

Title	GMPLSに向けたサイクル・リジット型トラヒックのQoS制御
Author(s)	齋, 真一郎
Citation	
Issue Date	2005-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/1935
Rights	
Description	Supervisor:日比野 靖, 情報科学研究科, 修士

修 士 論 文

GMPLSに向けた
サイクル・リジット型トラヒックのQoS制御

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報システム学専攻

齋 真一郎

2005年3月

修 士 論 文

GMPLSに向けた
サイクル・リジット型トラヒックのQoS制御

指導教官 日比野 靖教授

審査委員主査 日比野 靖教授
審査委員 田中 清史 助教授
審査委員 丹 康雄助教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報システム学専攻

340040 齋 真一郎

提出年月: 2005 年 2 月

概要

アクセス網のブロードバンド化の進展にともないブロードバンドアプリケーションも普及している。ブロードバンドアプリケーションのトラフィック特性は周期的に情報が発生すること、また、その周期は厳格に守ることが必要がある。筆者らはこのようなトラフィック特性をサイクル・リジット型トラフィックと呼ぶことにした。本質的に、このようなアプリケーションは同期的通信によって品質を保証する必要がある。また、ブロードバンドサービスを実現している網はパケットスイッチングが主流である。パケットスイッチングは非同期的な通信である。

本研究では、フォトニクスネットワークの特性を生かす転送方法を提案することでサイクル・リジット型トラフィックの通信品質を完全に保証し、回線使用率を高められることを示す。フォトニクスネットワークの特性を生かすためにサイクル・リジット型トラフィックを規格化する。また、QoS(Quality of Service) 制御として、帯域計算を行い呼受付制御おこない、パケットスケジューリング機構ではパケットを優先処理する。計算機シミュレーションによって、要求された品質を完全に保証できることを示す。

目次

第1章	はじめに	1
1.1	研究の背景	1
1.2	目的	1
1.3	本論文の構成	3
第2章	トラヒックとスイッチング	4
2.1	マルチメディアサービスにおけるトラヒック特性	4
2.1.1	トラヒック	4
2.2	スイッチング	6
2.2.1	パケットスイッチングとサーキットスイッチング	6
2.2.2	異なるスイッチング方式間の接続によるトラヒック割当問題	6
2.2.3	MPLS の特徴	7
2.2.4	GMPLS の特徴	9
第3章	トラヒックモデル	10
3.1	コネクション	10
3.1.1	生起率と保留時間	10
3.2	動画通信のトラヒック特性	10
3.2.1	動画通信の特徴	10
3.2.2	GOP 構造とビットレート	11
3.3	サイクル・リジッド型トラヒック	12
3.4	ベストエフォート型トラヒック	12
3.5	本稿で検討するサイクル・リジッド型トラヒックモデル	13
第4章	提案する QoS 制御機構	17
4.1	トラヒックの規格化	17
4.1.1	サイクル・リジッド型トラヒックの規格化	17
4.2	サービス・クラス	17
4.2.1	Expedited Forwarding クラス	18
4.2.2	Variable Forwarding クラス	18
4.2.3	BestEffort クラス	18

4.3	パケットの優先制御	19
4.3.1	パケット優先制御のアルゴリズム	19
4.3.2	優先権付きモデル	19
4.3.3	プリエンブションモデル	20
4.3.4	ノンプリエンブションモデル	20
4.4	呼受付制御機構	21
4.4.1	呼受付制御の必要性	21
4.4.2	帯域幅分布の取り扱い	22
4.4.3	正規分布の特徴と問題	22
4.4.4	要求帯域幅の保証ポリシーとアルゴリズム	24
4.4.5	大群化の効果	25
第5章	シミュレーションによる性能評価	26
5.1	シミュレーションの手法	26
5.1.1	シミュレーションモデル	26
5.2	シミュレーションの結果	28
5.2.1	コネクションレベルの検証	28
5.2.2	パケットおよびフレームの平均遅延時間および最大遅延時間	31
5.2.3	パケットおよびフレームレベルの評価	31
5.2.4	BFクラスのEFクラスおよびVFクラスへの影響	35
5.2.5	プリエンブションとノンプリエンブションの比較	38
第6章	結論	41
6.1	まとめ	41
6.2	課題	43
付録A	正規分布の加法性の証明	46
A.1	正規分布の再生性(加法性)	46
A.2	正規分布とガウス積分	48
A.3	ガウス積分の誘導	49

目次

2.1	IP 通信の基本	7
2.2	バーチャルサーキットによるコネクションオリエンテッド通信の基本	8
3.1	動画通信のトラフィック特性	11
3.2	EF クラスの要求帯域幅分布形状	14
3.3	VF クラスの要求帯域幅分布形状	14
3.4	EF クラスのフレーム帯域幅分布形状	15
3.5	VF クラスのフレーム帯域幅分布形状	15
3.6	ベスト・エフォート型トラフィックのパケット長分布	16
4.1	サイクル・リジット型トラフィックの規格化	18
4.2	提案するパケットスケジューリング機構	19
4.3	コアネットワークでの呼受付制御	21
5.1	各クラスの発生本数と許可された本数	28
5.2	各クラスの呼損率	29
5.3	実測スループット	30
5.4	パケットの平均遅延時間	31
5.5	パケットの最大遅延時間	32
5.6	フレームの平均遅延時間	33
5.7	フレームの最大遅延時間	34
5.8	各サービス・クラスの平均遅延時間	35
5.9	各サービス・クラスの最大遅延時間	36
5.10	実測スループット	37
5.11	パケット平均時間の比較	38
5.12	パケット最大遅延時間の比較	39
5.13	フレーム平均遅延時間の比較	39
5.14	フレーム最大遅延時間の比較	40

表 目 次

3.1	提案方式で用いるトラフィックモデル	13
4.1	$P(x)$ の範囲	23
5.1	シミュレーションに用いたパラメータ	27
5.2	フレームを構成するパケット数	31

第1章 はじめに

1.1 研究の背景

近年、インターネットの普及に従って増加してきた通信トラヒックは、ADSL(Asymmetric Digital Subscriber Line) や FTTH(Fiber To The Home) などのブロードバンドアクセスユーザの増加により、最近の1年半で10倍に増加した。さらなるブロードバンドアクセス回線の普及や、コンテンツの充実、ブロードバンドの特徴を生かしたサービスの高品質化などにより、ユーザの増加と同時に通信回線の利用帯域の増加が予想され、トラヒックの増加傾向はますます強くなることが予想される。ネットワークのブロードバンド化の進展とともに、アプリケーションも動画像通信に代表されるようにブロードバンド化が進んでいる。また、今後予想される、双方向のエンド・エンド・リアルタイム通信、コンテンツ配信、ユビキタスサービスなどのサービスでは、品質や信頼性が高く、使いやすいことが重要になってくる。

これによって、基幹(コア)ネットワークの大容量化が急務になってきた。トラヒックの急増に対応するためには伝送路やノードから構成されるネットワークの大容量化が不可欠であり、低コストで実現することが強く望まれている。これを実現する技術として光技術、特に光波長を利用した大容量 WDM(Wavelength Division Multiplex) 技術や OXC(Optical Cross Connect) 技術などの次世代フォトニックネットワークの技術研究が進んでいる。フォトニックネットワークを制御する技術として従来の MPLS(Multiprotocol Label Switching) の概念を拡張した、GMPLS(Generalized Multi-Protocol Label Switching) が提案され標準化の議論が進んでいる。

しかし、現在主流となりつつあるパケットスイッチングをベースとした MPLS と、ラムダスイッチに代表される本質的にはサーキットスイッチングであるフォトニックネットワークを、物理的に接続する手段は提供されているものの、基本的に非同期通信である MPLS クラウドからやってくるさまざまな性質のトラヒックを、同期的通信である GMPLS クラウドの回線特徴を生かす割当方法は確立されていない。

1.2 目的

ブロードバンドアプリケーションの大部分を占める動画像通信のトラヒック特性は、周期的に情報が発生すること、また、その周期は厳格に守る必要があること、遅延時間の許容値に制約があることである。このような特性を持つトラヒックを本研究では、サイク

ル・リジッド(周期厳守)型トラヒックと呼ぶことにした。

このような動画像アプリケーションは、現状では、アプリケーション毎に、フレームレートや、初期フレーム間隔を設定しているため、送信周期や、データ量の変動周期もまちまちである。このような周期のまちまちのトラヒックを集合して、送信しようとする時、送信データ量の変動が重なり合い、帯域内に収まらない場合が、頻繁に生じ、送信間隔を厳格に守ることは困難になる。サイクル・リジッド型トラヒックという概念の導入だけでは、このような問題は解決できない。

また、アクセス網ではブロードバンドサービスの一つとして ADSL が提供されている。例えば、通信という立場で見れば、ADSL 接続サービスの契約者から ADSL モデム、スプリッタ、加入者回線(メタリックケーブル)を通り、交換局内のスプリッタ、ADSL 収容ビル装置、事業者振分装置、そして各 ISP(Internet Service Provider) との相互接続点を經由し、ISP 網へと接続される。加入者回線はほぼ専用線に等しく、ほとんど遅延、損失が無く送られる。しかし、ISP 網内ではパケットスイッチングの特徴である時間領域での統計多重効果によりデータ転送が行われる。このようなネットワークではサイクル・リジッド型トラヒックの通信品質を保証することは困難である。また、基本的にはパケットスイッチングであるアクセス網から流入するトラヒックをそのままフォトニックネットワークの構成要素であるサーキットスイッチングへ割当ててることを考えた場合、スイッチング特性の違いからサーキットスイッチングの特徴を生かせない。

トラヒックは基本的に非同期通信であるパケットスイッチングによって時間領域で統計多重される。非同期通信では遅延ゆらぎが発生し、実時間性を守れない。また、コアネットワークは基本的には同期通信である。遅延揺らぎが発生したままコアネットワークに割当てては同期通信を生かせない。そこで、コアネットワークに割当てる手前で非同期通信による遅延ゆらぎを押さえる機構を導入し、コアネットワークに割当てればあとは光の伝搬遅延以上は遅れることがない。つまり、コアネットワークの入り口に遅延揺らぎを抑える機構を導入すれば、高い通信品質が実現できるものと考えた。

そこで、本研究では、コアネットワークにパケットスイッチング側のトラヒックを規格化して転送する。これによって、従来考えられてきた rVBR(real time Variable Bit Rate) より明確な特性を意識することにより、パケットスイッチングに適したベスト・エフォート型トラヒックとの混在方法を提案する。つまり、サイクル・リジッド型トラヒックを規格化する。サイクル・リジッド型トラヒックの規格化では送信周期や、変動周期を定めたメニューをコアネットワーク入り口にある帯域幅管理サーバが用意し、アプリケーションのエンコーダにそのメニューを選択させ、メニューに沿った送信を促すことにする。このような方針は、アプリケーション側からみれば自由度を奪われたことになるが、物理回線を割当てるとスイッチからみれば、アプリケーションの要求するサービス品質を容易に満たすことができる。これに加え、QoS 制御として、3つのサービス・クラスを設定、帯域計算をおこなうことで呼受付制御を行い通信可能な帯域を把握し、過剰なトラヒックを流さないようにする。これによってコアネットワーク内を安定な状態に保つ。さらにパケット優先処理によって要求された通信品質を完全に保証する。

1.3 本論文の構成

本論文の構成を以下に示す。

第1章 本研究の背景と、その目的に至った動機、研究の特色について述べる。

第2章 サーキットスイッチングの特徴と比較してパケットスイッチングの特徴と問題点を述べる。

第3章 対象としているトラヒックの特性について述べる。

第4章 提案するサイクル・リジッド型トラヒックの規格化と QoS 制御機構について説明する。

第5章 計算機シミュレーションにより、提案方式で要求された通信品質を完全に保証できることを示す。

第6章 研究の成果と課題について考察する。

第2章 トラヒックとスイッチング

本章ではマルチメディアサービスの違いによるトラヒック特性を説明する。また、基本的には現在主流となりつつあるパケットスイッチングと、ラムダスイッチに代表されるフォトニックネットワークを構成するサーキットスイッチングの特徴、および異なる回線を互いに接続するさいの問題点について論ずる。

2.1 マルチメディアサービスにおけるトラヒック特性

本節ではマルチメディアサービスの違いによるトラヒック特性を説明する。

2.1.1 トラヒック

ブロードバンドネットワークはVPN(Virtual Private Network)、WWW(World Wide Web)、P2P(Peer to Peer)、映像配信、VoIP(Voice over IP)などのマルチメディアサービスを実現するプラットフォームを提供している。マルチメディアサービスはそれぞれのトラヒック特性が異なっている。例えば、以下に例をあげる。

1. 接続形態

- 電話のように1:1の接続を中心とするものと、テレビ放送のように1:nとなるものがある。

2. トラヒック量

- 電話は64kbit/sであるのに対し、高品位テレビは30Mbit/s以上となる。また、大規模なファイル転送やビデオコンテンツは1Gbit以上のものデータ量がある。

3. 保留時間

- 電話は平均的に3分であるが、CATVを通じた映像配信通信は平均2時間以上となる。

4. 対称性

- 電話は対称なトラヒック量の通信である、WWWからファイルをダウンロードする場合は、下りのトラヒックが上りのトラヒックの約1000倍となる。

5. バースト性

- 電話は64kbit/sの一定レートである。一方、WWWアクセスにおいては、クリックした瞬間は多量のデータをダウンロードしているが、実際にページを見ているときはデータのやり取りがない。また、動画像通信では激しくデータ転送量の変動している。つまり、常にバースト的なデータ転送が起こっている。

6. コネクション形態

- 電話は原則として1:1であり、時としてTV会議では1:n、n:m通信である。また、E-mailや、単純なWWWアクセスは1:1であるが、CATV(Cable Television)や広告配信等のプッシュ型サービスは1:nのマルチキャストである。

2.2 スイッチング

本節ではパケットスイッチングとサーキットスイッチングの違いについて説明する。また、対象として MPLS と GMPLS に触れ、本質的には全く異なる性質である回線同士を相互的に接続する際の問題点についても論ずる。

2.2.1 パケットスイッチングとサーキットスイッチング

- パケットスイッチング

パケットスイッチングの特徴は時間領域での統計多重効果によりデータ転送が行われることにある。パケットスイッチングではスイッチングの単位がパケットであるため、高い回線利用率を実現することが可能である。しかし、回線使用率が高まってくるとパケットは待ち行列をつくり、基本的には非同期通信であるため、如何なる QoS 制御機構を取り入れたところで、同期的通信のサービス品質を完全には保証できない。

- サーキットスイッチング

一方、サーキットスイッチングは、通信中は回線を確保したまま通信を行う方式である。通信に先立って通信回線を確保し、通信が終了した時点で回線を開放する。一度回線を確保してしまえば、その回線を占有した状態で切れ目のないビットストリームを利用でき、遅延のゆらぎなくリアルタイム性を完全に保ち通信できる。しかし、送受信されるデータ量が多くても少なくても、もしくはデータがない場合でも、通信されている時間中はずっと回線が占有されてしまう。複数の利用者が同時に回線を共有できないため、パケットスイッチングに比べて回線の利用効率は悪い。さらに、制限帯域以上の通信は絶対に不可能である。

2.2.2 異なるスイッチング方式間の接続によるトラヒック割当問題

GMPLS によって MPLS 網と GMPLS 網を接続し、ひとつのパスを形成した場合を考える。基本的に MPLS 網はパケットスイッチングであり、GMPLS 網はサーキットスイッチングである。そのため、MPLS 網から流入する多種多様なトラヒックを、GMPLS 網の入り口で物理的な回線に単純に割当てただけでは、スイッチング特性が異なるために、せっかくのサーキットスイッチングの特徴が生かせない。例えば、パケットスイッチングによって動画通信のようにバースト性があるトラヒックの集合を GMPLS 網へ割当てようとするれば、送信データの変動周期の山と山が重なり合い、大きな転送レートの回線を割当てないと厳格に送信周期を守れなくなる。

MPLS 網ではバーチャルサーキットの設定は論理的に行われ、その設定数にはほぼ制限がない。GMPLS によって制御されるフォトニックネットワークの構成要素はサーキット

スイッチングであり、利用できる回線容量には制限がある。絶対に制限帯域以上は送信できない。

2.2.3 MPLS の特徴

MPLS では、IP ヘッダの宛先アドレスで経路表を検索する代わりにラベルを付与し、ラベルで転送表を検索することで次の転送先を決める。また、コネクションレスのIP に対して、MPLS はコネクションオリエンテッドであり、始点と終点の間に仮想コネクションを識別するためにラベルが用いられる。

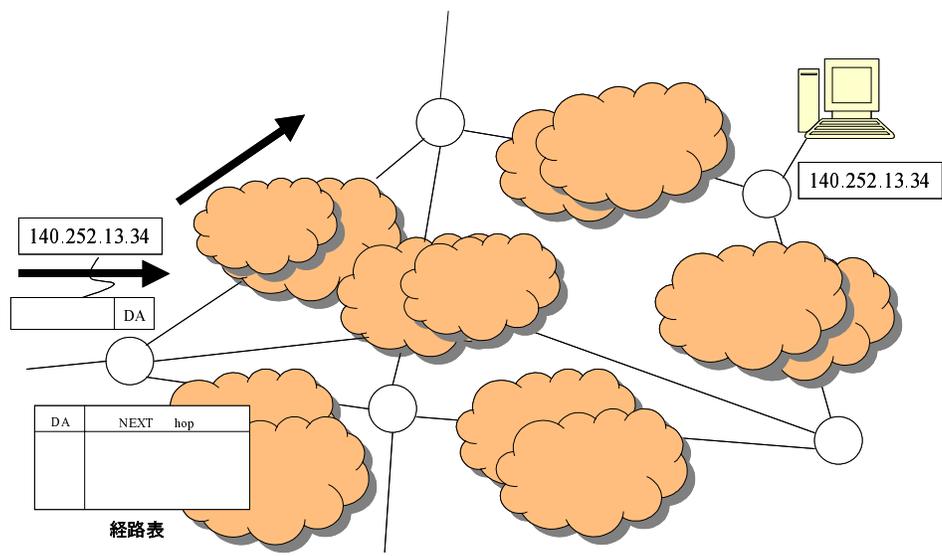


図 2.1: IP 通信の基本

まず図 2.1 に IP 通信 (コネクションレス) の基本を示す。パケットヘッダには宛先アドレス (DA=140.252.13.4) が搭載されている。宛先アドレスはネットワーク全体で一意に決まる値であり、全てのホストにそれぞれ異なるアドレスが付与される。各ルータには経路表があり、そこには宛先アドレス (DA) と次ホップ (Next hop) の関係が記されている。各ルータはパケットが到着すると、ヘッダに搭載された宛先アドレスをキーとして経路表を検索して次ホップを決定する。同じ手順を各ルータで実行することでパケットが宛先アドレスに指示されたホストに送り届けられる。

これに対して図 2.2 は、バーチャルサーキットによるコネクションオリエンテッド通信の基本を示す。パケットヘッダには、ラベルが付与される。ラベルはネットワーク全体で一意になるように決める必要はなく、各リンクごとに一意であればよい。通信において、アドレスがホストを識別するためにあったのに対し、バーチャルサーキット通信において、ラベルはフロー (バーチャルサーキット) を識別する点で異なることに注意する。ラベルはリンクバイリンクに変換される。各スイッチ (IP 通信ではノードのことをルータと

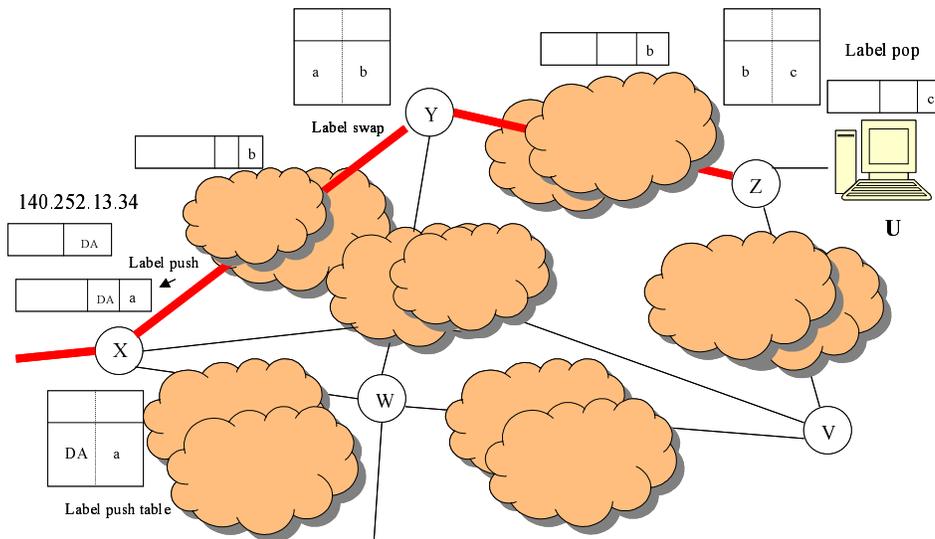


図 2.2: バーチャルサーキットによるコネクションオリエンテッド通信の基本

呼ぶのに対して、バーチャルサーキット通信では各ノードのことをスイッチと呼ぶ)では、各フローに対して、入力側リンクで用いるラベルと出力側リンクで用いるラベルの関係をラベルテーブルに保持する。スイッチは入力側リンクに到着したパケットのヘッダに搭載されたラベルをキーとしてラベルテーブルを検索し、出力側リンクで用いられるラベルを決定する。パケットヘッダのラベルを入力側リンク用のものから出力側リンクのものに置き換えて、次のホップへ転送する。バーチャルサーキット通信ではあらかじめフローが通過する経路に沿って、各スイッチのラベルテーブルに入力側ラベルと出力側ラベルの関係を設定する。

MPLS は、IP の通信にバーチャルサーキットによるコネクションオリエンテッド通信を導入したものであり、IP 網から MPLS 網にパケットが入る際には MPLS 網内での転送に用いるラベルが付与される。また、MPLS 網から IP 網に出る際には、ラベルが取り除かれ IP によるコネクションレス通信が再開される。MPLS 網において、各ノードは、ラベルスイッチルータ (LSR:Label Swith Router) と呼ばれる。特に MPLS 網の境界にいる LSR をラベルエッジルータ (LER:Label Edge Router)、仮想コネクションのことをラベルスイッチドパス (LSP) と呼ぶ。

IP アドレスと MPLS ラベルを比べる。IP アドレスは、インターネットに接続される世界中のホストを一意に識別するのに用いられ、ホストに固定的に割りふられる。IPv4 では 32 ビット、IPv6 では 128 ビットのアドレスが用いられる。これは世界中のホストを一意に識別する必要があるからである。さらに、経路表の検索に最長一致検索が必要となる。一方、MPLS ラベルは、各ホップで LSP を一に識別するのに用いられるので、MPLS ラベルは、同一の LSP でもホップごとに異なる値を用いることができる。また、MPLS ラベルは、LPS を設定するごとに動的に割当てられる。LSR が持つラベルテーブルは、そ

のLSRに設定されているLSPの情報だけ持てばよく、そのLSPを識別するためのラベルはLSRに設定する本数分を特定するだけでよい。したがって、ラベル表の検索にラベルをキーとした直接のインデックスによる検索が可能となり、高速なラベル表検索が可能となる。このようにMPLSラベルを導入することで複雑な最長一致によるIP経路表の検索を行わずにすむ。

2.2.4 GMPLSの特徴

1本のファイバに複数の波長を用いて伝送する波長多重(WDM)技術が進んでいる。従来の技術では2つのノード間において、1本のファイバ上に1つの波長のみで伝送していたが、波長多重技術を用いると、1本のファイバに収容される波長数倍だけ、伝送容量が増加するので、大容量化に適している。

IP/MPLS網は、SDH/SONET(Synchronous Digital Hierarchy/Synchronous Optical Network)パス網上に構築されている。また、大部分のSDH/SONETパス網は、ファイバ網上に構築されている。各ファイバには、波長多重技術が適用されている。通常、複数のSDH/SONETパスが1つの波長帯域に割当てられる。

パケットレイヤにおけるMPLSの分散制御技術をレイヤのネットワークマネジメントに適用したMP λ S(Multi-Protocol lambda Switching)が提案された。MP λ Sとは、波長を意味している。MPLSでは、ルーチングプロトコルでリンク情報をノード間で交換し、シグナリングプロトコルを用いて、LSP(Label Switching Path)を設定することができる。MPLSではLSPを形成するために、2つのノード間にリンクごとにユニークに定義されるラベルをIPパケットに付与する。LSR(Label Switching Router)において、ラベルをスワッピングして、IPパケットをLSP上に転送することができる。MP λ Sでは、つまり、ファイバ内の波長が、MPLSのようにラベルとして扱われ、OXC(optical crossconnect)では、入力側波長と出力側波長を接続して、波長パスを構築することができる。MPLSと同様に、ルーチングプロトコルでリンク情報をノード間で交換して、シグナリングプロトコルを用いて波長パスを設定することになり、分散制御が可能になる。MP λ Sは、MPLSで用いられたラベルの概念をレイヤに適用したものである。

GMPLSは、さらにネットワークの設計の柔軟性、拡張性を可能としたMPLS技術のラベルの概念を一般化して、TDMレイヤ、ファイバレイヤに発展させたスイッチング概念である。これにより、IP(ネットワーク層)、レイヤー2スイッチ、TDM(タイムスロット)、ラムダ(波長)、ファイバ等のすべてのレイヤを統一して扱う。

このように、MPLSでのスイッチングは、あくまでパケット単位だが、GMPLSの構成要素であり、TDM(Time Division Multiplexing)、LSC(Lambda Switching Capability)、FSC(Fiber Switching Capability)は、いずれもサーキットスイッチングである。つまり、全く異なる性質の回線である、バーチャル回線と物理回線を継ぎ目無く統合しようというのが、GMPLSの概念である。

第3章 トラヒックモデル

本章ではコネクションと対象とする動画像通信、ならびにベストエフォート型トラヒックのモデルについて説明する。

3.1 コネクション

本節では呼について説明する。古くから電話トラヒックの分野で広く使われてきたマルコフモデルを使い、呼の受付は即時式とする。

3.1.1 生起率と保留時間

呼の生起間隔と保留時間はともに負の指数分布に従うマルコフモデルとする。ここでの呼とは接続要求のことを示している。生起率（到着率）は平均が λ で、生起間隔は $1/\lambda$ の負の指数分布に従い、呼の平均終了率（サービス率）を μ とすると、呼の平均保留時間間隔は $h = 1/\mu$ で、平均 h の負の指数分布に従うものとする。

3.2 動画像通信のトラヒック特性

本節では本研究でブロードバンドアプリケーションから発生する動画像通信のトラヒックを対象とし、その特徴について述べる。

3.2.1 動画像通信の特徴

動画像通信は、リアルタイム性が高く、周期的にデータが発生し、その周期を厳格に守ることが要求される。さらに、MPEGのような圧縮方式を採用している場合、一定間隔で送信される初期フレームと、それにつづく予測フレームとの間には、データ量の周期的な変動が生じる。例えば、MPEGで圧縮されたビデオストリームを例にとると、フレームレートを30フレーム毎秒、10フレーム毎に初期フレームを送るとすると、送信周期は $1/30$ 秒、送信データの変動周期は、 $1/3$ 秒となる。初期フレームと予測フレームのデータ量の変動比は10:1程度になる。

この一定間隔で送信される初期フレーム(以下Iフレーム)と、予測フレーム(Pフレーム)のパターンを GOP 構造と呼ぶ。この GOP 構造設定はエンコーダで自動可変設定および手動による固定値設定が可能である。また、ビットレート、ビデオサイズ等パラメータも自動設定、もしくは手動設定することが可能である。

3.2.2 GOP 構造とビットレート

この規格化は MPEG などに対応した高画質エンコーダによって設定可能である。例えば規格に対応したビットレート、ビデオサイズ等を自動的に設定してエンコードする。また、GOP 構造の自動可変設定および手動による固定値指定が可能であり、画質を優先したい場合は自動設定、エンコード後の画像編集に重点を起きたい場合はマニュアルで指定した GOP 長での設定と、目的に応じた GOP 構造の選択が可能である。デコードするときは、これらのエンコーディングしたパラメータを基にして行われる。

- GOP(Group Of Picture) 構造
 - I ピクチャ(Intra picture)
 - * フレーム内符号化画像、予測を用いない。この情報のみで画像を復元できる。
 - P ピクチャ(Predictive picture)
 - * フレーム間 (inter) 順方向予測符号化画像

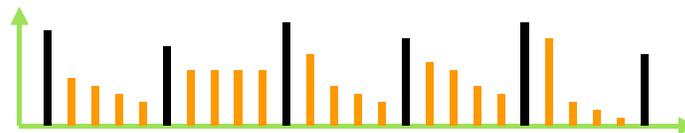


図 3.1: 動画像通信のトラヒック特性

図 3.1 では 30 フレーム毎秒で GOP 構造が IPPPP として表されている。また、エンコーダによってパラメータを帯域幅管理サーバに申告し、呼受付判定が行われサービスを受けることになる。

3.3 サイクル・リジッド型トラヒック

サイクル・リジッド型トラヒックは動画像通信の特徴で説明した変動トラヒックである。すなわち、送信データの発生は周期的でありさらに、送信データ量は周期的に変動する。サイクル・リジッド型トラヒックの例としビデオストリームを上げたが、このトラヒッククラスの導入により、動画像に限らず、高品質のオーディオ信号等、周期を厳格に守る必要のあるトラヒックを統一的に扱うことができる。

3.4 ベストエフォート型トラヒック

最善の努力を尽くすが、必ずしも十分な品質を保証しない通信のことである。電話などのコネクション型の通信のように、相手と接続を確立してから通信を開始する方式ではないため、帯域がいつも保証されてるわけではない。しかし、エンド・ノード間で信頼性のある TCP を用いることで、パケット損失がないように見せられる。この TCP による再送を本研究の範囲外として取り扱わない。パケット遅延許容度は任意の値とし、許容度を越えた分は損失とする。

3.5 本稿で検討するサイクル・リジッド型トラヒックモデル

ここでは提案方式でもちいるサイクル・リジッド型トラヒックのトラヒックモデルを表 3.1 に示す。フレームの帯域幅の分布は正規分布を仮定する。平均値と分散および各サービス・クラスの要求帯域幅を図 3.2、図 3.3 に、および初期フレーム、予測フレームの分布形状を図 3.4、3.5 に示す。また、図 3.6 に BF クラスの packets 長の分布図を示す。

トラヒックモデル		
ピクチャ	EF クラス	VF クラス
最大帯域幅	B_{max}	$2m$
平均値	$\frac{B_{max}}{2}$	m
分散	σ^2	σ^2
初期フレーム平均値	m_I	m_I
初期フレーム分散	σ_I^2	σ_I^2
初期フレームの最大値	$2m_I$	$2m_I$
予測フレーム平均値	m_p	m_p
予測フレーム分散	σ_p^2	σ_p^2
予測フレームの最大値	$2m_p$	$2m_p$
GOP 構造	$IP...P$	$IP...P$

表 3.1: 提案方式で用いるトラヒックモデル

サイクル・リジット型トラヒックの帯域幅分布形状

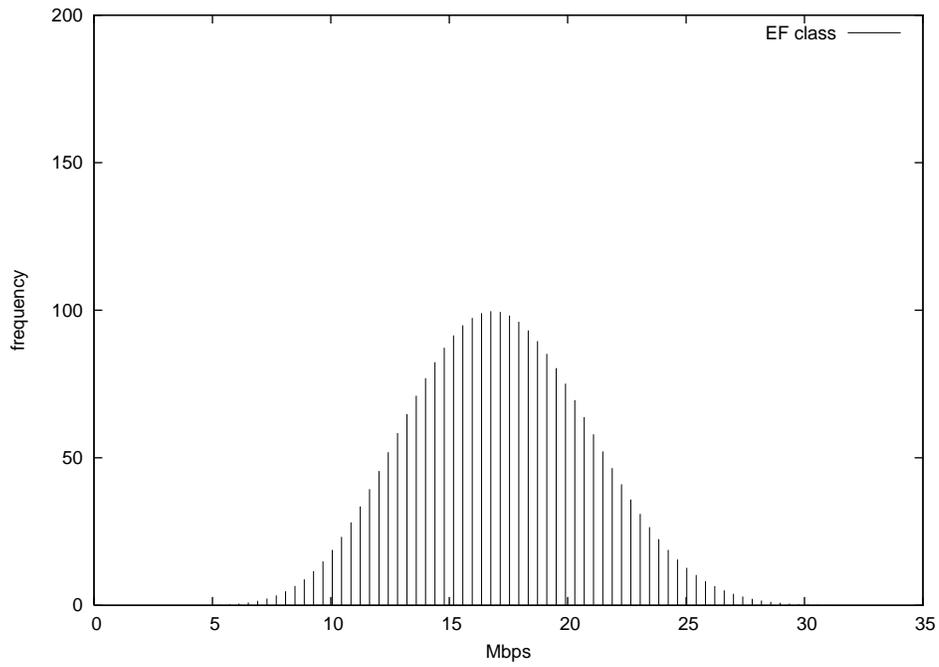


図 3.2: EF クラスの要求帯域幅分布形状

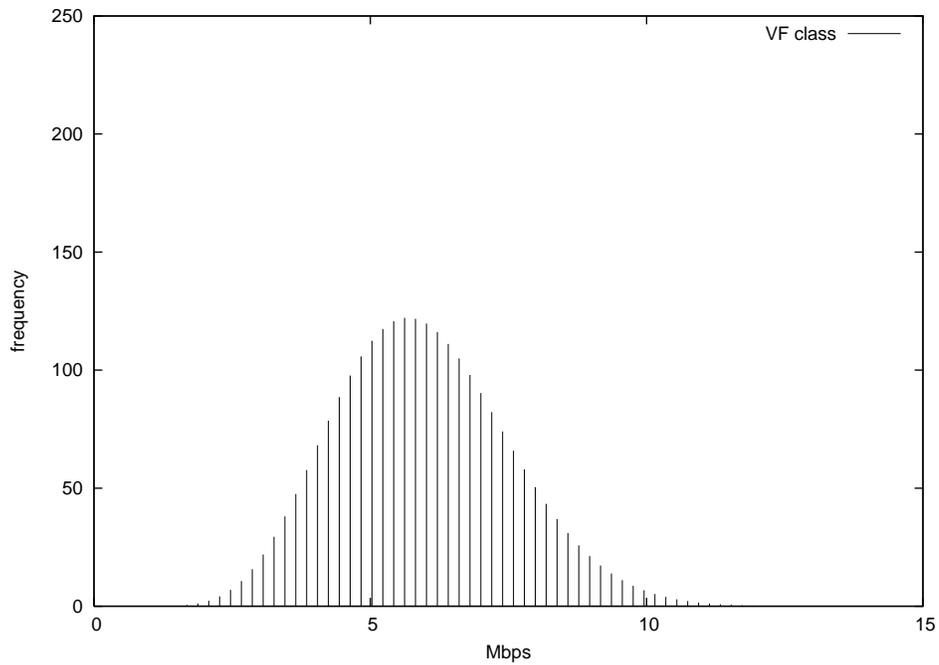


図 3.3: VF クラスの要求帯域幅分布形状

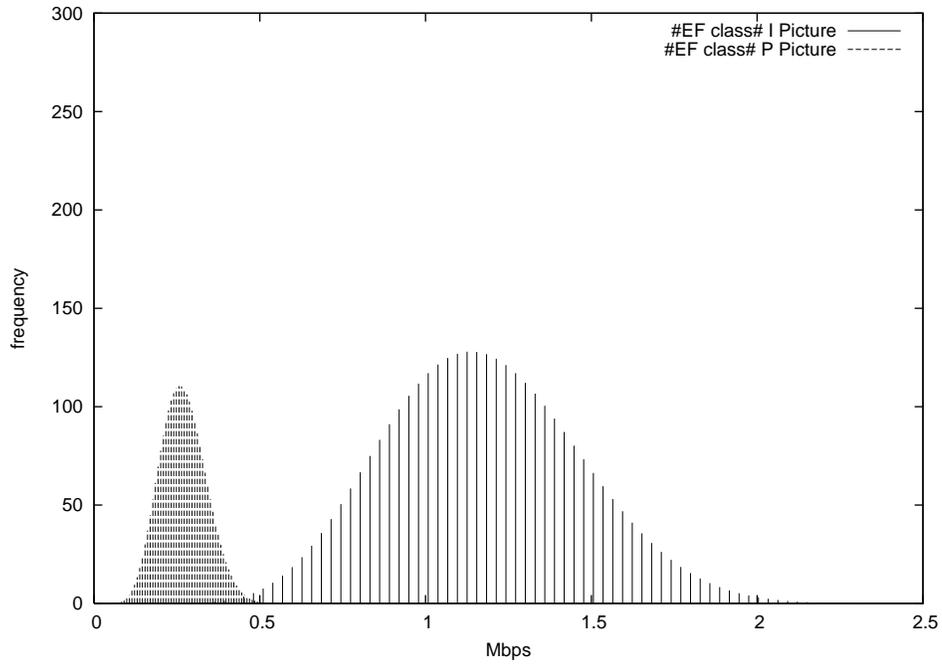


図 3.4: EF クラスのフレーム帯域幅分布形状

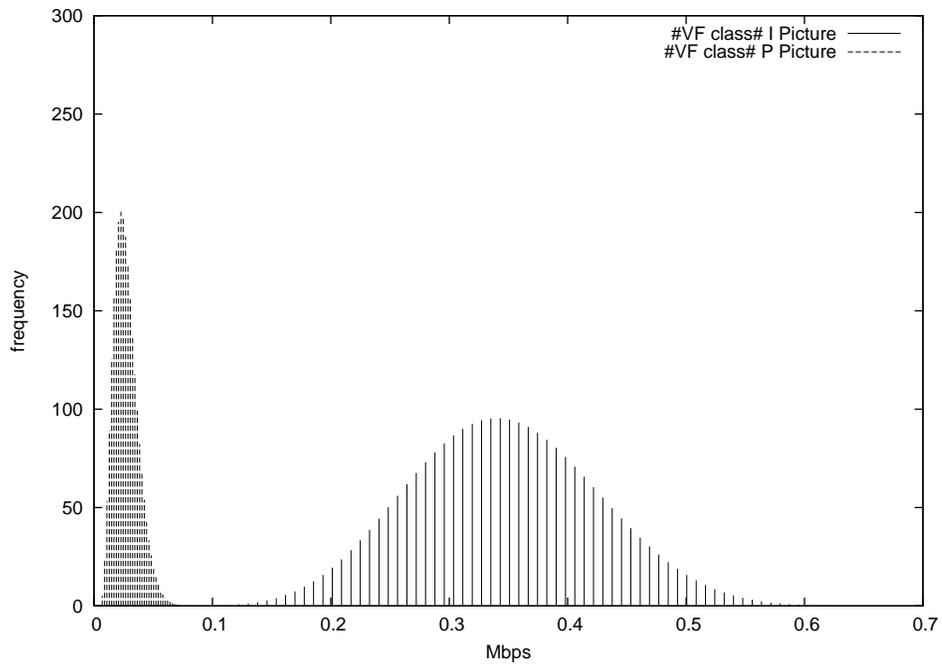


図 3.5: VF クラスのフレーム帯域幅分布形状

ベスト・エフォート型トラヒックのパケット長分布

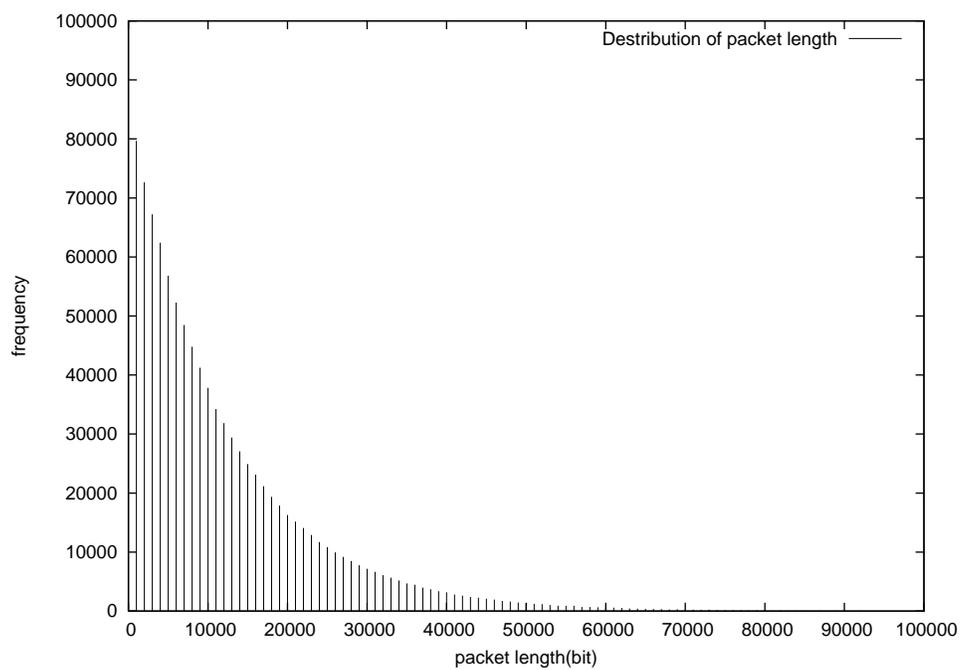


図 3.6: ベスト・エフォート型トラヒックのパケット長分布

第4章 提案する QoS 制御機構

この章ではコアネットワーク内の転送品質を保証するための、QoS 制御機構であるサイクル・リジット型トラヒックの規格化と3つのサービス・クラスによるパケットの優先制御、および呼受付制御機構について述べる。

4.1 トラヒックの規格化

本節ではコアネットワークの構成要素であるラムダに代表されるサーキットスイッチングに、適したサイクル・リジット型トラヒックの転送方法式について説明する。

4.1.1 サイクル・リジット型トラヒックの規格化

動画通信では、アプリケーション毎に異なった送信周期やデータ量の変動周期で送信してくる。このようなトラヒックを集合して取り扱おうとしたときに、送信してきたデータ量の変動周期の山どうしが頻繁に重なり合い、厳格に送信周期を守れない。そこで、コアネットワークの入り口の帯域管理サーバがあらかじめ送信周期や、変動周期を定めたメニューを用意し、アプリケーションのエンコーダにそのメニューを選択させ、メニューに沿った送信を促すことにする。図 4.1 に概観を示す。このような方針は、アプリケーション側からみれば自由度を奪われたことになるが、物理回線を割当てスイッチから見れば、アプリケーションの要求するサービス品質を容易に満たすことができる。

例えば、簡単のために送信周期や、変動周期が一種類しかない場合を考えると、複数のフローを一定時間ずらして送信することになり、多数のフローの送信周期を厳格に守ることができようになる。

他の規格化には要求帯域幅の規格化が上げられる。利用できる帯域幅を規格化してしまえばより通信品質の高いサービスが提供できる。

4.2 サービス・クラス

本研究では、最も優先的に転送が行われる EF(Expedited Forwarding) クラスと、確率的に帯域を保証する VF(Variable Forwarding) クラス、利用可能な帯域を使用して転送を行うベストエフォート型クラスの BE クラスの三つサービス・クラスを定めた。以下に、

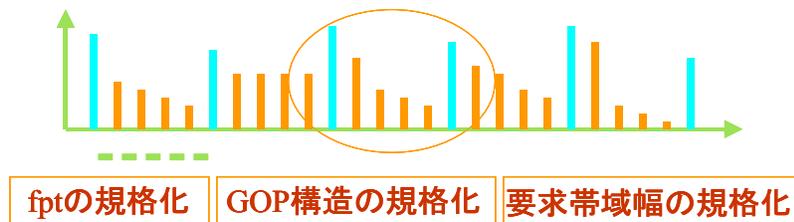


図 4.1: サイクル・リジット型トラヒックの規格化

それぞれのクラスの特徴と提供可能なサービス品質を説明する。

4.2.1 Expedited Forwarding クラス

音声や動画通信等の、同期的にデータが発生する通信に対応するクラスで、要求される帯域幅が $30Mbps$ 程度の NTSC などの高品質のビデオストリームを対象としている。通信開始前の呼受付制御時に、制限帯域内であれば受け付けられ周期性や帯域幅が完全に保証され、損失及び遅延、ジッタが許容値以下の通信を保証する。

4.2.2 Variable Forwarding クラス

EF クラスと同様に動画通信を行うが要求される帯域幅 $1Mbps \sim 10Mbps$ 程度で低品質な TV 電話などを想定したクラスである。このクラスは通信開始前に申告された平均帯域幅に基づき呼受付判定される。制限帯域幅以内なら許可される。基本的には同期的な通信なので、遅延及び損失は認められないが、このクラスでは 1 サイクル以上の遅延は認めず、損失とする。

4.2.3 BestEffort クラス

非同期的なデータが発生する通信向けクラスで、利用可能な帯域があれば転送をおこなうベスト・エフォート型のクラスである。

4.3 パケットの優先制御

コアネットワーク内に許可された仮想回線に対して、3つのサービス・クラスを定義し、そのサービス・クラスに応じた転送サービスを提供する。これによって、パケットの優先制御を行うことで品質を保証する。

4.3.1 パケット優先制御のアルゴリズム

ここでは前もって優先権は静的に要求され、受付制御によって、許可された仮想回線に対して優先度が与えられている。これら優先順位を基準にして優先制御がおこなわれる。また最優先クラスの QoS を確実に守るためにプリエンブションモデルを採用する。もしノンプリエンブションモデルを採用すれば、最優先クラス以外のクラスが処理されているときに、最優先クラスが到着しても、その処理を中断しなければ、最大で1パケット時間だけ遅れることになり、厳格に最優先クラスの通信品質を守れなくなるからである。

優先度ごとに別れているキューに対して、最も優先度の高いパケットから処理される。等しい優先度のみの場合は、FIFO(First In First Out)形式が採られる。図 4.2 に動作例を示す。

また、サイクル・リジット型トラヒックのフレーム発生間隔が一定であるという特徴を活かして、1フレーム周期だけの遅れを認める。つまり、受信側で1フレーム周期だけバッファリングすることにすれば、ある時刻に発生したフレームは次の送信周期までに、到着すればよいので厳格に通信品質が保たれる。

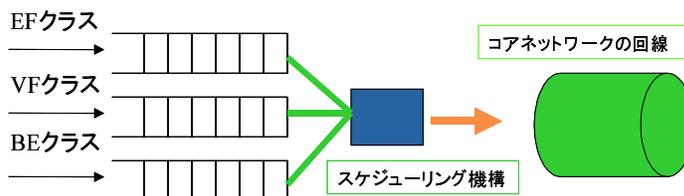


図 4.2: 提案するパケットスケジューリング機構

4.3.2 優先権付きモデル

1台のサーバに実時間性を要求する呼と、ある程度遅延の許される呼のように2種類の呼が加わっているとき、リアルタイム性を要求する呼を優先的にサービスする必要がある。このようなモデルは電子交換機や電子計算機の内部処理においてしばしば見られ、優先権付きモデルと呼ばれる。優先権には系に入る前から呼が固有に持つ外部優先権と系の

状態や呼のサービス状況により決められる内部優先権がある。次に外部優先権の代表的な2つのモデルについて説明する。

4.3.3 プリエンプションモデル

優先権の高い呼が到着したとき、優先権の低い呼がサービス中ならばそのサービスを中断し、直ちに高優先権のサービスを開始するモデルをプリエンプションモデルという。割り込みまれた呼のサービス再開方法により、さらに次のように分類される。

- 継続形 (resume) : サービス中断点より処理を継続する。
- 同一反復形 (repeat-identical) : 中断されたサービスと同一のサービスを最初から反復。
- 異種反復形 (repeat-diffent) : 中断されたサービスとは独立なサービスを新たに反復する。

本研究ではプリエンプションモデルにおける同一反復形によるパケットの優先スケジュールを行う。

4.3.4 ノンプリエンプションモデル

サービス中の呼が終了するごとに、待っている呼の中で最も優先権の高い呼がサービスされ、その終了まで継続してサービスされるモデルをノンプリエンプションモデルという。すなわち、優先権の高い呼が到着したとき優先権の低い呼がサービス中の場合、そのサービスは中断されないモデルである。

4.4 呼受付制御機構

本節では本研究で提案する呼受付制御法について述べる。

4.4.1 呼受付制御の必要性

パケット優先制御だけではコアネットワーク内の転送品質を保証することはできない。あらかじめ設計されたネットワークの帯域以上トラヒックがネットワーク内に流入した場合には、たとえクラスを分離してキュー制御を実行したとしても、結果としてキューからパケットがあふれてしまい、パケット遅延やパケット損失を生じてしまう。これを避けるために、本研究では呼受付制御機構を実現している。

これは図 4.3 のようにユーザがセッションの接続を要求してきた際に、ネットワーク内に設置された帯域幅管理サーバが、セッションが要求してる帯域幅をネットワーク内に準備された帯域幅を超えていないかどうかを瞬時に判断し、もし超えていなければ接続の許可を、超えていた場合には接続の不許可をユーザ側に通知するといった制御を実行する。

これにより、ネットワーク内のトラヒックは常に各サービス・クラスに対して保証している品質が維持される範囲以内に抑えることができ、提案する QoS 制御法によって通信品質を実現するネットワークではより高品質なブロードバンドサービスを提供することが可能である。

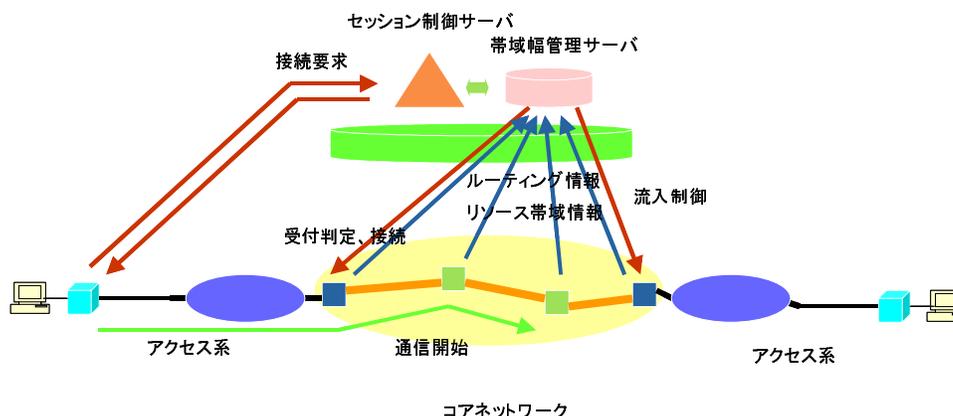


図 4.3: コアネットワークでの呼受付制御

コアネットワークの入り口にある帯域幅管理サーバが用意しているサービスメニューを示す。要求側は QoS パラメータ QoS_{vpi} として、優先度 $priority$ によって要求する最大の帯域幅 B_{max} 、要求帯域幅の分布形状 N を表す平均値 m と分散 σ^2 を申告する。以下に申

告する QoS パラメータを示す。ここで、 v_{pi} は各コネクションにつけられた ID である。

$$QoS_{v_{pi}} = (B_{max}, N(m, \sigma^2), priority)$$

4.4.2 帯域幅分布の取り扱い

本研究では帯域幅の形状は正規分布を仮定する。要求させる帯域幅の分布の平均値を数種類あらかじめ用意する。あらかじめ設定した平均値と分散をユーザに申告してもらう。これによって、例えば、1Mbps から 30Mbps の帯域幅を 1Mbps 単位で利用させるよりも、1Mbps、5Mbps、10Mbps、15Mbps と利用させる方が中心極限定理の効果によって帯域幅を有効に利用できる。

ここでは制限帯域幅 B_{limit} に対して、EF クラスを最大要求帯域幅 B_{max} で割当てる。また、VF クラスは B_{limit} からすでに割当てられている EF クラスが示す B_{max} の総和 $B_{total} = \sum^n B_{max}$ を差し引いた $B_{vfLimit}$ を制限帯域幅とする。この $B_{vfLimit}$ とすでに割当てられている VF クラスの総和が示す平均値 M と分散 $\sum^n \sigma^2$ を基に、ある受付許容量 C で呼受付判定して許可判定する。厳密に帯域幅を計算することで、より多くの呼を受け付ける。

4.4.3 正規分布の特徴と問題

ここでは要求帯域幅を正規分布として取り扱う特徴と問題点について述べる。

- 正規分布の再生性

正規分布は再生性のある分布と言われている。これは元の 2 つの独立した分布から、互いにランダムに標本を採る。この和を求めて、新しい分布を作ると、その新しい分布は、正規分布になるという性質がある。

- 正規分布の加法定理この正規分布の再生性を加法定理と呼ぶ。この加法性により、次の加法性が成り立つとされている。この加法性によって、VF クラスの要求帯域の平均値 m と分散 σ^2 を単純に総和として扱える。

ある 2 つの分布の平均値が m_1 、 m_2 で分散が σ_1^2 、 σ_2^2 とする。この 2 つの正規分布の和の平均値 m と分散 σ^2 は次の様に示される。

$$\text{平均値} : m = m_1 + m_2$$

$$\text{分散} : \sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$$

$$P(x) = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(t)P_2(x-t)dt$$

全体に占める累積確率の割合	
平均からの距離	全体に占める割合
$(x - M)^2 = 0$	$exp\{0\} = 1.0$
$(x - M)^2 = \sigma^2$	$exp\{-1/2\} = 0.6065x = M + \sigma$
$(x - M)^2 = 4\sigma^2$	$exp\{-2\} = 0.1353x = M + 2\sigma$
$(x - M)^2 = 9\sigma^2$	$exp\{-4.5\} = 0.0111x = M + 3\sigma$

表 4.1: $P(x)$ の範囲

この定理によって、平均 m と分散 σ^2 は単純に和をとればよい。しかし、この性質を利用して、呼受付判定式に正規分布の式 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} exp\left\{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}\right\}$ をそのまま適用しても、安定した判断ができない。それは正規分布の式で個々の平均値 m の総和 M 、個々の分散 σ^2 の総和 σ^2 として、 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} exp\left\{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}\right\}$ では係数部に $1/\sigma$ があり、 M と、 σ^2 が増加していくにしたがって、 $1/\sigma$ は小さくなり、 exp 部分の形だけで決まる一定値 C を判定基準にすることは、困難になる。つまり、 $x = B_{vfLimit}$ が高止まりしている状態では、 M が大きくなるに従って、 exp 部分は小さくなる。さらに、 $1/\sigma$ になるので、極端に小さくなる。よって、 M が大きくなっても、すべての呼が受付られる状態に陥る。

一方、 $x = B_{vfLimit}$ の上限が低い時には、 $x - M$ がゼロに近づき、 σ^2 の値に関わらず、 exp 部の値は 1 になる。従って、 $P(x)$ の値は $1/\sqrt{2\pi}\sigma$ となる。この値は、許容率 C よりかなり大きいので、もちろん呼受付拒否状態となり、 $x - M$ がゼロとは矛盾しない。大きな M に対して、判定式が安定に作用するためには、大きな σ^2 に対しても、 $P(x)$ の値が、 σ に依存しないようにするべきである。

そこで、ここでは $P(x)$ の代わりに、

$$P(x) > exp\left\{\frac{-(x - M)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

というように σ の値に依存せず、大きな M に対しても、比較的大きな数 (< 1.0) となるようにする。 $P(x)$ を表 4.1 に示す。

このように、 $P(x)$ の値は、分子の $(x - M)^2$ と分母の $2\sigma^2$ との比だけで決まる。また、 $B_{vfLimit}$ の上限が極端に低くなってしまいう場合、 $x - M$ がゼロになる場合があるが、これは $P(x) < 1.0$ に設定しておけば、なり得ない。

4.4.4 要求帯域幅の保証ポリシーとアルゴリズム

仮想回線の接続要求レベルでの呼受付制御の帯域幅の保証ポリシーとアルゴリズムについて説明する。本方式では優先度の違いによって、最大帯域幅保証アルゴリズム、確率的帯域保証アルゴリズムを適用し、従来の平均帯域幅保証、最大帯域幅保証と比較してどのようなトラヒック特性が生じるかを示す。

- 最大帯域幅保証アルゴリズム

各アプリケーションが要求する帯域幅のうち最大帯域幅を保証する接続制御である。仮想回線追加時には、その仮想回線が要求する最大帯域幅 B_{max} を確認して、コアネットワーク内の優先度が EF クラスである仮想回線が要求する帯域幅の総和 $\sum^n B_{max}$ がコアネットワーク内の許容帯域幅 B_{limit} をオーバーしていればその仮想回線を拒否する。以下に最大帯域幅保証の判定式を示す。

$$\text{Admission} : B_{limit} > \sum^n B_{max}$$

- 確率的帯域保証アルゴリズム

各アプリケーションは QoS_{vpi} によって要求する帯域幅の分布を表す平均値 m 、分散 σ^2 を帯域管理サーバに申告する。この帯域管理サーバ内の呼受付制御機構は申告された平均帯域幅の分布形状を表わす平均値 m と分散 σ^2 を基にコアネットワーク内の仮想回線の総和が示す平均 $M = \sum^n m$ 、分散 $\sigma = \sum^n \sigma^2$ と合わせて呼受付判定し、制限帯域幅 $B_{vfLimit}$ をある任意の受付許容度 C だけ越えていなければ通信を許可する、そうでなければ呼損となる。下記に呼受付判定式を示す。

$$P(x) = \exp\left\{-\frac{(x - M)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

x が $B_{vfLimit}$ のとき

$$\text{Admission} : P(B_{vfLimit}) = \exp\left\{-\frac{(B_{vfLimit} - M)^2}{2\sigma^2}\right\} < C$$

(コネクションを許容するか否かの判断はこの $P(B_{vfLimit}) < \text{受付許容度 } C$ である。)

呼が到着する度に網内の接続状態と各々の仮想回線の平均値 m_{vpi} 、分散 σ_{vpi}^2 を集中的に管理する。この許容度 $P(x)$ を調整することで、流入するトラヒックを制御する。この受付許容度が大きい程、コネクション数は許可され易くなる。受付許容度 C を変化させ、仮想回線から発生するトラヒック特性を解析する。

4.4.5 大群化の効果

ある仮想回線の接続時間が長く、最大帯域幅を継続し続けたとすれば、他の仮想回線の最大要求幅と衝突して輻輳を生じる可能性がある。しかし、複数の仮想回線の生起率と接続時間はランダムであり、フレームの帯域幅も時間的に変化し、ピークとなる時刻も異なる。仮想回線が多くなるにしたがって、ピークどうしが重なりあう可能性はべき乗関数的に低くなることが分かっている。これはバースト性を持つ情報の山と谷が重なりあり、帯域幅が平滑化されるためである。動画通信のようなビットレートの上下変動が激しいアプリケーションは平均帯域幅継続時間が短い。

本研究では数百本～数千本に達しているので、大群化の効果により複数の仮想回線の最大帯域の衝突と系内の影響は呼受付時に定量的に評価して、衝突時の確率を正確に求め、その値が無視して良いほど小さい場合には、受け付ける。

第5章 シミュレーションによる性能評価

本研究での提案方式の有効性を検証するために、シミュレーションによる性能評価を行った。

非同期通信網から送信されてくる規格化されたサイクル・リジット型トラヒックに QoS 制御機構としてコアネットワーク入り口での各サービス・クラス毎に呼受付制御を行う。回線割当後は各サービス・クラス毎にパケットの優先スケジュールを行う。これによって、サイクル・リジット型トラヒックのパケットおよびフレームレベルの通信品質が高いことを示す。シミュレーションの評価項目は以下に挙げられる。

コネクションレベルの QoS では、各サービス・クラスにおける回線負荷率の上昇に伴う呼損率と接続許可されたコネクション数を比較し、各サービス・クラス毎の比較でどのような違いが生じたのかを検証する。

パケットおよびフレームレベルの QoS では、実際に接続許可された仮想回線内からパケットをパケットの優先スケジュールによって転送させた結果、パケットレベルでの影響がどのようにフレームレベルに影響を及ぼすかを明らかにする。

これによって、各サービス・クラス毎のパケットおよびフレームの平均遅延時間および最大遅延時間を評価する。

5.1 シミュレーションの手法

本節ではシミュレーション条件を示す。

5.1.1 シミュレーションモデル

シミュレーションで用いるコアネットワークのモデルは、十分な大群化の効果を期待するために、帯域幅が $10Gbps$ であるスイッチングされたパス 1 本をモデルとする。

コネクションレベルの評価で用いたトラヒックモデルは EF クラス、VF クラスの混合比を 1:1 として、回線負荷率が 0.1 のとき、EF クラスの生起率 λ_{EF} を 33.33×10^{-6} 、VF クラスの生起率を λ_{VF} を 100×10^{-6} とする。また、コネクションの保留時間は $10sec$ とする。生起率は平均的な呼量を与えるために、保留時間と各クラスの平均帯域幅から決定される。

パケットレベルでの評価で用いたトラヒックモデルは本稿で検討するトラヒックモデルで説明したモデルを用いる。シミュレーションで用いたパラメータを表 5.1 に示す。

トラフィックパラメータ			
ピクチャ	EF クラス	VF クラス	BF クラス
最大帯域幅	30.0Mbps	10.0Mbps	-
最小帯域幅	0Mbps	0Mbps	-
平均値	15.0Mbps	5.0Mbps	-
分散	0.86	0.96	-
初期フレーム平均値	1.0Mbps	0.33Mbps	-
初期フレーム分散	0.038	0.00175	-
初期フレームの最大値	2.0Mbps	0.66Mbps	-
予測フレーム平均値	0.25Mbps	0.083Mbps	-
予測フレーム分散	0.00306	0.0002	-
予測フレームの最大値	0.5Mbps	0.17Mbps	-
GOP 構造	IPP	IPP	-
平均パケット長	1.5KB	1.5KB	1.5KB
フレームの転送間隔	33.0ms	33.0ms	-
生起率 λ	-	-	120.0×10^{-4}

表 5.1: シミュレーションに用いたパラメータ

ここでBFクラスの平均パケット長および生起率は負の指数分布に従う。コネクションの保留時間は0.1秒である。シミュレーションタイムは $1clock = 10ns$ で、それぞれのコネクションレベル・パケットレベルでの計測時間は6.0秒、2.4秒である。

また、グラフの横軸は回線負荷率を示している。よって、実際の回線使用率と異なることをここで明記しておく。帯域幅の実測スループットを図 5.3 に示す。

5.2 シミュレーションの結果

本研究で提案したサイクル・リジット型トラヒックのコネクションレベル・パケットおよびフレームレベルの通信品質を示す。

5.2.1 コネクションレベルの検証

ここでは各サービス・クラス毎の回線負荷率に対する呼損率を検証する。

呼受付制御による各サービス・クラスの呼損率

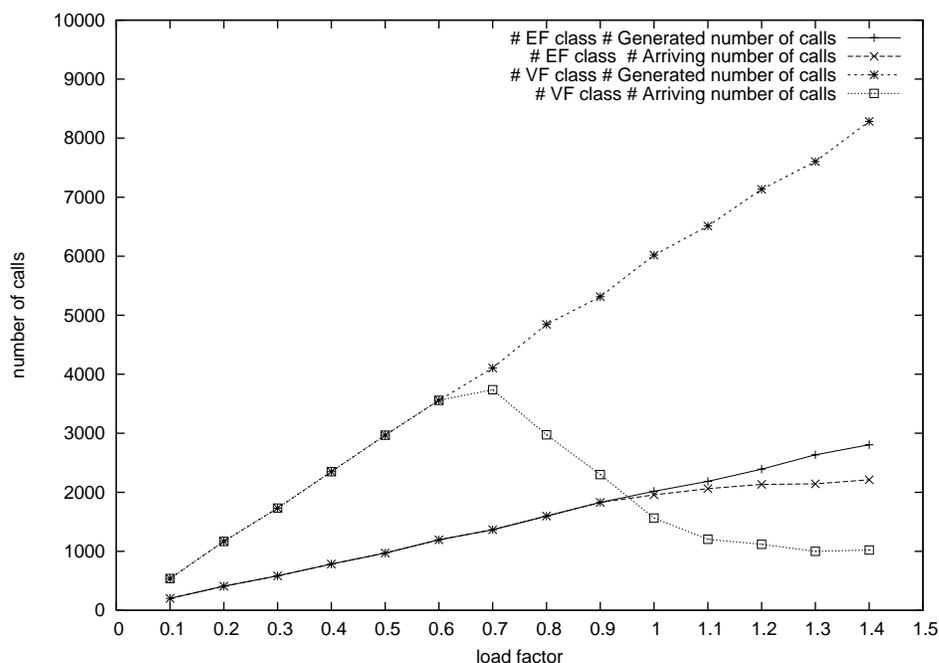


図 5.1: 各クラスの発生本数と許可された本数

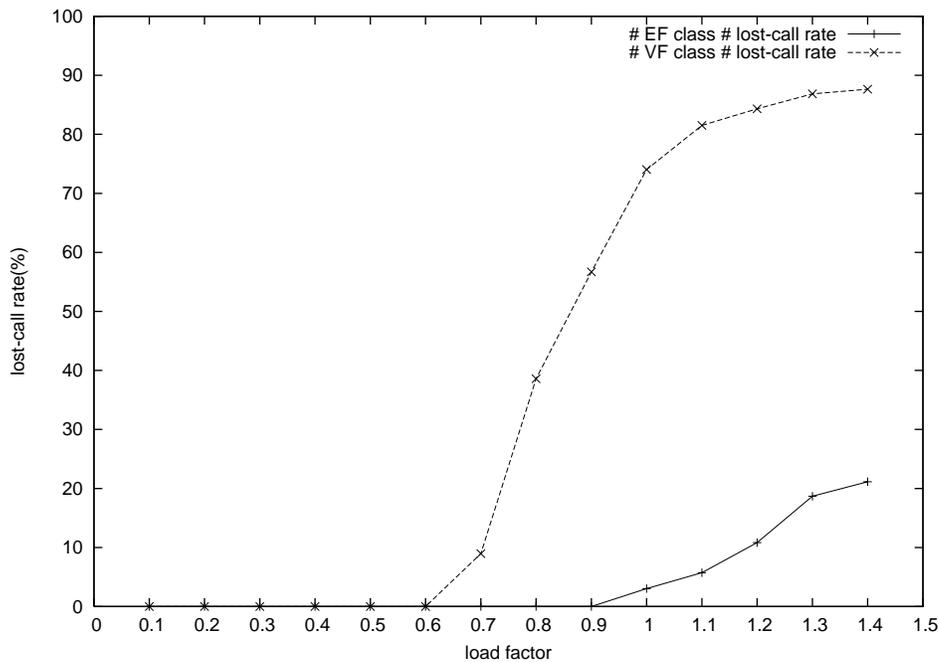


図 5.2: 各クラスの呼損率

呼受付許容量 C は 0.03 である。図 5.2 に各サービス・クラスの回線負荷率を 1.4 まで与えたときの呼損率を示している。EF クラスはコアネットワークの制限帯域幅まで最大帯域幅で受け付けられ、制限帯域幅を越えると呼損が生じていることがわかる。

また、VF クラスは EF クラスによって帯域幅が徐々に占有されるために受付許容量 0.03 に達し回線使用率 0.6 から呼損が生じ始め、0.7 からは急激に呼損の割合が増えほとんど受け付けられなくなっている。呼損率が 100% 達しないのはシミュレーションタイム内にコネクションの保留時間をむかえてしまったものがあるために起こったものとする。

図 5.1 は実際に発生した本数と許可された本数の関係を表している。このように制限帯域幅以内で呼の流入制限が完全に機能し系内が安定に保たれていることがわかる。

実測スループット

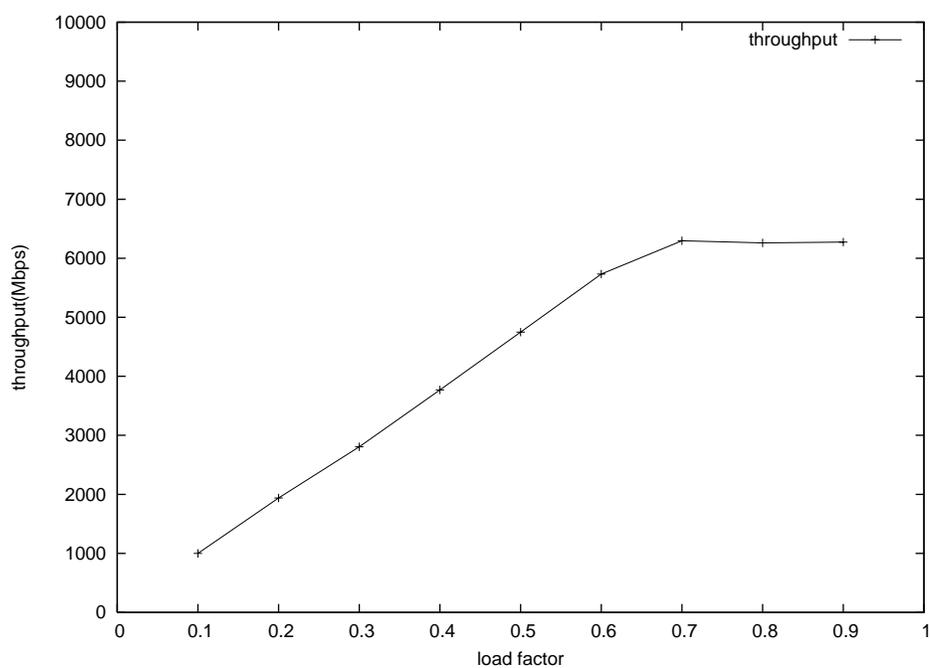


図 5.3: 実測スループット

図 5.3 に回線におけるトラフィック負荷率に対する実測値を示す。トラフィック密度が 0.7 付近から受付制御の影響でスループットが約 $6.4Gbps$ 付近で一定になっているのがわかる。これは系内が安定に保たれていることを意味している。

5.2.2 パケットおよびフレームの平均遅延時間および最大遅延時間

5.2.3 パケットおよびフレームレベルの評価

呼受付機構によって受け付けられたコネクションをパケットレベル、フレームレベルで検証する。回線負荷率ごとの各サービス・クラス毎のパケット、初期フレーム、予測フレームの遅延時間の平均値と最大値を評価することによって、QoSを評価する。

回線負荷率に対する、EFクラスとVFクラスの平均パケット遅延時間と最大パケット遅延時間を図5.4と図5.5に示す。

また、およそのEF、VFクラスの平均パケット長とフレームを構成するパケット数を表5.2に示す。

パケット構成数と平均パケット長			
	EFクラス	VFクラス	BFクラス
平均パケット長	1.5KB	1.5KB	1.5KB
初期フレーム	83packets	28packets	-
予測フレーム	21packets	7packets	-

表 5.2: フレームを構成するパケット数

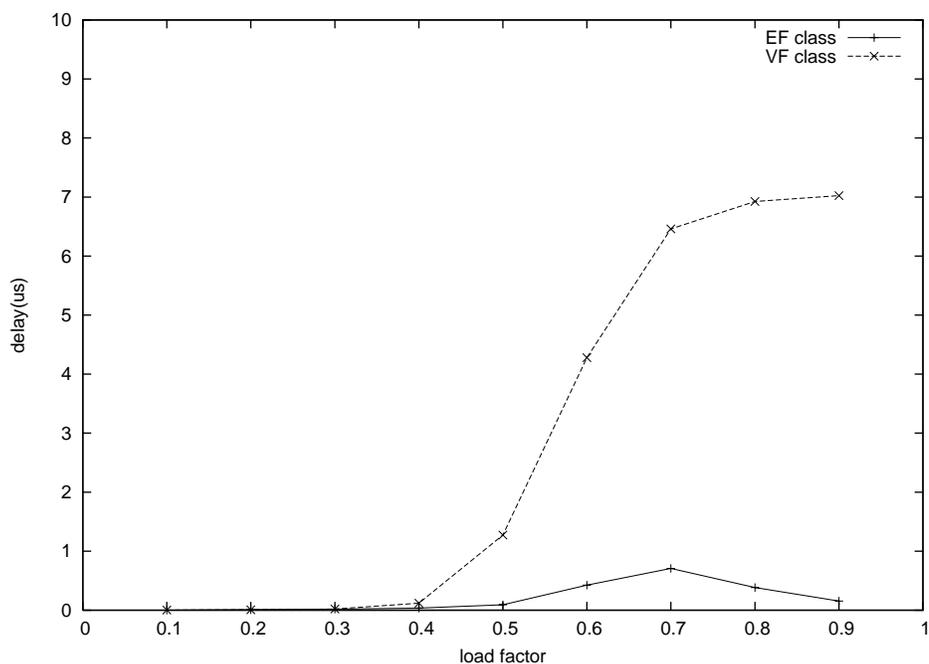


図 5.4: パケットの平均遅延時間

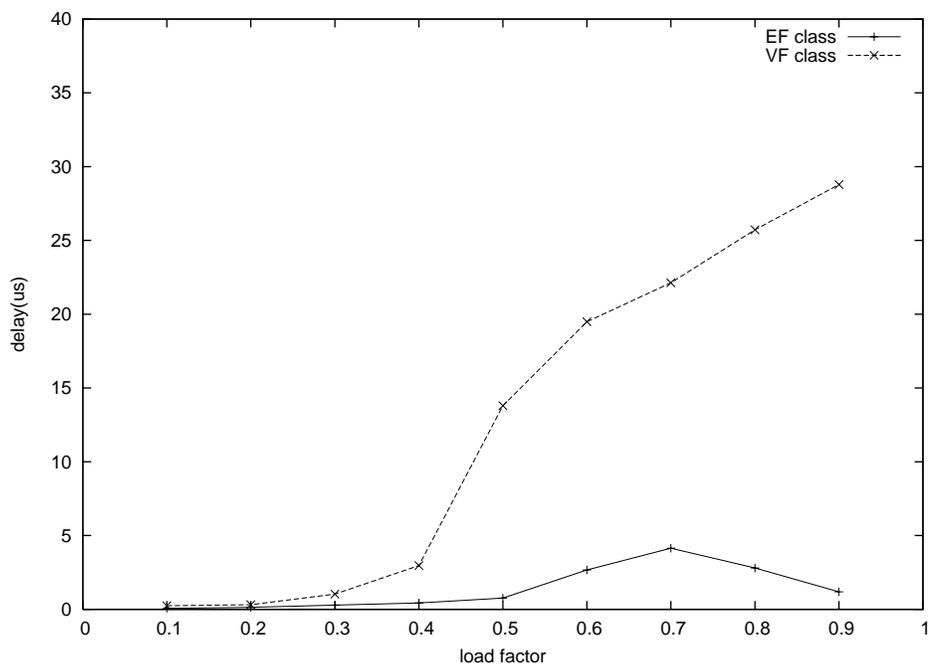


図 5.5: パケットの最大遅延時間

図 5.4 において、回線負荷率 0.1、0.2 でのコアネットワーク内はまったく混みあっておらず EF クラス、VF クラスともに平均遅延時間に差がない。しかし、回線負荷率が 0.4 から上昇するに従って、徐々に平均遅延時間に差が生じてくる。これはパケットの優先処理が有効に働いていることを意味している。

回線負荷率が 0.9 のときでは各々の平均遅延時間は最大でも EF クラスで約 $1\mu s$ 、VF クラスで約 $7\mu s$ 以下である。これはパケット長が約 1.2μ であることを考えると、EF クラスが 1 パケット、VF クラスが 5.8 パケット分だけ待たされていることになる。

また、図 5.5 は各サービス・クラス毎のパケット最大遅延時間を表している。最大遅延時間は EF クラスが約 $4.1\mu s$ 、VF クラスが約 $28.8\mu s$ である。これは EF クラスが 3.4 パケット、VF クラスが 23 パケット分待たされていることになる。

現在の主流になっているベスト・エフォート型のサービスでは 1 ホップで平均 $10ms$ であることを考えると、提案方式でのパケットレベルでのサービス品質が非常に高いことがわかる。

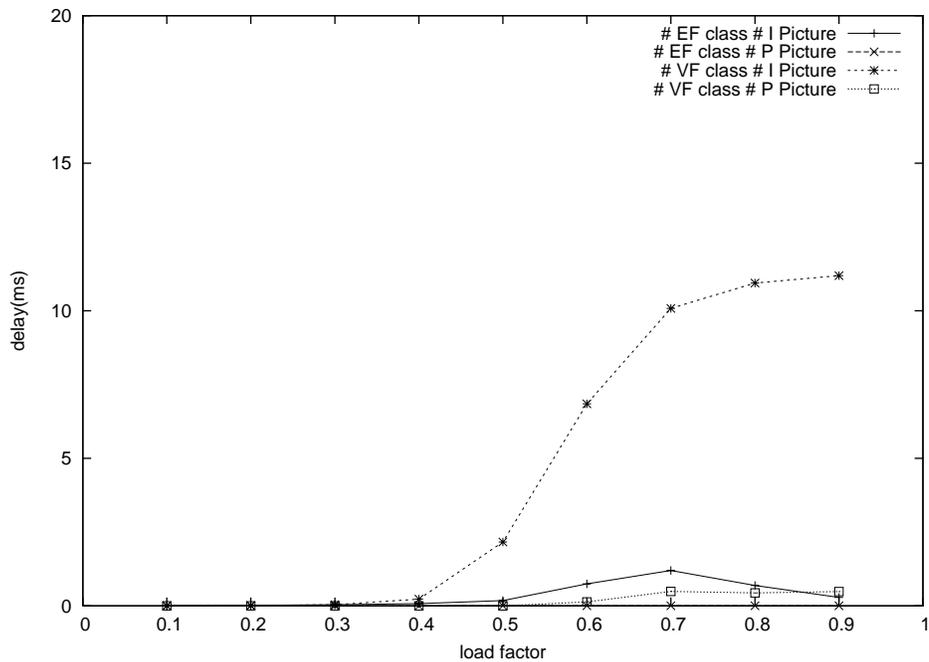


図 5.6: フレームの平均遅延時間

ここではパケットレベルの影響がフレームレベルにどのように影響しているのかを明らかにする。図 5.6 はフレームの平均遅延時間を表している。EF クラスは平均遅延時間が初期フレームが $1.2ms$ 以下、予測フレームが $0.004ms$ 以下とまったく遅延がなく送られることがわかる。また、VF クラスでは初期フレームは $11.2ms$ 、予測フレームが $0.5ms$ の遅延で送られる。フレーム数にすれば、EF クラスの初期フレームが 12 フレーム分、VF クラスの初期フレームは 444 フレーム遅れていることになる。

EF、VF クラスともにパケットレベルで提案方式を適用することによって、フレームレベルで $33ms$ 以内に保たれていることがわかる。

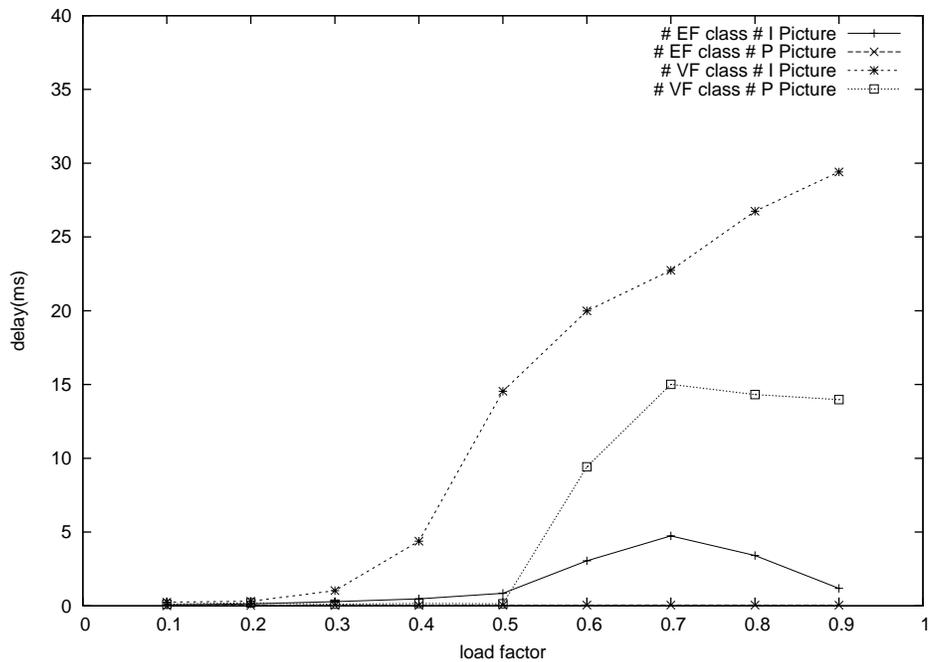


図 5.7: フレームの最大遅延時間

図 5.7 はフレームの最大遅延時間を表している。EF クラスは最大遅延時間が初期フレームで $4.7ms$ 、予測フレームで $0.5ms$ の遅延時間が生じている。また、VF クラスは初期フレームが $29.4ms$ 、予測フレームが $15.0ms$ の遅延時間が生じている。

従って、最悪でも EF クラスの初期フレームは 48 フレーム、VF クラスの初期フレームは 1066 フレーム分の遅れが生じている。

EF、VF クラスともにフレームの最大遅延時間も $33ms$ 以内であるので、十分に通信品質が高いことがわかる。ここで、EF クラスの初期フレームの遅延時間が回線負荷率 0.7 から減少しているのは呼受付制御によってトラヒックの流入制限が行われたことによるものである。

ベスト・フォート型トラヒックと混在させた場合

5.2.4 BF クラスの EF クラスおよび VF クラスへの影響

ここでは EF クラス、VF クラスが BF クラスの影響を受けないことを示す。EF クラス、VF クラスの混合比を 1:1 として、常に BF クラスを $1Gbps$ 発生させたときの各サービス・クラスの平均遅延時間と最大遅延時間を評価する。

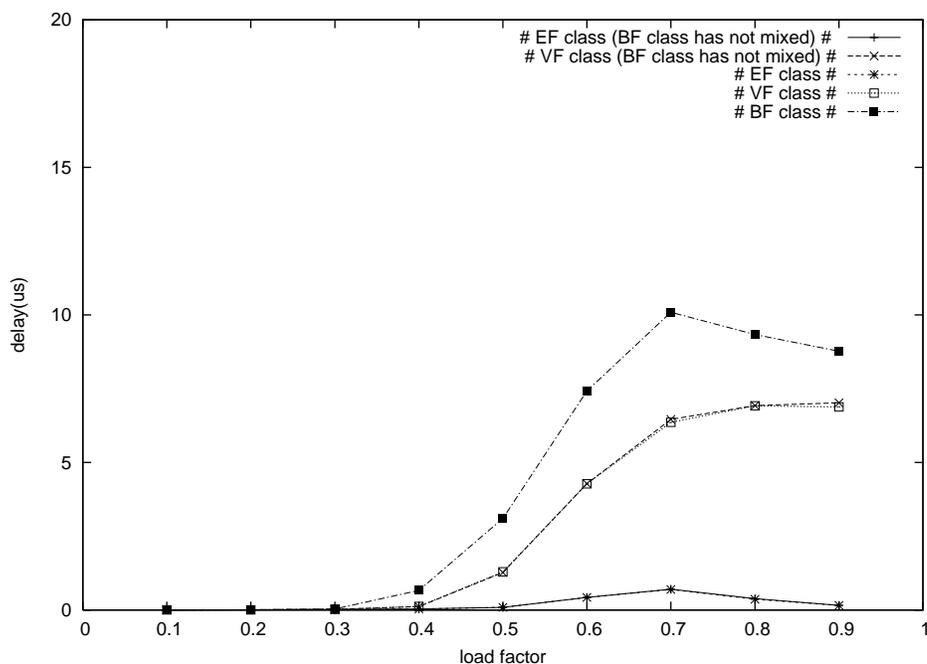


図 5.8: 各サービス・クラスの平均遅延時間

図 5.8 は各サービス・クラスのパケットの平均遅延時間を表している。 $1Gbps$ の BF クラスを発生させ、EF クラスと VF クラスのトラヒック密度をあげていった。EF、VF クラスの混合比は 1:1 である。EF、VF クラスは BF クラスとの影響を全く受けないことがわかる。回線負荷率が 0.7 付近では VF クラスのコネクションが流入制限されて、半分以上の接続が拒絶されている。一方で EF クラスのコネクションが最大帯域幅で制限帯域幅まで受け続けられる。

今回のシミュレーションでは BF クラスの呼量を $1Gbps$ として割当てた。 $2Gbps$ の呼量を発生させれば、高い回線負荷率でほぼ回線利用率が 9 割と、高められると思われる。ここで、BF クラスは受付制御していない。

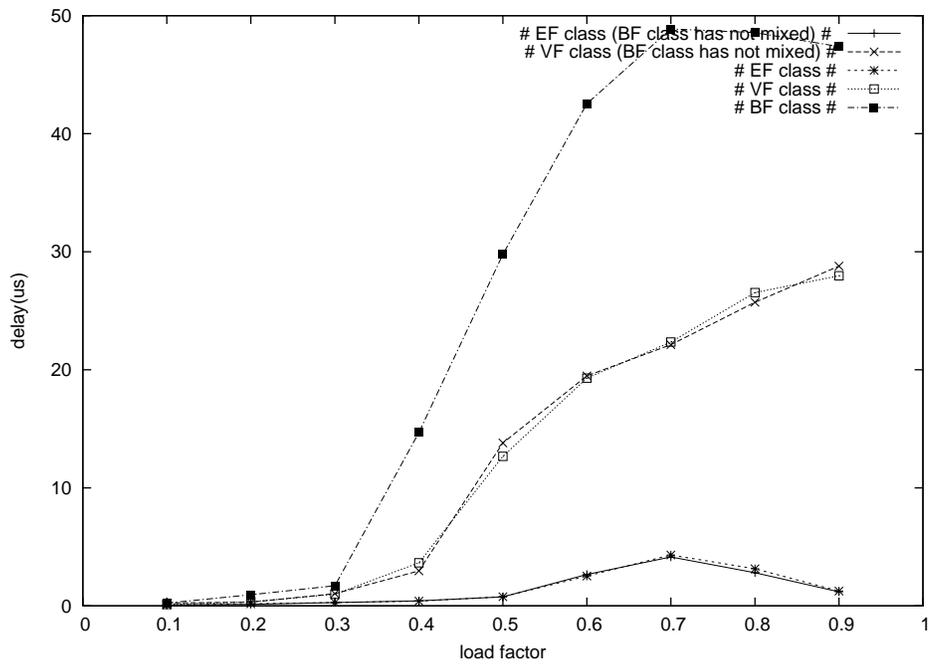


図 5.9: 各サービス・クラスの最大遅延時間

図 5.9 は各サービス・クラスのフレームの最大遅延時間を表している。最大遅延時間もまた、EF クラス、VF クラスが影響を受けないことがわかる。BF クラスの遅延時間も $50\mu s$ と常識的な値になっているので、実用上差し支えないと考える。

実測スループット

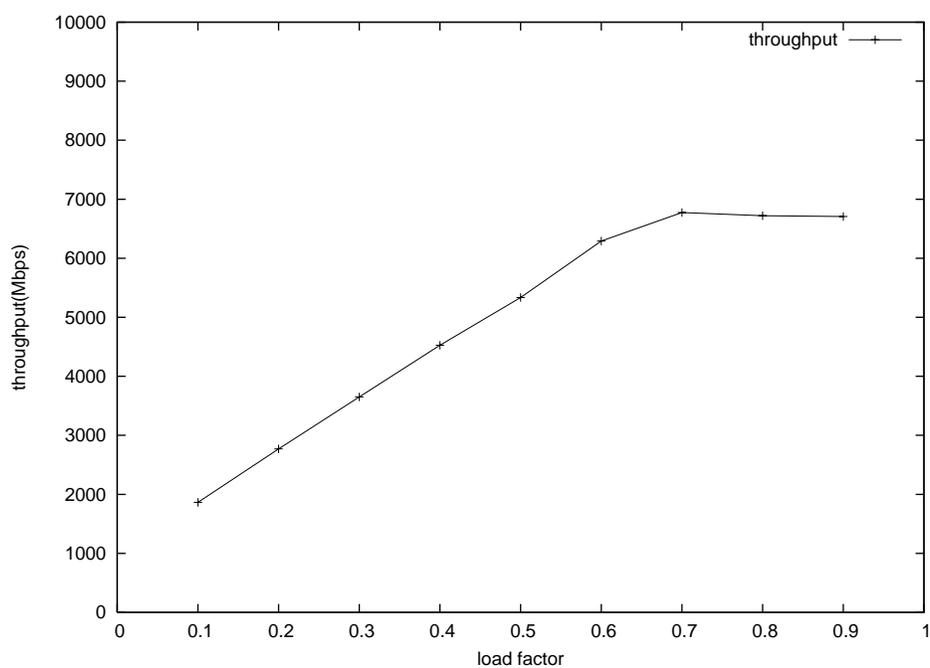


図 5.10: 実測スループット

図 5.10 は BF クラスの呼量を $1Gbps$ 発生させたときの帯域幅の実測スループットを示している。

5.2.5 プリエンプションとノンプリエンプションの比較

本研究ではプリエンプション機能を実現している。ここではプリエンプションの効果を示すために、ノンプリエンプションの場合と比較して、遅延時間の違いを示し、その有効性を示す。

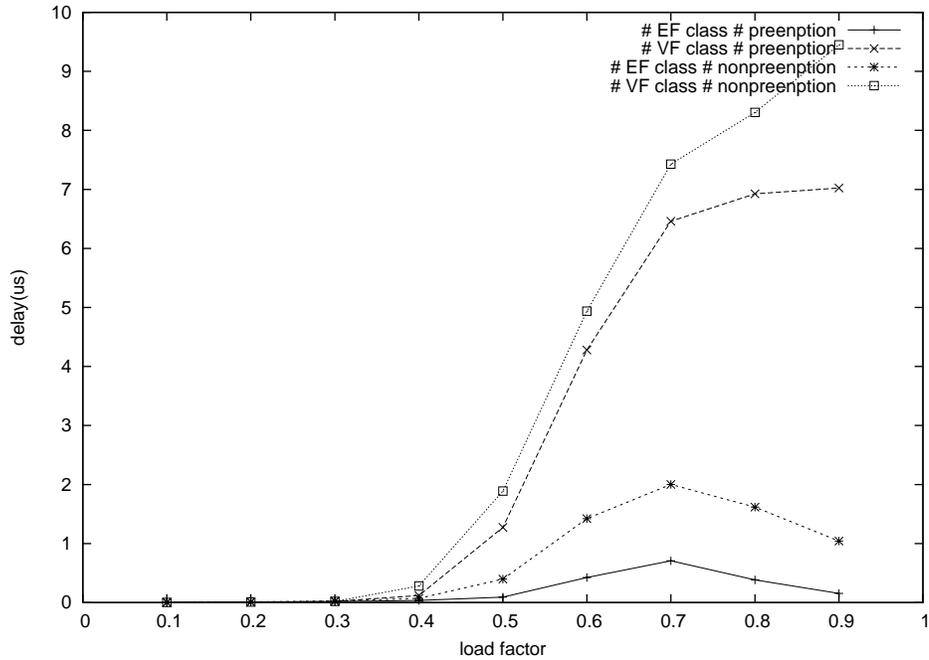


図 5.11: パケット平均時間の比較

図 5.12 では、パケットの最大遅延時間は EF クラスで約 $4\mu s$ 改善されたことがわかる。そのかわり VF クラスが約 $3\mu s$ 最大遅延が上昇していることがわかる。図 5.14 では、フレームの最大遅延時間は EF クラスで約 $4\mu s$ 改善され、その代わりに VF クラスで最大遅延時間が約 $3\mu s$ 上昇している。

このようにパケットレベルで、特に EF クラスに対して、VF クラスより有効に働いていることがわかった。この影響をフレームレベルの EF、VF クラスの最大遅延時間を比べてみても明らかである。プリエンプションとノンプリエンプションモデルの比較で、VF クラスは初期フレームで $1ms$ の差にとどまっているが、EF クラスでは $5ms$ の差が確認できる。また、高い回線負荷率でもプリエンプションが機能していることもわかる。よって本提案方式ではプリエンプション機能が要となって確実にサービス・クラスを厳守するのに有効であることが示されている。

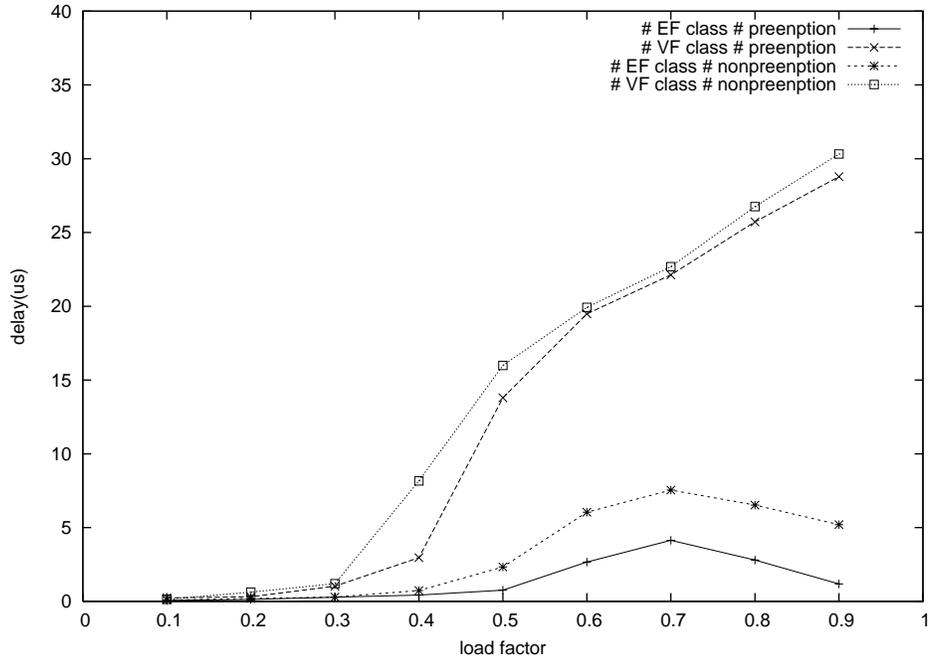


図 5.12: パケット最大遅延時間の比較

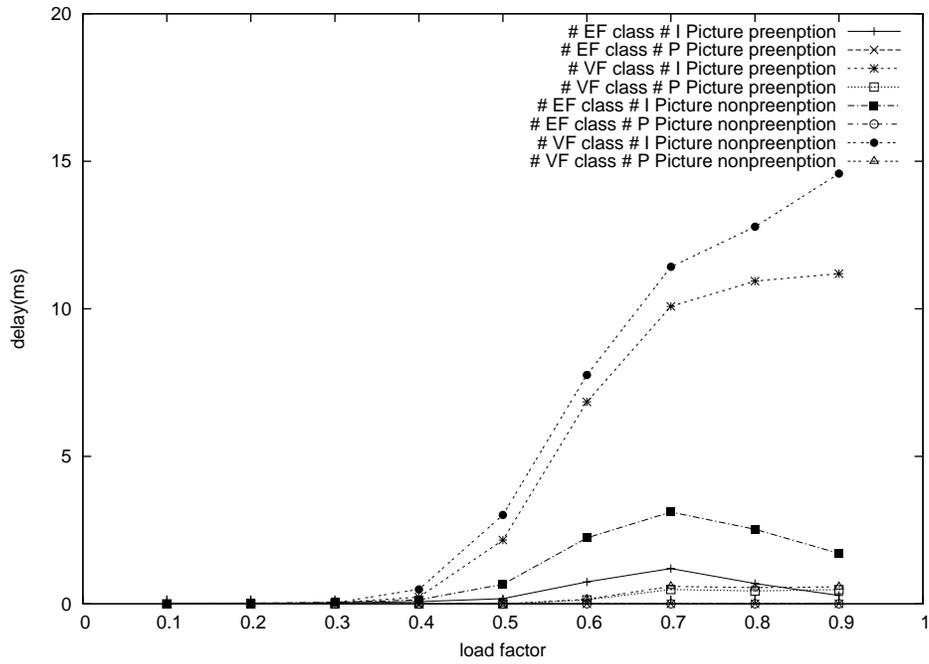


図 5.13: フレーム平均遅延時間の比較

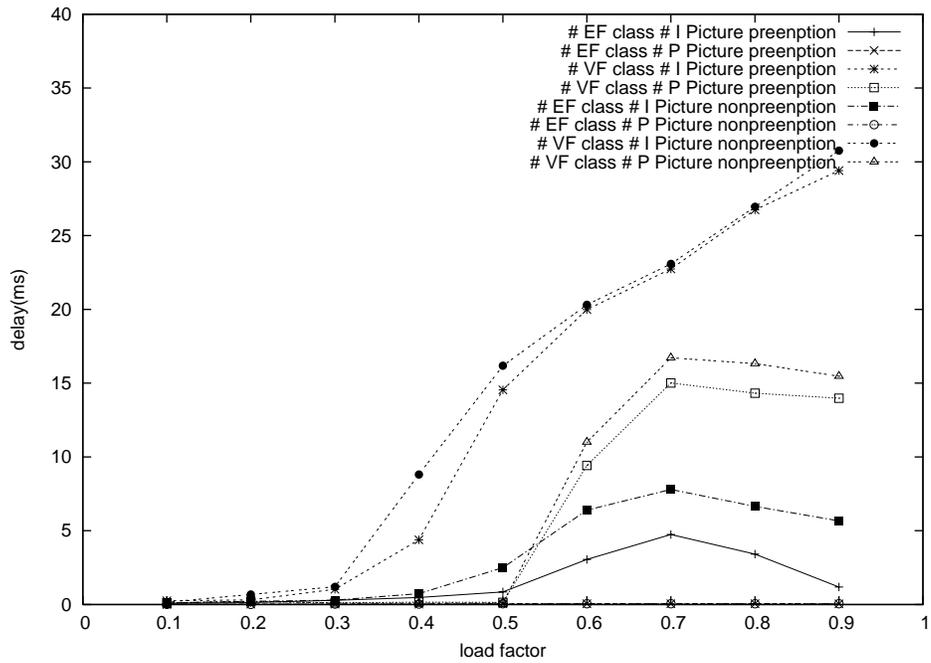


図 5.14: フレーム最大遅延時間の比較

第6章 結論

6.1 まとめ

通信品質を IP 網などの QoS が保証されていないネットワークでは、パケットの損失や遅延揺らぎが生じる。これをそのままコアネットワークに割当てはせかつくの同期通信網を利用して同期して映像が再生されない問題がある。本論文ではサイクル・リジット型トラヒックの規格化と QoS 制御法を提案し、本方式によって遅延揺らぎを抑制し、QoS 保証が確実に実現できることを示した。計算機シミュレーションによる性能評価では、以下のような結論に達した。

- コネクションレベルでの性能評価

EF、VF クラスごとに呼受付制御が行われ、割当て帯域幅を制限帯域幅以下に制御可能であり、系内を安定に保つことが示された。

VF クラスの呼損率が EF クラスの呼損率と比べて、70 %以上もの差があり、VF クラスの最大遅延時間をあと 5ms ほど遅らせても VF クラスのサービス品質に差ほどかわりがないことを考えれば、受付許容度を低く設定して、VF クラスの本数を稼げる可能性があると考えられる。

従って、本研究で設定した呼受付許容度 0.03 では厳しすぎると思われる。また、呼受付制御では VF クラスの混合比によって、受付許容度が VF クラスにどのような影響を与えるのか明らかにする必要がある。

- パケットレベルの性能評価

サイクル・リジット型トラヒックの各サービス・クラスごとに、パケット優先制御とブリエンプションを行うことで、EF、VF クラスともに、最大遅延時間が 1 フレーム時間、33.0ms 以内で実現され、高い通信品質が保証できることを示した。このことから、フレーム間隔が約 33.0ms となる NTSC の映像であれば、サービス・クラスが EF クラスでは完全に同期して再生が可能である。

また、回線負荷率が 0.6 付近から急激に VF クラスの最大遅延時間が増加しているのは、EF クラスの回線占有率が増えるに従って、利用できる VF クラスの帯域幅が減少し、トラヒックのバースト性によるフレーム同士のぶつかり合いが頻繁に起こっていることを表している。これは動画通信データが通るパスにおいて、シェーピングされていないバース

ト的なトラヒックが発生する場合においても、本提案方式がフレームの遅延時間を抑制するのに効果があることがわかる。

逆に、本研究で導入したサイクル・リジット型トラヒックが1フレームの遅延時間だけ許容可能であることを利用すれば、シェーピングによって、バースト性を解消し、急激な遅延時間の増加を抑える機構を導入すること、もしくはシェーピングされたトラヒックが流れる場合においても、遅延時間を抑制することができるものと考えられ、どちらの場合にも本提案方式は有効であると思われる。

- BFクラスとEF、VFクラスを混在させたときの評価

まったくEF、VFクラスが影響を受けずに転送されることが示された。これは、サービス・クラスを設定したことによって、回線使用率を高めつつ要求されたサービス品質を提供できることを示している。

それは、EFクラスが最大値保証をしているために、実際に流れるトラヒック量はほとんどが平均値であり、その上にVFクラスのトラヒックがほとんど平均値で流れているため、遊んでいる帯域幅に遅延時間になんの保証もないBFクラスを割当ててることによって、提案方式では高い回線利用率を実現できる。

6.2 課題

本研究での呼受付制御機構ではEFクラス、VFクラスの混合比が1:1のときに、受付許容度が0.03として評価をおこなった。そのため、混合比に対して、より接続本数を増やせる受付許容度が存在する可能性がある。課題としては各クラスの混合比により接続数本数が稼げる受付許容度を示したい。また、受付許容度の設定方法を定量的に行える方式の提案も課題である。

サイクル・リジット型トラヒックを導入したものの、本方式ではフレームの遅延時間を $33.0ms$ を許容することを利用して、さらにQoSを向上させる方式を組み込んでいない。今後は発生するフレームのバースト性を考慮し、 $33.0ms$ 以内に一定間隔でパケットを送出するようなシェーピング機構を提案する。これによって、バースト性による急激な遅延増加率を抑制しコアネットワークにおける、サービス品質をコネクションレベルでは、より多くの仮想回線を受付けることができ、パケットレベルでは遅延時間の減少を期待できると思われる。

本提案方式ではGOP構造を1種類として評価を行った、GOP構造によって、早く送りや巻き戻しのやりやすさ、フレーム間圧縮による累積誤差の関係で、ネットワーク側でサービスメニューとして、GOP構造を数種類用意することが望ましい。従って、数種類のGOP構造による評価が必要である。また、利用者側の利便性とネットワーク側からみた資源の効率的な利用を考えれば、要求帯域幅についても数種類用意しておく必要がある。

謝辞

研究活動のみならず、社会人としての心得をご指導を承りました日比野靖教授に心から感謝いたします。日比野靖教授にお会いできていなければ、新しい価値観と認識を発見することはできなかったと思います。また、適切な助言をしていただきました田中清史助教授、丹康雄助教授に深く感謝いたします。その他、貴重なご意見を頂いた日比野研究室の皆様をはじめ、多くの方々の助言に対して厚く御礼申し上げます。今後、今の自分を育ててくれた北陸先端科学技術大学院大学への感謝を忘れず、発展を願いつつ社会で活躍したいです。

参考文献

- [1] 岡部 和幸, QoS の動的変化に対応した時変仮想回線方式の呼受付制御法とトラヒック特性に関する研究, 2001.
- [2] 深谷 亮輔, 固定長パケットを用いたマルチメディア通信の効率的な統合に関する研究, 2001.
- [3] Andrew S.Tanenbaum, Computer Networks Third Edition, Prentice Hall-Japan Inc, 1999.
- [4] 桐山光弘, 待ち行列がわかる本, 日刊工業新聞社.
- [5] 佐藤健一, 古賀正文, 広帯域光ネットワークング技術 -フォトニクスネットワーク-, コロナ, 2003.
- [6] 青山友紀, 山中直明, MPLS とフォトニクス GMPLS, 電気通信協会, 2003.

付録A 正規分布の加法性の証明

A.1 正規分布の再生性 (加法性)

ここでは正規分布の加法性を畳み込み積分によって証明する。また、ガウス積分から正規分布の式を導く。

正規分布 $N(m, \sigma^2)$

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.1})$$

簡単のため、 $m = 0$ として、

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.2})$$

ふたつの正規分布、 $N(0, \sigma_1^2)$ 、 $N(0, \sigma_2^2)$ の独立な確率変数 X, Y とするとき、 X と Y の和 $W = X + Y$ の確率密度関数 $g(w)$ は、 $p(x)$ の畳み込み積分で与えられる。

$$g(w) = \int_{-\infty}^{\infty} p(w-x) \cdot p(x) dx \quad (\text{A.3})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left(-\frac{(w-x)^2}{2\sigma_1^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}\right) dx \quad (\text{A.4})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left(-\frac{(w-x)^2}{2\sigma_1^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}\right) dx \quad (\text{A.5})$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(w-x)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{x^2}{2\sigma_2^2}\right) dx \quad (\text{A.6})$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{Q}{2}\right) dx \quad (\text{A.7})$$

ここで、

$$Q = \left(\frac{w-x}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{x}{\sigma_2}\right)^2 \quad (\text{A.8})$$

$$= \frac{1}{\sigma_1^2\sigma_2^2} \left\{ \sigma_2^2(w-x)^2 + \sigma_1 x^2 \right\} \quad (\text{A.9})$$

$$= \frac{1}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \left\{ \sigma_2^2 w^2 - 2\sigma_2 w x + \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x^2 \right\} \quad (\text{A.10})$$

$$= \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \left\{ x^2 - 2wx \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} + w^2 \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right\} \quad (\text{A.11})$$

$$= \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \left\{ \left(x - w \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right)^2 - w^2 \frac{\sigma_2^4}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} + w^2 \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right\} \quad (\text{A.12})$$

$$= \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \left\{ \left(x - w \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right)^2 + w^2 \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2} \right\} \quad (\text{A.13})$$

$$= \frac{w^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} + \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \left(x - w \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right)^2 \quad (\text{A.14})$$

よって、式 (A.7) は、

$$g(w) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{w^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} - \frac{1}{2} \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \left(x - w \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right)^2 \right) dx \quad (\text{A.15})$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{w^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \left(x - w \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \right)^2 \right) dx \quad (\text{A.16})$$

式 (A.16) の積分形式は、いわゆるガウス積分という形である。

ガウス積分の公式

$$G(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (\text{A.17})$$

ガウス積分は、 x を b だけずらしても、積分値は同じである。

$$H(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a(x-b)^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (\text{A.18})$$

その理由は、計算してもよいのだが、ここでは直感的な説明にとどめる。

$G(x)$ も $H(x)$ も、正規分布と同じ形をしており、 $G(x)$ は分布の平均が 0、 $H(x)$ は分布の平均が b であることを除けば、大きさも形もまった同じである。

したがって、 $-\infty < x < \infty$ の定積分すなわち面積は全く同じとなる。

実は、正規分布の式の係数、 $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}$ は、ガウス積分の値が、1 となるように定めたものなのである。

式 (A.16) 戻る。

$$a = -\frac{1}{2} \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \quad (\text{A.19})$$

$$b = w \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (\text{A.20})$$

とおけば、

$$g(w) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{w^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2) dx \quad (\text{A.21})$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{w^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-a(x-b)^2) dx \quad (\text{A.22})$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{w^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right) \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (\text{A.23})$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{w^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \sqrt{\frac{2\pi\sigma_1^2\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}\right) \quad (\text{A.24})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{w^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right) \quad (\text{A.25})$$

$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \sigma$ とおけば、正規分布の定義式 $N(0, \sigma = \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ を得る。

$$g(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{w^2}{2\sigma_1^2}\right) \quad (\text{A.26})$$

A.2 正規分布とガウス積分

ここで正規分布とガウス積分との関係について述べておく。

正規分布は別名、ガウス分布ともいう。

正規分布の確率密度関数 $p(x)$ は、次の形としている。

$$p(x) = \gamma e^{-ax^2} \quad (\text{A.27})$$

$p(x)$ は確率密度関数であるから、その定義域 $(-\infty < x < \infty)$ において、確率変数 x が出現する確率 $p(x)$ の総和の和が 1 でなければならない

ここで、 γ は、確率密度関数 $f(x)$ の $-\infty < x < \infty$ の積分値が 1 になるように定められる。

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma e^{-ax^2} dx \quad (\text{A.28})$$

$$= \gamma \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \gamma \cdot I \quad (\text{A.29})$$

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx \quad (\text{A.30})$$

式 (A.30) をガウス積分という。

ガウス積分は積分公式によれば、

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (\text{A.31})$$

であるから、確率密度関数 $f(x)$ の $-\infty < x < \infty$ の積分値が 1 になる γ は、

$$1 = \gamma \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (\text{A.32})$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \quad (\text{A.33})$$

これが、正規分布の定義式の係数に、 $\sqrt{2\pi}$ がでてくる理由である。

つぎに、分散が σ^2 となるよう、 a を定める。

分散の定義は、

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot p(x) dx \quad (\text{A.34})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot \gamma e^{-ax^2} dx \quad (\text{A.35})$$

$$= \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot I_2 \quad (\text{A.36})$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx \quad (\text{A.37})$$

ここで、 I_2 もやはりガウス積分のひとつであり、積分公式によれば、

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (\text{A.38})$$

これより、

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (\text{A.39})$$

$$a = \frac{1}{2\sigma^2} \quad (\text{A.40})$$

以上より、正規分布の定義式を得る。

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.41})$$

A.3 ガウス積分の誘導

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx \quad (\text{A.42})$$

積分変数 x を y に書き換えても、定積分なので積分値は変わらないので、

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ay^2} dy \quad (\text{A.43})$$

式 (A.42) と (A.43) の積をつくると、

$$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ay^2} dy \quad (\text{A.44})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} \cdot e^{-ay^2} dy \quad (\text{A.45})$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a(x^2+y^2)} dy \quad (\text{A.46})$$

ここで、 $x = r\cos\theta$ 、 $y = r\sin\theta$ と変数変換 (極座標表示) を行う。

$x^2 + y^2 = r^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = r^2$ である。

また、極座標変換を行っているので、 $\Delta x \Delta y \rightarrow (r \cdot \Delta\theta) \cdot r = \Delta\theta \cdot r \Delta r$

であるから、

$$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-a(x^2+y^2)} dy \quad (\text{A.47})$$

$$= \int_0^{2\pi} d\theta \cdot \int_0^{\infty} e^{-ar^2} r dr \quad (\text{A.48})$$

$$= 2\pi \cdot \int_0^{\infty} e^{-ar^2} r dr \quad (\text{A.49})$$

$$(\text{A.50})$$

$r^2 = t$ なる置換を行う。

$$\frac{dt}{dr} = 2r \quad (\text{A.51})$$

$$dt = 2r dr \quad (\text{A.52})$$

$$(\text{A.53})$$

であるから、

$$I^2 = \pi \cdot \int_0^{\infty} e^{-ar^2} dr^2 \quad (\text{A.54})$$

$$= \pi \cdot \int_0^{\infty} e^{-at} dt \quad (\text{A.55})$$

$$= \pi \left[-\frac{1}{a} e^{-at} \right]_{t=0}^{t=\infty} \quad (\text{A.56})$$

$$= \frac{\pi}{a} \quad (\text{A.57})$$

$$I = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (\text{A.58})$$