

Title	ベクトル場からの概略線抽出に関する研究
Author(s)	森, 賢一
Citation	
Issue Date	2000-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/1333
Rights	
Description	Supervisor:阿部 亨, 情報科学研究科, 修士

修 士 論 文

ベクトル場からの概略線抽出に関する研究

指導教官 阿部 亨 助教授

審査委員主査 阿部 亨 助教授

審査委員 堀口 進 教授

下平 博 助教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報システム学専攻

710105

森 賢一

2000 年 2 月 15 日

要 旨

本稿では，概略線によるベクトル場の可視化を試みるために，ベクトル場の特徴を反映した概略線の抽出について検討を行う．ここでは，客観的な評価規準として情報量規準を導入したベクトル場の領域分割により，ベクトル場の特徴を反映した領域及び領域境界を抽出し，抽出された領域及び領域境界の重心ベクトルを用いて概略線を生成することにより，ベクトル場から特徴を反映した概略線の抽出を行う手法を提案する．

目次

1	序論	1
1.1	背景と目的	1
1.2	本論文の構成	2
2	流れ場の可視化	3
2.1	はじめに	3
2.2	コンピュータグラフィックスを用いた流れ場の可視化	3
2.3	Visualization Mapping の従来研究	5
2.4	従来研究による Visualization Mapping の問題点	5
2.5	対話的な可視化手法	6
2.6	対話的な可視化手法の問題点	7
2.7	まとめ	9
3	ベクトル場からの概略線抽出	10
3.1	はじめに	10
3.2	ベクトル場の領域分割	12
3.2.1	k 平均法による領域境界の設定	14
3.2.2	AIC による領域分割モデルの推定	15
3.2.3	領域の融合と分割	18
3.2.4	領域分割の終了条件	19
3.3	領域間概略線の生成	21
3.3.1	重心ベクトルの算出	21
3.3.2	領域間概略線の算出	21
3.4	概略線の生成	23
3.4.1	領域間概略線の誤差の算出	23

3.4.2	領域間概略線を選択	23
3.5	まとめ	24
4	実験	25
4.1	はじめに	25
4.2	大きさを考慮した概略線抽出 (実験 1)	25
4.3	流れの方向に着目した概略線抽出 (実験 2)	34
4.4	まとめ	41
5	結論	42

目 次

2.1	可視化処理のパイプラインモデル	4
2.2	対象とする情報量の違いによる可視化例	6
2.3	対話的な可視化の流れ	7
2.4	AVS のインタフェース外見	8
3.1	処理の流れ	11
3.2	ISODATA の流れ	12
3.3	本手法の ISODATA の流れ	13
3.4	領域の分割例 1	20
3.5	領域の分割例 2	20
3.6	領域の重心ベクトル及び境界重心ベクトル	22
3.7	ベクトルの大きさを重みとした重心	22
3.8	領域間概略線	23
3.9	重心ベクトルと領域間概略線	24
4.1	データの隣接関係 (四近傍)	26
4.2	ベクトル場	28
4.3	領域分割結果	29
4.4	AIC 及び対数尤度の変化	30
4.5	領域数の変化	30
4.6	領域重心ベクトル, 領域境界重心ベクトル	31
4.7	領域間概略線	32
4.8	選択された領域間概略線	33
4.9	ベクトル場	35
4.10	領域分割結果	36
4.11	AIC 及び対数尤度の変化	37

4.12	領域数の変化	37
4.13	領域重心ベクトル, 領域境界重心ベクトル	38
4.14	領域間概略線	39
4.15	選択された領域間概略線	40

表 目 次

4.1	実験 1 の設定パラメータ	26
4.2	実験 2 の設定パラメータ	34

第 1 章

序論

1.1 背景と目的

流れ場の可視化は、流体力学・航空力学などの分野において、流体の数値シミュレーション結果を解析する手法として盛んに用いられており、流れ場の振る舞いを人に把握させることは可視化手法の重要な課題である。’80 年代後半に Bertrand らにより提案された矢印や流線による 2 次元流れ場の可視化は代表的な手法の一つであり、流れ場の振る舞いを直感的に把握することができる特徴を持っているため、これを発展させた手法の研究が盛んに行われている [1]。また、3 次元流れ場を可視化対象とした場合、内部の流れを可視化するために、ボリュームレンダリング [2] を用いて、3 次元流れ場を可視化する手法 [3] についても研究が行われている。

しかし、従来提案されている手法の多くは、流れ場を部分的に可視化する場合には有効であるが、可視化結果の表示量を考慮していないため、可視化する範囲が広い流れ場全体などの可視化を行った場合に、流れ場の情報を多量に表示してしまい流れ場の把握が困難となる。一方、可視化結果を元の流れ場の近似と考えた場合、表示量を制限することは近似度を下げることになり、近似度と表示量がトレードオフの関係にあることが分かる。

この問題に対処するため、人が介在して情報の表示量などが制御できる対話的な可視化手法が AVS [4] と呼ばれるアプリケーションとして提案されている。これは前述の問題に対して有効な手法であるが、人の主観的な評価により可視化を行うため、(1) 操作する人により異なった可視化結果になる、(2) 可視化結果の妥当性の評価が困難になるなどの新たな問題が生じる。これらの問題を解決するためには、何らかの客観的な基準を用いて、近似度と表示量のバランスを決定する可視化手法が考えられる。

そこで本研究では、流れ場や磁場などのベクトル場全体を概略線により可視化すること

を考え，客観的な基準として情報量規準を用いて近似度と表示量とのバランスの決定を行うベクトル場からの概略線抽出手法を提案する．また流れ場の数値シミュレーション結果を用いた概略線抽出実験を行い，提案手法の有効性を示す．

1.2 本論文の構成

本論文は次のように構成される．第 2 章では，流れ場を対象にした従来の可視化手法の概要及びその問題点について述べる．第 3 章では，第 2 章で指摘した問題点に対処するために本研究で提案するベクトル場から概略線を抽出する各処理について詳しく述べる．第 4 章では，流れ場の数値シミュレーション結果を用いた概略線抽出実験の結果を示し，本手法の有効性について検討を行う．第 5 章では，本論文のまとめ及び今後の課題について述べる．

第 2 章

流れ場の可視化

2.1 はじめに

流れ場の可視化は、実際の物理現象により流れの振る舞いを可視化する実験用の流れ場の可視化 [5] と、コンピュータグラフィックスにより流れの振る舞いを可視化する、コンピュータグラフィックスを用いた流れ場の可視化の二つに大別される。なかでも、コンピュータグラフィックスを用いた流れ場の可視化は、近年の計算機技術の発達による流体の数値シミュレーションの普及や、複数の可視化手法を用いて流れ場を多角的に可視化できる特徴を持つことから、幅広い分野で盛んに用いられている。

2.2 コンピュータグラフィックスを用いた流れ場の可視化

コンピュータグラフィックスを用いた流れ場の可視化は、図 2.1 に示すように、可視化過程を幾つかのステージに分割することができる [1]。各ステージの処理手法やその組み合わせにより、様々な可視化画像の生成が可能である。各ステージの処理概要は次の通りである。

- Data Generation

データは観測や数値シミュレーションから得られる。数値シミュレーションの場合は、速度場であることが多く、スカラーデータ（圧力、温度、密度など）が一緒に生成されてくる。

- Data Enrichment & Enhancement

データの補正、修正、選択などにより、情報量の削減、改善を行う。

例) 領域変換, 補間, サンプリング, フィルタリングなど.

- Visualization Mapping

物理的なデータを目に見えるような形のあるもの(アイコン)や属性に変換する. 全処理の核となる部分でもあり, ユーザが何を見たいのかによって, どのように可視化を行うかが決まってくる. マッピングに必要なデータは前もって計算しておく必要がある場合も多く, Data Enrichment & Enhancement のステージと密接に関連している.

- Rendering

マッピングしたデータを表示できる画像へ変換する.

例) サーフェスレンダリング, ボリュームレンダリングなど.

- Display

レンダリングされた画像の表示

メモリーに余裕があれば, 幾つかのレンダリングした画像をメモリーにロードさせておいて簡単なアニメーションを行うことが可能なプログラムも作れる.

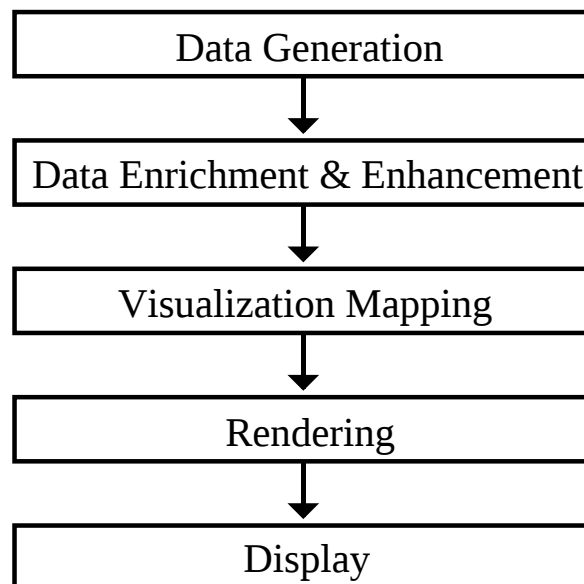


図 2.1: 可視化処理のパイプラインモデル

2.3 Visualization Mapping の従来研究

コンピュータグラフィックスを用いた流れ場の可視化は，可視化手法を容易に計算機上で実現できるため，可視化目的に応じて，様々な手法が研究されている．ここで代表的な手法をいくつか挙げる．

- ある瞬間の流れの可視化手法

ある位置の流れの方向や大きさを矢印や流線 [6] などのアイコン（幾何オブジェクト）の方向や大きさにより可視化した手法 [7] や，二本の流線を組み合わせたりボンにより流れのねじれを可視化した手法 [8] などが挙げられる．

- 流れの時間な変化の可視化手法

流れ場内に仮想粒子を配置し，流れ場の時間ステップを進め，流れに乗って移動する仮想粒子の軌跡を表示することで，流れの振る舞いの時間変化を可視化した手法 [9] が提案されている．

- ボリュームレンダリングを用いた流れ場の可視化

ガスの圧力を光学的なパラメータ（不透明度）に置き換え，ボリュームレンダリング [10] [11] を用いて，圧力の三次元分布状態を可視化した手法 [12]，流速を光学的パラメータ（線分の明度）に置き換え，線分の方向により流れの方向を表し，ボリュームレンダリングを用いて三次元流れ場を可視化した手法 [13] が報告されている．

2.4 従来研究による Visualization Mapping の問題点

これらの手法は，流れ場の部分的な領域を可視化対象とした場合，有効な手法であり，対象領域の流れの振る舞いや状態を容易に把握することが可能である．

しかし，可視化する領域が広い流れ場全体などを対象とした場合，可視化する情報量を考慮しないと，流れ場の情報を多量に表示した可視化画像が生成され，流れ場の把握が困難となる．図 2.2 に可視化対象のデータ数の違いによる可視化例を示す．流れ場の数値シミュレーション結果から得られた速度場データに対して，流れの方向を矢印により，全データを対象に可視化した結果が (a) であり，(a) で対象としたデータを間引き，データ量を削減させた結果が (b) である．(a) は矢印が重なっているため流れ場の把握が困難であるが，(b) は流れ場の把握が容易になっている．一方，データ量を削減した可視化結果を元の流れ場の近似と考えた場合，可視化するデータ量と近似度がトレードオフの関係

にあることが分かる．このトレードオフの関係は，可視化対象に依存するため，一意にトレードオフのバランスを決定することは困難である．

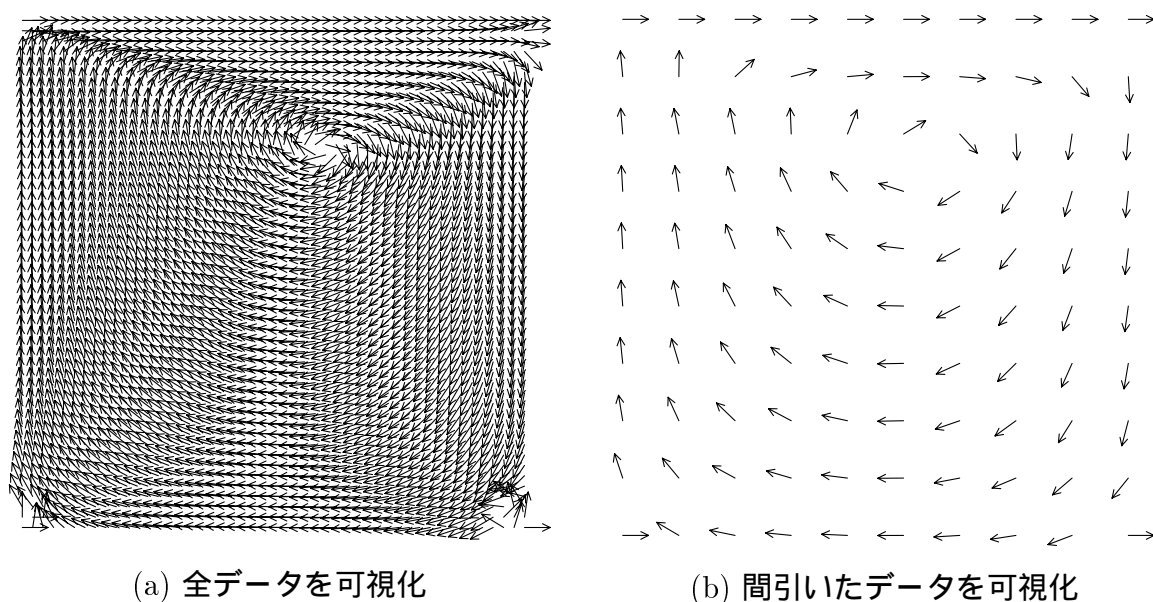


図 2.2: 対象とする情報量の違いによる可視化例

2.5 対話的な可視化手法

この問題に対処するためには，可視化対象の特徴を反映するような柔軟性を持った可視化手法が必要がある．この考えに基づいた代表的な手法として，対話的な可視化手法を取り入れた，AVS(Application Visualization System) と呼ばれるアプリケーションが提案されている．

対話的な可視化手法は，図 2.3 に示すように，ユーザにより，設定された処理やパラメータが可視化画像に逐次反映され，得られた可視化画像から可視化対象の特徴を反映しているかユーザが判断し，再び処理やパラメータの変更を行うことにより，対話的に試行錯誤を繰り返し可視化が行なわれる．AVS では，図 2.4 に示すように，処理構成やパラメータの設定，変更などの各種インタフェースが GUI(Graphical User Interface) で提供されており，ビジュアル的にプログラミングが行えるため，ユーザが高度なプログラミング知識や学習なしに可視化できるよう工夫されている．

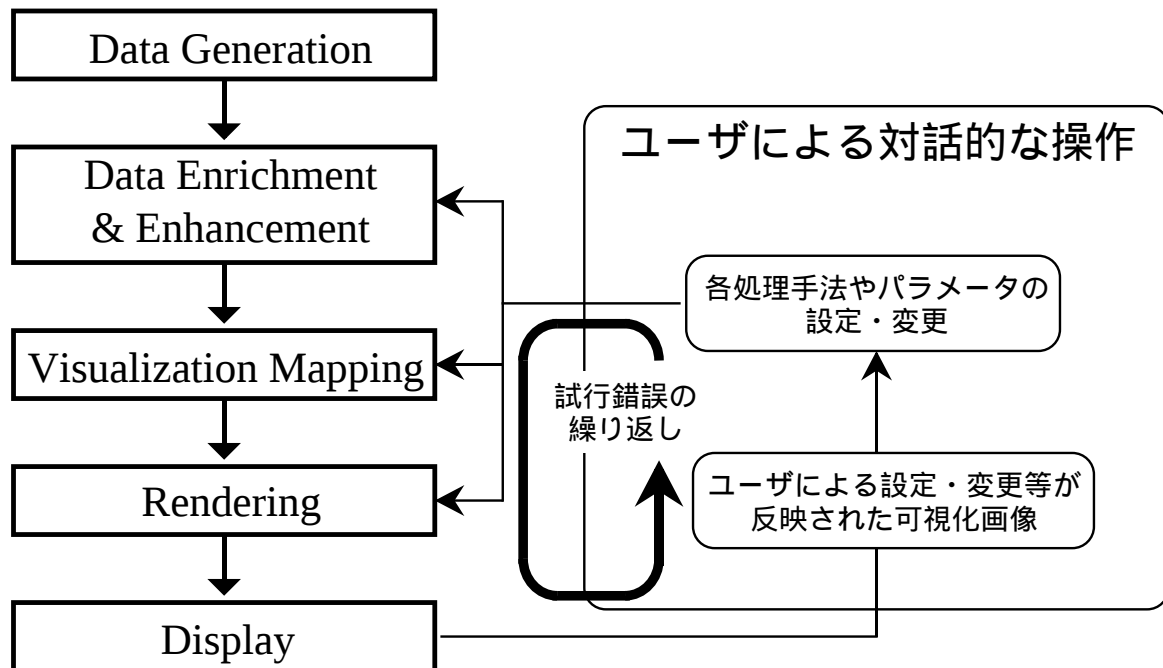


図 2.3: 対話的な可視化の流れ

2.6 対話的な可視化手法の問題点

対話的な可視化手法は、試行錯誤を繰り返すことにより、可視化するデータ量と近似度とのバランスを決定し、可視化対象の特徴を反映した可視化画像を生成することができる。

しかし、この手法は、ユーザが可視化対象の特徴を適切に認識し、処理やパラメータの設定、変更を行う必要があり、ユーザの主観的な評価に影響を受けやすい。そのため、(1) 操作するユーザにより可視化結果が異なる、(2) 可視化結果の妥当性の評価が困難であるなどの問題が存在する。

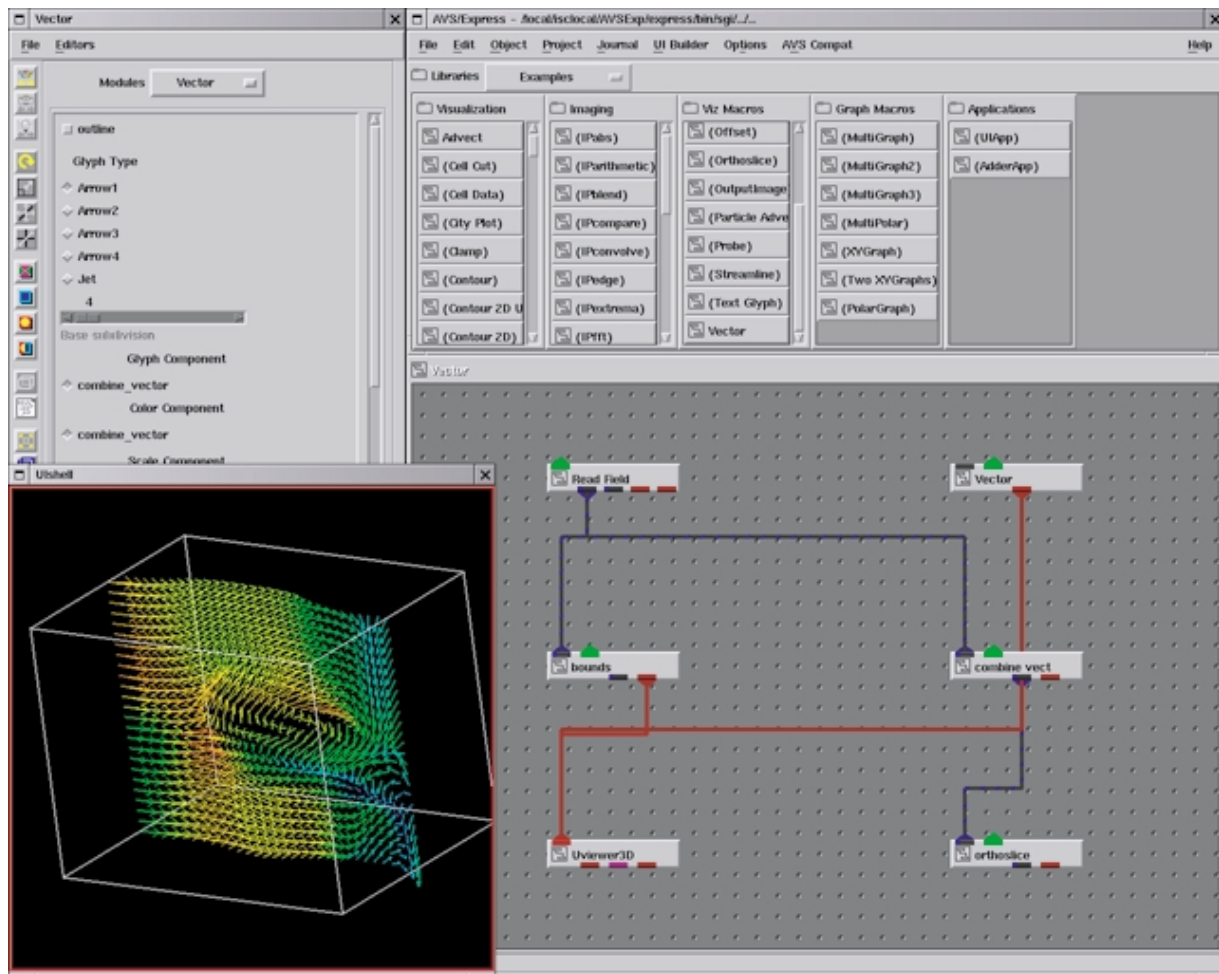


図 2.4: AVS のインタフェース外見

2.7 まとめ

本章では，コンピュータグラフィックスを用いた流れ場の可視化の概要を述べ，従来研究を紹介した．

次にコンピュータグラフィックスを用いた流れ場の可視化は，流れ場の部分的な領域を対象とした場合に有効な手法であるが，可視化対象のデータ量が多量にある場合，可視化画像の把握が困難になることを指摘した．

そしてこの問題に対処するためには，可視化対象の特徴を考慮に入れた手法が必要であることを述べ，この考えに基づいて提案された，対話的な可視化手法について紹介した．

しかし，対話的な可視化手法は，ユーザの主観的な評価により可視化対象の特徴をとらえるため，必ずしも可視化対象の特徴を反映した可視化画像が得られるとは限らない．この問題に対処するためには，何らかの客観的な基準を用いて可視化対象の特徴を抽出し，抽出された特徴に基づいて流れ場の可視化を行う手法が考えられる．

第 3 章

ベクトル場からの概略線抽出

3.1 はじめに

本研究では，客観的な基準を用いてデータの表示量と近似度のバランスを自動的に決定することに基づいた，ベクトル場からの概略線抽出法を提案する．

本手法は，ベクトル場の特徴（ベクトルの大きさ，方向）を抽出するために，ベクトル場を反映した領域分割を行う．その際に客観的な基準として情報量規準を導入し，領域分割モデルの推定を行い，ベクトル場の特徴を反映した領域や領域境界を得る．得られた領域や領域境界を代表ベクトルで表し，概略線の生成にこれらの代表ベクトルを用いることで，ベクトル場を反映した概略線を抽出する．

本手法では，まず ISODATA によりベクトル場の領域分割を行う．情報量規準として AIC を用いて，各領域内のデータの特徴量が多次元正規分布に従うと仮定した領域分割モデルの最良の領域数を推定することで，ベクトル場の特徴を反映した領域分割を行う．次に，ベクトル場の代表ベクトルとして，各領域の重心ベクトル及び領域境界の重心ベクトルを算出し，各々の重心ベクトル間を直線で結んだ領域間概略線を算出する．最後に，重心ベクトルと領域間概略線の間隔を求め，誤差の小さい領域間概略線を選択し，選択された領域間概略線により概略線を生成する．本手法の処理の流れを図 3.1 に示す．ベクトル場からの概略線生成の過程は次の通りである．

STEP1 ISODATA によるベクトル場の領域分割

- (a) k 平均法による領域境界の設定
- (b) 領域の融合，分割
- (c) 情報量規準による領域数の推定

STEP2 領域間概略線の導出

- (a) 重心ベクトルの算出
- (b) 領域間概略線の算出

STEP3 概略線の生成

- (a) 領域間概略線の誤差の算出
- (b) 領域間概略線を選択

次節以降で各処理の詳細について述べる．

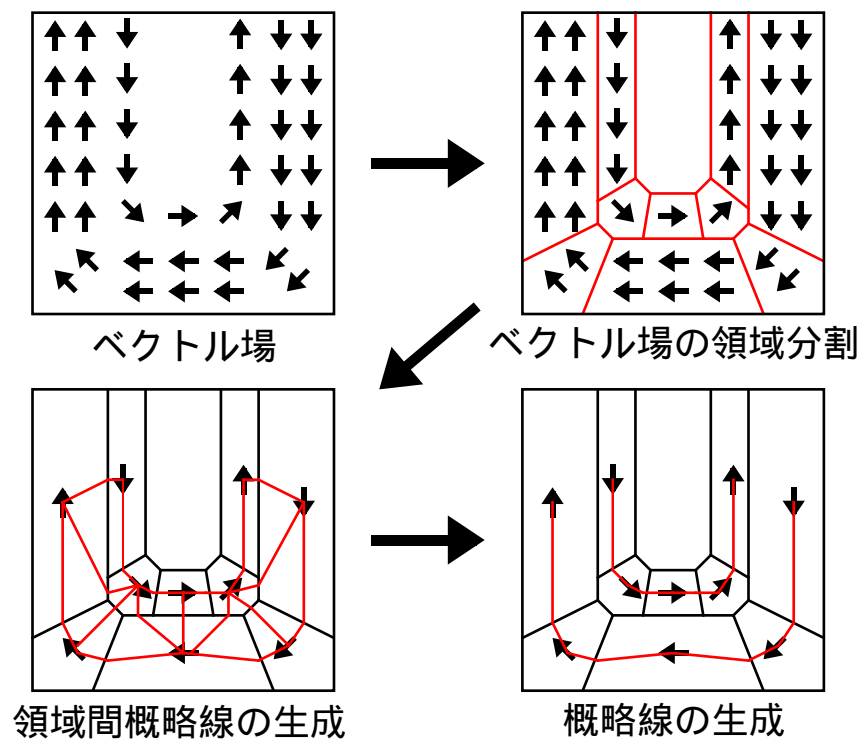


図 3.1: 処理の流れ

3.2 ベクトル場の領域分割

一般に領域分割を行う場合，領域の境界と領域数の二つを決定する必要がある．本手法では，画像の領域分割 [14] [15] などで行われている ISODATA (Iterative Self Organizing Data Analysis Techniques A) [16] によりベクトル場の領域分割を行い，類似したベクトルを持つ領域の抽出を行う．ISODATA は図 3.2 に示すように， k 平均法に領域の融合と分割を加えた非階層的なクラスタリング手法である．ISODATA では， k 平均法により領域の境界を決定し，領域の融合と分割により領域数を変化させながら領域分割を行う．このため，領域分割の良し悪しを何らかの評価基準を用いて評価し，領域数を決定する必要がある．

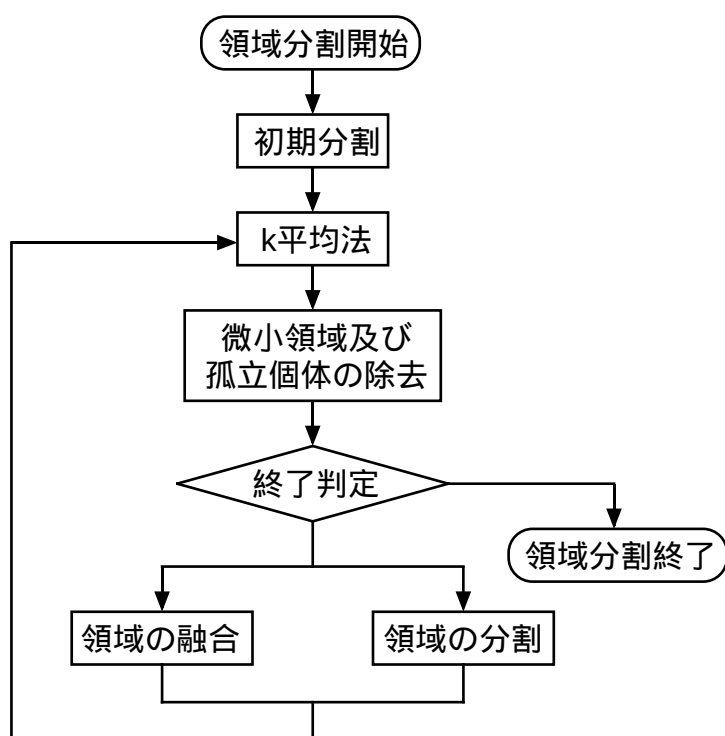


図 3.2: ISODATA の流れ

本手法では，図 3.3 に示すように，領域分割の評価規準に AIC [17] を導入し，最良の領域分割モデルの推定 [18] [19] を行い，領域数を決定することにより，各領域内のデータの分散が小さく，なるべく領域数の少ない領域分割を得る．

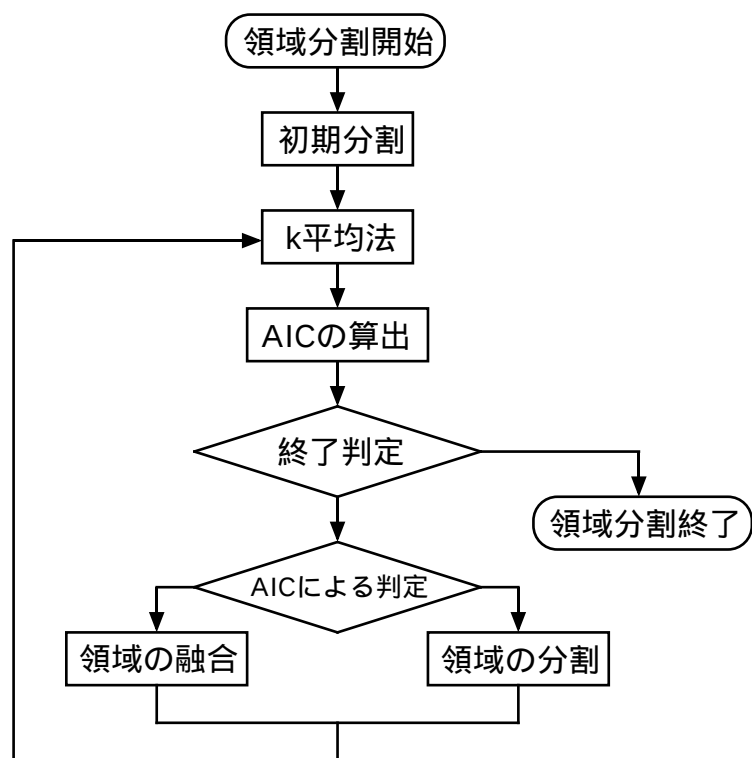


図 3.3: 本手法の ISODATA の流れ

3.2.1 k 平均法による領域境界の設定

k 平均法の基本的な枠組みは、領域郡の評価基準と k 個の初期分割 (k 個の領域) を与え、評価基準を用いてデータの再配置を行い領域境界を変更することで、与えられた分割の改良を行うものである。本手法では、次に示す手順によりデータの再配置を行い、領域境界を決定する。

step1 各領域の重心を算出

step2 全データ N 個から任意の順番に一個のデータを選択

step3 データが属する領域及びその領域に隣接する領域の各領域重心とデータ間の距離を算出

step4 最も近い距離の領域重心を持つ領域にデータを移動

step5 移動元及び移動先領域の重心を更新

全データを一巡するまで step2 ~ step5 の繰り返し

step6 収束判定

if $((swap = 0) \text{ or } (kiter = kiter_{max}))$

then step7

else step2

step7 データの再配置終了

ここで、 $swap$ は全データを一巡した時のデータの移動回数、 $kiter$ は step2 ~ step6 の繰り返し回数、 $kiter_{max}$ はユーザが指定する $kiter$ の上限を表す。領域の重心には領域の平均ベクトルを用いる。データと領域重心の距離は、後述する領域分割モデルの評価規準である AIC との整合性を持たせるために

$$d(x|\mu_i, \Sigma_i) = \log(|\Sigma_i|) + D(x|\mu_i, \Sigma_i) \quad (3.1)$$

と表したマハラノビス距離尺度とする。ここで、 x は移動対象のデータ、 μ_i, Σ_i は移動先領域 i の平均ベクトル、分散共分散行列、 $D(x|\mu_i, \Sigma_i)$ はデータ x と移動先領域 i の重心 μ_i とのマハラノビス距離を表す。

3.2.2 AIC による領域分割モデルの推定

AIC(Akaike Information Criterion) は、最尤法であてはめられたモデルが複数個あるときに、その中の一つを選択する規準として用いられる。AIC の一般式は

$$\begin{aligned} \text{AIC} = & -2 \times (\text{モデルの最大対数尤度}) \\ & + 2 \times (\text{モデルの自由パラメータ数}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

と表され、AIC を最小とするモデルが最適なモデルと考えられている。本手法では、領域内のデータ (ベクトル) の分布が多次元正規分布に従うと仮定した領域分割モデルを用いて、最良の領域分割モデルの推定を行うことで、領域数を決定する。

一般に、 d 次元正規分布 $N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ から標本値 $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^t$ が得られている場合、 $\boldsymbol{x}$ の $N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ に対する尤度は

$$P(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = (2\pi)^{-\frac{d}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu})^t \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu}) \right\} \quad (3.3)$$

と表される。さらに N 個の標本値 $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \dots, \boldsymbol{x}_N$ が得られている場合、全体の尤度は

$$L(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = P(\boldsymbol{x}_1|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \cdot P(\boldsymbol{x}_2|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \cdots P(\boldsymbol{x}_N|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (3.4)$$

のように積の形で表すことができる。よって、式 (3.4) に式 (3.3) を代入し、整理すると

$$L(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = (2\pi)^{-\frac{dN}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-\frac{N}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\mu})^t \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\mu}) \right\} \quad (3.5)$$

と表すことができる。対数尤度は、式 (3.5) の両辺の対数をと

$$\log L(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) = -\frac{dN}{2} \log(2\pi) - \frac{N}{2} \log |\boldsymbol{\Sigma}| - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\mu})^t \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\mu}) \quad (3.6)$$

と表される。最大対数尤度は、 $\log L(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ を最大にする平均 (ベクトル)、分散共分散行列の最尤推定値を得ることにより、求めることができる。したがって式 (3.6) の最大値を求めるために、その変数である $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}$ で微分して

$$\frac{\partial \log L(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})}{\partial \boldsymbol{\mu}} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \sum_{i=1}^N (\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\mu}), \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \log L(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} = -\frac{N}{2} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^N (\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\mu})^t \right\} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \quad (3.8)$$

を得，式 (3.7),(3.8) をそれぞれ零ベクトル，零行列とおき， μ, Σ を求め，それを $\tilde{\mu}, \tilde{\Sigma}$ と表すと

$$\begin{aligned}\Sigma^{-1} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \mu) &= 0, \\ -\frac{N}{2} \Sigma^{-1} + \frac{1}{2} \Sigma^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \mu)(\mathbf{x}_i - \mu)^t \right\} \Sigma^{-1} &= 0\end{aligned}$$

より

$$\tilde{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i = \bar{\mathbf{x}} \quad (3.9)$$

$$\tilde{\Sigma} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})^t \quad (3.10)$$

を得る．すなわち式 (3.9),(3.10) が平均ベクトル，分散共分散行列の最尤推定値となり，式 (3.6) の μ, Σ に $\tilde{\mu}, \tilde{\Sigma}$ を代入することにより，最大対数尤度が得られる．

一方， d 次元正規分布 $N(\mu, \Sigma)$ の自由パラメータ数は， μ, Σ を決定するのに必要な最小パラメータ数である．したがって，平均ベクトルは各次元の平均、分散共分散行列は各次元の分散及び各次元との共分散で決定できるので

$$d + \frac{d(d+1)}{2} \quad (3.11)$$

として自由パラメータ数を得ることができる．

以上のことにに基づき，領域内のデータが d 次元正規分布に従うと仮定した領域分割モデルの対数尤度及び自由パラメータ数を導出する．ある領域 i 内のデータ数 n_i についての尤度，対数尤度は，式 (3.5),(3.6) と同様に考えることができ

$$L(\mu_i, \Sigma_i) = (2\pi)^{-\frac{dn_i}{2}} |\Sigma_i|^{-\frac{n_i}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{x}_j^i - \mu_i)^t \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x}_j^i - \mu_i) \right\} \quad (3.12)$$

$$\log L(\mu_i, \Sigma_i) = -\frac{dn_i}{2} \log(2\pi) - \frac{n_i}{2} \log |\Sigma_i| - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{x}_j^i - \mu_i)^t \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x}_j^i - \mu_i) \quad (3.13)$$

と表すことができる．ここで μ_i, Σ_i は領域 i の平均ベクトル，分散共分散行列， $\mathbf{x}_j^i$ は領域 i に属するデータを表す．さらに，領域数を k として与えると，領域分割モデルの対数尤度は，各領域の対数尤度，式 (3.13) の総和

$$\sum_{i=1}^k \left\{ -\frac{dn_i}{2} \log(2\pi) - \frac{n_i}{2} \log |\Sigma_i| - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{x}_j^i - \mu_i)^t \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x}_j^i - \mu_i) \right\} \quad (3.14)$$

として表される．また，式 (3.9),(3.10) と同様にして，各領域の平均ベクトル，分散共分散行列の最尤推定値

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \boldsymbol{x}_j^i = \bar{\boldsymbol{x}}_i \quad (3.15)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (\boldsymbol{x}_j^i - \bar{\boldsymbol{x}}_i)(\boldsymbol{x}_j^i - \bar{\boldsymbol{x}}_i)^t \quad (3.16)$$

が得られ，式 (3.14),(3.15),(3.16) を用いて，領域分割モデルの最大対数尤度を得ることができる．自由パラメータ数も同様に考えると，各領域の自由パラメータ数は式 (3.11) と等しく，領域数を k として与えると

$$k \left(d + \frac{d(d+1)}{2} \right) \quad (3.17)$$

と表される．

以上のことから，領域分割モデルの推定に用いる AIC は，式 (3.2) に式 (3.14),(3.17) を代入し，整理すると

$$\begin{aligned} \text{AIC} = \sum_{i=1}^k \left\{ n_i (d \log(2\pi) + \log(|\boldsymbol{\Sigma}_i|)) + \sum_{j=1}^{n_i} D(\boldsymbol{x}_j^i | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i) \right\} \\ + 2k \left(d + \frac{d(d+1)}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$D(\boldsymbol{x}_j^i | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i) = (\boldsymbol{x}_j^i - \boldsymbol{\mu}_i)^t \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} (\boldsymbol{x}_j^i - \boldsymbol{\mu}_i)$$

と表される．ここで k は領域数， n_i は領域 i のデータ数， d は多次元正規分布の次元数， $\boldsymbol{x}_j^i$ は領域 i に属するデータ， $\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i$ は領域 i の重心（平均ベクトル），分散共分散行列それぞれの最尤推定値， $D(\boldsymbol{x}_j^i | \boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$ はデータ $\boldsymbol{x}_j^i$ と領域 i の重心 $\boldsymbol{\mu}_i$ とのマハラノビス距離を表す．

式 (3.18) の第一項は符号を変えたモデルの最大対数尤度の総和で，各領域内のデータのばらつきを表している．第二項はモデルの自由度の総和で，領域数に対するペナルティーを表している．一般的に，領域分割において領域は類似したデータの集まりであることから，領域数が多くなると各領域内のデータ数が少なり，各領域のデータのばらつきが小さくなるため，式 (3.18) の第一項は小さくなる．また，前節の k 平均法で述べた距離尺度式 (3.1) が第一項に入っており， k 平均法によるデータの再配置は，式 (3.18) の第一項を小さくするように行われる．

したがって，式 (3.18) の値が最小になるように， k 平均法による領域境界の設定，最良の領域分割モデルを推定することで，第一項と第二項とのバランスをとり，最良の領域数を決定し，各領域内のデータのばらつきが小さく，それでいてなるべく領域数が少ない領

域分割を得ることになる．よって，領域分割は，少数の領域から出発して AIC を減少させるように領域数を増加（または減少）させていき，AIC の減少が飽和するまで行う．

3.2.3 領域の融合と分割

本手法では，領域の融合，分割の判定に，領域分割モデル推定の評価規準である式 (3.18) で表した AIC の値を用いる．領域の融合，分割の処理は以下の条件に基づいて行う．

- 領域の融合条件： $C > C_{k-1}$
- 領域の分割条件： $C < C_{k-1}$

ここで， k は現在の領域数， C は現在の領域数による AIC の値， C_{k-1} は $k-1$ 個の時の今までで最小の AIC の値を表す．融合及び分割それぞれの処理は次の通りである．

領域の融合処理

まず，各領域について隣接している領域との領域間距離を求める．領域間距離には，式 (3.19) から得られる，データ空間における領域重心間のユークリッド距離を用いる．

$$l_{ij} = |\mu_i - \mu_j| \quad (3.19)$$

ただし， μ_i, μ_j は領域 i ，領域 j の重心を表す．求めた領域間距離の中で最小の領域間距離を持つ領域対を融合させ，一つの領域とする．

領域の分割処理

まず，各領域の領域内分散を式 (3.20) より求め，最大の領域内分散を持つ領域を求める．

$$var_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} |x_j^i - \mu_i|^2 \quad (3.20)$$

ただし， n_i, μ_i は領域 i のデータ数，重心， x_j^i は領域 i に属するデータを表す．

次に，求めた領域に属するデータを，主成分分析 [20] により決定される，データの分散が最大になるデータ空間内の軸へ射影する．領域 i のデータ x^i を d 次元ベクトルとすると，各データは式 (3.21) により射影される．

$$z = Lx^{i*} \quad (3.21)$$

$$L = (l_1, l_2, \dots, l_d)$$

$$\mathbf{x}^{i*} = (x_1^{i*}, x_2^{i*}, \dots, x_d^{i*})^t$$

ここで、 $\mathbf{x}^{i*}$ は領域内のデータ $\mathbf{x}^i$ を平均 0，分散 1 に標準化したデータ， $l_1, l_2, \dots, l_d$ は $\mathbf{x}^{i*}$ に関する相関行列の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_d$ ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_d$) に対応する固有ベクトルを表す．この変換により得られる d 次元ベクトル $\mathbf{z}$ の第一成分 (第一主成分) を領域 i のデータの特徴量とする．

最後に，図 3.4に示すように，射影された軸上でデータを二分割し，領域を分割する．射影軸上の分割点は，式 (3.22) に示す，射影軸上における領域間分散が最大となる点とする．

$$S_B = \sum_{m=1}^M n_m (\mu_m - \mu)^2 \quad (3.22)$$

ただし， M は射影軸上での分割数， n_m 射影軸上の領域 m に属するデータ数， μ_m は領域 m に属するデータの特徴量の平均， μ は射影軸上の特徴量の平均を表す．本手法の分割処理は，射影軸上の特徴量によりデータを分割するため，図 3.5のように一回の分割処理で二個以上の領域が生成されることもある．

3.2.4 領域分割の終了条件

領域分割の終了は，第 3.2.2 節で述べた，最良の領域分割モデルが推定された場合，すなわち，AIC の減少が飽和したときが望ましいと考えられる．そこで本手法では，次の条件のうち，どちらかが満たされた場合に領域分割を終了する．

$$(a) \quad |C - C_{old}| \leq 2 \left(d + \frac{d(d+1)}{2} \right)$$

$$(b) \quad iter = iter_{max}$$

ここで， C は現在の AIC， C_{old} は前回求めた AIC， d は領域分割モデルで仮定した多次元正規分布の次元数， k は領域数， $iter$ は k 平均法から領域の融合または分裂までの処理を 1 ループと考えた場合の繰り返し回数， $iter_{max}$ はユーザが指定する $iter$ の上限を表す．(a) は，AIC の変化が領域 1 つに対するペナルティー以下であることを表している．これは，各領域の尤度が飽和しており，それ以上領域分割を行う意味がないことを示している．したがって，(a) が成り立つ場合，AIC が飽和していると見ることができる．

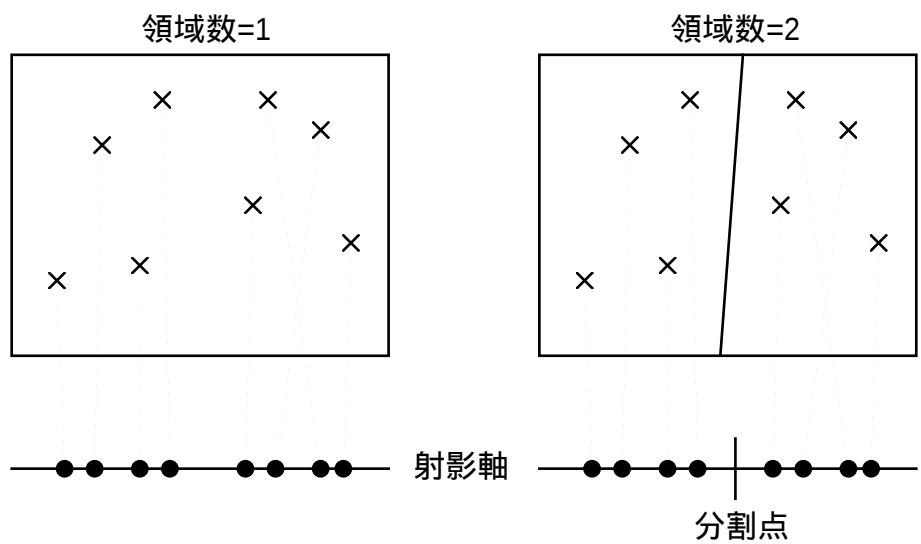


図 3.4: 領域の分割例 1

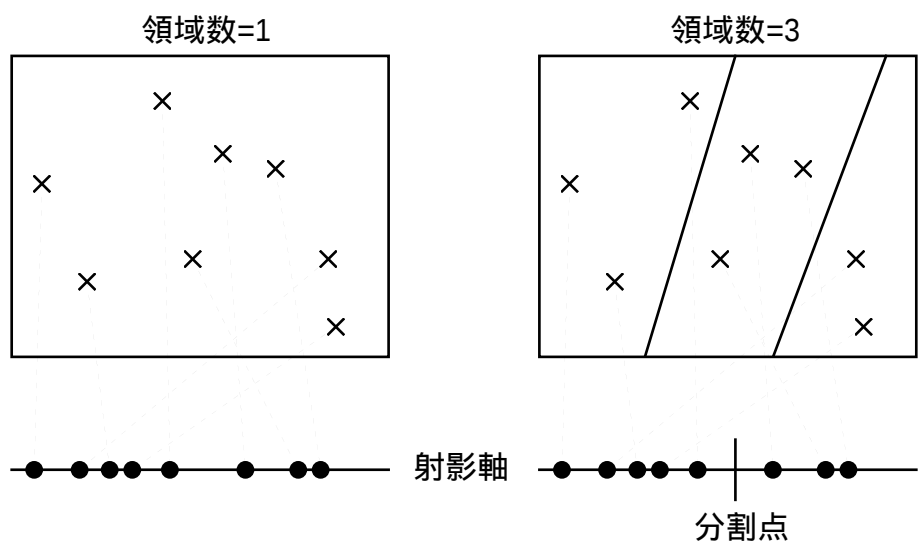


図 3.5: 領域の分割例 2

3.3 領域間概略線の生成

領域分割により得られた領域及び領域境界からベクトル場の代表ベクトルとして，領域の重心ベクトル及び境界重心ベクトルを算出し，それら重心ベクトル間を直線で結び，領域間概略線を生成する．

3.3.1 重心ベクトルの算出

今，図 3.6に示すように，領域分割により四つの領域が得られたとする．本手法では，まず領域及び領域境界から，重心ベクトル及び境界重心ベクトルを算出する．領域 i の重心ベクトル G^i を

$$G^i = \begin{pmatrix} v_g^i \\ p_g^i \end{pmatrix}$$

とおく．ここで， v_g^i, p_g^i は重心ベクトル G^i の方向ベクトル，位置座標を示す．本手法では，重心ベクトルの方向ベクトルを，領域 i に属するデータの方方向ベクトルの平均値とする．また，位置座標は，図 3.7に示すように，各データのベクトルの大きさを重みにした重心とする．したがって，領域 i の重心ベクトルの各成分 v_g^i, p_g^i を，式 (3.23) から得る．

$$v_g^i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} v_j, \quad p_g^i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} |v_j| p_j}{\sum_{j=1}^{n_i} |v_j|} \quad (3.23)$$

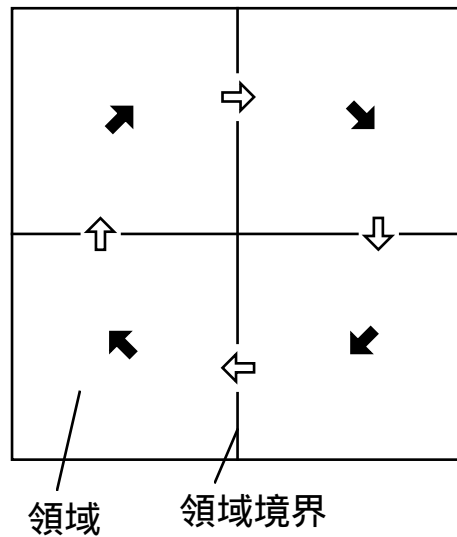
ここで， v_j, p_j は領域 i に属するデータ x_j^i の方向ベクトル，位置座標を表す．また，境界重心ベクトルは，境界に隣接しているデータを用いて，重心ベクトルと同様にして求められる．

3.3.2 領域間概略線の算出

次に各領域において，図 3.8に示すように

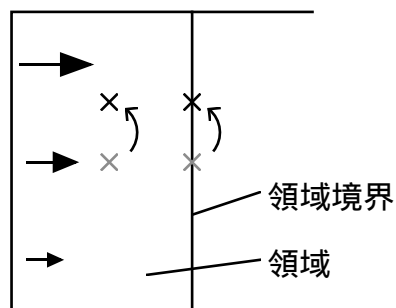
- 重心ベクトルと境界重心ベクトル
- 境界重心ベクトル同士

を直線で結び，結領域間概略線を算出する．領域間概略線の方方向ベクトルは，図 3.8のように，各領域間概略線の両端の重心ベクトルの方方向ベクトルから推定する．



◀ 領域重心ベクトル, ⇐ 領域境界重心ベクトル

図 3.6: 領域の重心ベクトル及び境界重心ベクトル



× ベクトルの大きさを重みとした重心

× 各データの位置の平均を用いた重心

図 3.7: ベクトルの大きさを重みとした重心

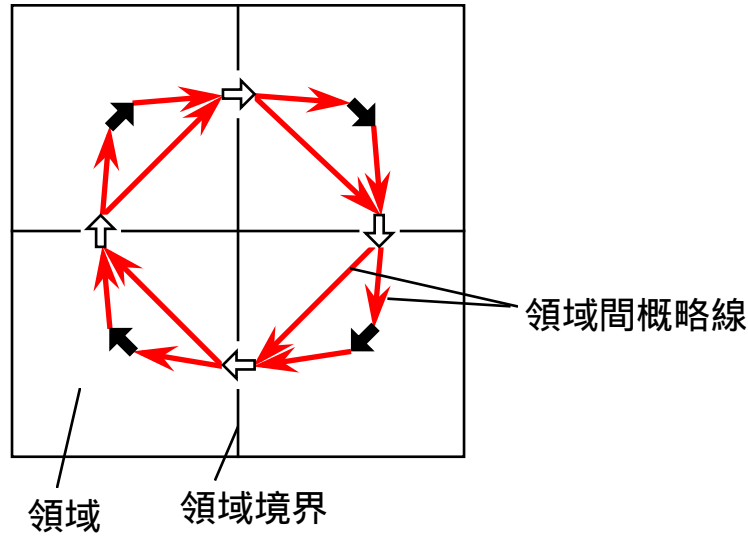


図 3.8: 領域間概略線

3.4 概略線の生成

3.4.1 領域間概略線の誤差の算出

ベクトル場の概略線に望ましい領域間概略線を選択し，ベクトル場の概略線を生成する．そのために，選択する評価基準として，領域間概略線の誤差を用いることにする．領域間概略線の両端には，図 3.9 に示すように，二個の重心ベクトルが存在する．そこで，領域間概略線の方方向ベクトルとそれぞれの重心ベクトルの方方向ベクトルとの誤差の和を，領域間概略線の誤差とすると，領域間概略線の誤差は，式 (3.24) により得られる，

$$err_{outline} = |v_g - v_{outline}| + |v_{gb} - v_{outline}| \quad (3.24)$$

ただし， v_g は領域重心ベクトルの方方向ベクトル， v_{gb} は領域境界重心ベクトルの方方向ベクトル， $v_{outline}$ は領域間概略線の方方向ベクトルを表す．したがって，式 (3.24) の第一項は領域重心ベクトルとの誤差，第二項は領域境界重心ベクトルとの誤差を表す．

3.4.2 領域間概略線を選択

概略線として望ましいのは，図 3.9 に示すように，それぞれの重心ベクトルの示す方向に近い領域間概略線が選択されることである．したがって，前述した誤差の小さい領域間

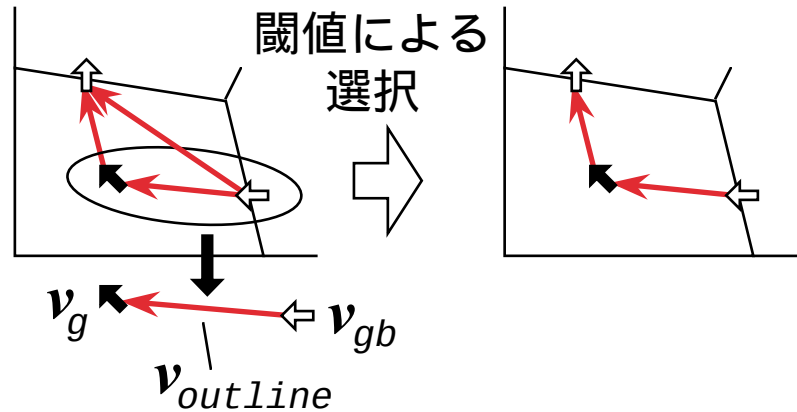


図 3.9: 重心ベクトルと領域間概略線

概略線を選択することが望ましいと考えられる．本手法では，任意に設定した閾値により領域間概略線の選択を行い，選択された領域間概略線をベクトル場の概略線とする．

3.5 まとめ

本章では，AIC を用いたベクトル場の領域分割により，ベクトル場の特徴を客観的に評価し，領域分割により得られた領域及び領域境界を用いて，概略線を生成することでベクトル場から概略線の抽出を行う手法を提案した．

本手法は，客観的な評価規準によりベクトル場の特徴を抽出しているため，必ずしもユーザが対象ベクトル場を適切に把握していなくても，対象とするベクトル場に応じた概略線の抽出が可能である．

第 4 章

実験

4.1 はじめに

本章では，前章で提案した手法の有効性を検証するために行った，ベクトル場からの概略線抽出実験の結果を示す．ベクトル場のデータには，流れ場の数値シミュレーション結果を用いた．流れ場の可視化を考えた場合，

- 流れの小さいところは無視して，大まかな流れの概略が欲しい
- 流れの小さいところの方向も考慮した概略が欲しい

など，ユーザの要望が幾つか考えられる．そこで本研究では，このことを踏まえて以下に示す二通りの実験を行った．

- 実験 1：流れ場のデータ（流れの大きさ，方向，位置）を用いた，大きさを考慮した概略線抽出実験
- 実験 2：流れの大きさを均等にしたデータ（方向，位置）を用いた，方向に着目した概略線抽出実験

4.2 大きさを考慮した概略線抽出（実験 1）

流れ場の大まかな概略線が得られるか検証するために流れの大きさ，方向，位置の三つの情報に基づいた概略線抽出実験を行った．

実験に用いた流れ場を図 4.2 に示す．流体の数値シミュレーション結果から得られた二次元の速度場データで，データサイズは 48×50 ，データ格子は正方格子である．図 4.2

中の矢印の向きは各位置の流れの方向を表しており，矢印の色は流速の大きさを表している．流速の大小関係は赤 > 黄 > 緑 > 紫 > 青となっている．流速は最大値 = 1 として正規化してある．データの隣接関係は，正方格子であることから，図 4.1に示すように，注目データを中心とする四近傍とした．

領域分割，領域間概略線を選択に用いるパラメータは実験的に決定したものをを用いた．使用したパラメータを表 4.1に示す．ここで， d は領域分割モデルで仮定する多次元正規分布の次元数， $kiter_{max}$ は k 平均法の反復上限回数， $iter_{max}$ は ISODATA の反復上限回数， n_{min} は領域を構成する最小データ数， err_{ext} は領域間概略線を選択する誤差の閾値を表す．領域分割における初期分割は，流れ場全体を一つの領域 ($k = 1$) とした．

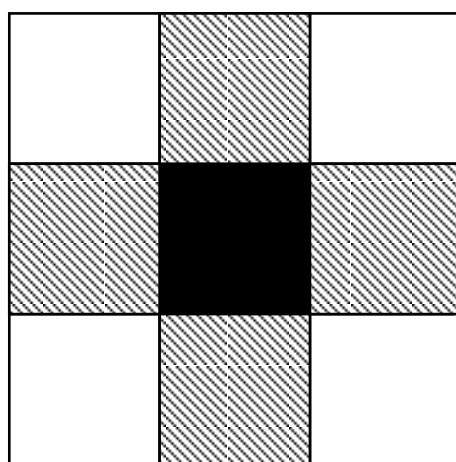


図 4.1: データの隣接関係（四近傍）

d	4
$kiter_{max}$	50
$iter_{max}$	50
n_{min}	20
err_{ext}	0.2

表 4.1: 実験 1 で設定したパラメータ

図 4.3に流れ場と重ねた領域分割結果を示す．得られた領域数 $k = 23$ となった．図 4.3 中の実線は領域境界を示す．流れ場の上部と右下の箇所を見ると，流れの方向よりも流速

の大きさの影響が領域分割結果に強く出ており，方向の変化があっても一つの領域として得られている．これは方向よりも流速の分散が大きいことが原因だと考えられる．

図 4.4 に領域分割モデルの AIC 及び -2 倍した対数尤度の変化，図 4.5 に領域数の変化を示す．各グラフの横軸は ISODATA の反復回数 $iter$ を表している．図 4.4 の実線は第 3.2.2 節で述べた式 (3.18) を表し，破線は式 (3.18) の第一項目を表している．よって，実線と破線の差は式 (3.18) の第二項目を表しており，領域数の増加に比例していることが分かる．このことから，領域分割開始から AIC が減少していき，第一項目と第二項目のバランスがとれる領域数を目指して，領域分割が行われていることが示されている．今回は 23 回目の反復で，領域の分裂による領域数の増加が出来なくなり，AIC の減少が停止したため，領域分割が終了している．しかし領域分割できる範囲内で妥当な領域数が選択されていると考えられる．

領域分割より得られた領域及び領域境界から，重心ベクトル及び境界重心ベクトルを算出した結果を図 4.6 に示す．図 4.6 中の赤色の矢印は領域重心ベクトル，青色の矢印は領域境界重心ベクトルを表している．重心ベクトル及び境界重心ベクトルから算出した領域間概略線を図 4.7 に示す．この段階では多量の領域間概略線が表示されており，流れ場の概略を把握することは困難である．

閾値処理により余分な領域間概略線の除去を行い，流れ場の概略線を生成した結果を図 4.8 に示す．流れ場上部に多数の概略線が残っているものの，流れ場の大まかな概略が示されている．しかし流れ場右下の流速の小さい領域が無視されている．

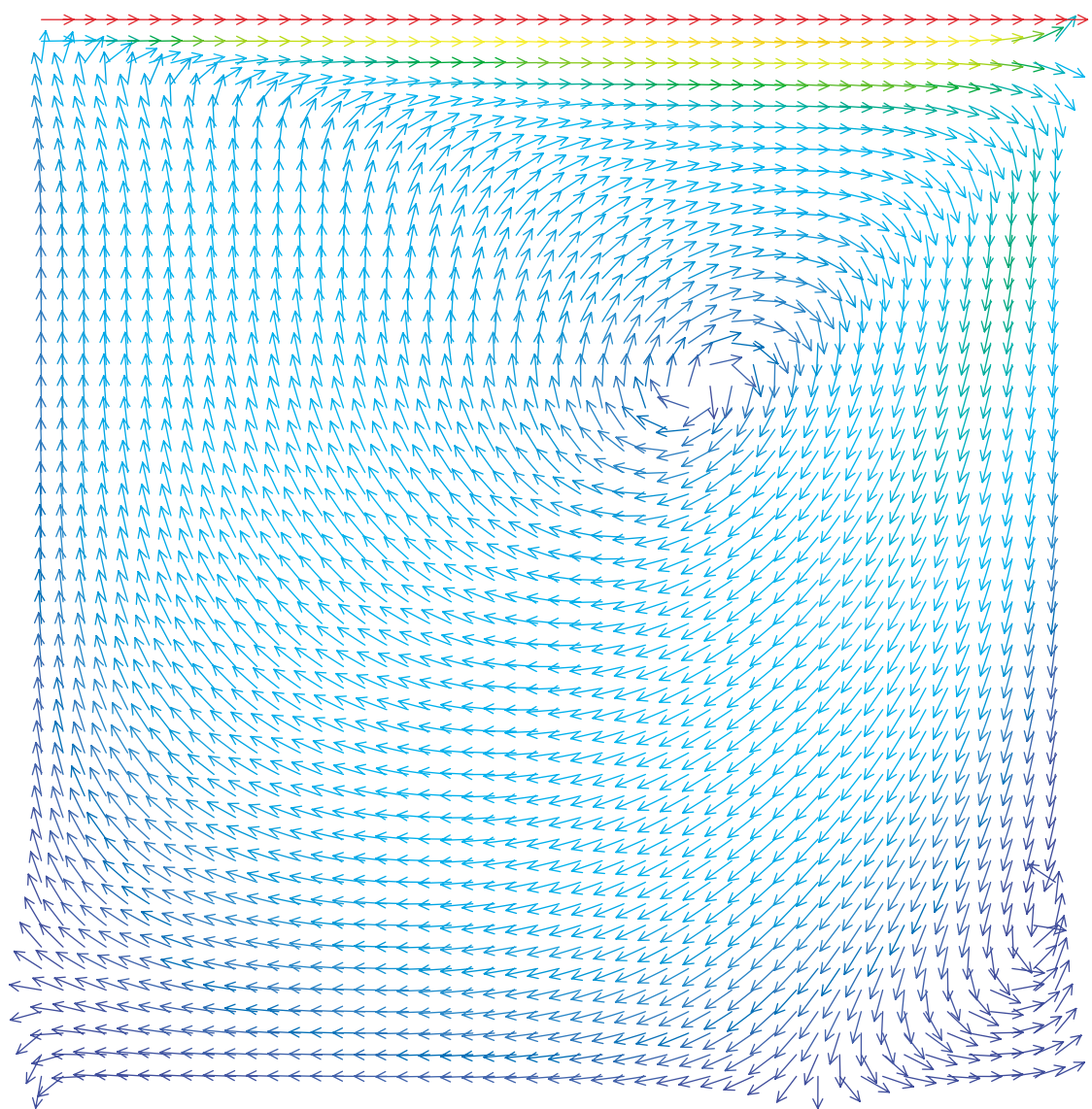


図 4.2: ベクトル場

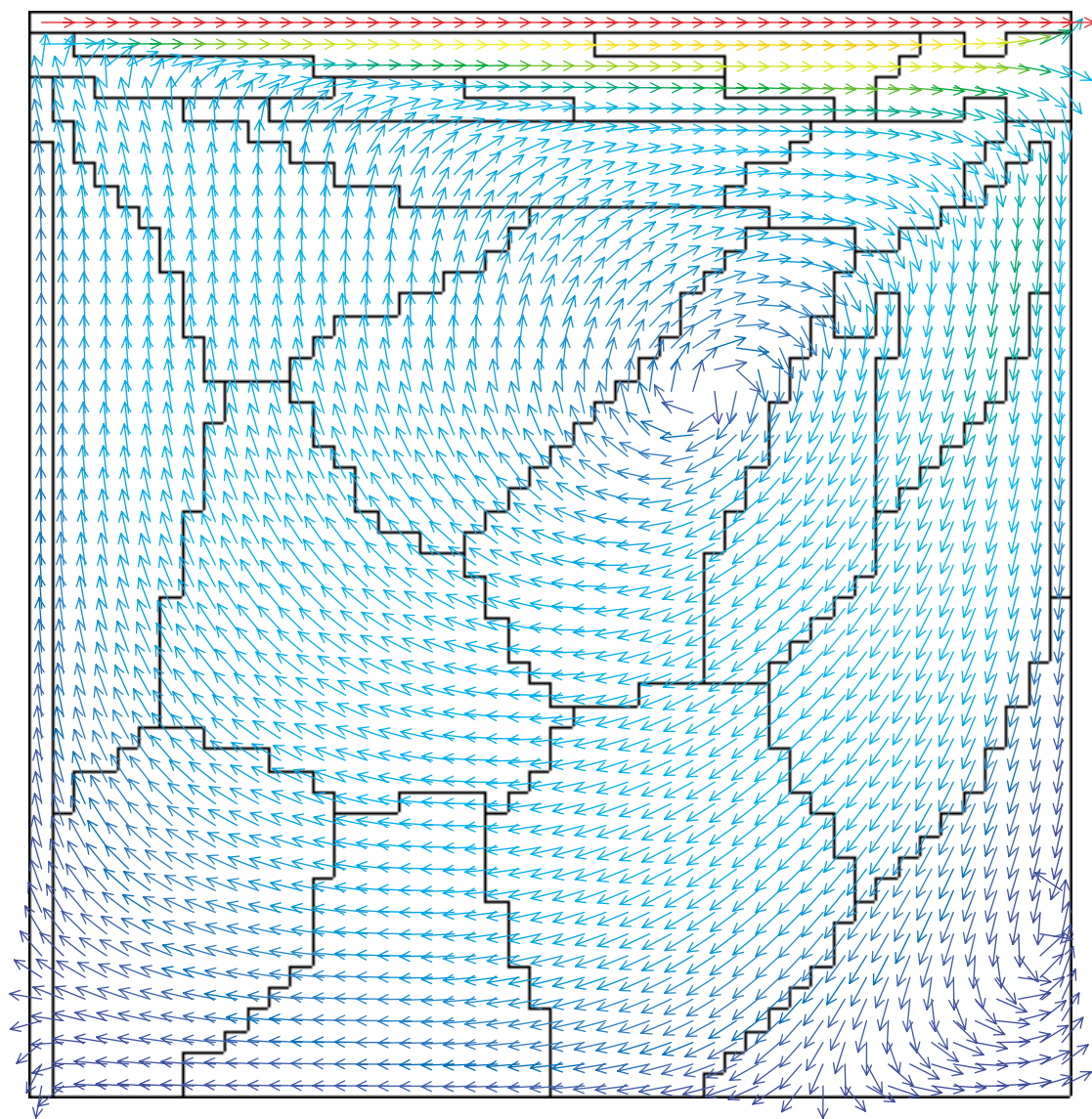


图 4.3: 領域分割結果

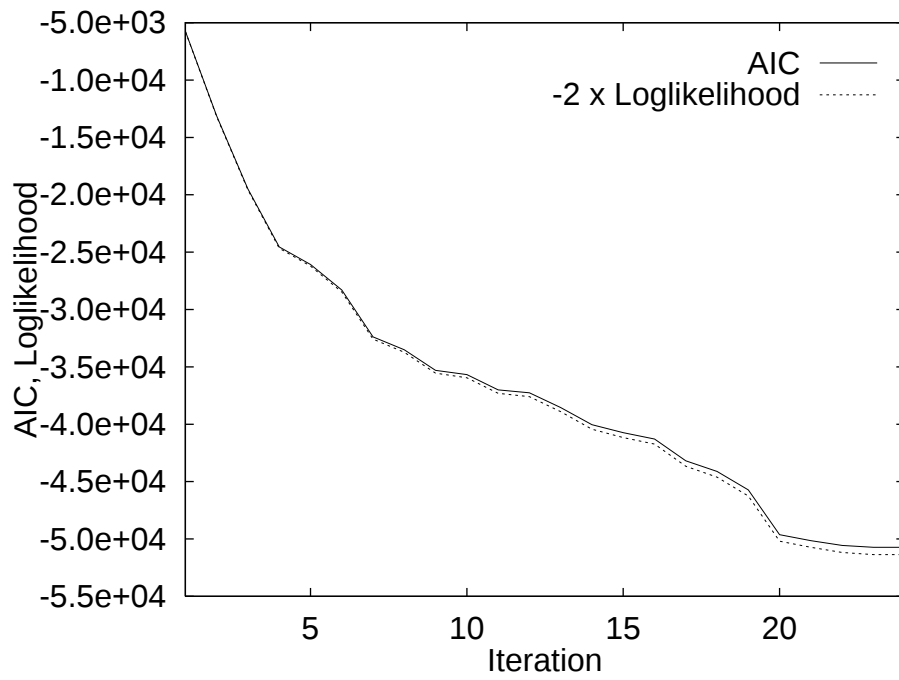


図 4.4: AIC 及び対数尤度の変化

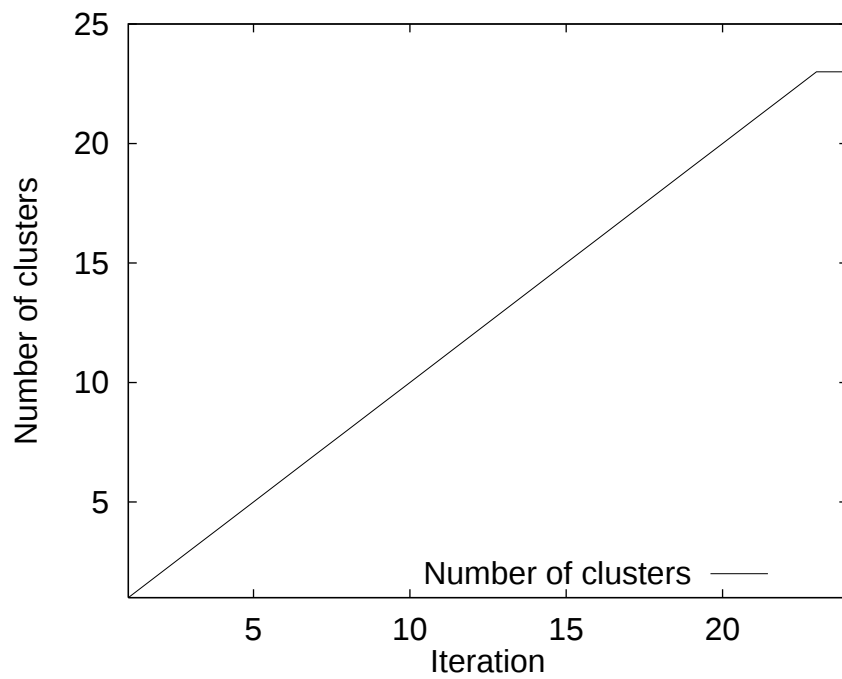


図 4.5: 領域数の変化

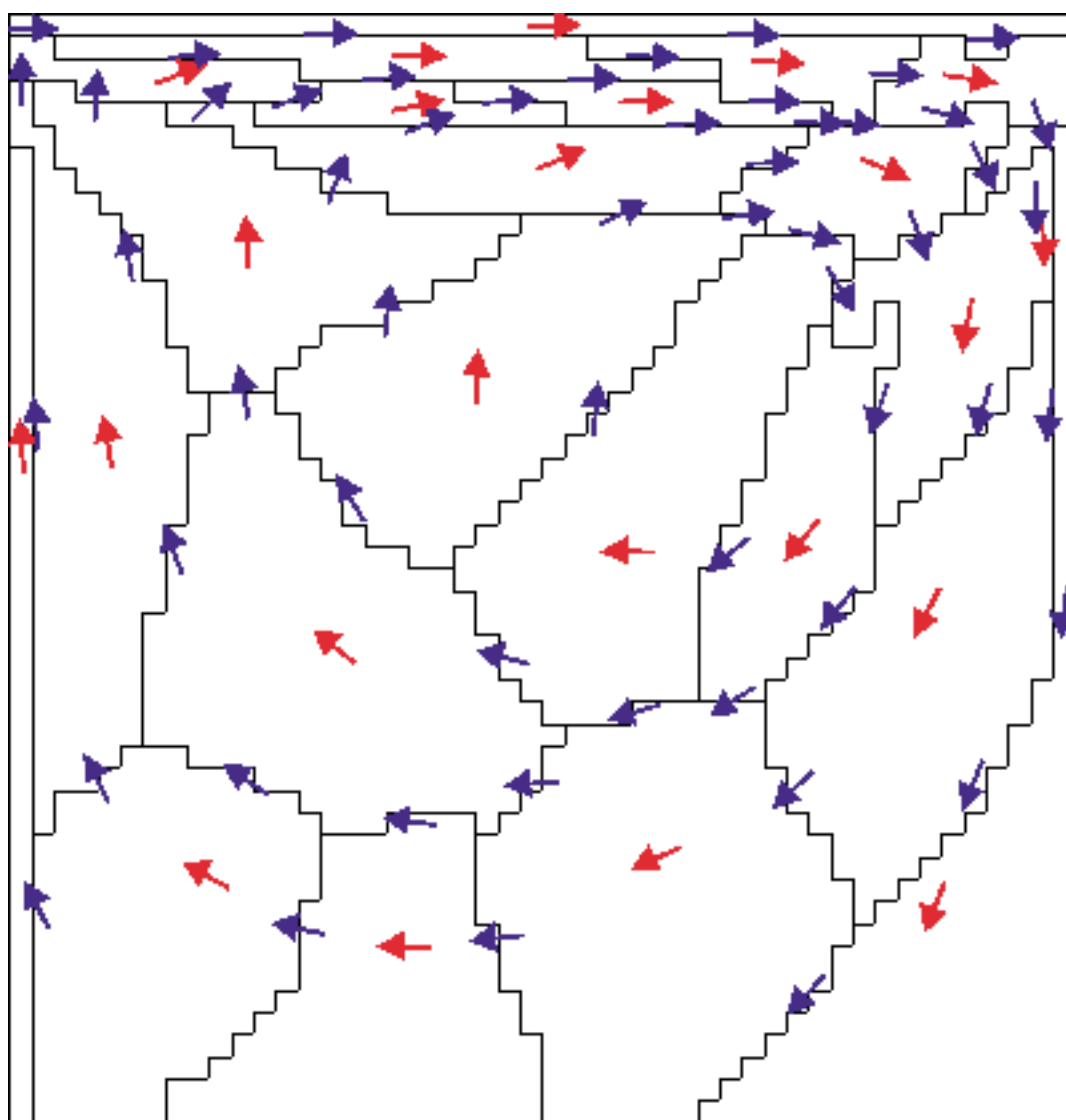


図 4.6: 領域重心ベクトル, 領域境界重心ベクトル



図 4.7: 領域間概略線

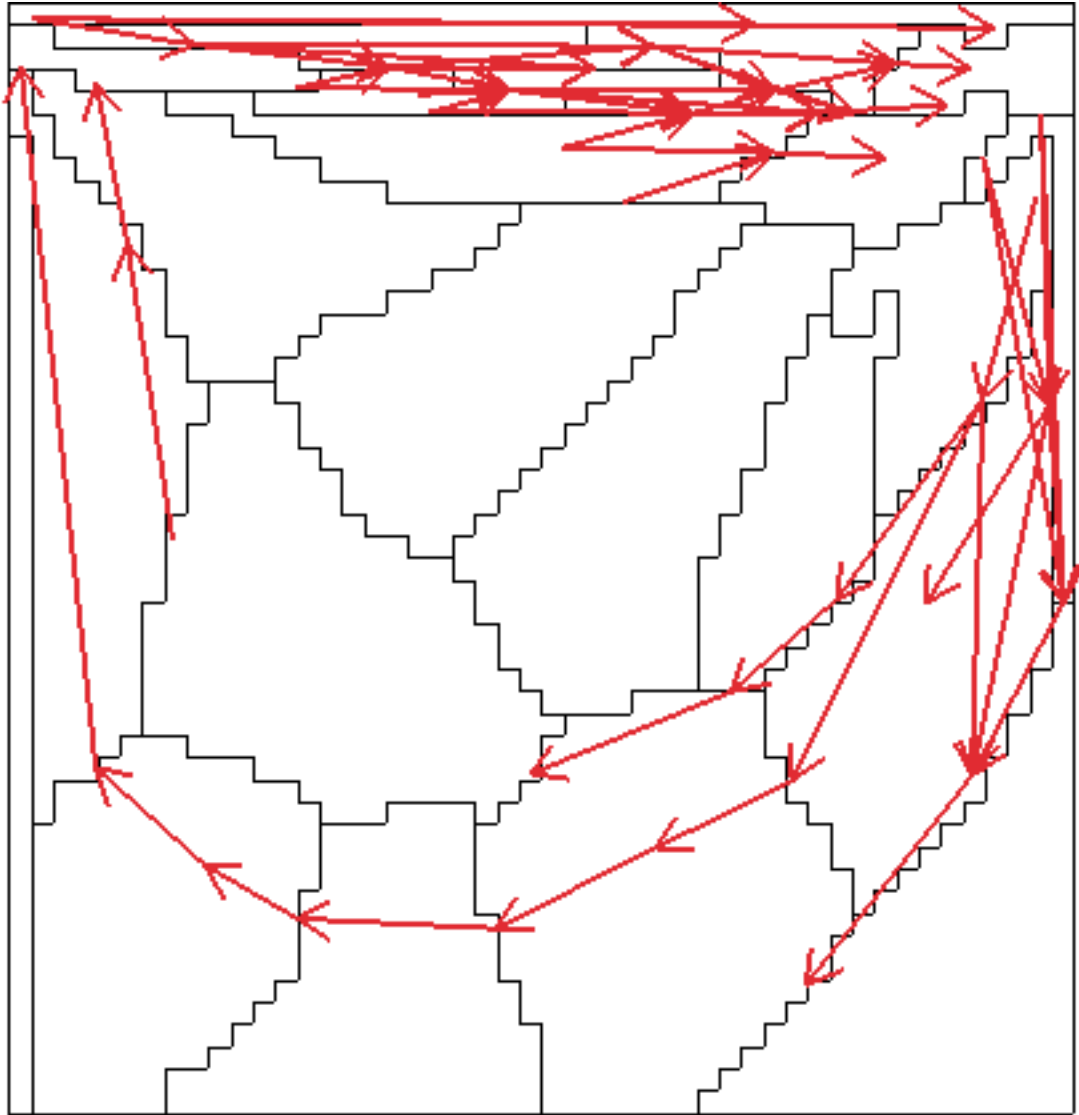


図 4.8: 選択された領域間概略線

4.3 流れの方向に着目した概略線抽出（実験 2）

前述の実験 1 において，流れ場の大まかな概略線が抽出できることが確認できた．次に，流れの方向に着目した概略線を抽出するために，流速を全て等しくしたデータを用いて実験を行った．

用いた流れ場を図 4.9 に示す．流速が全て等しい以外は実験 1 と同じデータである．

領域分割，領域間概略線の選択に用いるパラメータは実験的に決定したものをを用いた．使用したパラメータを表 4.2 に示す．ここで， d は領域分割モデルで仮定する多次元正規分布の次元数， $kiter_{max}$ は k 平均法の反復上限回数， $iter_{max}$ は ISODATA の反復上限回数， n_{min} は領域を構成する最小データ数， err_{ext} は領域間概略線を選択する誤差の閾値を表す．領域分割における初期分割は，実験 1 と同様に流れ場全体を一つの領域 ($k = 1$) とした．

d	4
$kiter_{max}$	50
$iter_{max}$	50
n_{min}	10
err_{ext}	0.7

表 4.2: 実験 2 で設定したパラメータ

図 4.10 にベクトル場と重ねた領域分割結果を示す．得られた領域数 $k = 24$ となった．前述の実験 1 の結果とは異なり，流れの方向と位置に基づいた領域分割結果が得られていることが確認できる．

図 4.11 に領域分割モデルの AIC 及び -2 倍した対数尤度の変化，図 4.12 に領域数の変化を示す．実験 1 と同じく 23 回目の反復で，領域の分裂による領域数の増加が出来なくなったため，AIC の減少が停止し，領域分割が終了している．

領域分割より得られた領域及び領域境界から重心ベクトル及び境界重心ベクトルを算出した結果を図 4.13 に示す．図 4.13 中の赤色の矢印は領域重心ベクトル，青色の矢印は領域境界重心ベクトルを表す．重心ベクトル及び境界重心ベクトルから算出した領域間概略線を図 4.14 に示す．実験 1 と同様に，この段階では多量の領域間概略線が表示されており，流れ場の概略を把握することは困難である．

閾値処理により余分な領域間概略線の除去を行い，流れ場の概略線を生成した結果を図 4.15 に示す．全体的に流れ場の概略線が良好に抽出されていないが，実験 1 では無視され

ていた流れ場右下の領域において，流れ場を反映した概略線が抽出されている．このことから，ベクトルの大きさを等しく扱うことで，ベクトルの方向に着目した概略線の抽出ができると考えられる．

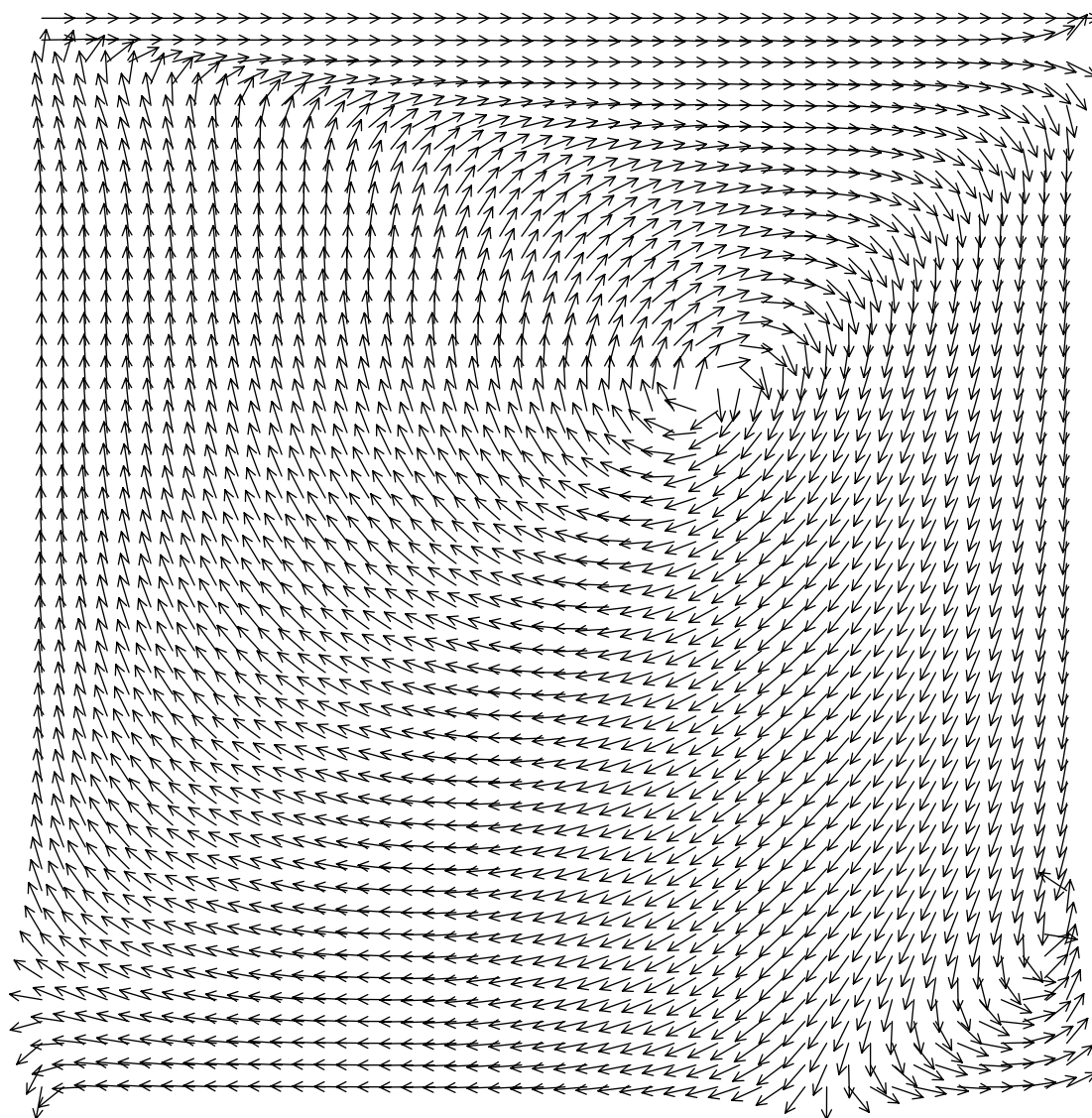


図 4.9: ベクトル場

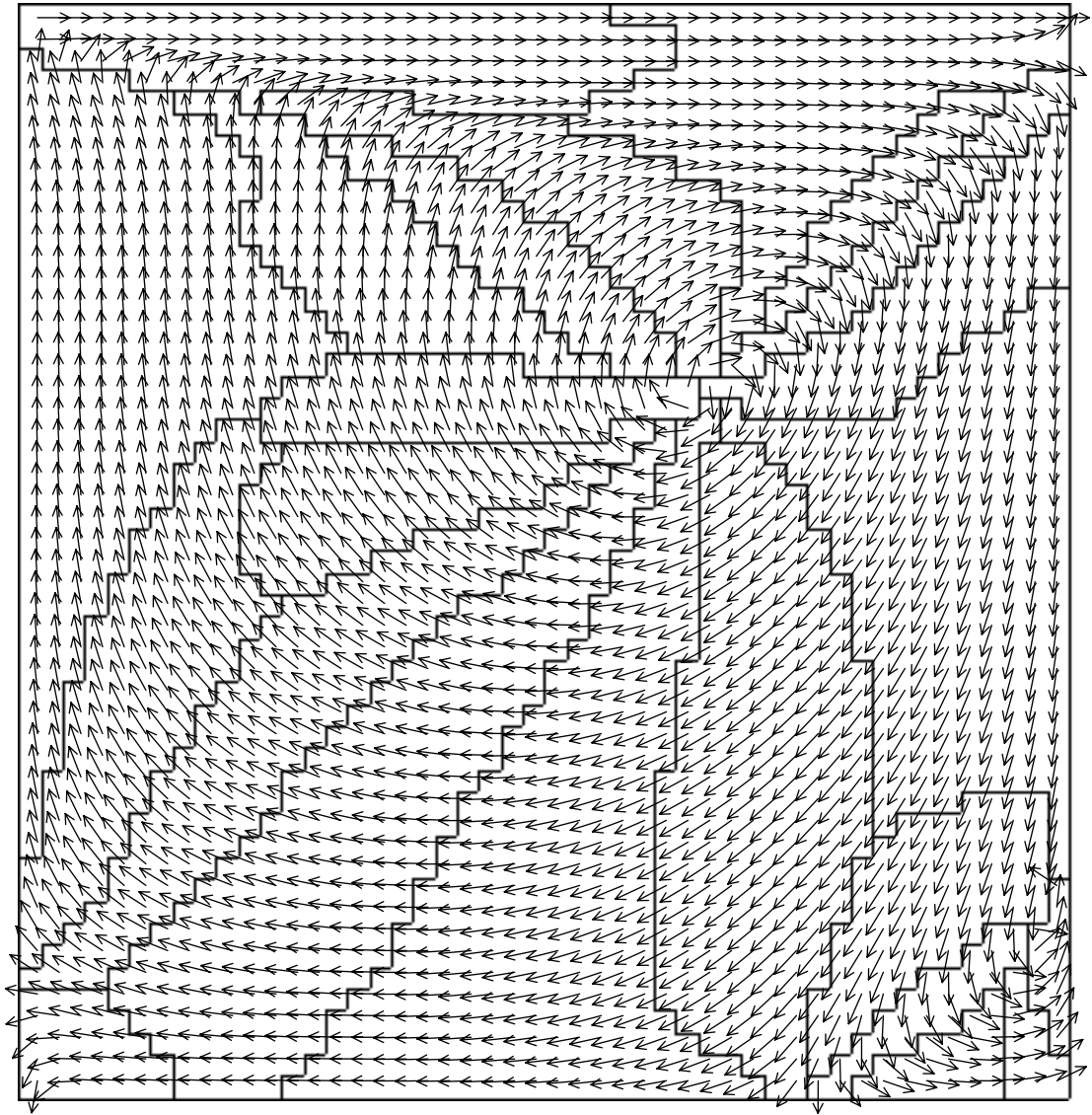


圖 4.10: 領域分割結果

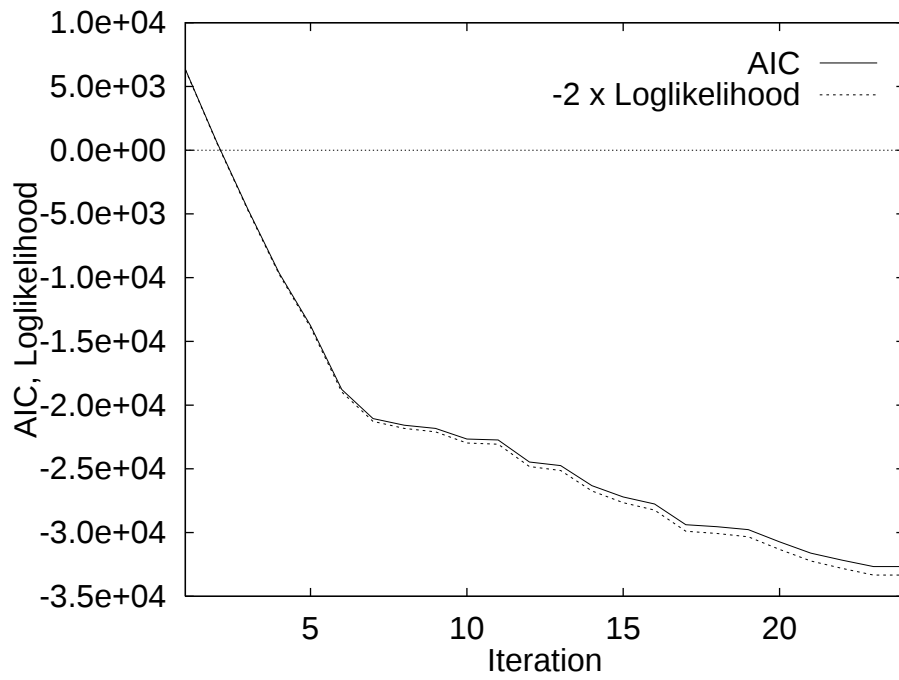


図 4.11: AIC 及び対数尤度の変化

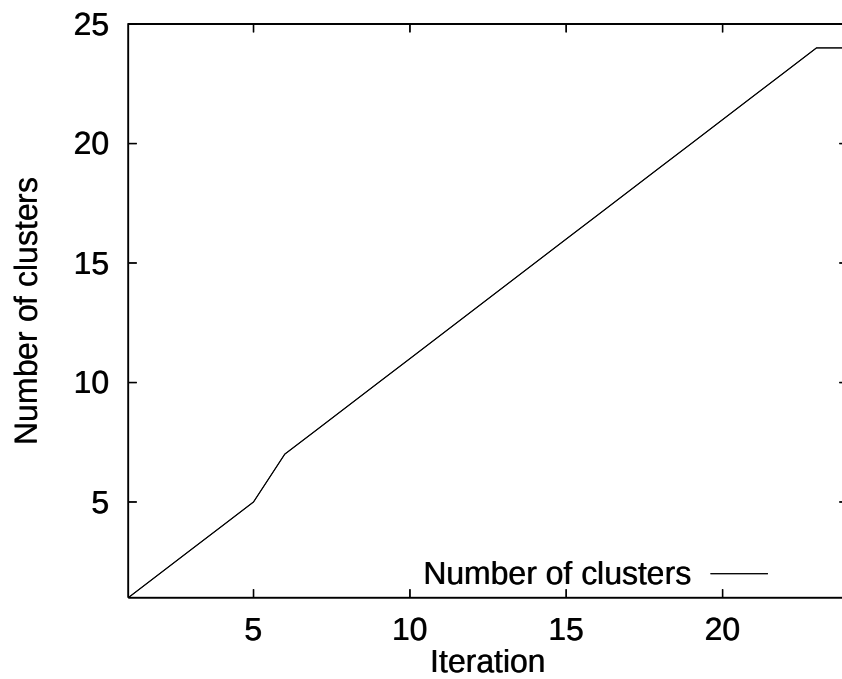


図 4.12: 領域数の変化

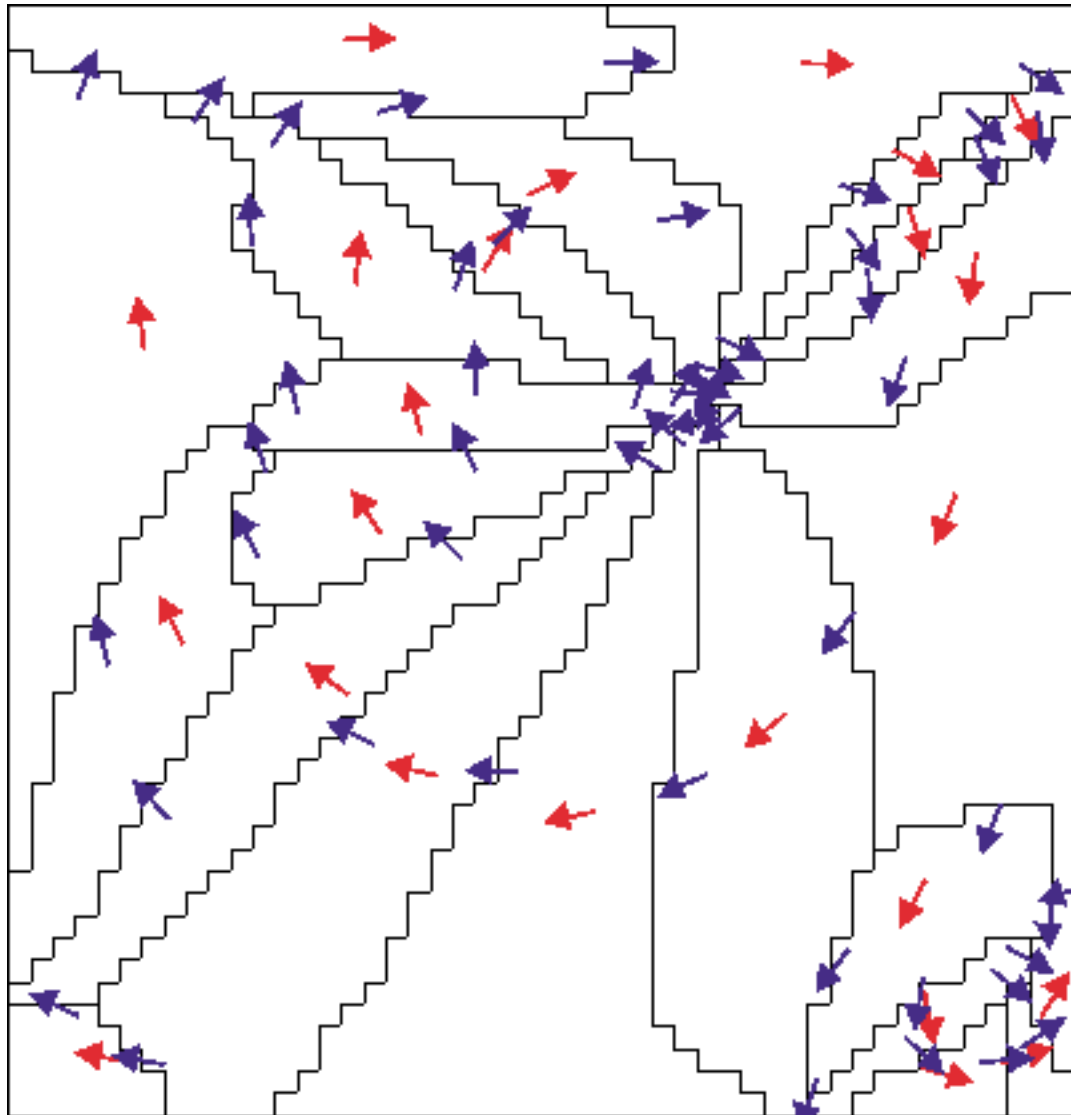


図 4.13: 領域重心ベクトル, 領域境界重心ベクトル

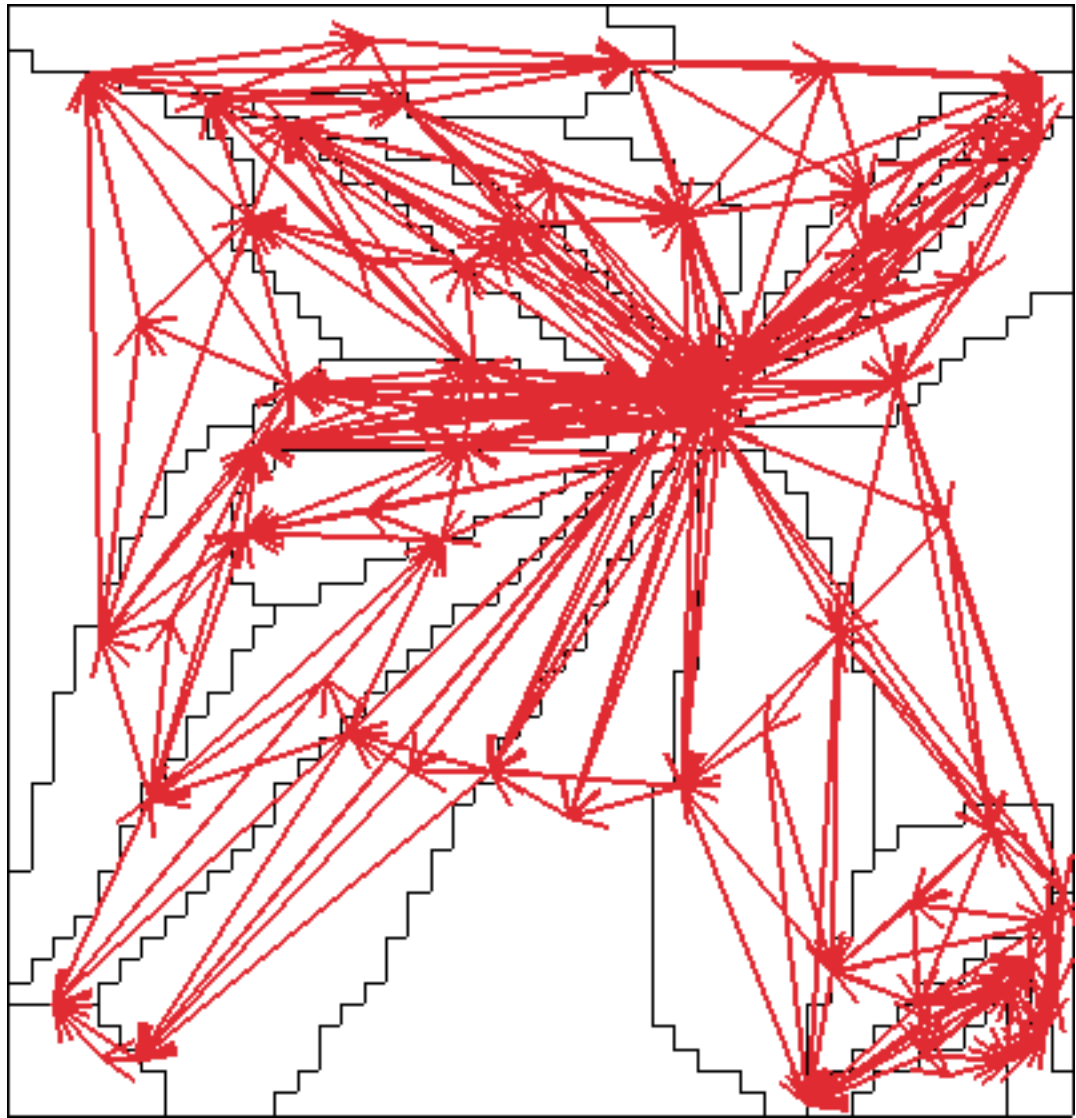


図 4.14: 領域間概略線

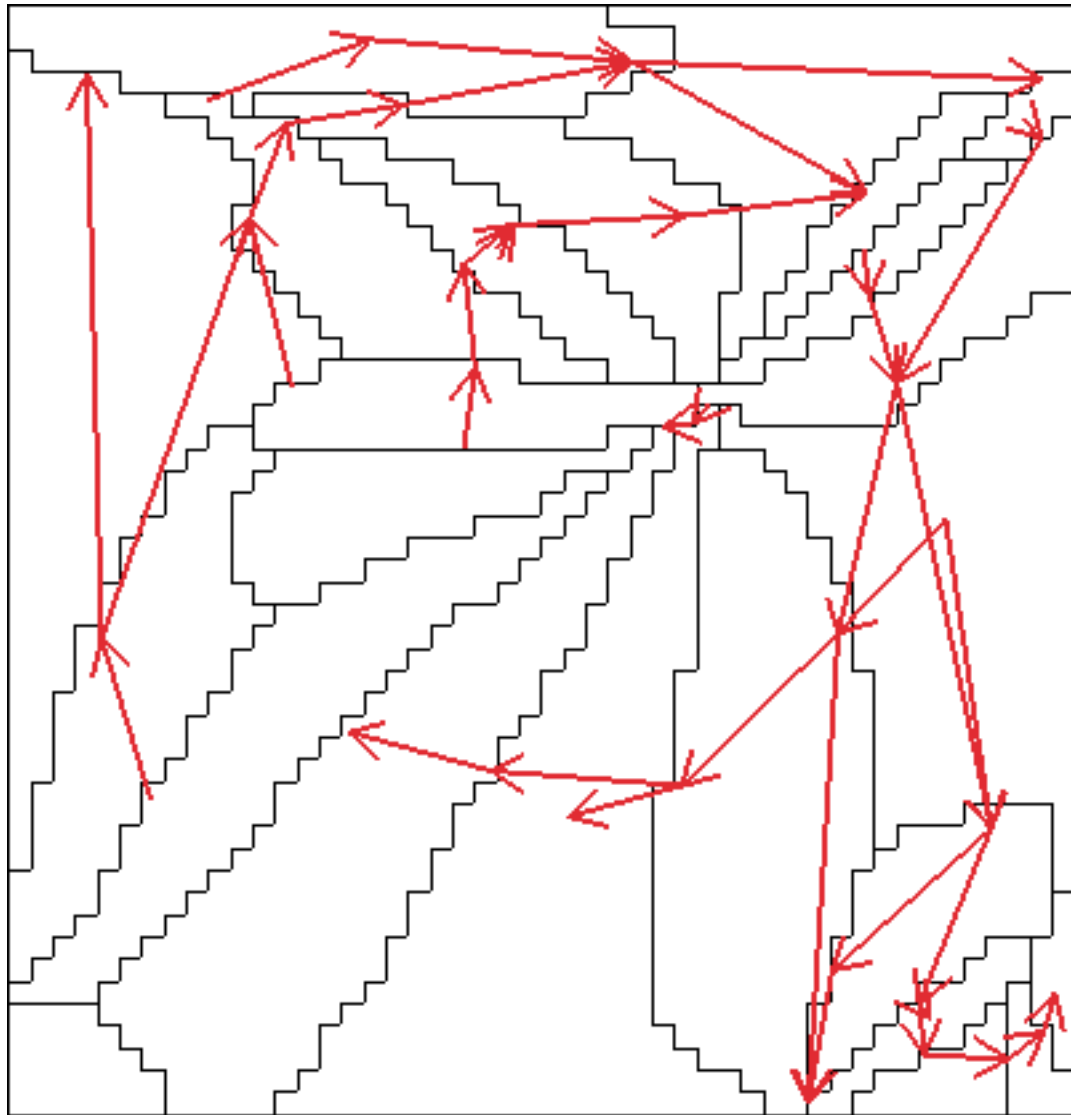


図 4.15: 選択された領域間概略線

4.4 まとめ

本章では提案手法の有効性についての検証を行うための実験を行った。流れ場の数値シミュレーション結果を用いた概略線の抽出実験では、提案手法による概略線抽出を行い、概略線を用いて流れ場の可視化を試みた。まず、そのままの流れ場データを用いて概略線抽出実験を行った。実験の結果、AICを用いて、領域内のデータの分散が小さく、それでいてなるべく領域数が少ない、最良の領域分割モデルを推定することで、ベクトル場を反映した領域分割を得られることができた。得られた領域及び領域境界の重心ベクトルを用い、領域間概略線を算出し、流れ場を反映した領域間概略線を選択することにより、部分的ではあるが流れ場の概略線が良好に得られ、概略線を用いて流れ場の大まかな概略を可視化することができた。

また同じ流れ場データに対して、全データの流速を均等にして概略線の抽出実験を行った。その結果、流速の考慮の有無について以下のことが確認できた。

- 流速の大きさを考慮した場合
流れの大きさ、方向の両方に変化がある箇所が特徴として抽出され、流れ場の大まかな振る舞いを示す概略線が生成された。
- 流速の大きさを考慮しない場合
流れの方向に変化がある箇所が特徴として抽出され、流れ場の方向に着目した概略線が生成された。

このことから、ベクトル場をどのように見たいのか、ユーザが目的に応じてベクトルの大きさの扱いを決めることが望ましいと考えられる。

以上の結果から、部分的ではあるが、提案手法によりベクトル場の特徴を反映した概略線を抽出し、概略線によるベクトル場の可視化が行えることが確認できた。

第 5 章

結論

本論文では、情報量規準として AIC を導入した領域分割によりベクトル場の特徴を抽出し、特徴に基づいてベクトル場から概略線を抽出する手法を提案した。流体の数値シミュレーション結果を用いた実験では、本手法を用いてベクトル場の特徴を反映した概略線を抽出できた。また流速の考慮の有無による抽出実験結果の違いから、ベクトル場の可視化目的に応じてベクトルの大きさを考慮すれば良いことが確認できた。

今後の課題としては、まず客観的な基準を用いた重心ベクトルの選択方法の検討が挙げられる。本手法は、領域分割までは AIC を用いているが、その後、重心ベクトル間を結んだ直線を用いて概略線の候補を生成し、簡単な閾値処理で最終的な概略線を生成している。この手法では、概略線が方向が重心ベクトルの位置に依存しているため、領域分割結果によっては概略線がうまく抽出できない。この問題に対処するためには、AIC のような規準を用いて、ベクトル場を反映している重心ベクトルの選択を行い、それらを補間する滑らかな曲線により概略線を生成する手法が考えられる。

また、領域分割における特異な領域の除去方法の検討がある。本手法では、領域分割の評価規準に AIC を用いるため、領域分割の過程において特異な領域（例：領域の分散共分散行列式が零）または孤立したデータが生成されないように各処理で対処している。したがって、各領域の尤度が十分高くならずに領域分割が終了する可能性がある。これは、特異な領域または孤立データが生成された場合、領域分割を終了し、特異な領域や孤立データを除去し、新たに領域分割を始めることで対処できると考えられる。

さらに、流体などの時間ステップを用いた概略線の抽出方法の検討が挙げられる。これは幾つかある概略線の近傍の流れを時間ステップでトレースし、概略線同士のつながりを評価することにより、閉じた一本の閉曲線や長い概略線などの生成が行えると考えられる。

謝辞

本研究を行なうにあたり，御指導，御鞭撻をいただいた北陸先端科学技術大学院大学 阿部 亨 助教授に心より厚くお礼申し上げます．

また，様々な面で御教授いただきました北陸先端科学技術大学院大学 堀口 進教授に深く感謝致します．

北陸先端科学技術大学院大学 金子 峰雄 助教授には，サブテーマで熱心に御指導いただき，深く感謝申し上げます．

北陸先端科学技術大学院大学 山森 一人 助手には，公私ともに様々な御指導をいただき，深く感謝申し上げます．

北陸先端科学技術大学院大学 林 亮子 助手には，多くの有益な御意見ををいただき，深く感謝申し上げます．

また，日頃よりお世話になったマルチメディア統合システム講座の皆様に厚くお礼申し上げます．

参考文献

- [1] H.Hagen, H.Muller and M.Nielson, “Fluid Flow Visualization”, Focus on Scientific Visualization, Springer Verlag, Berlin (1993).
- [2] R.A.Drebin, L.Carpenter and P.Hanrahan, “Volume Rendering”, Computer Graphics, Vol. 22, No. 4, pp. 65–74 (1988).
- [3] R.Crawfis and N.Max, “Direct Volume Visualization of Three-Dimensional Vector Fields”, Proc. 1992 Workshop on Volume Visualization, pp. 55–60, ACM Press, NewYork (1992).
- [4] 株式会社クボタ, AVS による実践ビジュアライゼーション, オーム社 (1995).
- [5] 木田重雄, いまさら流体力学?, 丸善 (1994).
- [6] 細井豊, 教養 流れの力学 (下), 東京電機大学出版局 (1992).
- [7] F.H.Bertrand and P.A.Tanguy, “Graphical Representation of Two-dimensional Fluid Flow by Stream Vectors”, Communications in Applied Numerical Methods, Vol. 4, pp. 213–217 (1988).
- [8] H.-G. Pagendarm and B. Walter, “Feature Detection from Vector Quantities in a Numerically Simulated Hypersonic Flow Field in Combination with Experimental Flow Visualization”, Proceedings : Visualization '94, pp. 117–123, IEEE Computer Society Press (1994).
- [9] A. J. Hin and F. H. Post, “Visualization of Turbulent Flow with Particles”, Proceedings : Visualization '93, pp. 46–51, IEEE Computer Society Press (1993).

- [10] A. Kaufman, “Introduction to Volume Visualization”, Volume Visualization, pp. 1–18, IEEE Computer Science Press (1991), (邦訳) 藤代一成:ボリウム・ビジュアルイゼーション概論, PIXEL, No.116, pp.146-157, (1992).
- [11] 藤代一成, 茅暁陽, “ボリウム・ビジュアルイゼーションの基本アルゴリズム”, PIXEL, No.119, pp.127-132; No.120, pp.130-135; No.121, pp.130-137, 図形処理情報センター (1992).
- [12] D. S.Ebert, R. Yagel, J. Scott and Y. Kurzio, “Volume Rendering Methods for Computational Fluid Dynamics Visualization”, Proceedings : Visualization '94, pp. 232–239, IEEE Computer Society Press (1994).
- [13] R.A.Crawfis and N.Max, “Texture Splats for 3D Scalar and Vector Field Visualization”, Proceedings : Visualization '94, pp. 261–265, IEEE Computer Society Press (1994).
- [14] 高橋圭子, 阿部圭一, “ISODATA クラスタリング手法を用いたカラー画像の領域分割”, 信学論 (D-II), Vol. J82-D-II, No. 4, pp. 751–762 (1999).
- [15] 泉伸明, 森川博之, 原島博, “色情報と位置情報とを併用したセグメンテーション手法の一検討”, 1991 信学春季全大, D-680, pp. 7–392.
- [16] 高木幹雄, 下田陽久, “機能編 第二部 分類”, 画像解析ハンドブック, pp. 639–749, 東京大学出版会 (1991).
- [17] 坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎, 情報量統計学, 共立出版 (1993).
- [18] Carman C. and Merickel M., “Supervising ISODATA with an Information Theoretic Stopping Rule”, Pattern Recognition, Vol. 23, No. 12, pp. 185–197 (1990).
- [19] 栄藤稔, 白井良明, 浅田稔, “クラスタリングから得られる領域の記述に基づく動的な輪郭抽出”, 信学論 (D-II), Vol. J75-D-II, No. 7, pp. 1111–1119 (1992).
- [20] 河口至商, 多変量解析入門 I, 森北出版 (1973).

研究業績

森 賢一, 堀口 進, 阿部 亨, “ボリュームレンダリングを用いた 3 次元流れ場の可視化”, 電気関係学会北陸支部連合大会, F,26, p.329, (1998).

森 賢一, 堀口 進, 阿部 亨, “ベクトル場からの概略線抽出”, 電気関係学会北陸支部連合大会, F30, p.330, (1999).