

Title	分数階粘弾性モデルを用いた舌の生理的モデルの構築
Author(s)	Li, Zhongluo
Citation	
Issue Date	2019-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/15917
Rights	
Description	Supervisor: 党 建武, 先端科学技術研究科, 修士(情報科学)

修士論文

分数階粘弾性モデルを用いた舌の生理的モデルの構築

1710226 Li Zhongluo

主指導教員 党 建武
審査委員主査 党 建武
審査委員 赤木 正人
鶴木 祐史
吉高 淳夫

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科
(情報科学)

平成 31 年 2 月

概 要

舌のシミュレーションは生体力学、音声学、医学および画像工学において重要な役割を果たしている。これまでの舌の生理学的モデルは、通常、有限要素法 (FEM) やスプリングメッシュ法に基づいて構築されている。これらの方法では、舌モデルは線形弾性で等方性材料としてモデル化されている。舌の運動は非常に複雑なので、忠実な生理学的計算モデルを構築することは困難な課題である。それは、生物組織の生理学的特性はどうやってモデル化するかをまだ完全に定まっていなかったからである。

Bennett ら[11]の研究により年齢と性別は舌の動きに影響を与えるという現象があった。Bennett らは実際に舌の動きの変化について若年と高齢者の両性という四組で発音と嚥下の実験を行った。21人の健康な若年(20-30)および高齢者(65-74)が発音および連続した水飲み込みタスクの反復を繰り返しながら、舌背部運動の運動学的測定を行った。平均的に女性の被験者が男性と比較して小さい値を示した舌体の運動範囲を除いて、舌体または舌背部の変数はいずれも年齢や性別に主な影響を示さなかった。タスクの効果は、すべての従属変数のために非常に有意であることがわかった。実験の結果としては、若い男性は若くない男性と比較して短い運動期間を示し、男性は女性よりも大きな動きを示したことがわかった。しかし、これまでのモデルはこの差をシミュレーションするのが困難である。パラメータが多くてお互いに複雑な関係で構築されているため、舌の柔軟性を表すことが非常に時間がかかる。

従来の粘弾性モデルは主に Kelvin-Voigt モデルを使う。しかし、Catania らによって、すべての粘弾性材料はそのモデルに適しているわけではない[6]。フックの法則は固体に対して変位の伸びと応力の関係が正比例する。一方、液体の場合はニュートン流体の粘性法則に従い応力がずり速度、すなわち変位の 1 次導関数に比例する。固体と液体の両方の性質を有する材料の場合、応力は非整数 α ($0 < \alpha < 1$) 階の導関数に比例すると考えられる。人間の筋肉には粘弾性があり、分数階微分モデルはそれをモデル化することができるという研究があった[2]。

分数階 (非整数) 微積分は、生物組織において生じる動的現象の記述のための簡潔なモデルを提供することができる[1]。そのような記述は、例えば、組織が電氣的に刺激されるかまたは機械的にストレスがかかったときに起こる根本的

な多段階プロセスの理解を得るために重要である。分数階微積分の数学は、時間および周波数領域の拡張された範囲で誘電体、電極または粘弾性材料を記述するために、物理学、化学、材料などの科学に幅広く適用されている。

本研究では、分数階微積分を使って人間の腱をモデル化する研究[2]に沿って舌筋のモデルを改良することを目的としている。また、本研究では Dang らのモデル[4]を採用する。Dang らのモデルは解剖学および生理学的特性を考慮に入れるため、生々しい人間の舌を構築されている。Dang らのモデルは筋肉が発生する張力は筋活性に依存する能動的な成分と、筋活性依存しない受動的な成分に分けられて実際にシミュレーションしやすいため、このモデルに基づいて検討する。

本研究では、分数階微積分の概念を使って元のモデルを改良した。改良したモデルの妥当性を確認するため、定量観測実験と発音実験という二つの実験を行った。分数階微積分のパラメータ α を 0.1、0.3 と 0.5 という三つの値で実験を行った。0.5 以上になると、舌の運動は人間の舌の運動には見えないため、採用しなかった。定量観測実験では同一筋肉に対して同じ出力では移動の距離が長くなって柔軟な移動を自由に表現できるようになった。すなわち、人間の筋肉の粘弾性を幅広く表現するようになって以前より人間の舌らしくなった。

発音実験では「aka」の発音を 4 回連続発音させて三つの位置を観測した。パラメータ α は定量観測実験と同じ 0.1、0.3 と 0.5 という三つの値で実験を行った。結果はパラメータ α がより大きくなればなるほど、舌尖と舌背の標準偏差が大きくなる傾向がある。言い換えれば、同じ出力に対しても、運動範囲が広がっていくことが Bennett ら[11]の研究と一致している。つまり、パラメータ α の増加によって、運動の幅を広くしたことがわかった。ただし、改良したモデルは微分方程式だけではなく、多項式も含めているため、簡単に液体か固定かと断言できない。全体としてはパラメータ α を大きくすると柔らかくなるのは物理学的な法則に一致している。

目次

第 1 章 緒論	1
1.1 はじめに	1
1.2 舌モデルの構造と不足	1
1.3 分数階微積分の応用	3
1.4 舌の多様性	3
1.5 本論文の目的	4
1.6 本論文の構成	4
第 2 章 関連研究	6
2.1 舌のモデリング	6
2.1.1 解剖学的な舌構造	6
2.1.2 舌形状モデルの構成要素	7
2.2 粘弾性を模型で表す	9
2.3 モデルの計算方法	11
2.4 人による舌の特徴	13
第 3 章 舌モデルの改良	16

3.1 分数階微分	16
3.2 運動方程式の書き直し	18
3.3 アルゴリズムの概略.....	19
第4章 実験・評価.....	21
4.1 定量観測実験	21
4.2 発音実験.....	22
第5章 おわりに	30

図目次

図 2.1 : 3D 舌モデルの筋肉配置	7
図 2.2 : 提案する 3D 舌モデルの形状とメッシュ構造	8
図 2.3 : 左側は応力緩和の現象 右側はクリープの現象	10
図 2.4 : パラメータ分数の値による曲線族.....	11
図 2.5 : 筋肉のモデル	12
図 4.1 : 垂直舌筋	21
図 4.2 : 垂直舌筋を 40ms 収縮させた後自然回復の変化	22
図 4.3 : 三つの観測位置	23
図 4.4 : 元モデルの運動軌跡	24
図 4.5 : 拡大する三つの観測点の運動軌跡.....	24
図 4.6 : $\alpha=0.1$ の運動軌跡	25
図 4.7 : 拡大する三つの観測点の運動軌跡.....	25
図 4.8 : $\alpha=0.3$ 運動軌跡.....	26
図 4.9 : 拡大する三つの観測点の運動軌跡.....	26
図 4.10 : $\alpha=0.5$ 運動軌跡.....	27

図 4.11：拡大する三つの観測点の運動軌跡.....	27
-----------------------------	----

表目次

表 2.1: 4 つの実験での年齢 v.s. 性別において平均と標準偏差 15

表 4.1: 4 つの実験でのパラメータ α において平均と標準偏差 28

第1章 緒論

1.1 はじめに

人間の舌は、日常生活に重要な役割を果たす筋肉器官である。食物の嚥下、発話といった口腔機能は、舌が機能に応じて変形することにより実現されている。舌のシミュレーションは生体力学、音声学、医学および画像工学において重要な役割を果たしている。例えば、舌の動的シミュレーションは発音の視覚化およびマンマシンインタフェースなどの分野において重要な応用がある。さらに、舌のシミュレーションは音声生成にも重要なサポートを提示する。音声生成のメカニズムの理解は、コンピュータ技術者が人間の音声生成プロセスを模倣することによって、より自然な人間のような音声合成システムを開発するのを助ける。病院では、舌のシミュレーションにおいて音声障害を持つ患者のためのより効果的な治療法を見つけられ、手術後の結果も手術前に患者さんに教えられる。

1.2 舌モデルの構造と不足

これまでの舌の生理学的モデルは、通常、有限要素法（FEM）やスプリングメッシュ法に基づいて構築されている。これらの方法では、舌モデルは線形弾性で等方性材料としてモデル化されている。これらの数理モデルは線形微分方程

式 (LDE) を使用して線形時不変系を構築され、実験的に測定された物理量を持つ距離や力などの時間変化を予測するための手段として提供する。数多の生理学的システムにとって LDE モデルは非常に成功しており、生理学的恒常性ならびに疾患を引き起こす原因と結果はそのシステムダイナミクスの変化において我々の理解と究明するための基礎を提供される。しかし、精度を上げるためにはより多い要素を加えるかあるいはより複雑な構造で構築するか、こうして線形時不変系の複雑さが増やしても本質を把握できなくなる場合もたくさんある。舌の運動は非常に複雑なので、忠実な生理学的計算モデルを構築することは困難な課題である。まず、舌の運動のデータを獲得する技術は限られている。通常 MRI 技術を介して舌の運動のデータを収集するには参加者は長時間、特定の発音位置を維持する必要があるため、収集されたデータも限られている。

さらに、生理学的舌のシミュレーションには粘弾性の特性をモデル化するのが重要である。従来の粘弾性モデルは主に Kelvin-Voigt モデルを使う。しかし、Catania らによって、すべての粘弾性材料はそのモデルに適しているわけではない[6]。そのモデルは筋肉の非線形弾性特性およびダイナミクスを忠実に反映することはできない。物理学にはフックの法則は固体に対して変位の伸びと応力の関係が正比例する。一方、液体の場合はニュートン流体の粘性法則に従い応力がずり速度、すなわち変位の 1 次導関数に比例する。固体と液体の両方の性

質を有する材料の場合，応力は非整数 α ($0 < \alpha < 1$) 階の導関数に比例すると考えられる。人間の筋肉には粘弾性があり，分数階微分モデルはそれをモデル化することができるという研究があった[2]。Grahovac ら[2]によって腱の応力緩和の実験データとフィッティングした結果 α の値を得られた。応力緩和は粘弾性材料である筋肉の性質の一つである。

1.3 分数階微積分の応用

分数階（非整数）微積分は，生物組織において生じる動的事象の記述のための簡潔なモデルを提供することができる[1]。そのような記述は，例えば，組織が電氣的に刺激されるかまたは機械的にストレスがかかったときに起こる根本的な多段階プロセスの理解を得るために重要である。分数階微積分の数学は，時間および周波数領域の拡張された範囲で誘電体，電極または粘弾性材料を記述するために，物理学，化学，材料などの科学に幅広く適用されている。

1.4 舌特性の多様性

Bennett ら[11]の研究によると，年齢と性別は舌の運動に影響を与えるという結論があった。彼らの研究では，両性の健康な若年者と高齢者の舌運動を調査して加齢が舌の動きの性質に影響を与えることを示している。特に，発話および嚥下タスクのための動きの変動性，つまり分散において，より極端な区別を引き起

こすことがわかった。発話する時の変動が小さい、嚥下する時の変動が大きいという結論があった。これは年齢に関連した舌の構造的および生理学的変化に対する適切な代償メカニズムであると思われる。さらに、彼らの研究では男性はより大きな動きをする傾向があり、特に若い男性は他のグループと比較してより力を入れる嚥下をする傾向があるようである。この違いについて、原因はまだ不明である。元のモデルでは、このような変化を模擬するのは困難である。モデル内のパラメータが多くて調整するのが盲目である。

1.5 本論文の目的

本研究では、Dang ら [3] のモデルに基づいて、分数階微積分を使って人間の臑をモデル化する研究 [2] に沿って舌筋のモデルを改良することを目的としている。Dang ら [3] のモデルは Kelvin-Voigt の粘弾性モデルを使い、能動的な成分と受動的な成分に分けられる。その中の受動的な成分は一つの多項式と一つの一階の微分方程式で構築されるので、一階の微分方程式を α ($0 < \alpha < 1$) 階に書き直して α の変化によって実験を行った。結果としては α の増加によって舌が柔らかくなって運動範囲が広がっていく。

1.6 本論文の構成

本論文は、第 2 章では舌の生理学的モデルに関する構造を示す、第 3 章では

分数階微分の理論に基づいて改良したモデルとアルゴリズムを示す，第 4 章では改良したモデルで定量観測実験と発音実験を行った，まとめと今後の展望を述べる第 5 章で構成される。

第2章 関連研究

2.1 舌のモデリング

2.1.1 解剖学的な舌構造

舌は人体の複雑な軟組織器官であり、主に筋肉で構成されており、筋肉に加えて、血管や粘膜などの組織も含まれている。軟組織によって機械的性質が異なる。舌全体は、結合組織と筋肉組織の二つの部分に分ける。結合組織は、舌の筋肉を支持して保護し、異なる筋肉を分離する役割を果たしている。

舌筋の収縮力は、筋繊維の内部に発生する重要な運動力に起因している。筋繊維の配置方向が筋肉内部の収縮力の方向を決定し、刺激が筋肉の収縮力の強さを決定する。

舌筋の付着位置によって、舌筋は外舌筋と内舌筋に分けられる。外舌筋の始点は骨に連結され、終点は舌内部で終着する。内舌筋の始点と終点は舌内部にある。大雑把に言えば、外舌筋は舌の位置を支配し、内舌筋は舌の形状を変える機能をもつ。

発音に関連する舌筋肉はオトガイ舌筋 (genioglossus, GG)、舌骨舌筋 (hyoglossus, HG)、茎突舌筋 (styloglossus, SG) など三つの外筋肉と上縦舌筋 (superior longitudinal, SL) 下縦舌筋 (inferior longitudinal, IL) 垂直舌筋

(verticalis, V) 横舌筋 (transversus, T) など四つ内筋肉で構成される(図 2.1)。

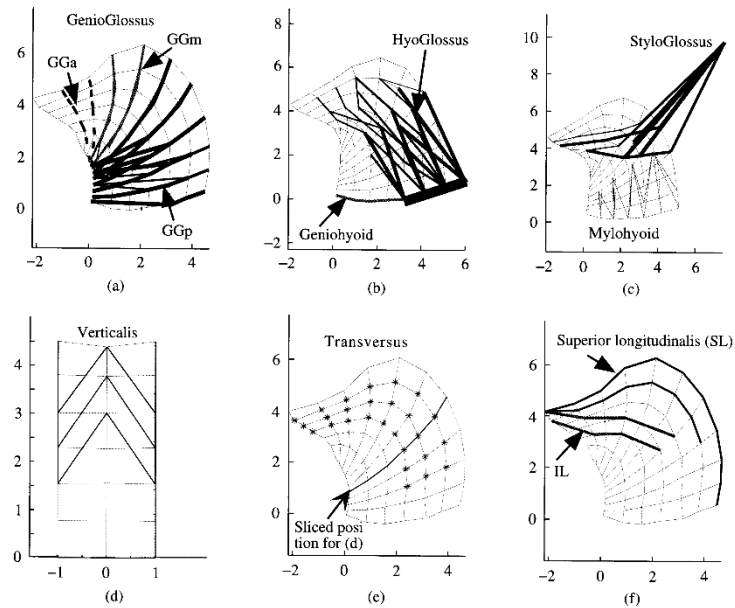


図 2.1 : 3D 舌モデルの筋肉配置

2.1.2 舌形状モデルの構成要素

本研究で使われるモデルは、Dang ら[3]が発話運動を模擬する目的で生理学的発話機構モデルを再構築したものである。それは実際の MRI データに基づいて 3 次元生理学的発話モデルを構築したものである。モデルの舌形状は正中矢状面を含む左右幅 5.5cm の舌と下顎、舌骨など構成されている。また、変位依存有限要素法 (X-FEM) に基づいて、剛性器官と軟組織の運動・変形が統一の計算枠組みで実現されている。舌形状は質点をノードとする左右対称なメッシュ構造で表現される(図 2.2)。舌のメッシュ構造は、舌の表面に沿った縦方向に 11 層、その垂直方向に 7 層、左右方向の 5 層から構成される。

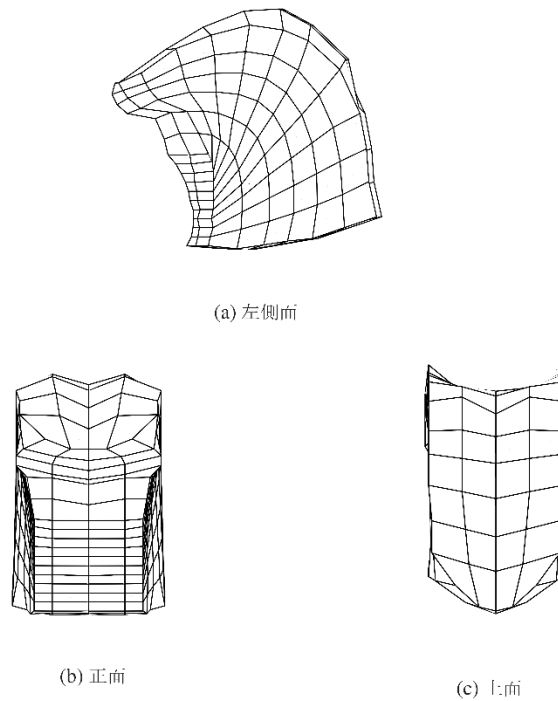


図 2.2：提案する 3D 舌モデルの形状とメッシュ構造

図 2.1 は提案する舌モデルの舌筋の配置図である。図 2.1 (a) は舌の正中矢状面に走行する主な筋肉であるオトガイ舌筋 (GG) を示している。オトガイ舌筋 (GG) は三角筋であり、筋肉の異なる部分は舌変形に対して異なる効果を発揮するので、機能的に三つのセグメントに分けることができる。点線, 灰色の線, 太い線で示されるのがそれぞれ前部, 中央部, 後部である。線の太さは筋肉の大きさを表し, 線が太いほど発生する力は大きくなる。同じように, 図 2.1 (b) と (c) は舌骨舌筋 (HG) と茎突舌筋 (SG) を表している。図 2.1 (d) と (e) は垂直舌筋 (V) の正中矢状面からと上から観測する配置図である。図 2.1 (f) は下縦舌筋 (IL) と上縦舌筋 (SL) を表している。

2.2 粘弾性を模型で表す

粘弾性は時間依存性を持つ材料の研究である。粘弾性の研究はバイオメカニクスにおいても重要である。なぜなら、多くのバイオマテリアル、例えば、心臓組織、筋肉組織、軟骨などは粘弾性の特徴を反応するからである。粘性の程度は粘度（または粘性率）で表れ、弾性の程度は弾性率（剛性率、バネ定数なども同類）で表すことができる。粘性による力の変形の速度に比例し、弾性による力の変形の度合いに比例する。これらの粘弾性材料の特性は、無損失弾性ばねと損失性粘性ダッシュボードの配置によりモデル化することができる。一般的に使用される2つの粘弾性材料モデルは、Voigtモデル（並列に接続されたスプリングとダンパー）とKelvinモデル（直列に接続されたスプリングとダンパー）である。これらのモデルは粘弾性材料の緩和、クリープおよび応力速度依存性に対する強力な記述手段を提供している。しかし、それらは生物学的組織のようなより複雑な材料に対して十分に正確ではない。したがって、応力と歪みの分数階微分と関連する新しい粘弾性要素が考慮される[9]。

実験的には、実際の使用条件に関連する情報を得ることができる。一般に簡単な試験を実施することによって材料の特徴を探求する。粘弾性材料の場合、機械的特性評価は、弾性固体に使用されるものと同様の一軸引張試験を実施することからなることが多いが、材料応答の時間依存性の観察を可能にするように修

正される。このような多くの「粘弾性引張試験」が使用されてきたが、最も一般的なのは2つだけである。それはクリープと応力緩和という2つの特徴である。

粘弾性材料の応力緩和とクリープの現象の例を図3に示す。ここで、 ε は歪みの程度を表し、 ε_0 は具体的な値である。同様に σ は応力の程度を表し、 σ_0 は具体的な値である。横軸は時間で、縦軸は力または変形である。図3(a)に示したように、ステップ関数のような力をかけると、応力は一旦最大となったあと、時間とともに徐々に緩和する。一方、矩形波のような力をかけると(図2.3(c))、歪みは徐々に増大し、力を撤去すると、クリープという現象が発生し、その後時間の経過とともに歪みが減少する[7]。

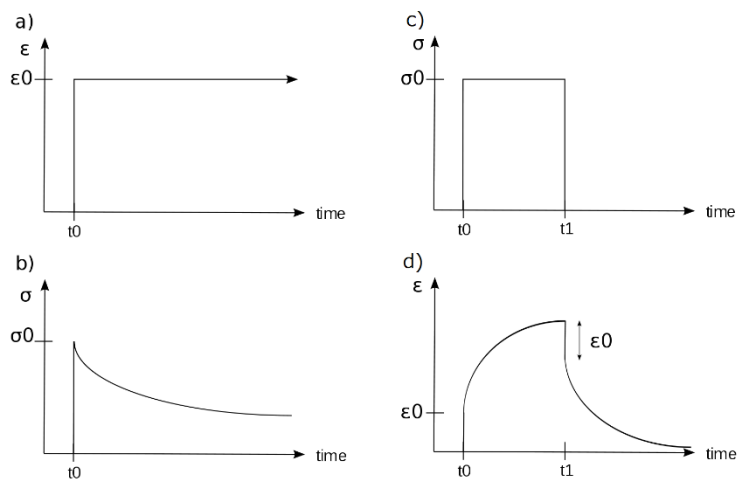


図 2.3 : 左側は応力緩和の現象
右側はクリープの現象

分数階微分の定義には、空間または時間の広いダイナミックレンジにわたって発生する相互作用を正確に表し、マルチスケールの一般化がある[1]。したが

って、システムを何千ものサブシステムまたはサブユニットにセグメント化または区分化する必要はない。これは、実験的に評価できる以上の複雑さを生み出すことが多いシステムの一般化である。また、分数階微分の計算によって予測された結果が実際のデータと一致する場合は、分数階微分演算の意味の解釈に手がかりを与える。Francesco ら[10]は分数階微分を用いて階数をパラメータにして模擬した粘弾性材料の応力緩和とクリープの現象の例を図 2.4 に示す。

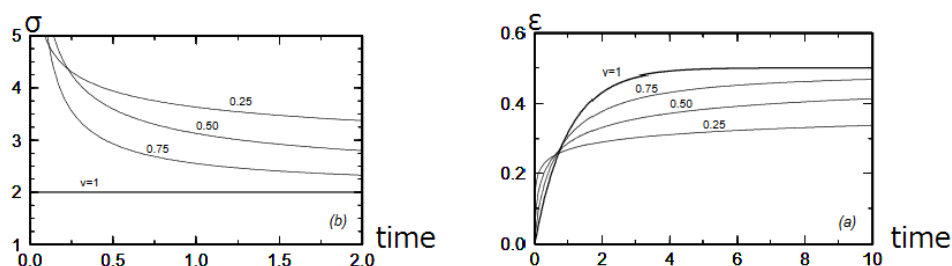


図 2.4：パラメータ分数の値による曲線族
左側は応力緩和の現象、右側はクリープの現象

2.3 モデルの計算方法

生理学的モデリングは、シミュレーションにおいて舌の解剖学および生理学的特性を考慮に入れる。モデルを構築する際に材料の応力-ひずみ関係を記述する数学的モデルによる結果が違う。筋肉のモデルを定式化する際に、Dangらのモデル[4]は一般的に受け入れられている仮定を採用する。その仮定は筋肉が発生する張力は筋活性に依存する能動的な成分と、筋活性依存しない受動的な

成分に分けられる。この二つの部分を加味すると筋肉の全張力が得られる。図 2.5 は Dang らが採用した Hill モデルの拡張された Morecki による筋肉サルコメアのレオロジー的モデルである。受動的な成分はさらに二つに分けられてスプリングだけの 1、スプリングとダッシュボード並列接続の 2 である。ここで、経験的な値として k_1 、 k_2 と b_2 はそれぞれ 1.5×10^4 、 6×10^5 、 3×10^3 の値をとることにした。3 は Hill モデルによる筋肉の能動的な部分である。この三つの部分はそれぞれ変形に対する動的特性、応力-ひずみの特性および収縮力の発生器に対応している。

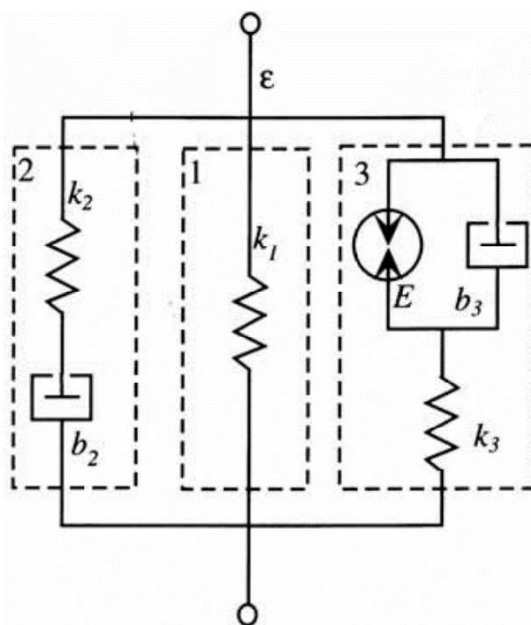


図 2.5：筋肉のモデル

ここで、 l_0 を筋肉の安静時の長さ、 l を変形時の長さとする、長さ変形比 ε

は次のようになる

$$\varepsilon = \frac{(l-l_0)}{l_0} \quad (1)$$

以下の方程式は図 2.5 の 3 つの分岐の張力 σ_i ($i=1,2,3$) を表し、 σ は筋の全張力とすると

$$\sigma_1 = k_1 \varepsilon \quad (2)$$

$$\frac{\dot{\sigma}_2}{k_2} + \frac{\sigma_2}{b_2} = \dot{\varepsilon} \quad (3)$$

$$(\sigma_m + \sigma_3)(k_3 + E) + \frac{k_3 d(\sigma_m + \sigma_3)}{dt} = b_3 E \dot{\varepsilon} + E k_3 \varepsilon \quad (4)$$

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (5)$$

とこのモデルでは記述される。計算の便宜上、 σ_3 の方程式の代わりに筋組織の応力-ひずみ関数を使う経験的な値とのフィッティングより以下の多項式を得られた

$$\sigma_3 = 1.161\varepsilon^4 + 0.243\varepsilon^3 - 1.376\varepsilon^2 + 0.235\varepsilon + 0.164 \quad (6)$$

この 3 つの張力を加味すると筋の全張力 σ を得られる。

2.4 年齢と性別による舌の特徴

年齢と性別は舌の動きに影響を与えるという研究があった[11]。Bennett らは実際について舌の動きの変化について若年と高齢者の両性という四組で発音と嚥下の実験を行った。21 人の健康な若年(20-30)および高齢者(65-74)が発音および連続した水飲み込みタスクの反復を繰り返しながら、舌背部運動の運動学的

測定を行った。電磁関節造影法(EMA)を用いて舌の動きを記録し、これらのデータから運動範囲(range), 持続時間(duration), および変動性(variability)に関して情報を抽出した。

発音実験では, /api/, /ipa/, /pətəkə/という三つの調音運動を6秒間に繰り返すことである。水飲み込みタスクは1回のセッションにする。表2.1は彼らの実験により図った運動範囲のデータである。運動範囲は, 下顎運動を差し引くことなく, 正中矢状面での2次元空間における口蓋接触する時および釈放する時の舌背部および舌体コイルの平均移動距離として定義された。年齢別性別グループ(OF=Older Females, OM=Older Males, YF=Younger Females, YM=Younger Males)と4つの課題に渡って平均された運動範囲の平均と標準偏差の値は, 舌体(TB)と舌背部(TD)について表1に記載されている。年齢と性別を要因として, タスクに基づく舌体および舌背側を用いた変数が混合設計反復測定方法を用いて統計的比較を行った。

平均的に女性の被験者が男性と比較して小さい値を示した舌体の運動範囲を除いて, 舌体または舌背部の変数はいずれも年齢や性別に主な影響を示さなかった。タスクの効果は, すべての従属変数のために非常に有意であることがわかった。実験の結果としては, 若い男性は若くない男性と比較して短い運動期間を示し, 男性は女性よりも大きな動きを示したことがわかった。

	OF	OM	YF	YM	<i>TD</i> RANGE(mm)
API(mean)	12.97	14.01	12.50	14.07	
(SD)	4.78	4.18	2.86	4.85	
IPA(mean)	13.67	15.73	10.09	12.53	
(SD)	3.44	6.09	3.85	4.09	
PTK(mean)	8.87	11.68	9.51	8.65	
(SD)	3.26	3.52	3.73	2.54	
SWAL(mean)	8.83	10.66	7.30	8.56	
(SD)	4.73	5.61	3.91	2.89	
	OF	OM	YF	YM	<i>TB</i> RANGE(mm)
API(mean)	13.46	14.14	13.39	19.23	
(SD)	4.25	2.88	4.03	7.28	
IPA(mean)	13.12	15.16	10.59	17.63	
(SD)	3.19	5.00	4.52	7.46	
PTK(mean)	8.04	11.78	7.35	8.74	
(SD)	2.98	2.53	2.54	2.97	
SWA(mean)	9.47	9.52	5.44	8.43	
(SD)jiukL	5.91	5.73	2.80	3.94	

表 2.1: 4 つの実験での年齢 v.s. 性別において平均と標準偏差

第3章 舌モデルの改良

3.1 分数階微分

分数階微積分は整数階微積分理論の拡張である。1695年に Leibniz などの数学者は分数階微積分に注目を集めて研究し始めた。当時の研究では分数しか考えられなかったため、「分数階」という名前が現在に残っている。実際には有理数あるいは分数だけに限らず非整数にも適応するので、「非整数階微積分」という名乗りのほうが正しい。最初はただ理論上の研究があっただけで長い間に応用されていなかった。20世紀70年代くらいパレート分布や記憶システムなどの分野や現象が分数階微積分と大きな関わりを発見した。分数階微積分はこれらの現象に精密の記述手段を提供される。

分数階微積分の定義に関しては、多くの数学者が異なる角度から定義しており、それらの観点から妥当性がある標準化されていない。その中には、幅広く使われている Riemann-Liouville について紹介する。

仮に変数 t の関数 $f(t)$ は区間 $(0, +\infty)$ 上に連続として、関数 f の非整数 ψ ($\psi > 0$) 階の積分を

$$D^{-\psi} f(x) = \frac{1}{\Gamma(\psi)} \int_0^x (x-t)^{\psi-1} f(t) dt$$

によって定義する。ここで、 $\Gamma(\mu) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{\mu-1} dt$ はガンマ関数であり、 ψ が整数

値 n をとるときには $(n-1)!$ になり、整数値の積分に帰着する。

微分演算と積分演算はお互いに反数の関係なので、Riemann-Liouville 分数階積分の定義により微分は次のようになる

$$D^{n-\psi} f(x) = \frac{1}{\Gamma(n-\psi)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^x (x-t)^{n-\psi-1} f(t) dt \quad , n-1 < \psi < n$$

ここで、 n は ψ より大きい整数 $\lceil \psi \rceil$ である。Riemann-Liouville の定義は数学的には幅広く認められているが、数値計算上は Grunwald-Letnikov の定義を使うことにする。Riemann-Liouville の定義は積分から分数階微積分を定義する。一方、Grunwald-Letnikov の定義は微分から定義をする。ここで、 $f(x)$ は区間 $[a, t]$ に定義して ψ を任意の実数とする。 h は区間 $[a, t]$ を n 等分の長さ、つまり $h = \frac{t-\psi}{n}$ 。 $h \rightarrow 0$ の時、Grunwald-Letnikov による分数階微分の定義は

$$D^\psi f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\psi} \sum_{j=0}^{\lceil \frac{t-a}{h} \rceil} (-1)^j \binom{\psi}{j} f(x-jh)$$

とかける。ここで、 $\binom{\psi}{j}$ は二項係数であり、以下の計算式による計算をする

$$\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!}$$

分数階微積分の定義はたくさんあるが、統一の定義はまだ定めていない。本研究では計算上の便宜のため、Riemann-Liouville による定義を適用した[2]。実際の物理学および工学的応用では、Riemann-Liouville による定義と Grunwald-Letnikov による定義は同等である[8]。

h をタイムステップとして、 m 番目の時刻は $t_m = m \cdot h$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) とすると、
 分数階微分の計算方程式は次式のようになり

$$z^{(\psi)} = h^{-\psi} \sum_{j=0}^m \omega_j^{(\psi)} z_{m-j} \quad (7)$$

ここで、 ψ は $0 < \psi < 1$ 実数であり、係数 ω_j ($j = 0, 1, 2, \dots, m$) は次の再帰関数
 によって計算する

$$\omega_0^{(\psi)} = 1 \quad (8)$$

$$\omega_j^{(\psi)} = \left(1 - \frac{\psi + 1}{j}\right) \omega_{j-1}^{(\psi)}, \quad (j = 1, 2, \dots) \quad (9)$$

3.2 運動方程式の書き直し

前章を踏まえて、本章では計算モデルを書き直すことについて紹介する。動的
 特性に対応する一階の微分演算となっているダッシュボードの分岐に対して分
 数階微分を適応して、式(3)は次のようになる

$$\frac{\sigma_2^{(1-\alpha)}}{k_2} + \frac{\sigma_2}{b_2} = \varepsilon^{(1-\alpha)} \quad (10)$$

式(10)と式(2)を 1 つの式に結合するためには、フーリエ変換を使わなければ
 ならない。本研究で使われているフーリエ変換は以下の 2 つである

$$z \cdot f(t) \xrightarrow{F} z \cdot \hat{f}(w) \quad (11)$$

$$\frac{d^m f(t)}{dt^m} \xrightarrow{F} (iw)^m \cdot \hat{f}(w) \quad (12)$$

これを利用して式(10)と式(2)をフーリエ変換して合わせると

$$b_2 \sigma^{(1-\alpha)} + k_2 \sigma = (k_2 b_2 + k_1 b_2) \varepsilon^{(1-\alpha)} + k_2 \varepsilon \quad (13)$$

になる。分数階微分演算の部分は式(7)によって

$$b_2 h^{-\alpha} \sum_{j=0}^m w_j^{(1-\alpha)} \sigma_{m-j} + k_2 \sigma = (k_2 b_2 + k_1 b_2) h^{-\alpha} \sum_{j=0}^m w_j^{(1-\alpha)} \varepsilon_{m-j} + k_2 \varepsilon \quad (14)$$

になる。

式(14)をまとめて次のように書き直す

$$\sigma_m = \frac{[k_2 + (k_2 b_2 + k_1 k_2) h^{-\alpha}] \varepsilon_m}{b_2 h^{-\alpha} + k_2} + \frac{h^{-\alpha} \sum_{j=1}^m \omega_j^{(\alpha)} [(k_2 b_2 + k_1 k_2) \varepsilon_{m-j} - b_2 \sigma_{m-j}]}{b_2 h^{-\alpha} + k_2} \quad (15)$$

ここで、 σ_m と ε_m は t_m 時刻の全張力と長さで、この式は筋活動時の張力と変形を表している。 α は階数を示し、係数 $\omega_j^{(\alpha)}$ ($j=0,1,2,\dots, m$) は再帰関数(8)と(9)によって計算する。

3.3 アルゴリズムの概略

前節は数学的な推理を示したので、本節ではアルゴリズムの構成について紹介する。式(14)を示した通り、計算する時は計算した変形の張力と長さを記録しなければならない。当時の変形に対して記録した歴史データに重み付けを加え、当時と遠ければ遠くほど重み付けが小さくなるということがわかる。

仮にある筋肉 m に対して、 $l_{m,0}$ はその筋肉の初期の長さであり、 $\sigma_{m,0}$ はその初期の全張力である。

ある時刻 t に対して、当時の筋肉 m の長さ変形比 $\varepsilon_{m,t}$ は $\varepsilon_{m,t} = \frac{(l_{m,t} - l_{m,0})}{l_{m,0}}$ で計算する。長さ $l_{m,t}$ はニュートン力学の第2法則、あるいは運動方程式 $M\dot{u} = f(q, u, t)$

に基づいて計算する。ここで、 q は位置の座標で、 u は速度を表している。時刻 t の全張力は式(15)に基づいて $\sigma_{m,t}$ を得られる。そして、当時の長さ変形比 $\varepsilon_{m,t}$ を長さ変形比の歴史リストに追加して、 $[\varepsilon_{m,0}, \varepsilon_{m,1}, \varepsilon_{m,2}, \dots, \varepsilon_{m,t}]$ になる。同様に、全張力の歴史データも記録しなければならないので、今得られた $\sigma_{m,t}$ を全張力の歴史データに追加して、 $[\sigma_{m,0}, \sigma_{m,1}, \sigma_{m,2}, \dots, \sigma_{m,t}]$ になる。

この手順を繰り返して、停止条件を満たす時に止まる。こうして、筋肉が変化しつつ、舌は指示した通り運動をする。

第4章 実験・評価

4.1 定量観測実験

実装した舌モデルの変形の妥当性を検証するため、シミュレーションを行った。提案モデルは、筋肉が発する筋収縮力を入力とし、各点の変位を出力とする。したがって、モデルの妥当性を評価するためには、舌の運動時の形状に基づく定量観測が必要である。本実験では、舌の垂直舌筋(図 4.1)に対して、5N の力を 40ms に収縮させたあと、力を撤去してから舌形状が自然に復元することを舌尖の変化で観測した。垂直舌筋は舌上面から下面に向けて繊維が伸び、舌の平坦化に関わる内舌筋である。

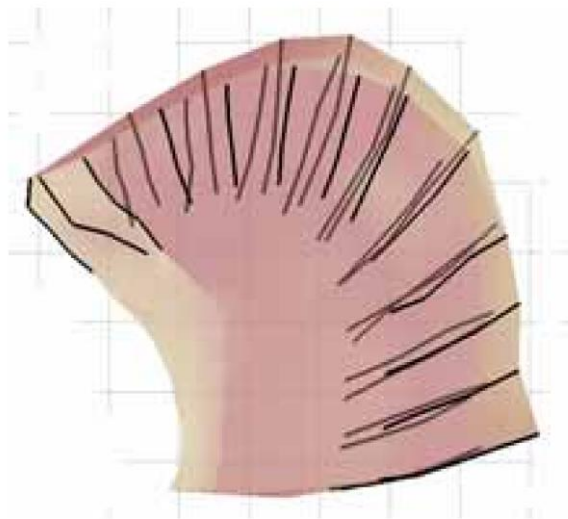


図 4.1：垂直舌筋

その結果を図 4.2 に示す。縦軸は移動距離、横軸は時間である。 (x_0, y_0) を舌が安静時の舌尖の座標とする。移動距離の計算は運動し始める舌尖の座標 (x_i, y_i) と安静時のユークリッド距離 $\sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2}$ である。40ms の点線は力を撤去した時点を示す。舌尖の変化はパラメータ α の増加につき、移動距離が長くなることがわかった。それは、 α の値を大きくすればするほど筋肉の柔らかくなるという予想に一致する。つまり、パラメータ α は大きくなるほど筋の性質は液体のそれに近づく。 α の値が 0.5 以上にすると舌の運動距離が長すぎ、リアルに見えなくなるため記録していなかった。

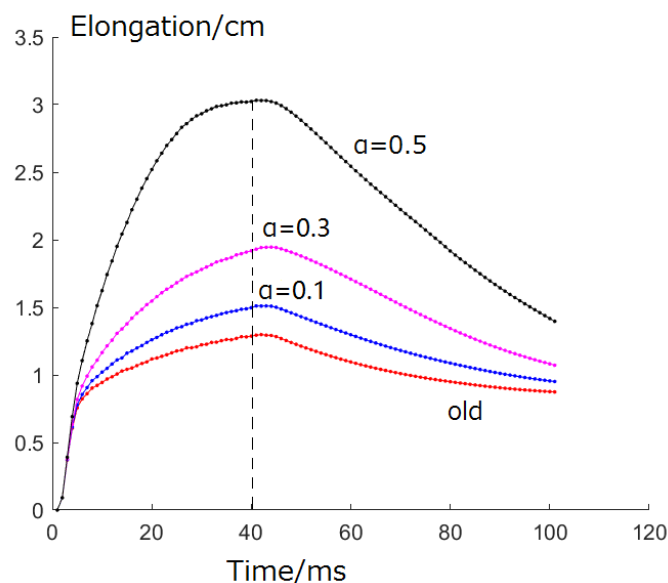


図 4.2：垂直舌筋を 40ms 収縮させた後自然回復の変化

4.2 発音実験

実際の発音運動テストでは「aka」の発音を 4 回連続発音させて三つの位置を

観測した。音声運動制御における筋活性について、Dang ら[3]は彼らのモデルに基づく自動推定法を開発した。この方法では、調音目標は正中矢状面における舌と顎の全体的な姿勢によって定義され、主成分分析(PCA)によって6次元空間に縮小された。PCA空間では筋活動を自動的に調整することによって、調音目標とモデルの間の距離を徐々に最小化したことができる。筋肉活性化の調整は、所定の位置における個々の筋肉機能を予測するために使用された動的PCAワークスペースによって導かれた。この動的PCAワークスペースは、8つの参照PCAワークスペースの内挿に基づいて見積もられた。

観測位置は舌尖(A)、舌背(C)とその二つの真ん中(B)三つの観測点として観測した(図4.3)。パラメータ α はそれぞれ0.1、0.3と0.5三つを選んで三つの観測点の運動軌跡を測った。

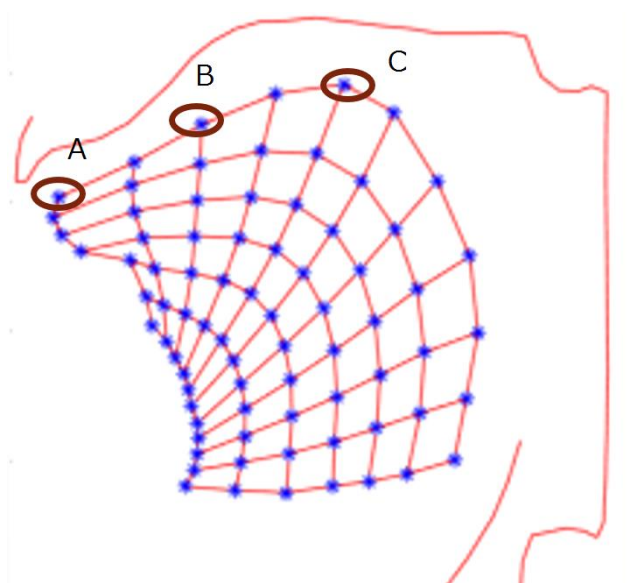


図 4.3 : 三つの観測位置

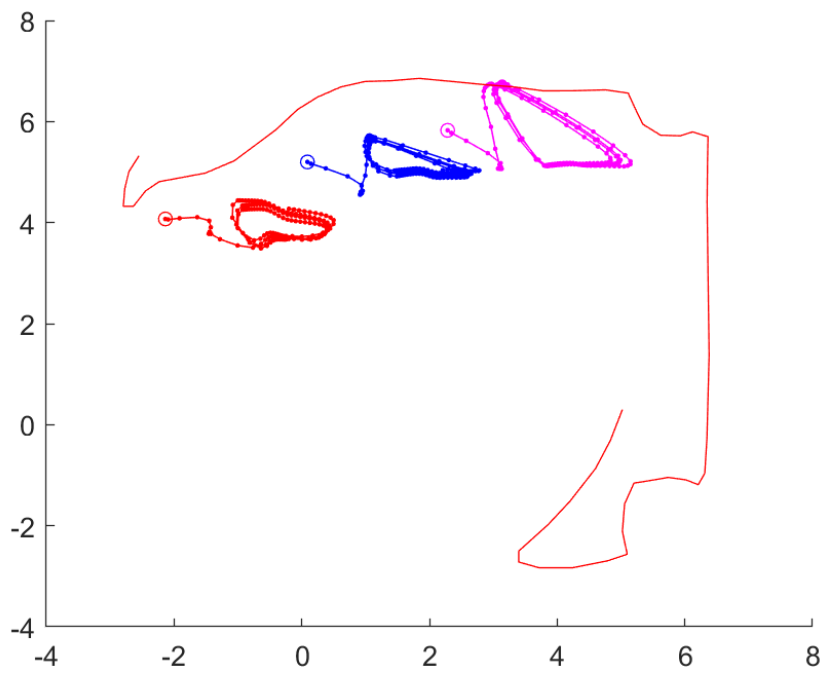


図 4.4 : 元モデルの運動軌跡

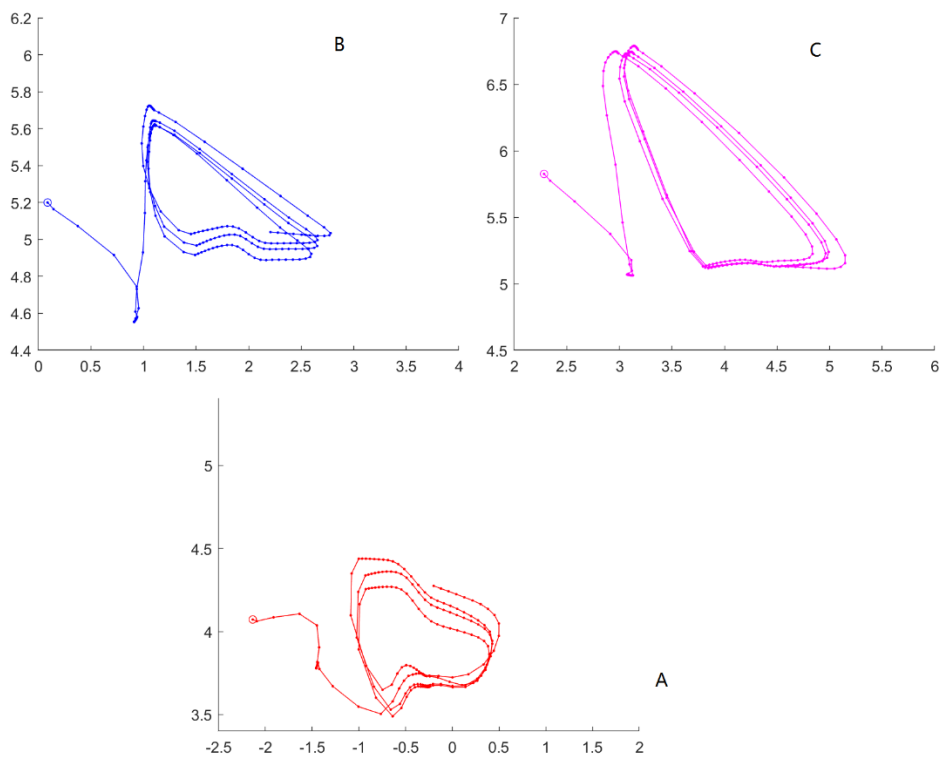


図 4.5 : 拡大する三つの観測点の運動軌跡

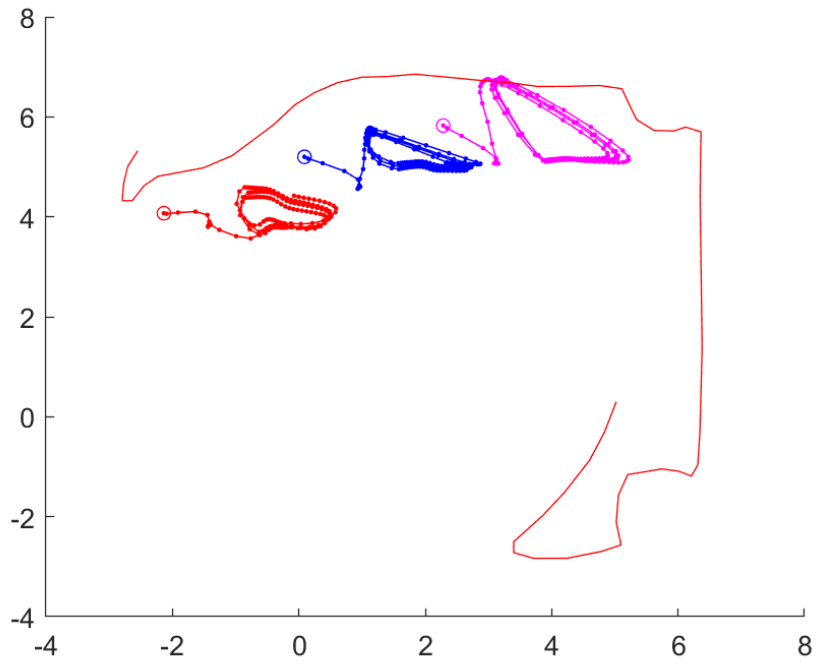


図 4.6 : $\alpha=0.1$ の運動軌跡

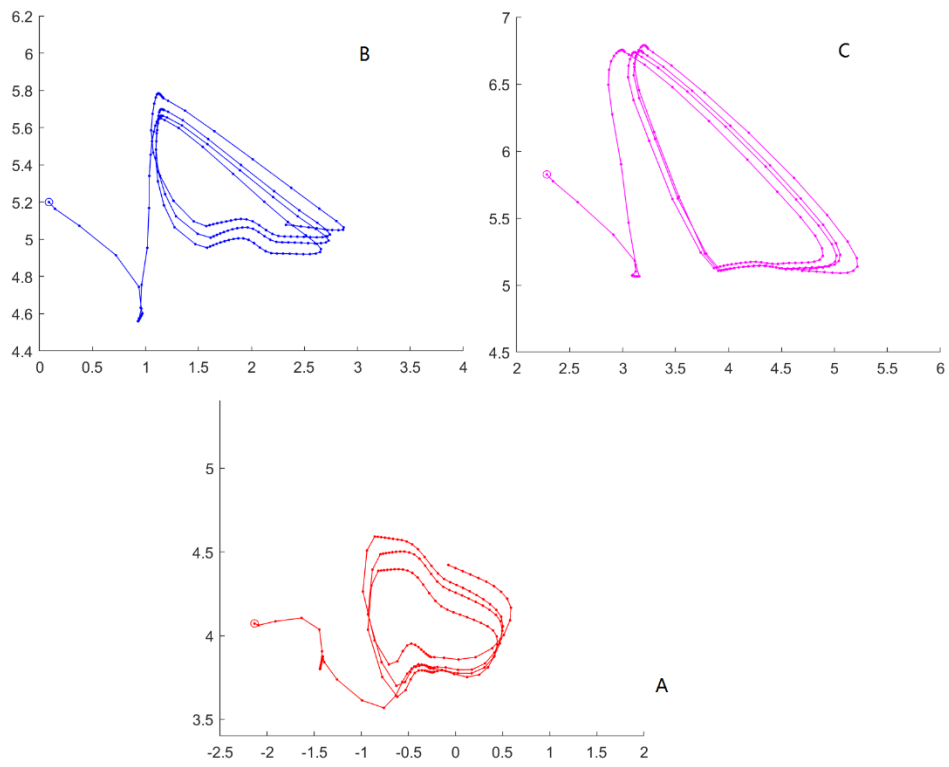


図 4.7 : 拡大する三つの観測点の運動軌跡

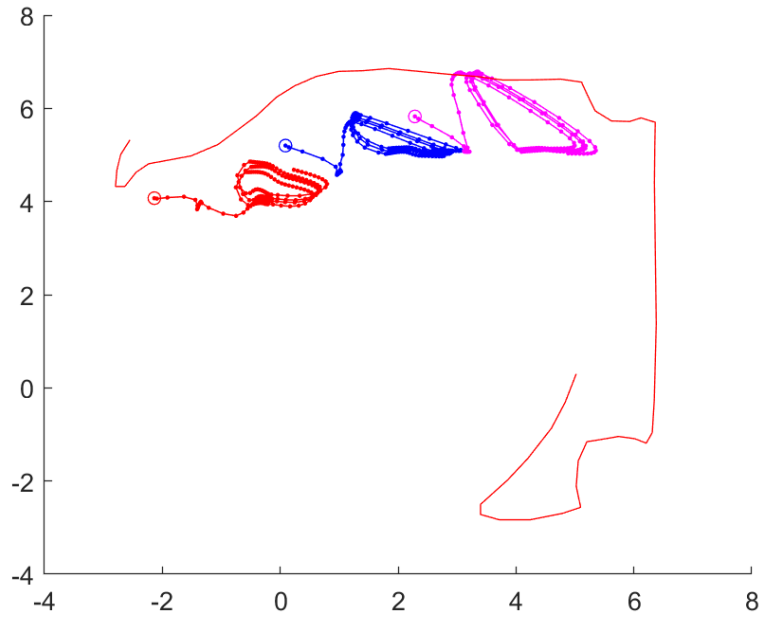


図 4.8 : $\alpha=0.3$ 運動軌跡

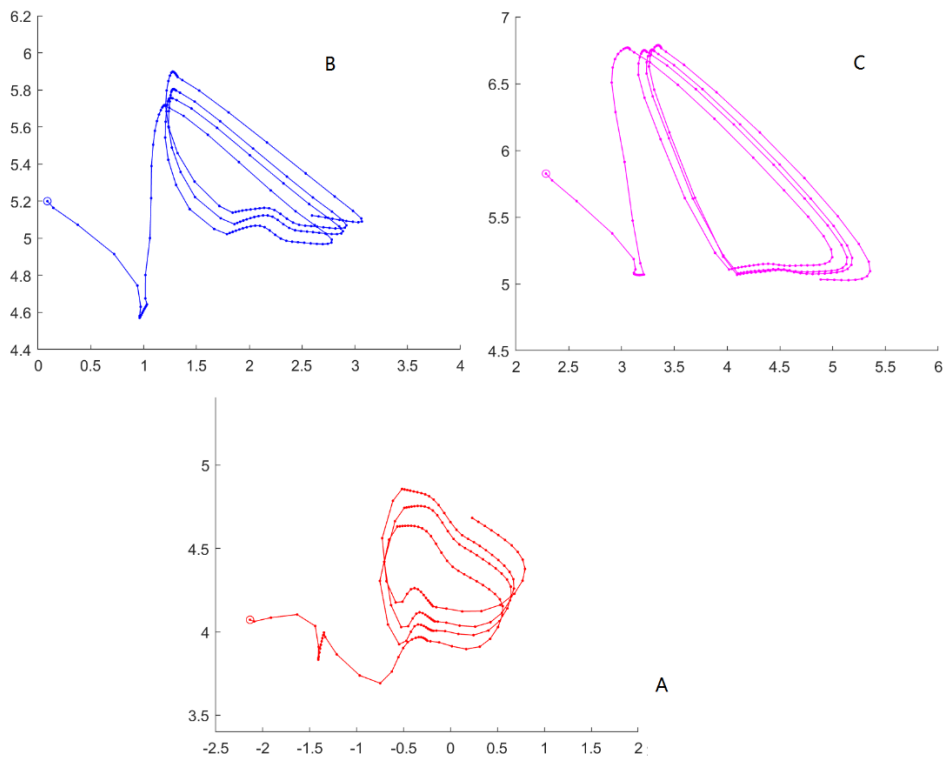


図 4.9 : 拡大する三つの観測点の運動軌跡

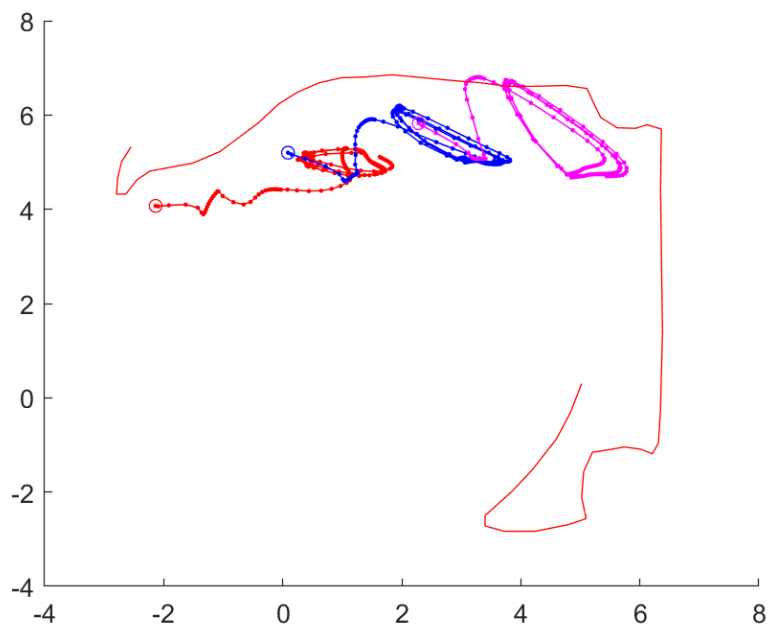


図 4.20 : $\alpha=0.5$ 運動軌跡

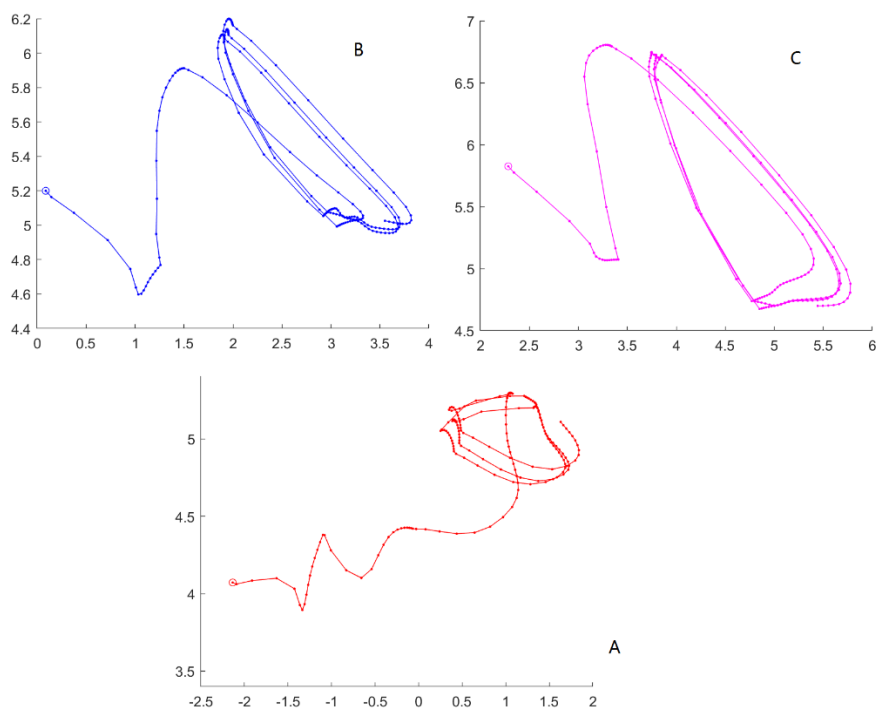


図 4.31 : 拡大する三つの観測点の運動軌跡

図 4.4 の示すように、運動軌跡がループになっており、図 4.5 はそれぞれを拡大する運動軌跡である。パラメータ α を 0.1 にするとき、元のモデルと近いので変化が著しくない。特に舌の後ろの部分は変化が一番小さいである。 α を 0.5 にする時、運動軌跡が幅広く伸び、特に舌尖(A)の変化が著しく見える。舌背(C)は慣性の勢いで後ろに移動している。

元のモデルと改良したモデルの平均と標準偏差を表 4.1 で表す。 α はより大きくなればなるほど、舌尖(A)と舌背(C)の標準偏差が大きくなる傾向がある。言い換えれば、同じ出力に対しても、運動範囲が広がっていくことが Bennett ら [11] の研究と一致している。

	A	RANGE(cm)		C
old	3.9490		old	5.7462
	0.2661			0.6977
0.1	4.0641		0.1	5.7436
	0.2775			0.7044
0.3	4.2795		0.3	5.7304
	0.3022			0.7220
0.5	4.8766		0.5	5.5768
	0.3577			0.8426

表 4.1: 4 つの実験でのパラメータ α において平均と標準偏差

結果はパラメータ α の増加によって、運動の幅を広くしたことがわかった。

ただし、改良したモデルは微分方程式だけではなく、多項式も含めているた

め，簡単に液体か固定かと断言できない。全体としてはパラメータ α を大きくすると柔らかくなるのは物理学的な法則に一致している。

第5章 おわりに

本研究では、分数階微分を導入し、舌の粘弾性モデルを書き直した。同一筋肉に対して同じ出力では移動の距離が長くなって柔軟な移動を自由に表現できるようになった。すなわち、人間の筋肉の粘弾性を幅広く表現するようになって以前より人間の舌らしくなった。

人間の舌は年齢と性別に関係がある。女性が男性と比べるとより小さい運動範囲であり、若い男性は高齢男性と比較しては運動期間が低いことが表明された。しかし、従来の舌のモデルはパラメータが多くて、それをシミュレーションするのは困難である。パラメータ間では複雑な連携があって、調整するのは容易ではない。分数階微分は一つのパラメータ α に対して他のパラメータを整合して、舌の柔軟性を簡単に調整できるようになった。パラメータ α は大きくなればなるほど、舌の運動範囲が広がっていく。各年齢層の舌のシミュレーションができるようになった。

また、構音障害や滑舌が悪い現象は舌の筋力不足という原因が言われて、パラメータ α の調整によりシミュレーションできると予想している。パラメータ α は軟組織の粘弾性をコントロールするから、筋力不足はパラメータ α の値により変わっていく。

分数階微分モデルの計算は再帰関数により再帰的に計算することで、舌の運動シミュレーションが長くなると、計算時間も長時間になる。新しい時刻の運動を計算する時、歴史的データの重み付け和を計算しなければならないのが計算長くなる原因である。しかし、今まで分数階微分の数値計算方法は昔と比べれば進展がなかった。今後、より早い計算方法を探すのは研究の中心になると考えている。

参考文献

- [1] Magin, R. L. (2010). "Fractional calculus models of complex dynamics in biological tissues." *Computers & Mathematics with Applications* 59(5): 1586-1593.
- [2] Grahovac, N. M. and M. M. Zigic (2010). "Modelling of the hamstring muscle group by use of fractional derivatives." *Computers & Mathematics with Applications* 59(5): 1695-1700.
- [3] Dang, J. and K. Honda (2002). "Estimation of vocal tract shapes from speech sounds with a physiological articulatory model." *Journal of Phonetics* 30(3): 511-532.
- [4] Dang, J. and K. Honda (2004). "Construction and control of a physiological articulatory model." *J Acoust Soc Am* 115(2): 853-870.
- [5] S.P. Magnusson, E.B. Simonsen et al(1996), "Viscoelastic stress relaxation during static stretch in human skeletal muscle in the absence of EMG activity".
- [6] G.Catania, S.Sorrentina(2007), "Analytical modelling and experimental identification of viscoelastic mechanical systems", *Advances in Fractional Calculus: Theoretical Developments and Applications in Physics and Engineering*, Springer, Dordrecht.
- [7] Meyers, Chawla(1999), "Mechanical Behavior of Materials", Cambridge University Press.
- [8] I.Podlubny, *Fractional Differential Equations*, Academic Press, London, 1999.

- [9] H. Schiessel, C. Friedrich, A. Blumen(2000), Applications to problems in polymer physics and rheology R. Hilfer (Ed.), Applications of fractional calculus in physics, World Scientific, Singapore.
- [10] Mainardi F, Spada G. Creep, relaxation and viscosity properties for basic fractional models in rheology[J]. The European Physical Journal Special Topics, 2011, 193(1): 133-160.
- [11] Bennett J W, Van Lieshout P H H M, Steele C M. Tongue control for speech and swallowing in healthy younger and older adults[J]. 2007.