

Title	ハウスメイト問題における平等性に関する研究
Author(s)	浅野, 美香
Citation	
Issue Date	2002-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/1551
Rights	
Description	Supervisor:Milan Vlach, 情報科学研究科, 修士

ハウスメイト問題における平等性に関する研究

浅野 美香 (010002)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2002年2月15日

キーワード: 公平分割、ハウスメイト問題、平等性、比例性、無羨望性.

公平分割問題は、二人以上のプレイヤーが共同で所有している単数または複数のものを分配するとき、「公平」な分配を求める問題である。共同で所有しているものには、分割可能なものと分割不可能なもの、また、手に入れて有利なものと不利なものが考えられる。身近なところではケーキの切り分け、遺産相続、仕事の分担などがあり、昔から考えられてきた問題である。

本研究では、分割不可能で手に入れて有利なものと分割可能で手に入れて不利なものを共同で所有している場合の公平分割問題の一例として、ハウスメイト問題を取り扱った。ハウスメイト問題とは、 $n(\geq 2)$ 人のハウスメイトで n 部屋ある家を借りるとき、どのハウスメイトにどの部屋をいくらの部屋代で割当ててかを考える問題である。各ハウスメイトは、各部屋に自分が支払ってもよいとする非負の評価値を付ける。ただし、各ハウスメイトが各部屋に付けた評価値の合計が家賃となる。そして、各ハウスメイトは、ちょうど一つの部屋が割当てられ、その部屋の部屋代を支払う。ただし、部屋代は非負であり、その合計は家賃となる。よって、ハウスメイト問題の解は、部屋の割当てと各部屋代の対で表される。この問題において、部屋は分割不可能で手に入れて有利なものであり、家賃は分割可能で手に入れて不利なものである。

問題の解が「公平」であるか判断するために公平の基準が必要である。ハウスメイト問題において、公平の基準は、ハウスメイトが得る割引額によって定義される。割引額とは、評価値から部屋代を引いた額である。従来研究において、比例性、無羨望性、正確性が公平の基準として提案されてきた。ハウスメイト問題において、解が比例性を満たすとは、各ハウスメイトが0以上の割引額を得ることであり、解が無羨望性を満たすとは、各ハウスメイトが最大の割引額を得るような部屋に割当てられることであり、そして、解が正確性を満たすとは、解の割当て以外の部屋を各ハウスメイトに割当ててもそのハウスメイトの得る割引額が等しい。

従来研究において、Brams と Kilgour は、比例性を満たす解を出力するアルゴリズム Gap Procedure を提案した。このアルゴリズムの特徴として、各ハウスメイトの得る割引額の合計が最大であることが挙げられる。また、彼らは、無羨望性を満たす解の存在につ

いて、 $n \leq 3$ であれば無羨望性を満たす解は常に存在し、 $n \geq 4$ であれば無羨望性を満たす解が存在するとは限らないことを示した。その後、Sung と Vlach は無羨望性を満たす解が存在するとき、その割当ては必ず最大合計割当てになることを示した。最大合計割当てとは、ハウスメイトが付けた評価値の合計が最大になるような割当てである。さらに、彼らは無羨望性を満たす解が存在するとき、そのうちの一つを出力するアルゴリズムを提案した。また、無羨望性を満たす解が存在するとき、一般に一意に定まらないことを示した。

本研究では、公平の基準を平等性としたハウスメイト問題を考え、平等性を満たす解が常に存在することを示した。ハウスメイト問題において、解が平等性を満たすとは、各ハウスメイトの得る割引額が等しいことである。解が平等性を満たすとき、解によって、各ハウスメイトの得る割引額が異なることがある。そこで、平等性と比例性を満たす解が存在するか判定する問題を考えた。そして、NP 完全と知られている PARTITION 問題をその問題に還元することにより、その問題が NP 完全であることを示した。このことから、平等性を満たす解の中で、各ハウスメイトに最大の割引額を与える問題は NP 困難であることがわかった。さらに、Sung と Vlach の提案したアルゴリズムの拡張として、無羨望性を満たす解の中でハウスメイトが得る割引額の最小と最大の差が最小である解、すなわち無羨望性を満たす解の中で最も平等な解、を求める効率的なアルゴリズムを提案した。