

Title	リアル・オプション・アプローチによる不確実な需要に対する最適なオプション行使量に基づく生産量の調整
Author(s)	久米, 克典; 藤原, 孝男
Citation	年次学術大会講演要旨集, 29: 757-762
Issue Date	2014-10-18
Type	Conference Paper
Text version	publisher
URL	http://hdl.handle.net/10119/12556
Rights	本著作物は研究・技術計画学会の許可のもとに掲載するものです。This material is posted here with permission of the Japan Society for Science Policy and Research Management.
Description	一般講演要旨

リアル・オプション・アプローチによる不確実な需要に対する

最適なオプション行使量に基づく生産量の調整

○久米克典, 藤原孝男 (豊橋技術科学大学)

1. 問題提起

バイヤーが需要量をサプライヤーに発注し、サプライヤーがバイヤーに製品（清涼飲料水）を引き渡すサプライチェーンを考える。バイヤーは、自ら製品在庫を抱え、リテーラーの発注に応じて、製品を出荷する。清涼飲料水の容器別生産本数割合は、ペット 69.3%、缶 17.3%、紙 9.1%、びん 1.6%、およびその他 2.7%であり、紙の割合は低いという特徴がある [1]。他方、ペットボトル、缶ならびにびんの容器の賞味期限の日付は数ヶ月から 1 年先になるが、紙の容器の賞味期限の日付は 2 週間程度先で短い傾向にある。

また、サプライチェーンには、3 分の 1 ルールがある [2]。このルールは、製造日から賞味期限までの期間の 3 分の 1 の時点までにリテーラーへ納入し、リテーラーは残り 3 分の 2 の時点まで販売できるとする。賞味期限が製造日を含めて 15 日後である紙容器の製品を考えると、バイヤーからリテーラーへの納入期限は製造より 5 日後である。5 日間でサプライヤーは製造してバイヤーに引き渡し、バイヤーは在庫を抱えながら、リテーラーの発注に応じて出荷する。製造後の在庫保管場所までの物流に 1 日、および在庫保管場所からリテーラーの納入先までの物流に 1 日をそれぞれ要すると仮定すると、バイヤーが保持できる在庫期間は 3 日間になる。バイヤーは、不良在庫を回避する調整機能を担いながら、サプライヤーに日次の発注を行う。サプライヤーは、日

次の製造数が需要に応じて変動するので、効率的な製造に不確実性を受ける。こうして、紙容器の製品は、不確定な日次製造になりやすい。

この不確実性の低減への柔軟性に関してリアル・オプション・アプローチを用いて、受注量を一定の範囲内で製造能力に調整することは、清涼飲料水においても有用である [3]。しかし、従来、受注量の単なる変化に加えて、どの程度の変化が最適であるかは充分には明らかにされてこなかった。

そこで本研究では、紙容器の清涼飲料水を対象に、需要の不確実性の下でリアル・オプション・アプローチを導入した場合に、サプライヤーの利益最大化を目指す最適な受注量の変化割合の決定方法を提案する。

2. オプションと問題設定

2.1. オプション

本研究のオプションとは、予めバイヤーとサプライヤーが合意し、バイヤーが提示する需要量からの日次受注量を一定の割合内で増減できる選択権と定義する。そのオプションの購入と行使の権利をサプライヤーが得るものとする。但し、サプライヤーは、連続する 2 期間で必ずバイヤーの需要量を完納するという制約を受ける。

オプション購入により、サプライヤーは自らの製造設備稼働に対して、バイヤーの要求事項を満たしながら、一定の最適化を図ることができる。製造本数の変更

は、量に関する柔軟性の1つである[4]。他方、バイヤーは余剰在庫のコストを考慮しなければならないが、期待した発注数を連続する2期間で確保できる。

2.2. モンテカルロ・シミュレーション

モンテカルロ・シミュレーションは、乱数を使用して推計的に現象をシミュレーションで評価する。その特長は、乱数を使用したシミュレーションを十分に繰り返すことで、分析的に解けない問題の場合でも、近似解を得られることである。特に、表計算ソフトを使用したシミュレーションが容易である[5][6][7]。本研究では、モンテカルロ・シミュレーションを使用してリアル・オプション・アプローチを評価する。

2.3. 問題設定

サプライヤーは、需要量に応じて、いくつかのバッチに分けて調合する。同一容積のタンクにバッチあたりの最大製造可能量 ($B_{\max}$) で順次調合すると、最終のバッチ (B_{last}) は $B_{\max}$ でない場合が生じる。図.1は、 B_{last} の状況を示したものであり、次の3つの状態に大別される。

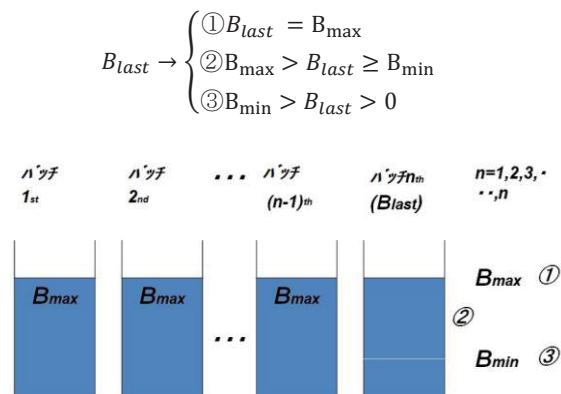


図.1. 調合バッチの概念

バッチあたりの最小製造可能量 ($B_{\min}$) 未満で製造できないため、それ未満の場合は調合量を $B_{\min}$ まで増やし、需要量超過分を廃棄することになる。こうして、 B_{last} の状態が、効率的な製造に不確実性を与えることになる。製造費用は、直接原材料費、加工費ならびに廃棄費から成る。加工費は、

バッチあたりの固定費とみなす。複数のバッチを使用した場合は、ステージあたりで準固定費とする。廃棄費は、余剰部分を廃棄する費用であり、廃棄1本あたりにかかる。

オプションは、 B_{last} のバッチを対象にし、需要量に応じて一定の範囲内で増減させる。新規のバッチを追加すること、または B_{last} よりも前のバッチに影響を与えることは、認めない。

3. 計算方法

1つの日次を1つのステージとみなし、ステージごとのオプション価値を評価する。ステージごとのオプション価値は、拡張正味現在価値 (ENPV) と正味現在価値 (NPV) の差で捉える。NPVは、オプション行使しない場合の、そしてENPVは権利行使する場合の投資収益である。本研究では、租税公課ならびに時間的価値を無視する。量はすべて、製品本数で示す。

NPVは、式(1)で与えられる。

$$NPV = Tsales - TVc - TFc - TS \quad (1)$$

ここで、

Tsales - 売上 (円/ステージ)

TVc - 総合直接原材料費 (円/ステージ)

TFc - 総合加工費 (円/基)

TS - 廃棄費 (円/ステージ)

である。

Tsalesは、式(2)で与えられる。

$$Tsales = rD \quad (2)$$

ここで、

r - 売上単価 (円/本)

D - 需要量 (本/ステージ)

である。

TVcは、必要な $B_{\max}$ の数と B_{last} の状態により、式(3)で示される。

$$TVc = \{(n-1)B_{\max} + \text{Max}(B_{last}, B_{\min})\}Vc \quad (3)$$

式(3)は、式(4)に置き換えることができる。

TVc

$$= \begin{cases} \{(n-1)B_{\max} + B_{last}\}Vc & \text{if } B_{last} \geq B_{\min} \\ \{(n-1)B_{\max} + B_{\min}\}Vc & \text{if } B_{\min} > B_{last} \end{cases} \quad (4)$$

ここで、

n - バッチの数 (基)

Vc - 直接原材料単価 (円/本)

である。

TFcは、式 (5) で与えられる。

$$TFc = nFc \quad (5)$$

ここで、

Fc - バッチあたりの加工費 (円/基)

である。

TSは、式 (6) で与えられる。

$$TS = SpSq \quad (6)$$

ここで、

Sp - 廃棄単価 (円/本)

Sq - 廃棄数 (本/ステージ)

である。廃棄費は、 $B_{\min} > B_{last} > 0$ の場合にだけ生じる。そのため、

$$Sq = \text{Max}(B_{\min} - B_{last}, 0) \quad (7)$$

となる。

$$eTVc = \begin{cases} nB_{\max}Vc & \text{if } B_{last} = B_{\max} \\ \{(n-1)B_{\max} + B_{last} + diD\}Vc & \text{if } B_{\max} > B_{last} \geq B_{\min} \text{ and } B_{\max} \geq B_{last} + diD \\ \{(n-1)B_{\max} + B_{last} + diD\}Vc & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \text{ and } B_{last} + diD \geq B_{\min} \\ \{(n-1)B_{\max} + B_{\min}\}Vc & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \text{ and } B_{\min} > B_{last} + diD > 0 \\ (n-1)B_{\max}Vc & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \text{ and } B_{last} + diD = 0 \end{cases} \quad (11)$$

ここで、 B_{last} はオプション行使前の最終バッチにおける本数である。特に、 $di < 0$ の場合、サプライヤーは単純に生産本数を減らすことを期待しておらず、少量製造でも固定費になり非効率なFcを 1 基分減らす

eTFc

$$= \begin{cases} nFc & \text{if } B_{last} = B_{\max} \\ nFc & \text{if } B_{\max} > B_{last} \geq B_{\min} \text{ and } B_{\max} \geq B_{last} + diD \\ nFc & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \text{ and } B_{last} + diD \geq B_{\min} \\ nFc & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \text{ and } B_{\min} > B_{last} + diD > 0 \\ (n-1)Fc & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \text{ and } B_{last} + diD = 0 \end{cases} \quad (12)$$

eTSは、式 (13) で与えられる。

$$eTS = \text{SpeSq} \quad (13)$$

式 (6) は、式 (8) に置き換えできる。

$$TS = \begin{cases} 0 & \text{if } B_{last} \geq B_{\min} \\ (B_{\min} - B_{last})Sp & \text{if } B_{\min} > B_{last} \end{cases} \quad (8)$$

ENPVは、式 (9) で与えられる。

$$\text{ENPV} = e\text{Tsales} - e\text{TVc} - e\text{TFc} - e\text{TS} - \text{Opt} \quad (9)$$

ここで、

eTsales - 拡張売上 (円/ステージ)

eTVc - 拡張総合直接原材料費 (円/ステージ)

eTFc - 拡張総合加工費 (円/バッチ)

eTS - 拡張廃棄費 (円/ステージ)

Opt - オプション費用 (円/ステージ)

である。

eTsalesは、式 (10) で与えられる。

$$e\text{Tsales} = r(1 + di)D \quad (10)$$

ここで、

di - 需要量に対するオプション行使の割合; 増加 (コール; $di > 0$) もしくは減少 (プット; $di < 0$) の割合である。オプションを行使しない場合は $di = 0$ になる。

eTVcは、 $B_{\max}$ の数、 B_{last} ならびにオプションの状態により、式 (11) で示される。

ことを期待する。そのため、最適な条件は、 $B_{last} + diD = 0$ になる。

eTFc は、式 (12) で与えられる。

ここで、

eSq - オプション行使時の廃棄数 (本/ステージ)

である。 $di > 0$ ならば、 $B_{\min} > B_{last} + diD > 0$ の場合のみに廃棄が生じるから、

$$eSq = \text{Max}(B_{\min} - B_{last} - diD, 0) \quad (14)$$

$di < 0$ ならば、 $B_{last} = diD$ の場合しかオプション行使

しないため、廃棄は生じないから、

$$eSq = 0 \quad (15)$$

である。

$$eTS = \begin{cases} 0 & \text{if } B_{last} = B_{\max} \\ 0 & \text{if } B_{\max} > B_{last} \geq B_{\min} \\ 0 & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \\ (B_{\min} - B_{last} + diD)Sp & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \\ 0 & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{and } B_{\max} \geq B_{last} + diD \\ \text{and } B_{last} + diD \geq B_{\min} \\ \text{and } B_{\min} > B_{last} + diD > 0 \\ \text{and } B_{last} + diD = 0 \end{matrix} \quad (16)$$

Optは、式(17)で与えられる。

$$\text{Opt} = OcOq \quad (17)$$

ここで、

Oc - オプション単価 (円/本)

Oq - オプション行使量(本)

である。特定のケース j におけるオプション単価 Ocj は契約上の基準としての Oc あるいは $|di|$ に正比例する、すなわちオプション行使割合が大きくなるとオプション単価も高くなるとすると、

$$Ocj = |di_j| = k|di| \quad (18)$$

である。ただし、 k は定数 ($k > 0$) である。

オプション行使量 Oq は、需要量と相対的なオプション行使割合の絶対値の積に一致することから、常に

$$Oq = |di|D \quad (19)$$

である。また、オプション行使量は、オプションは、 B_{last} のバッチ内に限定されるから、

$$B_{\max} > Oq = |di|D \geq 0 \quad (20)$$

が成り立つ。

式(18)および(19)を式(17)に使用すると、式(21)で与えられる。

$$\text{Opt}_j = k|di|^2D \quad (21)$$

オプション価値 (OV) は、式(1)および(9)を使用して、式(22)で与えられる。

$$\text{OV} = \text{ENPV} - \text{NPV} \quad (22)$$

式(22)は、式(4), (8), (11), (12), (16), および(21)における B_{last} と di の状態の違いにより、5つの場合に分けることができる。これを、 di についてまとめると、式(23)で与えられ

$$\text{OV}_j = \begin{cases} 0 & \text{if } B_{last} = B_{\max} \\ -kD|di|^2 + (r - Vc)Ddi & \text{if } B_{\max} > B_{last} \geq B_{\min} \\ -kD|di|^2 + (r - Vc + Sp)Ddi & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \\ -(B_{last} - B_{\min})Vc + (B_{\min} - B_{last})Sp & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \\ -kD|di|^2 + (r + Sp)Ddi & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \\ -kD|di|^2 + rDdi & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \\ +B_{\min}Vc + Fc + (B_{\min} - B_{last})Sp & \text{if } B_{last} + diD \geq B_{\min} \\ & \text{and } B_{last} + diD \geq B_{\min} \\ & \text{and } B_{\min} > B_{last} + diD > 0 \\ & \text{and } B_{last} + diD = 0 \end{cases} \quad (23)$$

式(23)において、 k は $k > 0$ である。 $B_{last} = B_{\max}$ 以外の4つの場合すべては、 di について上に凸の二次関数である。 $di' = 0$ の場合に、最大値をとるから、

右辺の式=0 において di について微分し、 di についてまとめると、式(24)で与えられる。

$$di = \begin{cases} \frac{r - Vc}{2k} & \text{if } B_{\max} > B_{last} \geq B_{\min} \\ \frac{r - Vc + Sp}{2k} & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \\ \frac{r + Sp}{2k} & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \\ \frac{-r}{2k} & \text{if } B_{\min} > B_{last} > 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{and } B_{\max} \geq B_{last} + diD \\ \text{and } B_{last} + diD \geq B_{\min} \\ \text{and } B_{\min} > B_{last} + diD > 0 \\ \text{and } B_{last} + diD = 0 \end{matrix} \quad (24)$$

OV_j を最大にする di は、 r, Vc, k ならびに Sp に依存することを示している。 $r > Vc > Sp$ において、

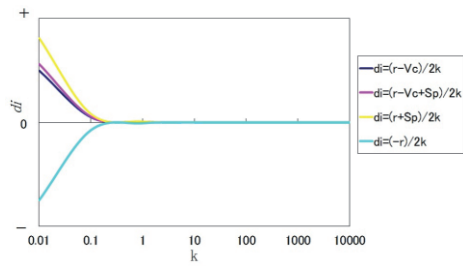


図. 2. k と di の関係

式 (24) において、上から 3 つまでの状態は、前提条件よりすべて $di > 0$ である。一方、一番下の状態は、 $di < 0$ である。いずれの式においても、 B_{last} によって最適な di を決定できる。しかしながら、 B_{last} がどの状態になるかは不確実性を含むため、発生頻度を考慮し、 di を決定するモンテカルロ・シミュレーションを行うことに意義がある。

4. モンテカルロ・シミュレーションの結果

モンテカルロ・シミュレーションは、マイクロソフト社エクセル 2010 上で、オラクル社クリスタルボール (Fusion Version) を使用する。 D は対数正規分 (Location; 1257, Mean; 10498, Std. Dev; 3596) を使用し、その分布は、図. 3 になる。

$r = 60, Vc = 20, Fc = 30000, Sp = 5, B_{max} = 5000, B_{min} = 3000, 1000 \leq D \leq 20000$ とし、オプション価値を計算する。式 (20) と D の範囲より、

$$5 > |di| \geq 0 \quad (25)$$

になる。これらの制約の下で、式 (24) に基づく OV_j を最大にする di とモンテカルロ・シミュレーションによる di を表. 1 に示した。 OV は日次製造を想定し 365 回の年平均値を求めることを 1000 回繰り返して 1 セットとし、1000 セットをシミュレーションして、最適 OV 、ならびに最適 di を決定する。

結果として、式 (24) に基づく di とモンテカルロ・シミュレーションによる di は、 k の変化によって差が異なった。

k と di の関係を示したグラフは、図. 2 になる。

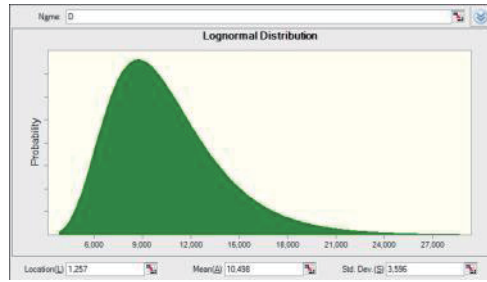


図. 3. 需要量 (D) の分布

式 (25) による制約は、式 (24) に基づく di のうち、 $k = 0.01, 0.1$, および 1 における最適解を選択不可能とした。しかしながら、モンテカルロ・シミュレーションによる最適 OV は、 $k = 0.1$ の場合に最高値になり、その最適 di は 0.440 になった。この数値は、 di の取りうる値の中でもゼロに近い値になった。少ないオプション行使量でオプション価値を高める条件である。式 (24) に基づく di と異なる結果は、 B_{last} の状態が式 (20) による行使量の小さいためと考えられる。

5. まとめ

本研究ではリアル・オプション・アプローチを導入することで、バイヤーの需要量を確保すると同時に、サプライヤーの利益最大化を目指すモデルを提案した。そのモデルをモンテカルロ・シミュレーションで評価すると、需要量に対するオプション行使量の割合 (di) は、オプション単価 (Oc)、ならびにオプション行使量 (Oq) によって、変化を受けることを数式で明らかにした。更に最適 di は、理論とシミュレーションで相違を認められ、その理由の 1 つはオプション行使量がタンクの大きさによって制約を受けるためと考えられる。モンテカルロ・シミュレーションによるリアル・オプション・アプローチは、オプション価値を評価するために有用といえる。

表. 1. k の変化に伴う最適 di の変化

	$k = 0.01$	$k = 0.1$	$k = 1$	$k = 10$	$k = 100$	$k = 1000$	$k = 10000$
$(r - Vc)/2k$	2000.000	200.000	20.000	2.000	0.200	0.020	0.002
$(r - Vc + Sp)/2k$	2250.000	225.000	22.500	2.250	0.225	0.023	0.002
$(r + Sp)/2k$	3250.000	325.000	32.500	3.250	0.325	0.033	0.003
$-r/2k$	-3000.000	-300.000	-30.000	-3.000	-0.300	-0.030	-0.003
最適 OV (円/ステージ)	31272.2	37136.9	36013.0	30229.0	17709.0	3494.0	0.0
最適 di	0.430	0.440	0.432	0.144	0.067	0.018	0.000
最適 $OcOq$ (円/ステージ)	15.5	139.2	1367.6	3077.9	7691.2	3972.2	70.7

参考文献

- [1] 全国清涼飲料工業会, 2013 年容器別シェア (生産量ベース), <http://www.j-sda.or.jp/statistically-information/stati05.php>, (2014 年 8 月 22 日アクセス)
- [2] 農林水産省, 食品小売店における納入・販売期限の設定事例について, http://www.maff.go.jp/j/study/syoku_loss/02/pdf/data1-1.pdf, (2014 年 8 月 22 日アクセス)
- [3] 久米克典, 藤原孝男, 飲料業における需要変動下での日次生産計画へのリアル・オプション・アプローチの応用について, 第 28 回研究・技術計画学会 年次学術大会, (2013)
- [4] Beach, R., Muhlemann, A. P., Price, D. H. R., Paterson, A., and Sharp, J. A. (2000). A review of manufacturing flexibility, *European journal of operation research*, 122, 41-57.
- [5] Bhat, A., and Kumar, A. (2008). Application of the crystal ball software for uncertainty and sensitivity analyses for predicted concentration and risk levels. *Environmental Progress*. 27(3), 289-294.
- [6] Chan, Y. (2011). A software survey of analytics and spatial information technology.

In Chan, Y., *Location theory and decision analysis* (pp.411-440). Heidelberg: Springer.

[7] EPM information development team. (2012). Oracle crystal ball user's guide (release11.1.2). Oracle. http://docs.oracle.com/cd/E17236_01/epm.1112/cb_user.pdf, (2014 年 8 月 22 日アクセス)