

|              |                                                                                 |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| Title        | Dynamic LogicとEpistemic Logicの統合に向かって                                           |
| Author(s)    | 元井, 幸一                                                                          |
| Citation     |                                                                                 |
| Issue Date   | 2006-03                                                                         |
| Type         | Thesis or Dissertation                                                          |
| Text version | author                                                                          |
| URL          | <a href="http://hdl.handle.net/10119/1967">http://hdl.handle.net/10119/1967</a> |
| Rights       |                                                                                 |
| Description  | Supervisor:小野 寛晰, 情報科学研究科, 修士                                                   |

# Dynamic Logic と Epistemic Logic の統合に向かって

元井 幸一 (410122)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2006 年 2 月 9 日

キーワード: 様相論理、Dynamic Logic、Epistemic Logic、統合、エースとエイト.

## 1 はじめに

様相論理は、古典命題論理では十分に説明することができない日常的な推論を扱うために、様々な様相記号を加えてその表現力を増した論理である。様相論理はアリストテレスにより体系的な研究が始められた。それを現代的観点から整理したのが C.I. Lewis と C.H. Langford である。初期の様相論理では必然性や可能性が中心に研究されたが、最近では注目を浴びているエージェントの理論で重要な役割を持つ知識や信念の論理なども行われている。

本研究では、行為と知識の変遷が記述できる Dynamic Logic と Epistemic Logic の統合した体系を構築することを目標とする。そこで、具体的には何が必要でどのように形式化したらよいのかを考えた上で、本研究では事例研究として実際に二つの論理の公理や推論規則を導入した体系を用いて、エースとエイトというゲームの解析を行う。

## 2 Dynamic Logic と Epistemic Logic

Dynamic Logic は、プログラムごとにその実行後の状態を表す様相演算子を導入した体系であり、実行前後の関係を記述できることから、プログラムの正当性の検証等のために用いられている。

本研究においては、基本的な Dynamic Logic である Propositional Dynamic Logic(PDL) を用いる。また、プログラムの実行の代わりに人の行為として考える。Epistemic Logic は様相論理の一種であり、「知っている」「信じている」を様相演算子として導入した体系である。このような知識の研究は計算機の分散システムの問題にも有効に用いられている。

### 3 エースとエイトの解析

エースとエイトは、知識についていくつか複雑な推論を含んだ簡単なゲームである。トランプのエース4枚とエイト4枚を合わせた8枚のカードから6枚を、3人のプレイヤー  $A$ 、 $B$ 、 $C$  に2枚ずつ配布し、残りの2枚は裏にして置いておく。もちろん、3人ともこれらのカードがエースとエイトのうちの6枚であることはあらかじめ知らされている。どのプレイヤーもカードの内容を見ることは許されないが、他の2人のプレイヤーには見えるようにする。このとき、3人のプレイヤーは交代で自分の持っているカードは何かを考えて当てようとし、また自分が考える時は改めて他の2人のプレイヤーを見ることにする。もし、プレイヤーが自分の持っているカードが分からなかったら、そのプレイヤーは自分の手を挙げなければならない。そしてそのときに他の2人は手を挙げたことを知る。

進行の仕方を紹介し、次にその解説を行う。

まず、 $A$  が他の2人を見た後に手を挙げる。次に  $B$  も同じように手を挙げる。 $C$  は  $A$  と  $B$  の2人を見て、 $A$  はエース2枚、 $B$  はエイト2枚を持っていることと2人とも手を挙げているのを知る。このとき、 $C$  は自分のカードが何であるか知ることができるだろうか。実際、 $C$  は自分のカードがエースとエイトの1枚ずつであることを知ることができる。

これは、 $C$  がもしエイトを2枚持っていたら、 $A$  が  $B$  と  $C$  で4枚のエイトを見ることになるから、自分が2枚のエースを持っていることを知るはずである。また、同様に  $C$  がエースを2枚持っていたら、 $B$  は自分が2枚のエイトを持っていることがわかるはずである。しかし、2人共に手を挙げた。したがって、 $C$  は自分がエースとエイトを持っていると推論できるのである。

このゲームの解析を行うために、それぞれの論理式とそれが表現する命題の関係と行為を次のように定義する。

- $A_p$  : プレイヤー  $A$  がエースを2枚持っている
  - $A_q$  : プレイヤー  $A$  がエイトを2枚持っている
  - $A_r$  : プレイヤー  $A$  がエースとエイトを持っている
- また、プレイヤー  $B$ 、 $C$  に対しても、 $B_p, C_q$  等を同様に定義する。

- $\alpha$  : プレイヤー  $A$  がプレイヤー  $B$  と  $C$  を見る
- $\beta$  : プレイヤー  $B$  がプレイヤー  $A$  と  $C$  を見る
- $\gamma$  : プレイヤー  $C$  がプレイヤー  $A$  と  $B$  を見る

本研究における解析は、命題論理の体系 LK に対して

$$K_i \varphi \rightarrow \varphi \qquad \frac{\Gamma \rightarrow \psi}{K_i \Gamma \rightarrow K_i \psi}$$

という知識に関する公理と推論規則や

$$[\alpha; \beta]\varphi \rightarrow [\alpha][\beta]\varphi \quad [\alpha][\beta]\varphi \rightarrow [\alpha; \beta]\varphi \quad \frac{\Gamma \rightarrow \psi}{[\alpha]\Gamma \rightarrow [\alpha]\psi}$$

といった行為に関する公理と推論規則を加え、さら主に次のようなこのゲーム特有の公理を加えた体系を用いて解析を行う。

$$X_p, Y_p \rightarrow Z_q \quad X_q, Y_q \rightarrow Z_p \quad [\tau]K_X Y_i \rightarrow K_X Y_i \\ (X, Y, Z \in \{A, B, C\} \quad X, Y, Z \text{ は互いに異なる} \quad i \in \{p, q, r\} \quad \tau \text{ は任意の行為})$$

知識のみを考慮して解析した結果は次のようになった。

$$K_C(\neg K_A A_p \wedge \neg K_B B_q), K_C(A_p \wedge B_q) \rightarrow K_C C_r$$

この式は、“ 仮定として  $C$  は  $A$  と  $B$  が手を挙げたことを知り、さらに  $C$  は  $A$  がエースを2枚  $B$  がエイトを2枚持っていることを知っているので、自分がエースとエイトを持っていることを知る ”ことを表している。

知識と行為を考慮して解析した結果は次のようになった。

$$K_C([\alpha]\neg K_A A_p \wedge [\alpha; \beta]\neg K_B B_q), K_C(A_p \wedge B_q) \rightarrow K_C C_r$$

この式は、知識のみを考慮して解析した結果に比べて  $A$  と  $B$  の手を挙げた順序を表現できた。本研究ではさらに複雑なゲームの進行についても解析を行い、プレイヤーの自分のカードを知る推論過程を表現できた。

## 4 結論

本研究では、エースとエイトというゲームでプレイヤーが行った推論を形式的に表現するために、知識のみを考慮した体系を用いた場合と知識と行為を考慮した体系を用いた場合の二つの方法でこのゲームの解析を行った。さらに、二つの方法を比べることにより知識と行為を考慮した体系を用いた方が、行為の順序を表現できることからゲームの進行により正確に則した推論を形式化できることを確認できた。また、ゲームの解説を読むことによりこのゲームの進行を簡単に理解できると思われるが、実際に形式化を行おうとすると様々な仮定が必要であることが分かった。しかし、本研究における行為は、その行為を行うと知識が変化するという知識と直接的な関係のものではなく、行為の順序を表すものとして導入した。今後の課題としては、行為に様々な定義を与えて事例研究を行うことが挙げられ、その結果として知識と行為の関係を考察することが、Dynamic Logic と Epistemic Logic の統合した体系を構築するための手がかりとなると思われる。