H_i, D_i, K_i$  は正定行列である。

式 (3.10) を  $i = 1$  から  $i = n$  まで考慮することで、マニピュレータ全体での機械インピーダンス方程式を以下のように 2.3.2 節で定義した変数を用いて設定することができる。

- 機械インピーダンス方程式

$$H\ddot{e}^* + D\dot{e}^* + Ke^* = f_e \quad (3.11)$$

ここで  $H \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 、 $D \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 、 $K \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$  は以下のようなそれぞれ望ましい慣性、減衰、剛性の行列である。

$$H = \text{blokdiag}\{H_1, \dots, H_n\} \quad (3.12)$$

$$D = \text{blokdiag}\{D_1, \dots, D_n\} \quad (3.13)$$

$$K = \text{blokdiag}\{K_1, \dots, K_n\} \quad (3.14)$$

また、 $f_e := [f_{e,1}^T \dots f_{e,n}^T]^T \in \mathbb{R}^{3n}$  である。

式 (3.11) により、マニピュレータ全体の機械インピーダンスは、目標形状誤差  $e^*(q, t) := p(\theta) - p_d(\sigma^*, t) \in \mathbb{R}^{3n}$  に関する線形 2 次の機械インピーダンス方程式で与えることができる。ただし、 $e^*(q, t) := e(\theta, \sigma^*, t)$  である。

これより、マニピュレータ全体のインピーダンス制御を実現するためには、動力学モデル 式 (2.18) (以下に再記) に対して機械インピーダンス方程式 (3.11) を満たす制御則  $u \in \mathbb{R}^{2n}$  を見つければよい。

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = u + \tau_e$$

3.1節での手先のインピーダンス制御則を求めた方法と同様に式 (3.11) を満たす制御則を求めると以下の制御則が得られる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u} = & M(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{J}^+(\boldsymbol{\theta})\{\ddot{\boldsymbol{x}}_d - \dot{\boldsymbol{J}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{H}^{-1}(\boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{e}}^* + \boldsymbol{K}\boldsymbol{e}^*) \\ & + (\boldsymbol{H}^{-1} - \boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{J}^T(\boldsymbol{\theta}))\boldsymbol{f}_e\} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{\theta}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

ここで、 $\boldsymbol{J}^+(\boldsymbol{\theta}) := (\boldsymbol{J}^T \boldsymbol{J})^{-1} \boldsymbol{J}^T$  は、マニピュレータヤコビアン  $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{R}^{3n \times 2n}$  の疑似逆行列 [3] である。

これより、マニピュレータ全体のインピーダンス制御は、式 (3.15) で与えられるインピーダンス制御則を用いることで達成される。しかしながら、式 (3.15) の制御則は、以下の2つの点で扱いにくいものになっている。

1. 制御則が曲線パラメータ  $\boldsymbol{\sigma}^*$  を含んでいる。
2. 制御則が疑似逆行列  $\boldsymbol{J}^+(\boldsymbol{\theta})$  を含んでいる。

式 (3.15) の制御則を達成するためには、曲線パラメータ  $\boldsymbol{\sigma}^*$  の値を式 (2.22) を解くことで、あらかじめ求めておかなければならない。しかし、この式 (2.22) は、一般に解析的には解けず、数値的に解を求める必要があり、システム全体で制御の時間とは別に非常に多くの計算時間を必要とする [8]。疑似逆行列  $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{R}^{3n \times 2n}$  を用いる場合、容易な制御則の再帰的表現を見つけることができない。超多自由度マニピュレータは従来のマニピュレータに比べ、非常に多くの自由度を持つマニピュレータであるため、実際に制御則を実機に適用させるためには、制御則の再帰的な表現が必要不可欠である。

そこで、続く3.4節で、より扱い易いマニピュレータ全体のインピーダンス制御則を導く2つの提案をする。

## 3.4 曲線パラメータ推定

### 3.4.1 曲線パラメータ推定値の導入

ここでは、目標曲線パラメータの正確な値を必要ないように目標曲線パラメータ  $\boldsymbol{\sigma}^*$  の代わりに推定曲線パラメータ  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  を用いることを提案し、その提案が妥当であることを示す。

式 (3.11) の代わりに式 (3.16)、式 (3.17) で表される推定曲線パラメータ  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  を用いた機械インピーダンス方程式を達成することを考える。

$$\boldsymbol{H}\ddot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{e} = \boldsymbol{f}_e \quad (3.16)$$

かつ  $f_e = \mathbf{0}$  のとき

$$\begin{bmatrix} \hat{e} \\ \dot{\hat{e}} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \implies \begin{bmatrix} e^* \\ \dot{e}^* \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.17)$$

ここで、 $\hat{e} \in \mathcal{R}^{3n}$  は推定形状誤差であり曲線パラメータに推定値  $\hat{\sigma} \in \mathcal{R}^n$  を用いたものであり、次式で表される。

$$\hat{e} := p(\theta) - p_d(\hat{\sigma}, t) \quad (3.18)$$

$f_e = \mathbf{0}$  の場合には推定形状誤差  $\hat{e}$  と形状誤差  $e^*$  の関係は

$$\begin{bmatrix} \hat{e} \\ \dot{\hat{e}} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \implies \begin{bmatrix} e^* \\ \dot{e}^* \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.19)$$

が保証されている [8]。また式 (3.16) の形で表される微分方程式の解は有界な  $f_e$  に対して一様終局有界であることが知られている [6]。

したがって、推定値を用いた式 (3.16) の機械インピーダンスの達成は、本来の制御目標である式 (3.11) のインピーダンスの妥当な近似を与える。式 (3.16) においては、外力  $f_e$  の大きさに依存するが  $\hat{e}$  は原点で一様終局有界であるため、 $t \rightarrow \infty$  で  $\hat{e}$  が  $e^*$  より大きく外れることはないことがわかる。そのため原点近傍で局所的には式 (3.11) に近いインピーダンス特性を持たせることができる。ゆえに、目標曲線パラメータ  $\sigma^*$  の代わりに推定曲線パラメータ  $\hat{\sigma}$  を用いる制御目標は妥当なものと言える。また、式 (3.16) の機械インピーダンス方程式を用いることで、正確な曲線パラメータの値を必要としない制御則が達成できる。

### 3.4.2 2 次の曲線パラメータ推定器

ここでは、まず、3.4.1 節で提案した曲線パラメータ推定値を持つ機械インピーダンス方程式のために、2 次の曲線パラメータ推定器を提案し、それを用いることで、疑似逆行列  $J^+(\theta)$  を用いずにマニピュレータ全体のインピーダンス制御則を導くための方法を提案する。

曲線パラメータの推定値を求めるために以下のような動的な 2 次の目標曲線パラメータ推定器を考える。

$$M_\sigma \ddot{\hat{\sigma}} = u_\sigma + \tau_{\sigma e} \quad (3.20)$$

ここで、 $M_\sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は正定対称行列、 $\mathbf{u}_\sigma \in \mathbb{R}^n$ は推定器への入力ベクトル、 $\boldsymbol{\tau}_{\sigma e} \in \mathbb{R}^n$ は外力 $\mathbf{f}_e \in \mathbb{R}^{3n}$ によって推定器に作用する仮想的なトルクで次式で定義する。

$$\boldsymbol{\tau}_{\sigma e} := \left[ -\frac{d\mathbf{c}^T}{d\sigma}(\sigma_1, t)\mathbf{f}_{e,1}, \dots, -\frac{d\mathbf{c}^T}{d\sigma}(\sigma_n, t)\mathbf{f}_{e,n} \right]^T \quad (3.21)$$

曲線パラメータの推定値は、上式(3.21)で与えられる推定器をマニピュレータの制御前にあらかじめ用いることで求められる。そして、求めた曲線パラメータの推定値をもとに式(3.16)の機械インピーダンスを達成すれば、マニピュレータ全体のインピーダンス制御は達成される。

しかしながら、制御則においてこの推定値を用いても、疑似逆行列 $J^+(\boldsymbol{\theta})$ を用いなければならぬ扱いにくさはまだ残っている。そこで、この扱いにくさをなくすために、式(3.20)で表される2次の曲線パラメータ推定器を式(2.18)で表される動力学モデルと同時に用いる方法を提案する。

疑似逆行列 $J^+(\boldsymbol{\theta})$ を必要とする理由は、式(2.18)の右辺第2項 $\boldsymbol{\tau}_e \in \mathbb{R}^{2n}$ は、環境からの外力 $\mathbf{f}_e \in \mathbb{R}^{3n}$ との関係が式(3.9)の正方でないマニピュレータヤコビアン $J(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{R}^{3n \times 2n}$ によって式(3.8)のように関係づけられているためである。ところが、このとき、式(3.20)で表現される推定器を式(2.18)で表される動力学モデルと併用することで、これは解決する。

式(3.20)と式(2.18)を連立させることにより、環境からの外力 $\mathbf{f}_e$ とマニピュレータと推定器のトルク $\boldsymbol{\tau}$ が2.3.1節で示した正方な形状ヤコビアン $J(\mathbf{q}, t) \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ で関係づけられる。

さらに、この2つの式の連立により曲線パラメータ推定を含みながら式(2.18)の動力学モデルと同じ形式を持つ動力学モデルを構築できる。

以下、具体的に見てみる。

式(2.18)と式(3.20)から得られるマニピュレータと推定器を合わせることで以下のような動的モデルを考えることができる。

$$\bar{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \bar{g}(\mathbf{q}) = \bar{\mathbf{u}} + \bar{\boldsymbol{\tau}} \quad (3.22)$$

ここで $\bar{M}(\mathbf{q})$ 、 $\bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 、 $\bar{g}(\mathbf{q})$ 、 $\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{q})$ 、 $\bar{\boldsymbol{\tau}}(\mathbf{q})$ 、 $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{3n}$ は次式で定義される。

$$\bar{M}(\mathbf{q}) := \begin{bmatrix} M(\boldsymbol{\theta}) & \\ & M_\sigma \end{bmatrix}, \bar{g}(\mathbf{q}) := \begin{bmatrix} \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$$\bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) := \begin{bmatrix} C(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) & \\ & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{q}) := \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{u}_\sigma \end{bmatrix},$$



$$\bar{\tau}(\mathbf{q}) := \begin{bmatrix} \tau_e \\ \tau_{\sigma e} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{bmatrix}$$

また、マニピュレータ全体および推定器に作用する外力の影響によるトルク  $\bar{\tau} \in \mathfrak{R}^{3n}$  とその外力  $f_e \in \mathfrak{R}^{3n}$  との間には以下の簡潔な関係式が成り立っている。

$$\bar{\tau} = J(\mathbf{q}, t)^T f_e \quad (3.23)$$

ここで、 $J(\mathbf{q}, t) \in \mathfrak{R}^{3n \times 3n}$  は 2.3.2 節で示した超多自由度マニピュレータの形状ヤコビアンであり、次式で定義されている。

$$J(\mathbf{q}, t) := \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}) & -\frac{\partial \mathbf{p}_d}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma}, t) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

式 (3.22) は、マニピュレータと推定器のモデルを共に含み、式 (2.18) と同様の形式を持っている。また、外力  $f_e$  とマニピュレータ・推定器のトルク  $\bar{\tau}$  は正方な形状ヤコビアン  $J(\mathbf{q}, t)$  で関係づけられていることがわかる。

よって、式 (3.20) と式 (2.18) を連立させることで、疑似逆行列を用いることなく、制御則を考えることができ、より扱い易い制御則が導ける。つづく、3.5 節で、実際に式 (3.22) の動力的モデルに対して、曲線パラメータ推定値を用いた式 (3.16) のインピーダンス方程式を達成する制御則を提案する。また、3.6 節で、この制御則の再帰的な表現を示す。

### 3.5 マニピュレータ全体のインピーダンス制御則

式 (3.22) の動力的モデルに対して、曲線パラメータ推定値を用いた式 (3.16) のインピーダンス方程式を達成する制御則を 3.1 節で示した同様な方法で解く [3]。これにより、超多自由度マニピュレータを用いたマニピュレータ全体のインピーダンス制御則が導かれる。以下、 $J(\mathbf{q}, t)$  は全て形状ヤコビアンである。

制御目標である機械インピーダンス方程式は、曲線パラメータの推定値を含む式 (3.16) である。

$$H\ddot{\hat{\mathbf{e}}} + D\dot{\hat{\mathbf{e}}} + K\hat{\mathbf{e}} = f_e$$

このとき、曲線パラメータ推定則を含んだ動的モデル、式 (3.22) を  $\mathbf{u}$  に関して解くと、

$$\ddot{\mathbf{u}} = \bar{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{u}}_0 + \bar{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \bar{g}(\mathbf{q}) - \bar{\tau} \quad (3.25)$$

ただし、 $\mathbf{u}_0 \in \mathfrak{R}^{3n \times 3n}$  は、次式で表され、 $J \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$  は正則であるとする。

$$\ddot{\mathbf{u}}_0 = J^{-1}(\mathbf{q}, t) \{ \ddot{\mathbf{x}}_d - \dot{J}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)\dot{\mathbf{q}} - H^{-1}(D\dot{\hat{\mathbf{e}}} + K\hat{\mathbf{e}} - f_e) \} \quad (3.26)$$

最終的に以下の制御則を得る。

### 定理 1 マニピュレータ全体のインピーダンス制御則

式 (2.30) で定義される形状ヤコビアン  $J(q, t)$  が正則であると仮定する。

次のような曲線パラメータ推定則を持つ制御則を考える。

$$u = M(\theta)\ddot{\theta}_d + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) \quad (3.27)$$

$$\ddot{\sigma} = \ddot{\sigma}_d \quad (3.28)$$

ここで、 $\ddot{\theta}_d \in \mathbb{R}^{2n}$ 、 $\ddot{\sigma}_d \in \mathbb{R}^n$  は次式で表される。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_d \\ \ddot{\sigma}_d \end{bmatrix} &= J^{-1}(q, t) \{ \ddot{x}_d - \dot{J}(q, \dot{q}, t)\dot{q} - H^{-1}(D\dot{e} + K\dot{e}) \\ &\quad + (H^{-1} - J(q, t)\bar{M}^{-1}(q)J^T(q, t)) f_e \} \end{aligned} \quad (3.29)$$

また、 $\dot{x}_d \in \mathbb{R}^{3n}$  は次式で定義される。

$$\dot{x}_d := \frac{\partial p_d}{\partial t}(\hat{\sigma}, t) \quad (3.30)$$

$H \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 、 $D \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 、 $K \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$  はそれぞれ正定な慣性、減衰、剛性の行列である。ここで、式 (3.16) の機械インピーダンスが達成される。◇

外力項を考慮しない場合 ( $f_e = \mathbf{o}$ ) には、この制御則は形状トラッキング則に一致する [8]。また、 $H$  を  $H^{-1} = J(q, t)\bar{M}^{-1}(q)J^T(q, t)$  と選んだ場合には、従来マニピュレータの手先のみの方制御の場合と同様に、カフィードバックの項を用いずに目標を達成できる [3]。

## 3.6 制御則の再帰的表現

定理 1 により、マニピュレータ全体のインピーダンス制御則が導かれたが、この巨視的な Lagrange 表現では、実際に制御する上では扱いづらい。そこで、より局所的な Newton-Eular 表現で記す。計算の詳細は、付録 A に示す。

式 (3.25) を以下のように考える。

$$\bar{u} = \bar{M}(q)\ddot{q} + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \bar{g}(q) - J^T(q, t)f_e \quad (3.31)$$

すると、式 (3.29) は以下のように考えることができる。

$$\begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}, t) \left\{ \ddot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{D} \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K} \dot{\mathbf{e}}) + \mathbf{H}^{-1} \mathbf{f}_e \right\} \quad (3.32)$$

ここで、式(3.31)はNewton-Euler法によって再帰的に計算することができるため、式(3.32)の再帰的な表現のみを示す。

ゲイン行列 $\mathbf{H}^{-1} \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 、 $\mathbf{H}^{-1} \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 、 $\mathbf{H}^{-1} \mathbf{D} \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ が次のように対角行列であると仮定する。

$$\mathbf{H}^{-1} = \text{blokdiag}\{\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_n\} \quad (3.33)$$

$$\mathbf{H}^{-1} \mathbf{K} = \text{blokdiag}\{\mathbf{H} \mathbf{K}_1, \dots, \mathbf{H} \mathbf{K}_n\} \quad (3.34)$$

$$\mathbf{H}^{-1} \mathbf{D} = \text{blokdiag}\{\mathbf{H} \mathbf{D}_1, \dots, \mathbf{H} \mathbf{D}_n\} \quad (3.35)$$

ここで、 $\mathbf{H}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 、 $\mathbf{H} \mathbf{K}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 、 $\mathbf{H} \mathbf{D}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は正定なひずみ対称行列である。式(3.32)の両辺に $\mathbf{J}(\mathbf{q}, t)$ を乗じることで次式を得る。

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}, t) \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \end{bmatrix} = \ddot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{D} \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K} \dot{\mathbf{e}}) + \mathbf{H}^{-1} \mathbf{f}_e \quad (3.36)$$

ここで、式(3.36)の左辺は以下のようになる。これにより、 $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d \in \mathbb{R}^{2n}$ と $\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \in \mathbb{R}^n$ を $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} \in \mathbb{R}^2$ 、 $\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_{d,i} \in \mathbb{R}$ の組に分割することができる。

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}, t) \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{11} & & & & \\ \mathbf{J}_{21} & \mathbf{J}_{22} & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ \mathbf{J}_{n1} & \mathbf{J}_{n2} & \cdots & \mathbf{J}_{nn} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,1} \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_{d,1} \\ \vdots \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,n} \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_{d,n} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

この時、各要素 $\mathbf{J}_{ij} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は $i$ と $j$ の大きさによって以下のようになる。

$$\mathbf{J}_{ij} := \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}}(\boldsymbol{\theta}) & \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}}(\boldsymbol{\theta}) & -\frac{d\mathbf{c}}{d\sigma}(\sigma_i) \end{bmatrix}, & i = j \\ \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}}(\boldsymbol{\theta}) & \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}}(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{o} \end{bmatrix}, & i > j \end{cases} \quad (3.38)$$

式(3.37)の*i*番目の要素をそれぞれ $\ddot{\theta}_{d,i} \in \mathfrak{R}^2, \ddot{\sigma}_{d,i} \in \mathfrak{R}$ とし、 $\ddot{\mathbf{q}}_{d,i} := \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{d,i}^T & \ddot{\sigma}_{d,i} \end{bmatrix}^T \in \mathfrak{R}^3$ とする。また、 $\ddot{\theta}_{d,i} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{d,s,i}^T & \ddot{\theta}_{d,m,i}^T \end{bmatrix}^T$ である。

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}_{d,i} &= \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{d,i} \\ \ddot{\sigma}_{d,i} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{J}_{ii}^{-1} \left\{ \ddot{\mathbf{c}}(\hat{\sigma}_i, 0, 0, t) - \sum_{k=1}^{i-1} \mathbf{J}_{ik} \ddot{\mathbf{q}}_{d,k} - \sum_{k=1}^i \mathbf{J}_{ik} \dot{\mathbf{q}}_{d,k} - \mathbf{H}\mathbf{D}_i \dot{\hat{\mathbf{e}}}_i - \mathbf{H}\mathbf{K}_i \hat{\mathbf{e}}_i + \mathbf{H}_i \mathbf{f}_{e,i} \right\} \end{aligned} \quad (3.39)$$

以下、式(3.39)の各項について計算し、最後に再帰的な表現を示す。  
ここで、カッコ内第2項は式(3.38)を用いることで以下ようになる。

$$- \sum_{k=1}^{i-1} \mathbf{J}_{ik} \ddot{\mathbf{q}}_{d,k} = \sum_{k=1}^{i-1} \left\{ (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \Delta \dot{\mathbf{w}}_{2,k}(\boldsymbol{\theta}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) \right\} \quad (3.40)$$

$$\Delta \dot{\mathbf{w}}_{2,k}(\boldsymbol{\theta}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) := \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \ddot{\theta}_{d,s,k} + \boldsymbol{\Phi}_k \mathbf{a}_{m,k} \ddot{\theta}_{d,m,k} \quad (3.41)$$

また、カッコ内第3項は以下ようになる。

$$\begin{aligned} - \sum_{k=1}^i \mathbf{J}_{ik} \dot{\mathbf{q}}_k &= \sum_{k=1}^i \left\{ (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \Delta \dot{\mathbf{w}}_{1,k}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + (\dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_{k-1}) \times \Delta \mathbf{w}_k(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \right\} \\ &\quad + \frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial \sigma \partial t}(\hat{\sigma}_i, t) \dot{\sigma}_i + \frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial \sigma^2}(\hat{\sigma}_i, t) \dot{\sigma}_i^2 \end{aligned} \quad (3.42)$$

ただし、 $\Delta \dot{\mathbf{w}}_{1,k}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \in \mathfrak{R}^3$ 、 $\Delta \mathbf{w}_k(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \in \mathfrak{R}^3$  は次のように定義される。

$$\Delta \dot{\mathbf{w}}_{1,k}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) := \left( [\mathbf{w}_{k-1} \times] \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \dot{\theta}_{s,k} + [\mathbf{w}_k \times] \boldsymbol{\Phi}_k \mathbf{a}_{m,k} \dot{\theta}_{m,k} \right) \quad (3.43)$$

$$\Delta \mathbf{w}_k(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) := \left( \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \dot{\theta}_{s,k} + \boldsymbol{\Phi}_k \mathbf{a}_{m,k} \dot{\theta}_{m,k} \right) \quad (3.44)$$

ここで、次の関係式がある。

$$\mathbf{w}_k - \mathbf{w}_{k-1} = \Delta \mathbf{w}_k \quad (3.45)$$

$$\dot{\mathbf{w}}_k - \dot{\mathbf{w}}_{k-1} = \Delta \dot{\mathbf{w}}_{1,k} + \Delta \dot{\mathbf{w}}_{2,k} \quad (3.46)$$

また、次のことを暗黙に意味する。

$$\ddot{\mathbf{c}}(\hat{\sigma}_i, 0, 0, t) + \frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial \sigma^2}(\hat{\sigma}_i, t) \hat{\sigma}_i^2 + \frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial \sigma \partial t}(\hat{\sigma}_i, t) \dot{\hat{\sigma}}_i = \ddot{\mathbf{c}}(\hat{\sigma}_i, \dot{\hat{\sigma}}_i, 0, t) \quad (3.47)$$

と

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{i-1} \left\{ (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \Delta \dot{\mathbf{w}}_{2,k}(\boldsymbol{\theta}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) \right\} \\ & + \sum_{k=1}^i \left\{ (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \Delta \dot{\mathbf{w}}_{1,k}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + (\dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_{k-1}) \times \Delta \mathbf{w}_k(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \right\} = -\ddot{\mathbf{p}}_i(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) \Big|_{\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i}=\mathbf{0}} \end{aligned} \quad (3.48)$$

よって、式(3.39) 式(3.47)と式(3.47)により再帰的な表現は以下で得られる。

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}_{d,i} &= \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} \\ \ddot{\sigma}_{d,i} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{J}_{ii}^{-1} \left( \ddot{\mathbf{c}}(\hat{\sigma}_i, \dot{\hat{\sigma}}_i, 0, t) - \ddot{\mathbf{p}}_i(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) \Big|_{\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i}=\mathbf{0}} - \mathbf{H} \mathbf{D}_i \dot{\hat{e}}_i - \mathbf{H} \mathbf{K}_i \hat{e}_i + \mathbf{H}_i \mathbf{f}_{e,i} \right) \\ &= \mathbf{J}_{ii}^{-1} \left( \ddot{\hat{e}}_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_d) \Big|_{\ddot{\mathbf{q}}_{d,i}=\mathbf{0}} - \mathbf{H} \mathbf{D}_i \dot{\hat{e}}_i - \mathbf{H} \mathbf{K}_i \hat{e}_i + \mathbf{H}_i \mathbf{f}_{e,i} \right) \end{aligned} \quad (3.49)$$

また、 $\mathbf{J}_{ii}^{-1}$ は次式によって計算される。

$$\mathbf{J}_{ii}^{-1} = \frac{1}{\Delta_J} \begin{bmatrix} \mathbf{j}_1^T \\ \mathbf{j}_2^T \\ \mathbf{j}_3^T \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

ただし、 $\Delta_J \in \mathfrak{R}$ ,  $\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2, \mathbf{j}_3 \in \mathfrak{R}^3$ は、

$$\Delta_J = -\det \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1} & \boldsymbol{\Phi}_{i-1} \mathbf{a}_{s,i} & \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{a}_{m,i} \end{bmatrix} \mathbf{t}_i^T (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}) \quad (3.51)$$

$$\mathbf{j}_1 = \left\{ \mathbf{t}_i^T (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}) \right\} \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{a}_{m,i} - \left\{ \mathbf{t}_i^T \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{a}_{m,i} \right\} (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}) \quad (3.52)$$

$$\mathbf{j}_2 = \left\{ \mathbf{t}_i^T \boldsymbol{\Phi}_{i-1} \mathbf{a}_{s,i} \right\} (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}) - \left\{ \mathbf{t}_i^T (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}) \right\} \boldsymbol{\Phi}_{i-1} \mathbf{a}_{s,i} \quad (3.53)$$

$$\mathbf{j}_3 = \det \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1} & \boldsymbol{\Phi}_{i-1} \mathbf{a}_{s,i} & \boldsymbol{\Phi}_i \mathbf{a}_{m,i} \end{bmatrix} (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{i-1}) \quad (3.54)$$

## 3.7 制御則の比較

この節では、3.5節で得られた制御則が、超多自由度マニピュレータの形状制御則 [8]、従来の手先インピーダンス制御則 [3] とどのような相違点があるか比較検討する。

### 3.7.1 超多自由度マニピュレータの形状制御則との相違

文献 [8] で提案されている逆動力学方に基づく形状制御則は以下である。

- ・ 超多自由度マニピュレータの形状制御則

次のような曲線パラメータ推定則を持つ制御則を考える。

$$\begin{aligned} u &= M(\theta)\ddot{\theta}_d + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) \\ \ddot{\sigma} &= \ddot{\sigma}_d \end{aligned}$$

ここで、 $\ddot{\theta}_d \in \mathbb{R}^{2n}$ 、 $\ddot{\sigma}_d \in \mathbb{R}^n$  は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_d \\ \ddot{\sigma}_d \end{bmatrix} = J^{-1}(q, t) \left\{ \ddot{x}_d - \dot{J}(q, \dot{q}, t)\dot{q} - K_p \hat{e} - K_d \dot{\hat{e}} \right\}$$

また、 $\dot{x}_d \in \mathbb{R}^{3n}$  は次式で定義される。

$$\dot{x}_d := \frac{\partial p_d}{\partial t}(\hat{\sigma}, t)$$

$K_p$ 、 $K_d \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$  はそれぞれ正定対称行列。ここで、制御則は、平衡点  $(\theta, \dot{\theta}) = (\theta^*, \dot{\theta}^*)$  において局所的漸近安定である。すなわち、形状制御目標は、局所的に達成される。◇

一方、3.5節で提案したマニピュレータ全体のインピーダンス制御則は、 $\hat{e}$  の原点近傍でのみ達成されるため、全体のインピーダンス制御の達成は、形状制御則と同様に局所的に達成される。 $\hat{e}$  の原点近傍でのみ達成は、制御目標として曲線パラメータ推定値を持つ機械インピーダンス方程式 (3.16) を与えていることに起因する。

しかしながら、曲線パラメータ推定値を含む式 (3.16) は、本来の機械インピーダンス方程式 (3.11) の近似であり、その達成は外力  $f_e$  の大きさに依存するため、提案するマニピュレータ全体のインピーダンス制御則は、外力が限界値を越えない限りにおいて実現される。

また別の見方をすると、この形状制御は、マニピュレータ全体のインピーダンス制御則において、式 (3.16) に現れる  $H$  を  $H^{-1} = J(q, t)\bar{M}^{-1}(q)J^T(q, t)$  と選んだものに相当する。すなわち、 $H$  を特定の値に選ぶことによって環境からの外力  $f_e$  を考慮することなくマ

二ピュレータ全体のインピーダンス制御を達成していると言える。しかしながら、3.5節で提案したマニピュレータ全体のインピーダンス制御則とは、異なり、環境とのインピーダンスを積極的に利用することはできない。その意味で、3.5節で提案したインピーダンス制御則は、積極的に環境とのインピーダンスを変化させることで様々な作業を達成することができる。

### 3.7.2 従来の手先インピーダンス制御則との相違

3.1節で示した手先のインピーダンス制御則 [3] との比較を行なう。

手先のインピーダンス制御則では、式 (3.1) で表される 3 自由度マニピュレータ動力学モデル (以下に再記) に対し、式 (3.4) で表現される機械インピーダンス方程式 (同上) を制御目標として用いている。これは、手先の位置姿勢に関するもので、環境からの影響は、外力  $f_e$  で与えられていた。

- ・ 動力学モデル

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = u + \tau_e$$

- ・ インピーダンス方程式

$$H(\ddot{x} - \ddot{x}_d) + D(\dot{x} - \dot{x}_d) + K(x - x_d) = f_e$$

このとき、外力を考慮しない場合、すなわち、 $f_e = \mathbf{o}$  には、通常的位置姿勢制御に等しい。また、 $H^{-1} = J(\theta)M^{-1}(\theta)J^T(\theta)$  と選ぶと、外力が限界値を越えない限りカフィードバックを用いずに位置制御を達成できる。

一方、3.5節で提案したマニピュレータ全体のインピーダンス制御則は、式 (3.22) の曲線パラメータ推定則を含んだ動力学モデル (以下に再記) に対して、曲線パラメータ推定値を含む式 (3.16) の機械インピーダンス方程式 (同上) を制御目標として用いている。

- ・ 動力学モデル

$$\bar{M}(q)\ddot{q} + \bar{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \bar{g}(q) = \bar{u} + \bar{\tau} \quad (3.55)$$

- ・ インピーダンス方程式

$$H\ddot{\hat{e}} + D\dot{\hat{e}} + K\hat{e} = f_e$$

外力項を考慮しない場合 ( $f_e = \mathbf{o}$ ) には、この制御則は形状トラッキング則に一致する [8]。また、 $H$  を  $H^{-1} = J(q, t)\bar{M}^{-1}(q)J^T(q, t)$  と選んだ場合には、従来マニピュレータ

の手先のみの方制御の場合と同様に、カフィードバックの項を用いずに目標を達成できる [3]。

どちらも全く同じ形式の動力学モデルを用いている。そして目標となるインピーダンス方程式も位置誤差に関する方程式という意味で全く同じ形式を持つ。これより、3.5節で提案したマニピュレータ全体のインピーダンス制御則は、従来の手先のインピーダンス制御則の拡張になっていると言える。

本研究で用いる超多自由度マニピュレータは、 $n$  個の 2 自由度関節を持つシリアル結合型の多自由度マニピュレータである。このタイプのマニピュレータは、形状制御するために全ての自由度を使用し、環境に対してのモーメントの制御に費やす自由度を持っていない。そのため、環境に対して、モーメントの制御を行なうことまで考える状況では、マニピュレータの幾何学的構造を変更しなければならない。

マニピュレータの幾何学的構造を変更し、環境に対してモーメントの制御を行なう状況における、マニピュレータ全体のインピーダンス制御に関しては、4章でさらに詳しく考察を行なう。

### 3.8 シミュレーション

ここでは、3.5節で提案したマニピュレータ全体のインピーダンス制御則をシミュレーションにより検証する。

本研究で用いることのできる装置としては、機構解析プログラム DADS(CADS 社)、MATLAB、SIMULINK(MATH WORKS 社)がある。

環境との相互作用を伴う制御則の検証に用いるシミュレータにおいて、より正確な検証を行なうためには、マニピュレータが環境に接した場合に力を返すことのできる環境の構築が必要である。そのような環境の構築がなされているが、本研究の本題から外れるため、ここでは、定常状態に至ったマニピュレータに対して力を加えることで、制御則の検証を行なう。なお、環境の構築に関する手順の概要は、付録 B に示す。

マニピュレータ全体のインピーダンス制御が達成されているかの確認のため、マニピュレータが目標曲線に一致し、定常状態に至った後、途中の関節に外力を与える。このとき、目標曲線は次式で与えられる直線とする。

$$c(\sigma, t) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \\ -\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \\ 0 \end{bmatrix} \sigma \quad (3.56)$$



また、 $H = hI$ 、 $D = dI$ 、 $K = kI$ とし、 $h = 0.05$ 、 $d = 1.0$ 、 $h = 1.25$  と設定した。このとき、シミュレーションは開始約 3.5 秒で定常状態になる。そこで、開始 4 秒後に 3 番目のリンクに外力を加える。

以下に、カフィードバックを考慮しない場合と、考慮した場合のシミュレーションを比較する。

両者を比較すると、外力を加える 4 秒までの動作は全く同じものとなっている。これより、収束に関する性能は全く等しいことがわかる。また、カフィードバックを考慮する場合には、考慮しない場合に比べて手先が大きく振れている。これは、 $h = 0.05$  と小さな値を設定したため、マニピュレータの関節が軟らかくなっているためである。

このシミュレーションより、各関節のインピーダンスを調節できることがわかる。これにより、各関節のインピーダンスを適当に調節することで、マニピュレータ全体のインピーダンス制御が可能になる。

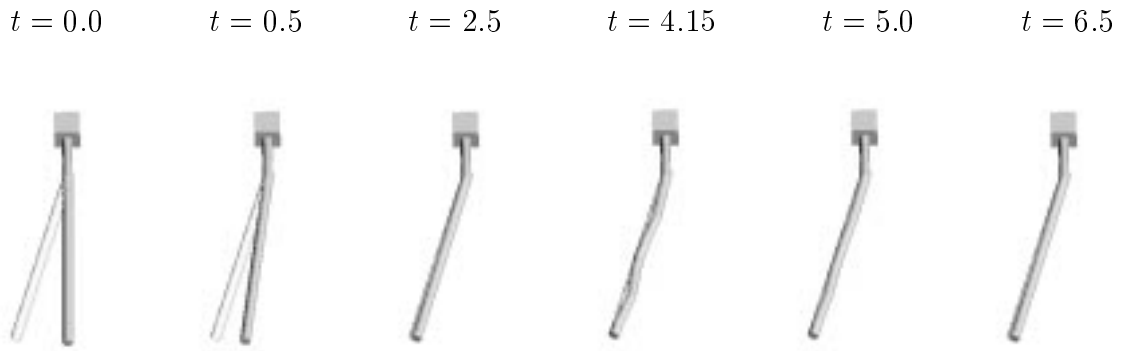


Fig. 3.2: Manipulator movement(インピーダンス制御なし)

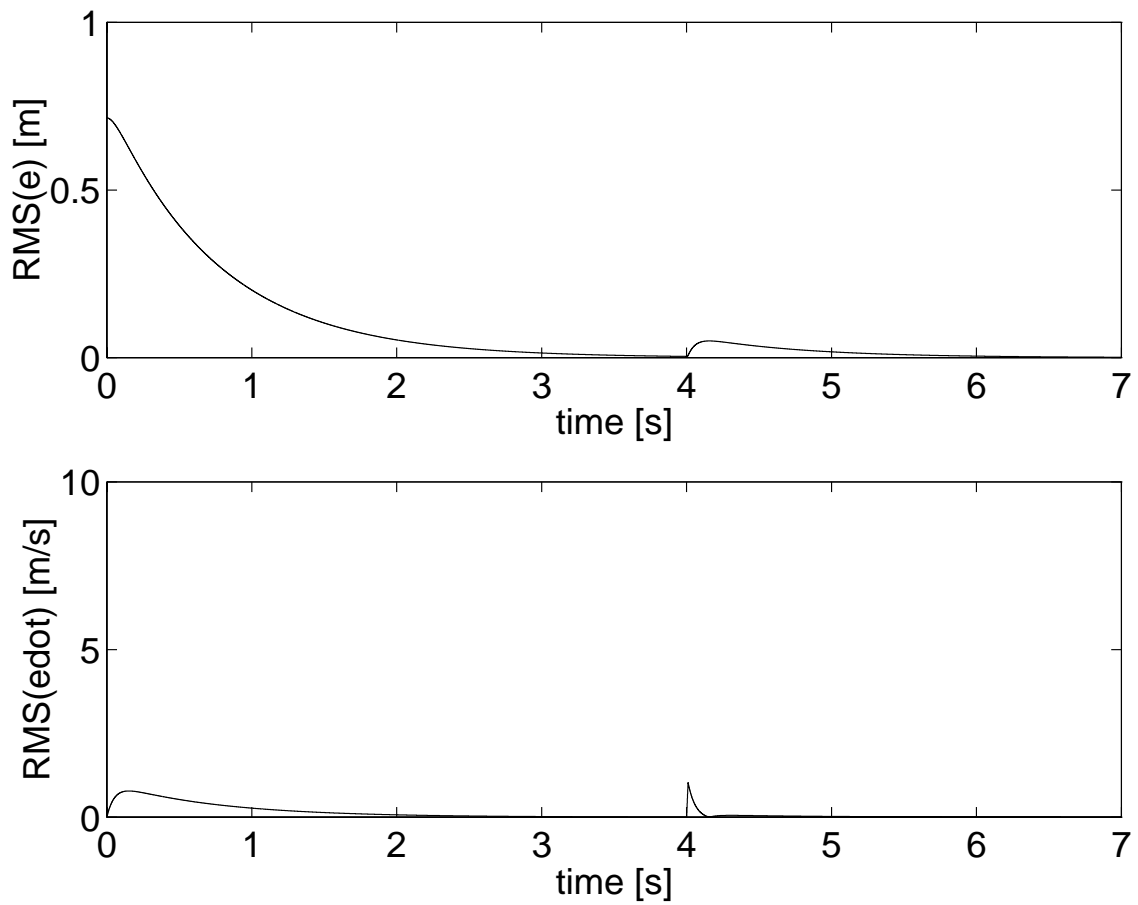


Fig. 3.3: Estimated shape error and shape error velocity(インピーダンス制御なし)

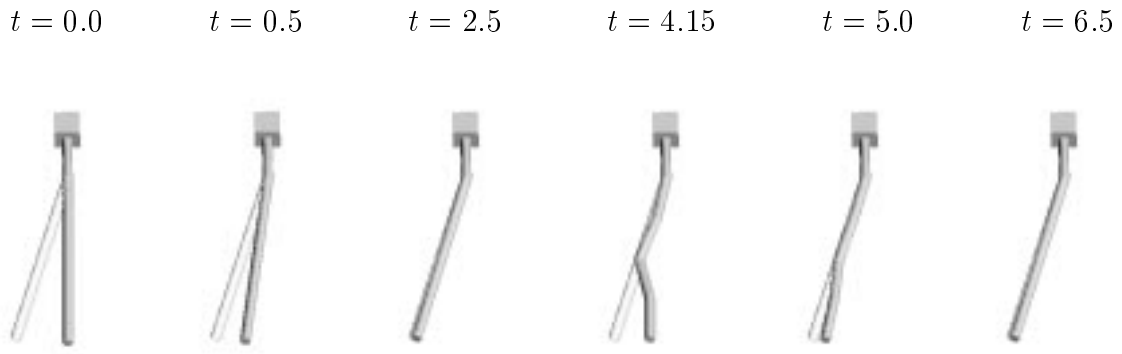


Fig. 3.4: Manipulator movement(インピーダンス制御あり)

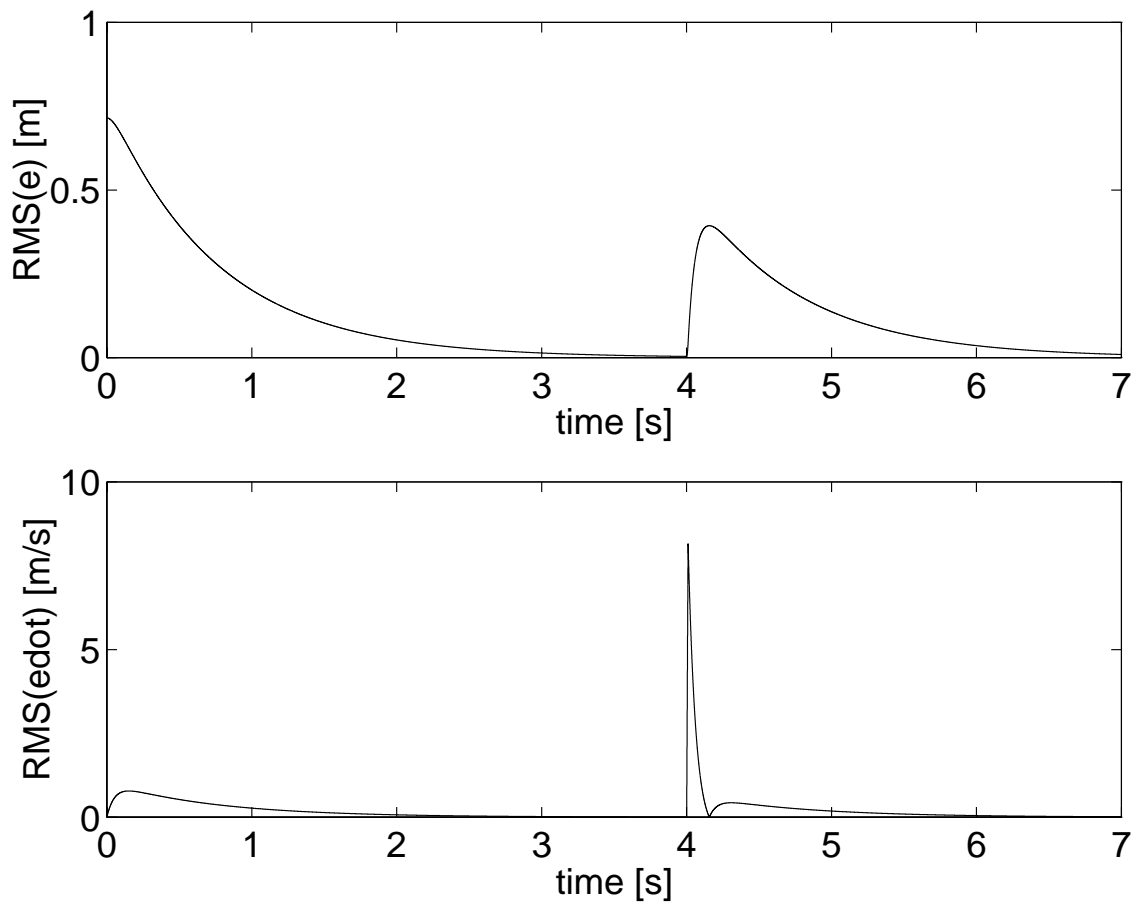


Fig. 3.5: Estimated shape error and shape error velocity(インピーダンス制御あり)

## 第 4 章

# インピーダンス方程式の拡張

この章は、3章の最後で問題として提起された、環境に対してモーメントの制御に関する考察を与える。4.1節では、環境に対してのモーメントの制御において、マニピュレータ全体の姿勢を与える必要性を示し、4.2節では、インピーダンス方程式を姿勢に対して設定する。4.3節では、マニピュレータの手先の姿勢誤差について述べ、続く 4.4節では、マニピュレータ全体の姿勢誤差の扱いとその問題点について述べる。

また、ここで考える超多自由度マニピュレータは、3節で考慮した各関節が 2 自由度のマニピュレータとは異なり、各関節が 3 自由度もつマニピュレータである。

### 4.1 環境からのモーメントの考慮

3.1節で考慮した、従来のマニピュレータのインピーダンス制御は、手先位置誤差の並進に関する制御と考えられる。これに対し、従来のマニピュレータでは、手先において環境からのモーメントを考慮した制御がすでに提案されている。環境からのモーメントは、マニピュレータの手先に対して回転の運動を要求するものである。手先の回転運動のために手先において手先姿勢を考え、姿勢の制御をおこなう。手先の回転運動により、手先位置はその向きを変化させることができ、所望の作業を達成することができる。例えば、手先効果器にスプレーノズルを持ち、塗装作業が与えられるとき、手先効果器の向きを変え、それは塗装作業において非常に重要なことである。

では、姿勢の制御を行なうことがマニピュレータ全体ではどのような効果をもたらすであろうか。マニピュレータ全体では、手先の姿勢に対応するものは、各関節に設定される姿勢にあたる。各関節に設定される姿勢の制御は、すなわちその上位のリンクの向きを制御することである。マニピュレータの全体を用いた物体把持の作業では、リンクの向きを

制御することが重要な場合がある。例えば、物体が対称なリンク形状では把持することができない特殊な（例えば、物体が把持するポイントがリンク形状より狭い幅しかない）形状のときである。このとき、リンク形状を非対称にし、リンクの向きの制御を行なうと、狭いポイントにはリンクの狭い向きで把持し、広いポイントにはリンクの広い向きで把持することができる。

各リンクが向きを持つような非対称であるマニピュレータを設計し、非対称なリンクの向きを制御することで、マニピュレータ全体を用いた物体把持をより積極的かつより柔軟に行なうことが可能になる。

3章において、形状制御を基にしたマニピュレータ全体のインピーダンス制御則を提案した。このとき与えていた機械インピーダンス方程式は式(3.16)であり、環境からの影響は、モーメントを考慮せずに外力のみである。これは、3章において用いた、超多自由度マニピュレータが、 $n$  個の2自由度関節を持つシリアル結合型の多自由度マニピュレータであることに起因する。このタイプのマニピュレータでは、形状制御を行なうためにマニピュレータの全ての自由度を使用し、環境に対して任意のモーメントを与える自由度を持ち合わせていない。

そこで、次節から、各関節が3自由度を持つ超多自由度マニピュレータに対して、マニピュレータの各関節での姿勢を考え、環境からのモーメントを考慮した全体のインピーダンス制御を考察する。また、その過程で現れる問題点を挙げる。

## 4.2 姿勢に対するインピーダンス方程式

3.1節の従来の手先のインピーダンス制御では、手先に加わる外力に対して、手先位置に関するインピーダンス方程式(3.4)を与えていた。手先に関するインピーダンスを適当に設定することにより、環境から外力が加わる状況でも手先を所望の位置に制御することができる。しかし、これは、手先位置の並進に関する動きの制御であり、手先姿勢の回転に関する制御ではないため、環境からモーメント（回転力）が加わる状況では、その回転力をふまえた制御をすることはできない。ときには、外力をふまえた位置制御、回転力をふまえた姿勢の制御が共に必要になることがある。例えば、ドアを開ける作業を考える。この作業では、1、手先をドアノブの位置に制御し、2、ドアノブをグリッパで掴み、3、ドアノブを回転させ、4、ドアを押し開けることが必要になる。1、2の手順は、ドアノブの位置に手先を制御し、適当な力でドアノブを掴ませればよいため、3.1節でのインピーダンス制御則で可能である。しかし、3、では、ドアノブを回転させるために、ドアノブからの反力（逆方向の回転力）をうまく考慮し、適切な量だけ回転させなければなら

ない、また同様に4でもドアノブを適切な量だけ回転させたまま、適当な力でドアを押すことが要求される。もし、ドアノブからの反力(回転力)を考慮できなければ、反力のために必要な回転量を得ることができず、必要以上の回転を与えドアノブを破壊する恐れがある。

この要求に対し、従来の手先のインピーダンス制御では、6自由度のマニピュレータに対して環境からのモーメント(回転力)を考慮した次式のインピーダンス方程式が提案されている[3]。これにより、手先で環境に対し、任意の力・モーメントを考えることができる。

$$H \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}} - \ddot{\mathbf{x}}_d \\ \ddot{\boldsymbol{\phi}} - \ddot{\boldsymbol{\phi}}_d \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d \\ \dot{\boldsymbol{\phi}} - \dot{\boldsymbol{\phi}}_d \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} \mathbf{x} - \mathbf{x}_d \\ \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\phi}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_e \\ \mathbf{n}_e \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

ここで、 $\mathbf{f}_e \in \mathbb{R}^3$ 、 $\mathbf{n}_e \in \mathbb{R}^3$ はそれぞれ環境から加わる力とモーメントである。 $H \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 、 $D \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 、 $K \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ であり、3.1節でのインピーダンス制御則と同様に、それぞれ、慣性特性、減衰特性、剛性特性を示す正定行列である。また、 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ は手先の位置ベクトルであり $\mathbf{x}_d \in \mathbb{R}^3$ は目標位置軌道、 $\boldsymbol{\phi} \in \mathbb{R}^3$ は手先の姿勢を表すベクトルであり $\boldsymbol{\phi}_d \in \mathbb{R}^3$ は目標姿勢軌道である。

ここで、

$$\tilde{\mathbf{x}} := \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{x}}_d := \begin{bmatrix} \mathbf{x}_d \\ \boldsymbol{\phi}_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_e := \begin{bmatrix} \mathbf{f}_e \\ \mathbf{n}_e \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

とすると、式(4.1)は、以下のように書き換えることができる。

$$H(\ddot{\tilde{\mathbf{x}}} - \ddot{\tilde{\mathbf{x}}}_d) + D(\dot{\tilde{\mathbf{x}}} - \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_d) + K(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}_d) = \mathbf{w}_e \quad (4.3)$$

また、次式のような6自由度マニピュレータの動力学モデルを考える。

$$M(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + C(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{u} + \boldsymbol{\tau}_e \quad (4.4)$$

ここで、 $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^6$ は関節角度、 $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^6$ は入力トルクであり、 $M(\boldsymbol{\theta})$ 、 $C(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 、 $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{R}^6$ は、3.1節と同様に慣性行列、コリオリ行列、重力の影響を表すベクトルである。 $\boldsymbol{\tau}_e \in \mathbb{R}^6$ は外部から働く外力 $\mathbf{f}_e \in \mathbb{R}^3$ とモーメント $\mathbf{n}_e \in \mathbb{R}^3$ によるトルクベクトルであり、マニピュレータヤコビアン $J(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ により、次式で与えられる。

$$\boldsymbol{\tau}_e = J^T(\boldsymbol{\theta}) \begin{bmatrix} \mathbf{f}_e \\ \mathbf{n}_e \end{bmatrix} = J^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{w}_e \quad (4.5)$$

式(4.4)に対して、式(4.3)の機械インピーダンス方程式を満たす次式の制御則もまたすでに提案されている[3]。

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\{\ddot{\tilde{\mathbf{x}}}_d - \dot{\mathbf{J}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{H}^{-1}(D(\dot{\tilde{\mathbf{x}}} - \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_d) + \mathbf{K}(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}_d))\} \\ & + (\mathbf{H}^{-1} - \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}))\mathbf{w}_e\} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

手先に関しては、式(4.3)で表される、手先の位置・姿勢に関するインピーダンス方程式に対して、式(4.6)の制御則が得られている。これに対し、マニピュレータ全体では、どのようなインピーダンス方程式が必要になるか、次に考える。

3.5節で提案したマニピュレータ全体のインピーダンス制御則で用いる、式(3.16)の機械インピーダンス方程式は、マニピュレータの各関節位置の情報を基に形成され、その左辺は環境からの外力 $\mathbf{f}_e \in \mathbb{R}^{3n}$ のみであった。

マニピュレータ全体のインピーダンス制御においても、マニピュレータ全体で環境に対して任意のモーメントを与えるためには、式(4.1)で表されるインピーダンス方程式と同様に、姿勢の情報が基となるインピーダンス方程式を設定する必要がある。式(3.16)の機械インピーダンス方程式を再記する。

$$\mathbf{H}\ddot{\hat{\mathbf{e}}} + \mathbf{D}\dot{\hat{\mathbf{e}}} + \mathbf{K}\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{f}_e$$

このとき用いた形状誤差 $\hat{\mathbf{e}} \in \mathbb{R}^{3n}$ の定義式(3.18)を再記する。

$$\hat{\mathbf{e}} := \mathbf{p}(\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{p}_d(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, t)$$

また、全てのリンク位置を並べた $\mathbf{p}(\boldsymbol{\theta}) \in \mathbb{R}^{3n}$ と空間曲線上の目標の位置 $\mathbf{p}_d(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, t) \in \mathbb{R}^{3n}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{p}(\boldsymbol{\theta}) := \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1(\boldsymbol{\theta}) \\ \vdots \\ \mathbf{p}_n(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_d(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, t) := \begin{bmatrix} \mathbf{c}(\hat{\sigma}_1, t) \\ \vdots \\ \mathbf{c}(\hat{\sigma}_n, t) \end{bmatrix}$$

これからわかるように、式(3.16)はマニピュレータの各関節の位置の情報を基に形成されている。

そこで、同様に姿勢の情報を基に形成されるインピーダンス方程式を次式のように考える。

$$\tilde{\mathbf{H}}\ddot{\tilde{\mathbf{e}}} + \tilde{\mathbf{D}}\dot{\tilde{\mathbf{e}}} + \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{e}} = \mathbf{n}_e \quad (4.7)$$

このとき、 $\tilde{e} \in \mathbb{R}^{3n}$ は何かしら姿勢に関する誤差であり、 $n_e \in \mathbb{R}^{3n}$ は環境から作用するモーメントである。現時点では、 $\tilde{e} \in \mathbb{R}^{3n}$ は未定であり、どのような形式で与えられるものかわからず、また、本当に与えることができるのかは、不明である。しかし、式(4.7)を形成することができれば、式(3.16)の位置に関するインピーダンス方程式と連立させることで、式(4.8)のように手先のインピーダンス方程式と同様に位置と姿勢の情報から形成される機械インピーダンス方程式を表現することができる。

$$\begin{cases} H\ddot{e} + D\dot{e} + Ke = f_e \\ \tilde{H}\ddot{e} + \tilde{D}\dot{e} + \tilde{K}\tilde{e} = n_e \end{cases} \quad (4.8)$$

式(4.8)を満たす制御則を見つけることで、マニピュレータ全体で環境に対して任意の力・モーメントを与えることが可能なマニピュレータ全体のインピーダンス制御が達成される。

### 4.3 姿勢の誤差

4.2節でマニピュレータ全体のインピーダンス制御を達成するためのインピーダンス方程式(4.8)を考えた。これを実現するためには、姿勢に関する誤差 $\tilde{e} \in \mathbb{R}^{3n}$ をどのように設定するかを考えなければならない。

姿勢の誤差を考えるには、姿勢の表現がどのように表されるかを知る必要がある。そこで、まず、従来マニピュレータで用いられていた姿勢 $\phi \in \mathbb{R}^3$ の表現方法についてみる。

姿勢の表現には、一般的なものに、Euler角表現、roll-pitch-yaw角表現、等価回転角表現がある。Euler角表現、roll-pitch-yaw角表現は共に、設定した座標系に対し姿勢を3つの角度の組で表した表現であり、等価回転角表現は、姿勢をある等価回転軸とその軸に対する3つの等価回転角で表現する。これらは、共にマニピュレータの姿勢を表現する場合によく用いられる表現であるが、基準座標から見た手先の姿勢の動きは、Euler角表現、roll-pitch-yaw角表現は3つの軸回りの回転の合成であり直感的にはわかりにくく、角度も一意に定まらない。それに対し、等価回転角表現は一つの回転軸回りの動きとして捉えることができるため、直感的に理解し易いものになっている。

一方で、姿勢と位置を一括して表現する同次表現による方法、4元数による方法も提案されている[9],[2]。

ここで挙げた姿勢の表現、位置・姿勢の一括表現は、ともに、手先に関する表現として現在までに多くのマニピュレータに適用されている。



つぎに、この表現を用いて姿勢の誤差をどう定義するか考える。Euler角表現、roll-pitch-yaw角表現、等価回転角表現では、姿勢は、ベクトル $\phi \in \mathbb{R}^3$ で表現することができるため。このベクトル表現を用いてマニピュレータの現在の手先の姿勢 $\phi \in \mathbb{R}^3$ と目標の手先の姿勢 $\phi_d \in \mathbb{R}^3$ を表現し、その差をとることで、その間の誤差 $\tilde{\phi} \in \mathbb{R}^3$ を定義することができる。

$$\tilde{\phi} := \phi - \phi_d \quad (4.9)$$

また、同次表現による方法では、姿勢の表現に、回転行列 $R \in SO(3)$ を用いている。この行列表現を用いてマニピュレータの現在の手先の姿勢 $R \in SO(3)$ と目標の手先の姿勢 $R_d \in SO(3)$ を表現し、その差をとることで、その間の誤差 $\tilde{R} \in SO(3)$ を定義することができる。

$$\tilde{R} := R - R_d \quad (4.10)$$

続く、4.4節では、これをふまえたマニピュレータ全体への拡張と、その過程で現れる問題点を示す。

## 4.4 全体インピーダンスへの拡張とその問題点

従来の手先のインピーダンス制御では、手先の目標は、手先の可到達範囲内の任意の点に設定することができた。このため、その任意の目標点との間で位置・姿勢に関する誤差を定義することができる。しかしながら、マニピュレータ全体のインピーダンス制御では、各関節位置がマニピュレータの運動学的拘束により制約を受けているため、各関節の目標位置を空間内の任意の点に選ぶことができない。形状制御でも同様な問題があったが、形状制御では各関節の目標位置のみ必要であったため、各関節の目標位置を空間曲線上の点として与えることで、これは解決されていた。一方、より一般的な全体のインピーダンス制御では、各関節の目標位置とその点での目標姿勢を必要とする。このとき、形状制御で目標位置の記述に用いられていた空間曲線で同様に目標の姿勢を記述することができれば、各関節の姿勢に関するインピーダンスが設定でき、より一般的なモーメントを考慮した全体のインピーダンス制御が達成される。しかし、空間曲線上で設定する座標系をマニピュレータの運動学を満たす形で得ることは非常に難しい問題である。

以下に、より具体的な説明を与える。4.3節で定義した式(4.9)、式(4.10)の姿勢誤差は、マニピュレータの手先に関する定義として多く利用されている。手先のインピーダンス制御では、その手先の位置・姿勢誤差をうまくに設定する式(4.1)、式(4.3)のイン

ピーダンス方程式を制御目標に掲げていた。従来のマニピュレータでは、制御対象は手先の位置・姿勢、および手先の力・モーメントであり、マニピュレータの途中の関節の位置・姿勢および関節に加わる力・モーメントは、明確な制御対象でなかった。一方で、超多自由度マニピュレータにおける全体のインピーダンス制御では、途中の位置・姿勢およびその関節に加わる力も制御対象である。そのため、マニピュレータの途中の関節の位置・姿勢およびその関節に加わる力・モーメントをうまく設定するインピーダンス方程式(4.8)を用いなければならず、途中の関節の姿勢誤差を4.3節で定義した式(4.7)の姿勢誤差で与えられるかの検討が必要になる。また、超多自由度マニピュレータでは、マニピュレータの形状を制御することで目標を達成するため、手先の位置制御での目標位置に対応して空間曲線を与えていることも、途中関節の姿勢誤差を定義する上では十分考慮しなければならない。

ここでは、4.3節で設定した、式(4.9)、式(4.10)の手先の姿勢誤差をマニピュレータの各関節の姿勢誤差 $\tilde{e}_i \in \mathbb{R}^3$ に適用することで、手先の姿勢誤差をマニピュレータ全体の姿勢誤差に拡張した定義を導くことを試み、その問題点を挙げる。

4.3節で設定した、式(4.9)、式(4.10)の姿勢誤差を $i$ 番目の関節に適用すると、共に現在の関節姿勢 $\phi_i$ 、 $R_i$ と目標の関節姿勢 $\phi_{d,i}$ 、 $R_{d,i}$ の差として次式のように与えられる。

$$\tilde{\phi}_i := \phi_i - \phi_{d,i} \quad (4.11)$$

$$\tilde{R}_i := R_i - R_{d,i} \quad (4.12)$$

式(4.11)、式(4.12)において、現在の関節姿勢 $\phi_i$ と $R_i$ は、マニピュレータの運動学から自動的に得ることができる。これに対し、目標の関節姿勢 $\phi_{d,i}$ と $R_{d,i}$ は、目標の空間曲線上に与えられるものであり、設計者が与えなければならない。各関節の位置の場合には、目標の空間曲線上の対応する位置と各関節の間の誤差は、形状誤差としてあたえられた。この場合は、各関節に対応する目標空間上の一点を目標として与えれば良かったため、形状誤差を定義することができた。これに対し、姿勢の場合には、各関節が対応する目標曲線上の一点に姿勢を表記するための座標系を設定しなければならない。

しかしながら、任意の曲線上に座標系を設定し、その座標系から得られる姿勢をマニピュレータの目標姿勢とすることは大変難しい問題である。なぜなら、この問題は、任意の曲線上に連続的に座標系をいかに設置するか、そして、連続的に設置した座標系によって目標となる各関節の姿勢をいかに定義するかという問題だからである。連続的な座標系設定の必要性は、マニピュレータの自由度が非常に多く、曲線のような場合を想像すれば直感的に理解できるが、曲線上への連続的な座標系の設定は、その座標系による目標姿勢の定義の仕方にも大きく依存している。そして、連続的な座標系による目標姿勢の

定義は、マニピュレータの幾何学的な構造にも大きく左右される。さらには、連続的な座標の選び方によっては、現在の空間曲線とマニピュレータの一致という問題が、空間内の平面とマニピュレータの一致という問題になり、その選定には、より深い幾何学的な知識を必要とする。

## 第 5 章

### おわりに

本研究では、超多自由度マニピュレータのマニピュレータ全体のインピーダンス制御則を提案した。提案した全体のインピーダンス制御則により超多自由度マニピュレータがマニピュレータ全体で環境との相互作用をする場合の制御が可能となる。全体のインピーダンス制御則は、形状制御則を基にしているため、目標である機械インピーダンス方程式の中に、曲線パラメータ推定値を含む。この曲線パラメータを推定する推定器をマニピュレータの制御と同時に用いることで、従来の手先のインピーダンス制御の部分的な拡張であり、従来の制御則と同様の形式を持つ制御則を提案することができた。また、この推定器との同時制御により、マニピュレータの制御則を、より扱いやすい形で与えることができた。そして、多くの自由度を持つマニピュレータの実際の制御に欠かせない制御則の再帰的な表現を形状制御同様与え、シミュレーションにより制御則の検証を行なった。また、より柔軟かつ積極的にマニピュレータ全体を用いるために、環境からのモーメントの影響を考慮したマニピュレータ全体のインピーダンス制御則を提案するために必要な基本的な指針を与えた。

## 参考文献

- [1] An, C.H., C.G. Atkeson J.M. Hollerbach: 松本 治弥 訳: モデルに基づくロボットマニピュレータの制御, 実数出版, 第 1 版, 1991.
- [2] Caccavale, F., B. Siciliano, L. Villani: Quaternion-based Impedance with Nondiagonal Stiffness for Robot manipulators, 1998.
- [3] Canudas de wit, C., B. Siciliano and G. Bastin Eds.: *Theory of Robot Control*, Springer, 1996.
- [4] Craig, J.J.: 三浦 宏文, 下山 勲 訳: ロボティクス 機構・力学・制御, 共立出版, 第 1 版, 1991.
- [5] Hogan, N.: Impedance control: An approach to manipulation, Parts I, II, III, *ASME J. of Dynamic Systems Measurement and Control*. 107, pp. 1-24, 1985.
- [6] Khalil, H.K.: *Nonlinear Systems*(Second Edition), Prentice Hall, 1996.
- [7] Luh, J.Y.S., M. Walker, R. Paul: Resolved-accecleration control of mechanical manipulators, *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-25, pp. 468-474, 1980.
- [8] Mochiyama, H.: *Shape Control of Manipulators with Hyper Degrees of Freedom*, Doctoral Dissertation, School of Information Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology, 1998.
- [9] Murray, R.M., Z. Li, S.S. Sastry: *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, CRC Press, 1994.
- [10] Raibert, M.H., J.J. Craig: Hybrid position/force control of manipulators, *ASME J. of Dynamic Systems Measurement and Control*. 102, pp. 126-133, 1981.
- [11] Salisbury, J.K.: Active stiffness control of a manipulator in Cartesian coordinates, *Proc. 19th IEEE CDC*, pp. 95-100, 1980.
- [12] Salisbury, J.K.: Whole Arm Manipulation, *Proc. of the 4th International Symposium on Robotics Rsearch*, 1987.

- [13] Shin, K.G., C. Lee: Compliant control of robotic manipulators with resolved acceleration, *Proc. 24th IEEE CDC*. Ft. Lauderdale, pp. 350-357, 1985.
- [14] 有本 卓: ロボットの力学と制御, 朝倉書店, 第2版, 1991.
- [15] 辻 敏夫, 高橋 利彰, 伊藤 宏司: 冗長マニピュレータの多点コンプライアンス制御, 計測自動学会論文集, Vol.26, No.12, pp. 1406-1413, 1990.
- [16] 辻 敏夫, 高橋 利彰, 伊藤 宏司: 手先拘束を考慮したマニピュレータの多点コンプライアンス制御, 計測自動学会論文集, Vol.27, No.1, pp. 85-92, 1991.
- [17] 辻 敏夫, アハマド ヤジディ: 冗長マニピュレータのインピーダンス制御, :冗長性を利用した関節インピーダンスの調節法ロボット学会誌, Vol.12, No.4, pp. 609-615, 1994.
- [18] 吉川恒夫: ロボット制御基礎論, コロナ社, 第3版, 1990.

# 研究成果

- [1] 古長谷 徹, 望山 洋: 超多自由度マニピュレータの力制御: マニピュレータ全体のインピーダンス制御, 第16回日本ロボット学会学術講演会予稿集, Vol. 1, pp. 485-486, 1998.

# 謝辞

最後になりましたが、暖かい激励と数多くの助言を下された藤田 政之助教授、日頃御指導頂いた望山 洋助手に深謝します。また、有益な御助言や、御討論を頂いた、丸山 章氏、田中 奈津夫氏、鈴木 亮一氏、平田 研二氏、並びに、有形無形の励ましを頂いた藤田研究室の先輩・同輩の方々に感謝します。



# 第 A 章

## 再帰的表現の計算式

ここでは、3.6節で述べた制御則の再帰的表現の途中計算を抜粋して示す。途中計算には、超多自由度マニピュレータ特有の座標系設定方法による関係を多様しているため、途中計算を理解することは、超多自由度マニピュレータの制御則を理解する上で重要なことである。

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}, t) \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \end{bmatrix} = \ddot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{D}\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}\mathbf{e}) + \mathbf{H}^{-1}\mathbf{f}_e \quad (\text{A.1})$$

式 (A.1) では、その左辺は、 $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d \in \mathbb{R}^{2n}$  と  $\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \in \mathbb{R}^n$  の組であるが、次の操作をすることで  $\ddot{\theta}_{d,i} \in \mathbb{R}^2$ 、 $\ddot{\sigma}_{d,i} \in \mathbb{R}$  の組に分割することができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{q}, t) \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \end{bmatrix} &= \mathbf{J}(\mathbf{q}, t) \mathbf{P} \mathbf{P}^{-1} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d \\ \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_d \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, t) \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{d,1} \\ \ddot{\sigma}_{d,1} \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_{d,n} \\ \ddot{\sigma}_{d,n} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{11} & & & \\ \mathbf{J}_{21} & \mathbf{J}_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ \mathbf{J}_{n1} & \mathbf{J}_{n2} & \cdots & \mathbf{J}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{d,1} \\ \ddot{\sigma}_{d,1} \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_{d,n} \\ \ddot{\sigma}_{d,n} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

この時、各要素  $J_{ij} \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$  は  $i$  と  $j$  の大きさによって以下ようになる。

$$J_{ij} := \begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}}(\boldsymbol{\theta}) & \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}}(\boldsymbol{\theta}) & -\frac{d\mathbf{c}}{d\sigma}(\sigma_i) \end{bmatrix}, & i = j \\ \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}}(\boldsymbol{\theta}) & \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}}(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{o} \end{bmatrix}, & i > j \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

式 (A.2) の  $i$  番目の要素をそれぞれ  $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} \in \mathfrak{R}^2$ ,  $\ddot{\sigma}_{d,i} \in \mathfrak{R}$  とし、 $\ddot{\mathbf{q}}_{d,i} := \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} & \ddot{\sigma}_{d,i} \end{bmatrix}^T \in \mathfrak{R}^3$  とする。また、 $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{d,s,i} & \ddot{\theta}_{d,m,i} \end{bmatrix}^T$  である。

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}_{d,i} &= \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} \\ \ddot{\sigma}_{d,i} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{J}_{ii}^{-1} \left\{ \ddot{\mathbf{c}}(\hat{\sigma}_i, 0, 0, t) - \sum_{k=1}^{i-1} \mathbf{J}_{ik} \ddot{\mathbf{q}}_{d,k} - \sum_{k=1}^i \mathbf{J}_{ik} \dot{\mathbf{q}}_{d,k} - \mathbf{H} \mathbf{D}_i \dot{\hat{\mathbf{e}}}_i - \mathbf{H} \mathbf{K}_i \hat{\mathbf{e}}_i + \mathbf{H}_i \mathbf{f}_{e,i} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

以下、式 (A.4) の各項について計算し、最後に再帰的な表現を示す。

この時、カッコ内第2項は式 (A.3) を用いることで以下ようになる。

$$\begin{aligned} -\sum_{k=1}^{i-1} \mathbf{J}_{ik} \ddot{\mathbf{q}}_{d,k} &= -\sum_{k=1}^{i-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}}(\boldsymbol{\theta}) & \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}}(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_{d,s,k} \\ \ddot{\theta}_{d,m,k} \\ \ddot{\sigma}_{d,k} \end{bmatrix} \\ &= -\sum_{k=1}^{i-1} \left( \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}} \ddot{\theta}_{d,s,k} + \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}} \ddot{\theta}_{d,m,k} \right) \\ &= \sum_{k=1}^{i-1} \left\{ \left( (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \right) \ddot{\theta}_{d,s,k} + \left( (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \boldsymbol{\Phi}_k \mathbf{a}_{m,k} \right) \ddot{\theta}_{d,m,k} \right\} \\ &= \sum_{k=1}^{i-1} \left\{ (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \Delta \dot{\mathbf{w}}_{2,k}(\boldsymbol{\theta}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

ただし、 $\Delta \dot{\mathbf{w}}_{2,k}(\boldsymbol{\theta}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) \in \mathfrak{R}^3$  は次のように定義され、

$$\Delta \dot{\mathbf{w}}_{2,k}(\boldsymbol{\theta}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) := \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \ddot{\theta}_{d,s,k} + \boldsymbol{\Phi}_k \mathbf{a}_{m,k} \ddot{\theta}_{d,m,k} \quad (\text{A.6})$$

$\frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}} \in \mathfrak{R}^3$ 、 $\frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}} \in \mathfrak{R}^3$  はそれぞれ以下で示される。

$$\frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}} = \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \times (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}} = \boldsymbol{\Phi}_k \mathbf{a}_{m,k} \times (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \quad (\text{A.8})$$

また、カッコ内第3項は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
-\sum_{k=1}^i \mathbf{J}_{ik} \dot{\mathbf{q}}_k &= -\sum_{k=1}^i \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}}(\boldsymbol{\theta}) \right) \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}}(\boldsymbol{\theta}) \right) \quad - \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathbf{c}}{d\sigma}(\sigma_i) \right) \right] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{s,k} \\ \dot{\theta}_{m,k} \\ \dot{\sigma}_k \end{bmatrix} \\
&= -\sum_{k=1}^i \left\{ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}}(\boldsymbol{\theta}) \right) \dot{\theta}_{s,k} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}}(\boldsymbol{\theta}) \right) \dot{\theta}_{m,k} + \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathbf{c}}{d\sigma}(\sigma_i) \right) \dot{\sigma}_k \right\} \\
&= \sum_{k=1}^i \left\{ (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \Delta \dot{\mathbf{w}}_{1,k}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + (\dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_{k-1}) \times \Delta \mathbf{w}_k(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \right\} \\
&\quad + \frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial \sigma \partial t}(\hat{\sigma}_i, t) \hat{\sigma}_i + \frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial \sigma^2}(\hat{\sigma}_i, t) \hat{\sigma}_i^2 \tag{A.9}
\end{aligned}$$

ただし、 $\Delta \dot{\mathbf{w}}_{1,k}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \in \mathfrak{R}^3$ 、 $\Delta \mathbf{w}_k(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \in \mathfrak{R}^3$  は次のように定義される。

$$\Delta \dot{\mathbf{w}}_{1,k}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) := \left( [\mathbf{w}_{k-1} \times] \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \dot{\theta}_{s,k} + [\mathbf{w}_k \times] \boldsymbol{\Phi}_k \mathbf{a}_{m,k} \dot{\theta}_{m,k} \right) \tag{A.10}$$

$$\Delta \mathbf{w}_k(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) := \left( \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \dot{\theta}_{s,k} + \boldsymbol{\Phi}_k \mathbf{a}_{m,k} \dot{\theta}_{m,k} \right) \tag{A.11}$$

また、

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{s,j}}(\boldsymbol{\theta}) \right) &= \frac{d}{dt} \left\{ \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \times (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \right\} \\
&= \dot{\boldsymbol{\Phi}}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \times (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) + \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \times (\dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_{k-1}) \\
&= [\mathbf{w}_{k-1} \times] \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \times (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) + \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{a}_{s,k} \times (\dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_{k-1}) \tag{A.12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \theta_{m,j}}(\boldsymbol{\theta}) \right) &= \dot{\boldsymbol{\Phi}}_k \mathbf{a}_{m,k} \times (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) + \boldsymbol{\Phi}_k \mathbf{a}_{m,k} \times (\dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_{k-1}) \\
&= [\mathbf{w}_k \times] \boldsymbol{\Phi}_k \mathbf{a}_{m,k} \times (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) + \boldsymbol{\Phi}_k \mathbf{a}_{m,k} \times (\dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_{k-1}) \tag{A.13}
\end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathbf{c}}{d\sigma}(\sigma_i) \right) = \frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial \sigma \partial t}(\hat{\sigma}_i, t) + \frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial \sigma^2}(\hat{\sigma}_i, t) \hat{\sigma}_i \tag{A.14}$$

このとき、次の関係式がある。

$$\mathbf{w}_k - \mathbf{w}_{k-1} = \Delta \mathbf{w}_k \tag{A.15}$$

$$\dot{\mathbf{w}}_k - \dot{\mathbf{w}}_{k-1} = \Delta \dot{\mathbf{w}}_{1,k} + \Delta \dot{\mathbf{w}}_{2,k} \tag{A.16}$$

また、次のことを暗黙に意味する。

$$\ddot{\mathbf{c}}(\hat{\sigma}_i, 0, 0, t) + \frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial \sigma^2}(\hat{\sigma}_i, t) \hat{\sigma}_i^2 + \frac{\partial^2 \mathbf{c}}{\partial \sigma \partial t}(\hat{\sigma}_i, t) \hat{\sigma}_i = \ddot{\mathbf{c}}(\hat{\sigma}_i, \dot{\hat{\sigma}}_i, 0, t) \tag{A.17}$$

よって、式 (A.4) のカッコ内第 2 項、第 3 項をまとめると以下ようになる。

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^{i-1} (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \Delta \dot{\mathbf{w}}_{2,k}(\boldsymbol{\theta}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) \\
& + \sum_{k=1}^i (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \Delta \dot{\mathbf{w}}_{1,k}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + (\dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_{k-1}) \times \Delta \mathbf{w}_k(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \\
& = \sum_{k=1}^i \left\{ (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \Delta \dot{\mathbf{w}}_k(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) \Big|_{\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i}=\mathbf{0}} + (\dot{\mathbf{p}}_i - \dot{\mathbf{p}}_{k-1}) \times \Delta \mathbf{w}_k \right\} \\
& = \sum_{k=1}^i \frac{d}{dt} \left\{ (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \Delta \dot{\mathbf{w}}_k \right\} \Big|_{\dot{\boldsymbol{\theta}}=\dot{\boldsymbol{\theta}}_d, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i}=\mathbf{0}} \\
& = \frac{d}{dt} \sum_{k=1}^i \left\{ (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_{k-1}) \times \Delta \dot{\mathbf{w}}_k \right\} \Big|_{\dot{\boldsymbol{\theta}}=\dot{\boldsymbol{\theta}}_d, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i}=\mathbf{0}} \\
& = -\dot{\mathbf{p}}_i(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) \Big|_{\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i}=\mathbf{0}} \tag{A.18}
\end{aligned}$$

よって、再帰的な表現は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{q}}_{d,i} &= \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i} \\ \ddot{\sigma}_{d,i} \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{J}_{ii}^{-1} \left( \ddot{\mathbf{c}}(\hat{\sigma}_i, \dot{\hat{\sigma}}_i, 0, t) - \dot{\mathbf{p}}_i(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d) \Big|_{\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{d,i}=\mathbf{0}} - \mathbf{H} \mathbf{D}_i \dot{\hat{e}}_i - \mathbf{H} \mathbf{K}_i \hat{e}_i + \mathbf{H}_i \mathbf{f}_{e,i} \right) \tag{A.19}
\end{aligned}$$

$$= \mathbf{J}_{ii}^{-1} \left( \ddot{\mathbf{e}}_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}_d) \Big|_{\ddot{\mathbf{q}}_{d,i}=\mathbf{0}} - \mathbf{H} \mathbf{D}_i \dot{\hat{e}}_i - \mathbf{H} \mathbf{K}_i \hat{e}_i + \mathbf{H}_i \mathbf{f}_{e,i} \right) \tag{A.20}$$

## 第 B 章

### シミュレーション環境の構築

ここでは、3節で提案したマニピュレータ全体のインピーダンス制御則を検証するために必要なシミュレーションに関して述べる。

本研究で用いることのできる装置としては、機構解析プログラム DADS(CADS 社)、MATLAB、SIMULINK(MATH WORKS 社)がある。この装置内に仮想の超多自由度マニピュレータが、望山によりすでに構築されている。

3節で提案したインピーダンス制御則をシミュレーションにより検証するためには、まずマニピュレータが接触する環境を構築しなければならない。

考える環境は、インピーダンス制御の行なわれないマニピュレータに対して、マニピュレータが環境に与える力をそのまま反発力としてマニピュレータに返すことが出来なければならない。また、静止していても抗力が必要な場合も考慮しなければならない。以下、B.1節ではもっとも単純な状況として、重力場での単体の剛体の自由落下について述べ、その後、B.2では、B.1節で単体の剛体の自由落下を踏まえて、超多自由度マニピュレータに拡張する場合に必要な手順を述べる。

#### B.1 単体の剛体の自由落下

まずは、最も単純な例として単体の剛体の自由落下について考える。

このときの環境は、図 B.1のような重力方向に垂直な面を考え、剛体がこの面に接触した時、反発力を返し、面の上で静止する場合には抗力を返すものとする。

自由落下の場合、剛体が面に与える力 $f_1$ は、力積より次式で与えられる。

$$f_1 = \frac{m(v_a - (-v_b))}{\delta t} = \frac{2ev_a}{\delta t} \quad (\text{B.1})$$

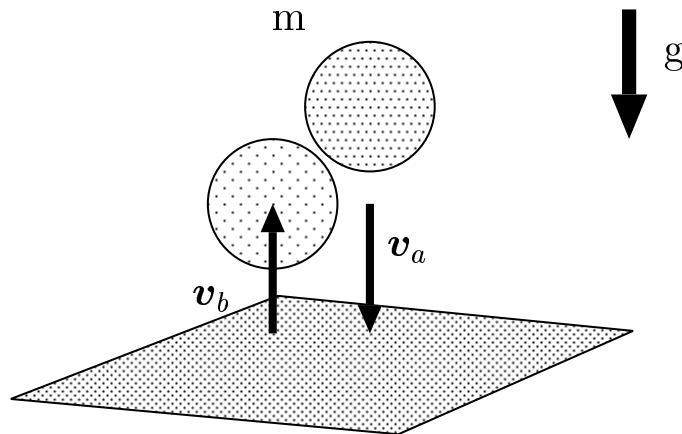


Fig. B.1: Free fall of rigid body

ただし、 $v_a$ は衝突前の速度であり、 $v_b$ は衝突後の速度であり、 $\delta t$ は衝突している微小時間である。また、 $e = \frac{v_b}{v_a}$ は反発係数である。この力を環境が剛体に与えることが出来れば、この面は、反発力を発生する環境として成立する。

また、反発係数  $e$  が零の場合、剛体はこの面の上で静止しなければならず、面は抗力  $f_2$  を剛体に与えなければならない。抗力は上式のように力積で与えることはできず、次式で表される。

$$f_2 = mg \tag{B.2}$$

この力を、環境が剛体に与えられることが出来れば、この面は、抗力を発生する環境として成立する。

## B.2 超多自由度マニピュレータへの拡張

この単体の剛体の自由落下の例からもわかる用に、環境は反発力と抗力を発生できなければならない。単体の剛体の自由落下から、超多自由度マニピュレータまで拡張する場合、次の手順を踏まなければならない。

1. 2つの剛体が距離の拘束を受けている場合の自由落下  
(リンクでの結合をイメージ)

2. 距離の拘束を受けている 2 つの剛体の片方が面に位置拘束されている場合の重力下での運動 ( 駆動されていないマニピュレータをイメージ )
3. 2 の剛体を無重力空間で駆動させた場合  
( 重力を考慮しないマニピュレータをイメージ ) [手先が接触]
4. 2 の剛体を重力のある空間で駆動させた場合  
( 重力を考慮したマニピュレータをイメージ ) [手先が接触]
5. 1 の剛体を 3 つに増やした場合  
( 複数のリンクでの結合をイメージ )
6. 2 の剛体を 3 つに増やした場合  
( 駆動されていない超多自由度マニピュレータをイメージ )  
[手先が接触] [途中のリンクが接触]
7. 3 の剛体を 3 つに増やした場合  
( 重力を考慮しない超多自由度マニピュレータをイメージ )  
[手先が接触][途中のリンクが接触]
8. 4 の剛体を 3 つに増やした場合  
( 重力を考慮した超多自由度マニピュレータをイメージ )  
[手先が接触][途中のリンクが接触]

ただし、この全てに対して、環境からの反発力、抗力をどのように与えるかを考えなければならぬ。

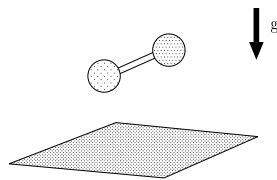


Fig. B.2: case 1

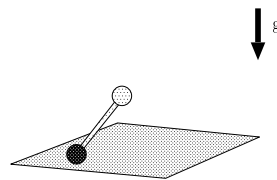


Fig. B.3: case 2

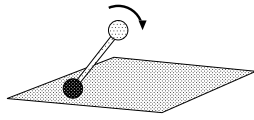


Fig. B.4: case 3

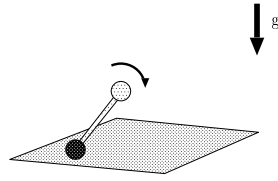


Fig. B.5: case 4

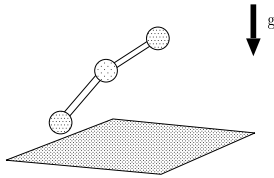


Fig. B.6: case 5

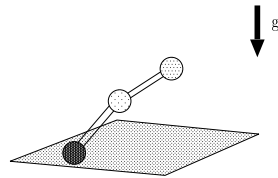


Fig. B.7: case 6

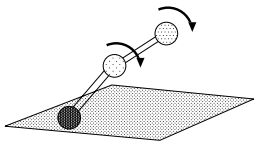


Fig. B.8: case 7

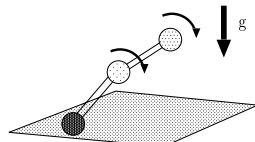


Fig. B.9: case 8