

修 士 論 文

医療用画像を用いたボクセルデータによる
流体構造連成解析に関する研究

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報システム学専攻

野口 和博

2006年3月

修士論文

医療用画像を用いたボクセルデータによる
流体構造連成解析に関する研究

指導教官 松澤照男 教授

審査委員主査 松澤照男 教授
審査委員 井口寧 助教授
審査委員 党建武 教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報システム学専攻

410096 野口 和博

提出年月: 2006年2月

概要

循環器系の疾患の中で血管の疾患は、血管の分岐部や湾曲部など血流が変化する部位で多く発生していることが知られている。そのため血流による血管壁への力学的な作用が血管病の発症・進展になんらかの影響を与えていると考えられている。

そこで血管病の発症・進展メカニズムの解明のためや予防・治療をサポートするために Magnetic Resonance Imaging (MRI) や Computed Tomography (CT) から得られた医療用画像から血管形状を再構築し、実際の血管形状を用いた解析が行われている。

このとき従来の MRI や CT から得られた医療用画像を用いた解析の多くは複雑な血管形状を再現しやすい非構造格子が用いられる。しかし、非構造格子は高度なノウハウ・多大な時間が必要である。

そこで、医療用画像が持つピクセル情報をそのまま構造格子として用いたシステムが開発されている。

しかし、連成解析は行っていない。血管などの柔らかい管は流れによって管が変形しそれが流れに影響を与えられられる。

そこで、本研究ではボクセルを用いた血流血管連成解析システムの開発、血管に適用した計算での検討を行った。

目次

第1章	はじめに	1
1.1	背景と目的	1
1.2	ボクセル	2
第2章	計算手法	3
2.1	全体の流れ	3
2.2	ボクセル生成	4
2.3	流体解析	5
2.3.1	スタガード格子	6
2.3.2	HSMAC 法	6
2.3.3	速度予測子の計算	10
	移流項の計算	10
	非移流項の計算	12
2.3.4	修正計算	13
2.3.5	計算空間端の境界条件	14
	流入境界条件	14
2.3.6	壁面の境界条件	15
	固定壁面の境界条件	15
	移動する壁面の境界条件	17
	角の部分での境界条件	18
2.3.7	システムとのインターフェース	19
2.4	構造解析	20
2.4.1	管形状の形成	21
2.5	形状の変形	22
第3章	計算結果	24
3.1	L字管の計算	24
3.1.1	解析条件	24
3.1.2	解析結果	25
	流れの様子	26
	変形の様子	27
3.1.3	まとめ	31

3.2	狭窄のある冠動脈	33
3.2.1	解析結果	34
	Reynolds 数 300 , ヤング率 0.5MPa	35
	Reynolds 数 300 , ヤング率 1.0MPa	40
	Reynolds 数 300 , ヤング率 1.5MPa	45
	Reynolds 数 300 の時の最大形状変化量	50
	Reynolds 数 500 , ヤング率 0.5MPa	51
	Reynolds 数 500 , ヤング率 1.0MPa	56
	Reynolds 数 500 , ヤング率 1.5MPa	60
	Reynolds 数 500 の時の最大形状変化量	64
	Reynolds 数の違いによる影響	65
	体積変化量	66
3.3	まとめ	66
第4章	まとめ	67
第5章	今後の課題	68

目次

1.1	ボクセル	2
2.1	連成解析の流れ	3
2.2	ボリュームデータの作成	4
2.3	ボクセルデータの作成	4
2.4	Mask の作成	5
2.5	2次元のスタガード格子	6
2.6	HSMAC 法の流れ	9
2.7	CIP の概要	10
2.8	計算空間端の境界条件	14
2.9	壁面境界条件	15
2.10	壁の移動	17
2.11	角での境界条件	18
2.12	構造解析の外力	20
2.13	管形状の作成	21
2.14	ノードの移動による形状変形	22
2.15	輝度輸送方程式の計算	23
3.1	L字管の概観	24
3.2	平均流入速度の周期変化(L字管)	25
3.3	L字管内の流れ	26
3.4	L字管の変形(A)	27
3.5	L字管の変形(B)	28
3.6	L字管の変形(C)	29
3.7	L字管の変形(D)	30
3.8	Elbow 内の体積変化	31
3.9	狭窄のある冠動脈の概観	33
3.10	平均流入速度の周期変化(狭窄部を持つ冠動脈)	34
3.11	狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 300, E = 0.5MPa$)	36
3.12	管の変形(A)	37
3.13	管の変形(B)	37
3.14	管の変形(C)	38

3.15	管の変形 (D)	38
3.16	管の変形 (E)	39
3.17	狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 300, E = 1.0MPa$)	41
3.18	管の変形 (A)	42
3.19	管の変形 (B)	42
3.20	管の変形 (C)	43
3.21	管の変形 (D)	43
3.22	管の変形 (E)	44
3.23	狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 300, E = 1.5MPa$)	46
3.24	管の変形 (A)	47
3.25	管の変形 (B)	47
3.26	管の変形 (C)	48
3.27	管の変形 (D)	48
3.28	管の変形 (E)	49
3.29	歪の最大変化量 ($Re=300$)	50
3.30	狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 500, E = 0.5MPa$)	52
3.31	管の変形 (A)	53
3.32	管の変形 (B)	53
3.33	管の変形 (C)	54
3.34	管の変形 (D)	54
3.35	管の変形 (E)	55
3.36	狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 500, E = 1.0MPa$)	57
3.37	管の変形 (B)	58
3.38	管の変形 (C)	58
3.39	管の変形 (D)	59
3.40	管の変形 (E)	59
3.41	狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 500, E = 1.5MPa$)	61
3.42	管の変形 (B)	62
3.43	管の変形 (C)	62
3.44	管の変形 (D)	63
3.45	管の変形 (E)	63
3.46	歪の最大変化量 ($Re=500$)	64
3.47	$E=1.0MPa$ での歪の最大変化量	65
3.48	$Re=300$ での体積変化	66
3.49	$Re=500$ での体積変化	66

第1章 はじめに

1.1 背景と目的

日本では心疾患・脳血管疾患などの循環器系の疾病が死因の中で高い割合を占めている。そして、高齢となるほど循環器系の疾患の割合が高くなる [1]。これは、年齢とともに血管に弾力性がなくなって硬くなる、血管壁が厚くなって内腔が不規則に狭くなるなどによって循環器系の疾患がおきやすい状態になるからだと考えられる。そのため、社会が高齢化するにつれ循環器系の疾患が増加している。

循環器系の疾患の中で血管の疾患は、血管の分岐部や湾曲部など血流が変化する部位で多く発生していることが知られている。そのため血流による血管壁への力学的な作用が血管病の発症・進展になんらかの影響を与えていると考えられている。[2, 3]

そこで血管病の発症・進展メカニズムの解明のためや予防・治療をサポートするために MRI(Magnetic Resonance Imaging) や CT(Computed Tomography) から得られた医療用画像から血管形状を再構築し、実際の血管形状を用いた解析が行われている [4]。

このとき従来の MRI や CT から得られた医療用画像を用いた解析の多くは、

1. 複数枚のスライス画像からボリュームデータを生成
2. 欲しい器官を抽出したボクセルデータを作成
3. ごみを取り除いてスムージング
4. 形状の面データを生成
5. 非構造格子を生成

というプロセスで行われている。

非構造格子を用いることで複雑な血管形状を表現することができるがこのように生成には煩雑なプロセスが必要となり、高度なノウハウ・多くのリソースが必要になる。

一方、2 で生成されるボクセルデータは小さな同じ大きさの直方体の集合で表されるデータなので、直交した構造を持つ。そこで、その性質を生かして、ボクセルデータを直交格子として直接計算格子に利用することが考えられる。そこで医療用画像から作成したボクセルデータを直接計算格子として用いた血流解析システムが開発されている [5]。

しかし, 上記のシステムでは血管の変形は考慮されていない. 血管のような柔らかい管壁をもつ流れ場では, 流体の圧力変化によって管壁が変形し流れ場に影響を与えると考えられる.

そこで本研究では, 開発したボクセルデータを直接計算格子として利用した血流・血管連成解析システム [6] を用いて, 実際の医療用画像をもとにした血管の解析を行った.

1.2 ボクセル

ボクセルとは volume cell の略で, 図 1.1 (左) のような 3 次元の物体を小さな要素の集合で表現するものである.(図 1.1 (右)) 2 次元でのものでは ピクセルといわれる.

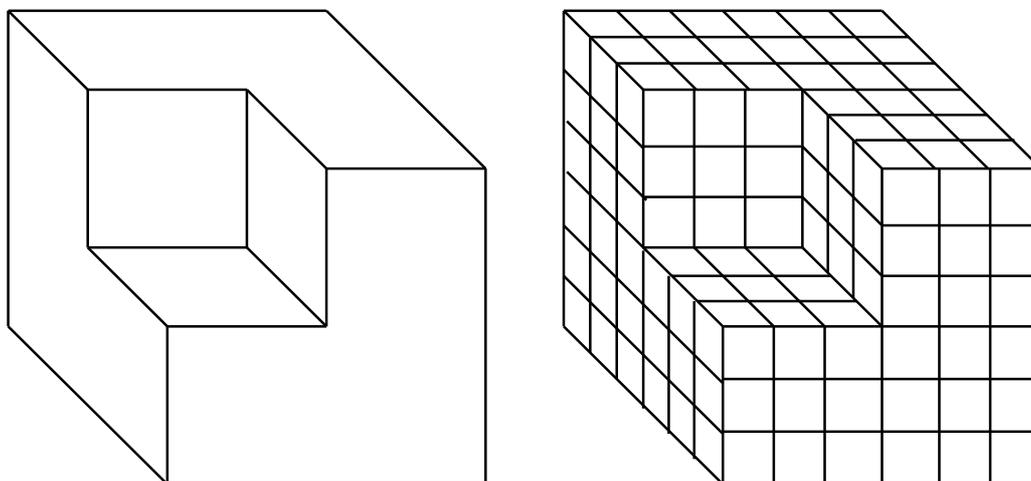


図 1.1: ボクセル

本研究では, 血管など解析を行いたい器官を直方体の集合で構成し, それを計算格子として用いることで解析をおこなう.

第2章 計算手法

2.1 全体の流れ

図 2.1 に連成解析システムの流れを示す。流体と構造の連成解析を行う手法として、流体と構造の支配方程式を厳密に同時に満たすように解く強連成と、流体解析と構造解析を相互に必要な情報をやり取りしながら別々に解く弱連成がある。強連成は弱連成に比べ、精度・安定性はすぐれているが、計算コストが大きいくい。また、実装するにも大きなコストがかかる。その点、弱連成は流体解析部・構造解析部を別々に作ることができるため、強連成に比べ実装・拡張が容易である。そこで本研究では弱連成を採用して解析を行った。

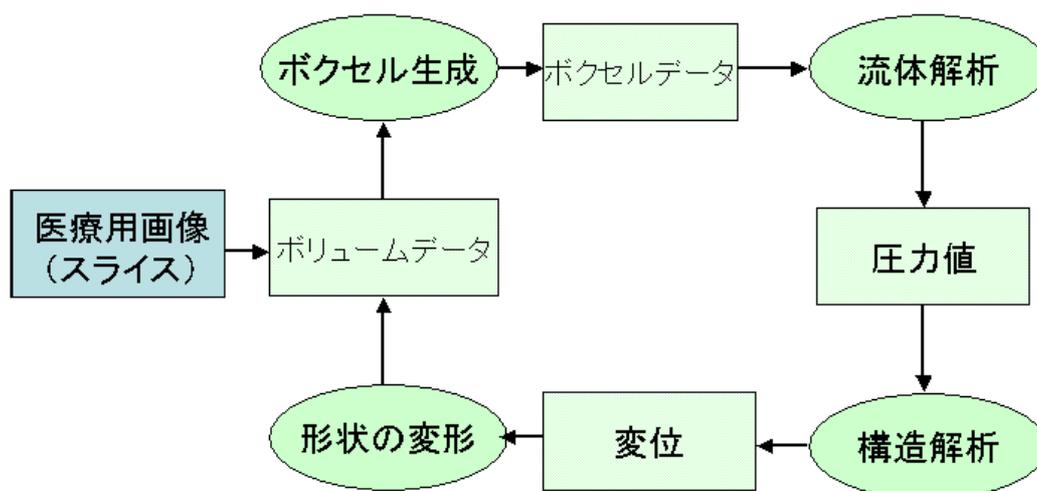


図 2.1: 連成解析の流れ

このシステムでは最初に複数枚の医療用画像からボクセルデータを生成する。そして、生成されたボクセルデータを直交格子としてそのまま計算に利用し、流体解析を行う。流体解析により求められた圧力値より壁面への荷重条件を求め、それを境界条件として構造解析を行い壁面の変位を求める。構造解析によって求められた壁の変位を元にボクセルデータを更新する。更新されたボクセルデータを計算格子として用いて、次のステップの流体解析を行うというプロセスで連成解析を行う。

2.2 ボクセル生成

ボクセル生成のセクションでは, 計算格子として利用するボクセルデータを生成する.

まず, CT などから得られるスライス画像を z 方向に積み重ねることで, 各生体組織に対応する輝度値を各セルに持ち, x, y 方向にはスライス画像のピクセル数, z 方向には画像の枚数分のセル数を持つ 3 次元ボリュームデータを生成する. (図 2.2)

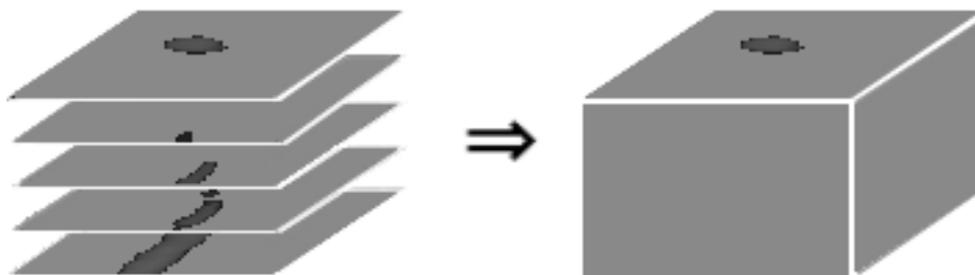


図 2.2: ボリュームデータの作成

このボリュームデータから血液に相当する輝度値を持つセルを流体セル, それ以外の輝度値を持つセルを非流体セルとして定義することにより, 3 次元のボクセルデータを得ることができる.(図 2.3)

ここで得られたボクセルデータを計算格子として利用した.

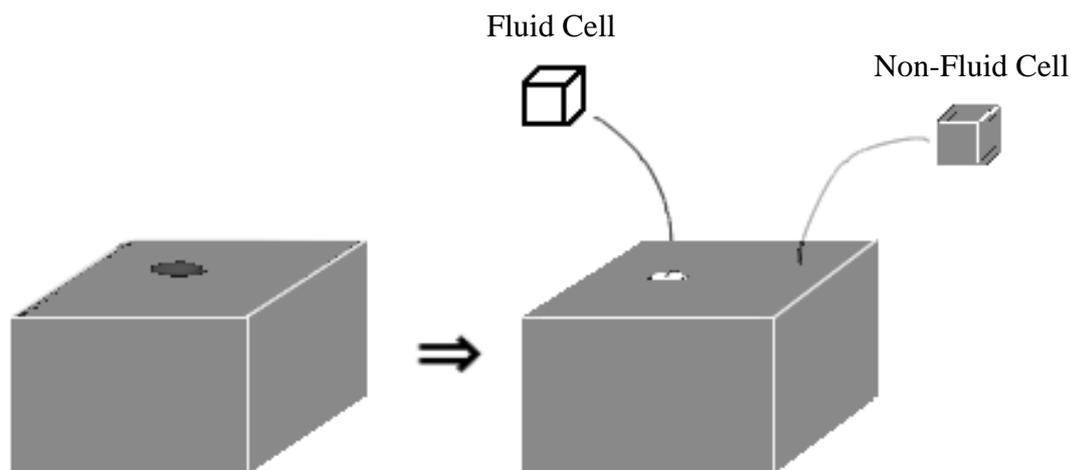


図 2.3: ボクセルデータの作成

2.3 流体解析

流体解析のセクションでは, ボクセル生成のセクションで得られたボクセルデータを計算格子として利用して流体解析を行う.

流体解析には以下の3次元非圧縮性粘性流体のナビエ・ストークス方程式(2.1), 連続の式(2.2)を支配方程式としたHSMAC法(Highly Simplified Marker and Cell method)を用いて解析を行った.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.2)$$

\mathbf{u} : 速度

p : 圧力

Re : Reynolds 数

図 2.4 のように ボクセルデータ から流体セルを 1 と 非流体セルを 0 で表す Mask を作成し, 1 の部分だけを流体解析の対象とすることによって流体セルの解析を行った.

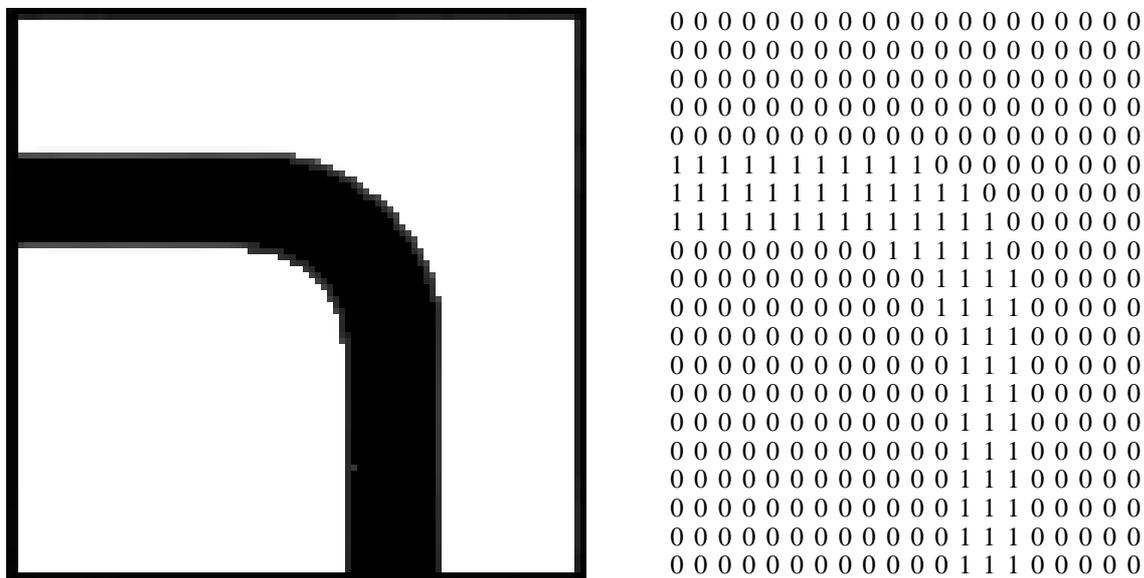


図 2.4: Mask の作成

2.3.1 スタガード格子

式 (2.1,2.2) を HSMAC 法を用いて解析を行うときに, 計算格子として圧力をセル中心, 速度をセルの端面で定義する図 2.5 のようなスタガード格子 (staggered grid) を用いた. スタガード格子を用いることで連続の式を 1cell で表現することができる. また, 速度の定義点を圧力の定義点ではさむような配置になることから運動方程式が自然に定義できる.

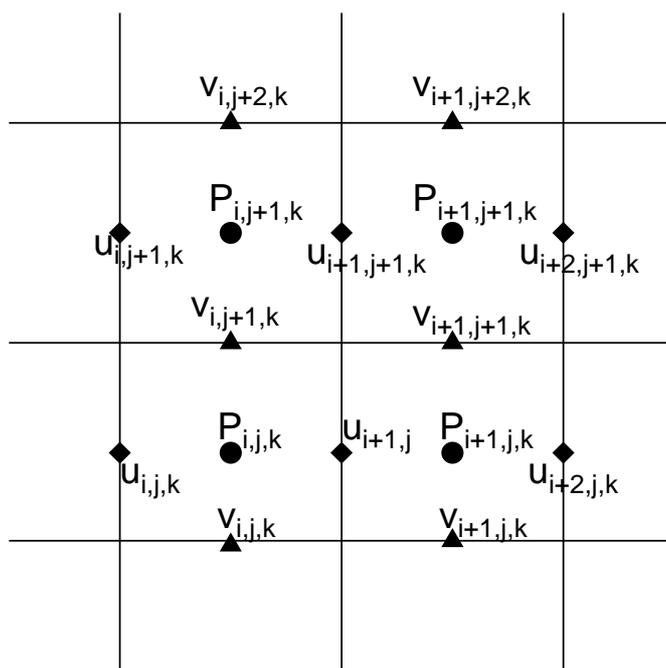


図 2.5: 2次元のスタガード格子

2.3.2 HSMAC 法

ナビエ・ストークス方程式 (2.1) の時間項を差分化した以下の式 (2.3) を用いて \mathbf{u}^{n+1} を求めることを考える.

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^n + \Delta t \left\{ -\mathbf{u}^n (\nabla \cdot \mathbf{u}^n) + \nabla p^{n+1} + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}^n \right\} \quad (2.3)$$

HSMAC 法では, 上記の式 (2.3) を解くためにナビエ・ストークス方程式 (2.1) を前進オイラー法で離散化した式 (2.4) を用いて速度予測子を求める.

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u}^n + \Delta t \left\{ -\mathbf{u}^n (\nabla \cdot \mathbf{u}^n) + \nabla p^n + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}^n \right\} \quad (2.4)$$

速度予測子の計算を行う式を定義したことで、次のステップでの速度 \mathbf{u}^{n+1} は次の式 (2.5) で表すことができる。

$$\begin{aligned}\mathbf{u}^{n+1} &= \tilde{\mathbf{u}} + \Delta t \left\{ -\mathbf{u}^n (\nabla \cdot \mathbf{u}^n) + \nabla p^{n+1} + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}^n \right\} \\ &\quad - \Delta t \left\{ -\mathbf{u}^n (\nabla \cdot \mathbf{u}^n) + \nabla p^n + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u}^n \right\} \\ &= \tilde{\mathbf{u}} + \nabla (p^n - p^{n+1})\end{aligned}\tag{2.5}$$

ここで、圧力修正量 δp を以下のように定義する。

$$\delta p = p^{n+1} - p^n\tag{2.6}$$

すると、式 (2.5) は次の式で表すことができる。

$$\mathbf{u}^{n+1} = \tilde{\mathbf{u}} - \Delta t \nabla (\delta p)\tag{2.7}$$

この式を用いて、次のステップでの速度場の計算を行う。

次に圧力修正量の計算を行うためことを考える。まず、式 (2.7) の両辺の発散をとる。

$$\nabla \mathbf{u}^{n+1} = \nabla \tilde{\mathbf{u}} - \Delta t \nabla \nabla (\delta p)$$

ここで次のステップで連続の式が満たされるようにするために、 $\nabla \mathbf{u}^{n+1} = 0$ とする。

$$\begin{aligned}0 &= \nabla \tilde{\mathbf{u}} - \Delta t \nabla^2 (\delta p) \\ \nabla^2 (\delta p) &= \frac{\nabla \tilde{\mathbf{u}}}{\Delta t}\end{aligned}\tag{2.8}$$

式 (2.8) の左辺を 2 次精度の中心差分により差分化する。

$$\begin{aligned}&\frac{\delta p_{i-1,j,k} - 2\delta p_{i,j,k} + \delta p_{i+1,j,k}}{\Delta x^2} \\ &+ \frac{\delta p_{i,j-1,k} - 2\delta p_{i,j,k} + \delta p_{i,j+1,k}}{\Delta y^2} \\ &+ \frac{\delta p_{i,j,k-1} - 2\delta p_{i,j,k} + \delta p_{i,j,k+1}}{\Delta z^2} \\ &= \frac{\nabla \tilde{\mathbf{u}}}{\Delta t}\end{aligned}$$

ここで, 優対角化近似を行うことで HSMAC 法で用いる圧力の修正量 δp を求める式を導出する.

$$\begin{aligned} -2\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}\right)\delta p_{i,j,k} &= \frac{\nabla \tilde{u}}{\Delta t} \\ \delta p_{i,j,k} &= -\frac{\nabla \tilde{u}}{-2\Delta t\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}\right)} \end{aligned} \quad (2.9)$$

HSMAC 法での計算は以下のようなプロセスで行う.

1. 式 (2.4) より速度予測子を求める.
2. 式 (2.9) より圧力の修正量 δp を求める.
3. 2 で求められた δp から, 式 (2.5, 2.6) を用いて速度, 圧力を求める.
4. ∇u が十分に収束条件を満たすまで 2,3 を繰り返す.
5. 時間ステップを進め, 1 に戻る.

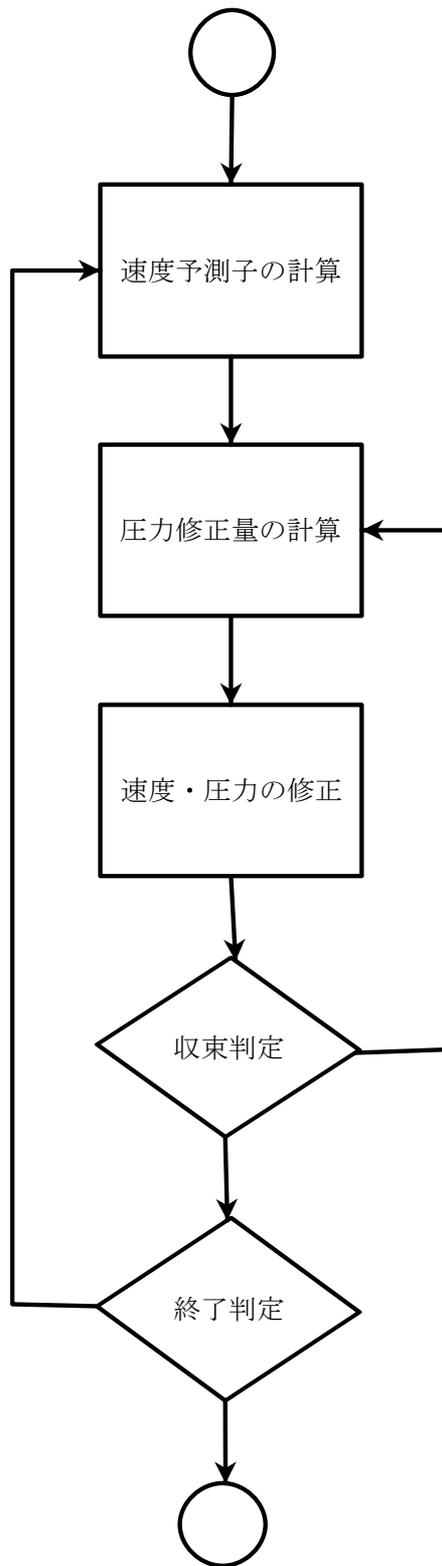


図 2.6: HSMAC 法の流れ

2.3.3 速度予測子の計算

速度予測子の計算を行うために式 (2.1) を移流項と非移流項に分け, 移流項の計算により中間的な速度・速度勾配を求め, 次に非移流項の計算を行い速度予測子を計算するという2段階の計算を行った.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} \quad (2.11)$$

移流項 (2.10) には CIP (Cubic Interpolated Pseudo-particle) 法, 非移流項 (2.11) の各微分項の計算には2次精度中心差分を用いた.

移流項の計算

移流項に CIP(Cubic Interpolated Pseudo-particle) 法を適用する. CIP 法とは, 各格子点上において, 値以外にもその値の勾配を保持し, その情報を用いて格子間を3次関数で補間する方法である.

図 2.7 は計算空間を離散化した1セルである.

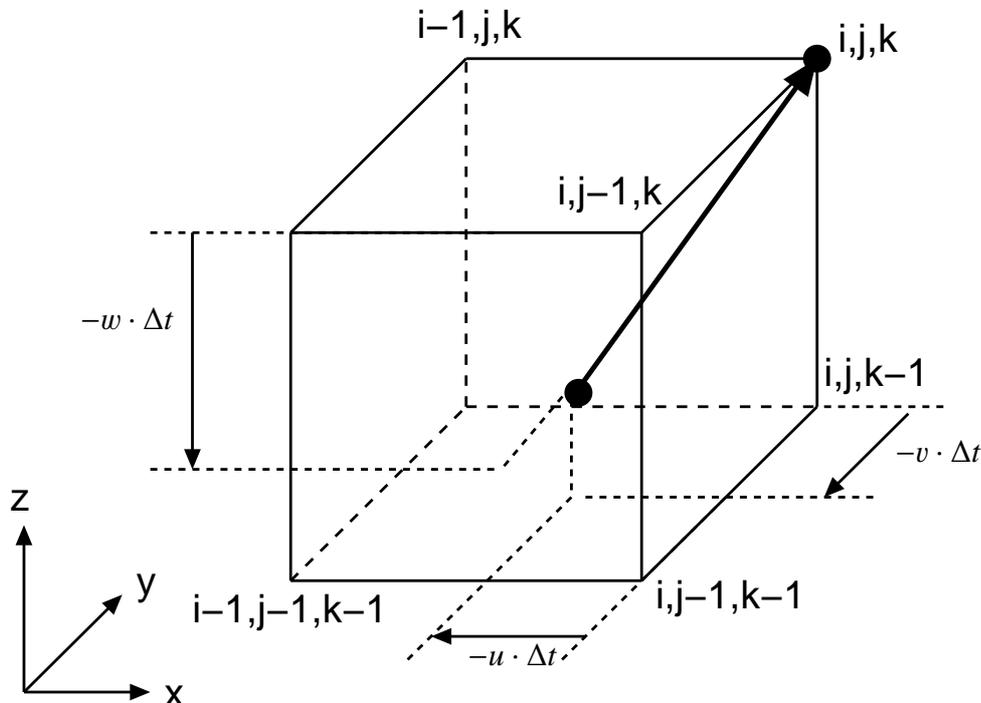


図 2.7: CIP の概要

格子点 (i,j,k) , $(i-1,j,k)$, $(i,j-1,k)$, $(i,j,k-1)$, $(i-1,j-1,k)$, $(i-1,j,k-1)$, $(i,j-1,k-1)$, $(i-1,j-1,k-1)$ の 8 点はそれぞれの点が値とその値の各方向への勾配を保持している。これらの格子点の間を以下のような 3 次関数で補間する。

$$\begin{aligned}
F_{(X,Y,Z)} = & A_1 X^3 + A_2 Y^3 + A_3 Z^3 \\
& + A_4 X^2 Y + A_5 X^2 Z + A_6 X Y^2 + A_7 Y^2 Z + A_8 X Z^2 + A_9 Y Z^2 + A_{10} X Y Z \\
& + A_{11}^2 + A_{12} Y^2 + A_{13} Z^2 + A_{14} X Y + A_{15} Y Z + A_{16} X Z + A_{17} X + A_{18} Y + A_{19} Z + A_{20}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

ここで, X, Y, Z はそれぞれ $-u * dt, -v * dt, -w * dt$ である。さらに, この式を空間の各方向で微分する。

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{(X,Y,Z)} = & 3A_1 X^2 + 2A_4 X Y A_5 Y Z + A_6 Y^2 + A_8 Z^2 + A_{10} Y Z \\
& + 2A_{11} X + A_{14} Y + A_{16} Z + A_{17}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{(X,Y,Z)} = & 3A_2 Y^2 + A_4 X^2 + 2A_6 X Y + A_7 Y Z + A_9 Z^2 + A_{10} X Z \\
& + 2A_{12} Y + A_{14} X + A_{15} Z + A_{18}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial F}{\partial z} \right|_{(X,Y,Z)} = & 3A_3 Z^2 + A_5 X^2 + A_7 Y^2 + 2A_8 X Z + A_9 Y Z + A_{10} X Y \\
& + 2A_{13} Z + A_{15} Y + A_{16} X + A_{19}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

これらの補間式 (2.12-2.15) を用いて $f_{(x-u_i, j, k, \Delta t)}^n$ を求めこの値を中間値 f_x^* とする。ここで, 未知数 $A_1 \sim A_{20}$ は格子点 (i,j,k) , $(i-1,j,k)$, $(i,j-1,k)$, $(i,j,k-1)$, $(i-1,j-1,k)$, $(i-1,j,k-1)$, $(i,j-1,k-1)$, $(i-1,j-1,k-1)$ の 8 点で保持されている値とその値の勾配を用いて計算を行う。

ここで移流方程式 (2.16) をそれを空間の各方向で微分すると以下の式 (2.17-2.19) となる。 f_x, f_y, f_z はそれぞれ $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$ である。ここから勾配も値とともに移流することがわかるため上記の補間式 (2.13-2.15) を用いて求めることができる。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial f_x}{\partial t} + u \frac{\partial f_x}{\partial x} + v \frac{\partial f_x}{\partial y} + w \frac{\partial f_x}{\partial z} = - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial z} \right) \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial f_y}{\partial t} + u \frac{\partial f_y}{\partial x} + v \frac{\partial f_y}{\partial y} + w \frac{\partial f_y}{\partial z} = - \left(\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial z} \right) \tag{2.18}$$

$$\frac{\partial f_z}{\partial t} + u \frac{\partial f_z}{\partial x} + v \frac{\partial f_z}{\partial y} + w \frac{\partial f_z}{\partial z} = - \left(\frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial z} \right) \tag{2.19}$$

この, 計算を各速度に行うことによって中間的な速度 u^*, v^*, w^* , 勾配 $u_x^*, u_y^*, u_z^*, v_x^*, v_y^*, v_z^*, w_x^*, w_y^*, w_z^*$ を求める。

非移流項の計算

続いて移流項で求められた値を用いて、非移流項 (2.11) の計算を行う。

非移流項の時間項を前進オイラー法で離散化し、以下のような式にする。

$$u_{i,j,k}^{n+1} = u_{i,j,k}^* + \Delta t \left\{ -\frac{\partial p_{i,j,k}^*}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(+\frac{\partial^2 u_{i,j,k}^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{i,j,k}^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{i,j,k}^*}{\partial z^2} \right) \right\} \quad (2.20)$$

$$v_{i,j,k}^{n+1} = v_{i,j,k}^* + \Delta t \left\{ -\frac{\partial p_{i,j,k}^*}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(+\frac{\partial^2 v_{i,j,k}^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{i,j,k}^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{i,j,k}^*}{\partial z^2} \right) \right\} \quad (2.21)$$

$$w_{i,j,k}^{n+1} = w_{i,j,k}^* + \Delta t \left\{ -\frac{\partial p_{i,j,k}^*}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left(+\frac{\partial^2 w_{i,j,k}^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_{i,j,k}^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_{i,j,k}^*}{\partial z^2} \right) \right\} \quad (2.22)$$

この離散式の計算を行うことで各速度 u, v, w の速度予測子を求める。

ここで右辺の圧力項・拡散項はスタガード格子上で以下のようにして離散化する。

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial p_{i,j,k}^*}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(+\frac{\partial^2 u_{i,j,k}^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{i,j,k}^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{i,j,k}^*}{\partial z^2} \right) \\ &= -\frac{p_{i,j,k}^* - p_{i-1,j,k}^*}{\Delta x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{u_{i-1,j,k}^* - 2u_{i,j,k}^* + u_{i+1,j,k}^*}{\Delta x^2} \right. \\ & \quad \left. + \frac{u_{i,j-1,k}^* - 2u_{i,j,k}^* + u_{i,j+1,k}^*}{\Delta y^2} + \frac{u_{i,j,k-1}^* - 2u_{i,j,k}^* + u_{i,j,k+1}^*}{\Delta z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial p_{i,j,k}^*}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(+\frac{\partial^2 v_{i,j,k}^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{i,j,k}^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{i,j,k}^*}{\partial z^2} \right) \\ &= -\frac{p_{i,j,k}^* - p_{i,j-1,k}^*}{\Delta y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{v_{i-1,j,k}^* - 2v_{i,j,k}^* + v_{i+1,j,k}^*}{\Delta x^2} \right. \\ & \quad \left. + \frac{v_{i,j-1,k}^* - 2v_{i,j,k}^* + v_{i,j+1,k}^*}{\Delta y^2} + \frac{v_{i,j,k-1}^* - 2v_{i,j,k}^* + v_{i,j,k+1}^*}{\Delta z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial p_{i,j,k}^*}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left(+\frac{\partial^2 w_{i,j,k}^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_{i,j,k}^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_{i,j,k}^*}{\partial z^2} \right) \\ &= -\frac{p_{i,j,k}^* - p_{i,j,k-1}^*}{\Delta z} + \frac{1}{Re} \left(\frac{w_{i-1,j,k}^* - 2w_{i,j,k}^* + w_{i+1,j,k}^*}{\Delta x^2} \right. \\ & \quad \left. + \frac{w_{i,j-1,k}^* - 2w_{i,j,k}^* + w_{i,j+1,k}^*}{\Delta y^2} + \frac{w_{i,j,k-1}^* - 2w_{i,j,k}^* + w_{i,j,k+1}^*}{\Delta z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

次に速度の勾配の計算を行う。式 (2.20) の $-\frac{\partial p_{i,j,k}^*}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u_{i,j,k}^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{i,j,k}^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{i,j,k}^*}{\partial z^2} \right)$ を $Ru_{i,j,k}$ とおいて、式 (2.20) を x で微分すると以下ようになる。

$$\frac{\partial u_{i,j,k}^{n+1}}{\partial x} = \frac{\partial u_{i,j,k}^*}{\partial x} + \Delta t \frac{\partial Ru_{i,j,k}^*}{\partial x} \quad (2.26)$$

これらの式の $\frac{\partial Ru_{i,j,k}^*}{\partial x}$ の部分を 2 次精度中心差分で離散化すると以下ようになる。

$$u_{x,i,j,k}^{n+1} = u_{x,i,j,k}^* + \Delta t \frac{Ru_{i+1,j,k}^* - Ru_{i-1,j,k}^*}{2\Delta x} \quad (2.27)$$

ここで、この式の $Ru_{i+1,j,k}^*, Ru_{i-1,j,k}^*$ は式 (2.20) より以下のような式になる。

$$Ru_{i+1,j,k}^* = \frac{u_{i+1,j,k}^{n+1} - u_{i+1,j,k}^*}{\Delta t}$$

$$Ru_{i-1,j,k}^* = \frac{u_{i-1,j,k}^{n+1} - u_{i-1,j,k}^*}{\Delta t}$$

よって、 $u_{x,i,j,k}^{n+1}$ は以下の式で求めることができる。

$$u_{x,i,j,k}^{n+1} = u_{x,i,j,k}^* + \frac{1}{2\Delta x} \left(u_{i+1,j,k}^{n+1} - u_{i+1,j,k}^* - u_{i-1,j,k}^{n+1} + u_{i-1,j,k}^* \right)$$

他の速度成分の勾配も同じように計算を行う。

2.3.4 修正計算

修正計算を行うにあたり、式 (2.9) を以下のように離散化する。

$$\delta p_{i,j,k}^k = -\frac{D_{i,j,k}^k}{2\Delta t \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)}$$

$$D_{i,j,k}^k = \frac{u_{i+1,j,k}^k - u_{i,j,k}^k}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1,k}^k - v_{i,j,k}^k}{\Delta y} + \frac{w_{i,j,k+1}^k - w_{i,j,k}^k}{\Delta w}$$

ここで求められた $\delta p_{i,j,k}^k$ を用いて以下の式を用いて圧力・速度を修正する。

$$p_{i,j,k}^{k+1} = p_{i,j,k}^k + \delta p_{i,j,k}^k \quad (2.28)$$

$$u_{i,j,k}^{k+1} = u_{i,j,k}^k - \Delta t \frac{\partial \delta p_{i,j,k}^k}{\partial x} \quad (2.29)$$

$$v_{i,j,k}^{k+1} = v_{i,j,k}^k - \Delta t \frac{\partial \delta p_{i,j,k}^k}{\partial y} \quad (2.30)$$

$$w_{i,j,k}^{k+1} = w_{i,j,k}^k - \Delta t \frac{\partial \delta p_{i,j,k}^k}{\partial z} \quad (2.31)$$

速度勾配の修正は上記の式 (2.29-2.31) を空間の各方向で微分した式を用いた。

2.3.5 計算空間端の境界条件

境界条件は ボクセルデータの端面に流入・流出を指定し, それぞれの指定した面に接する流体セルにそれぞれの境界条件を適用する. (図 2.8)

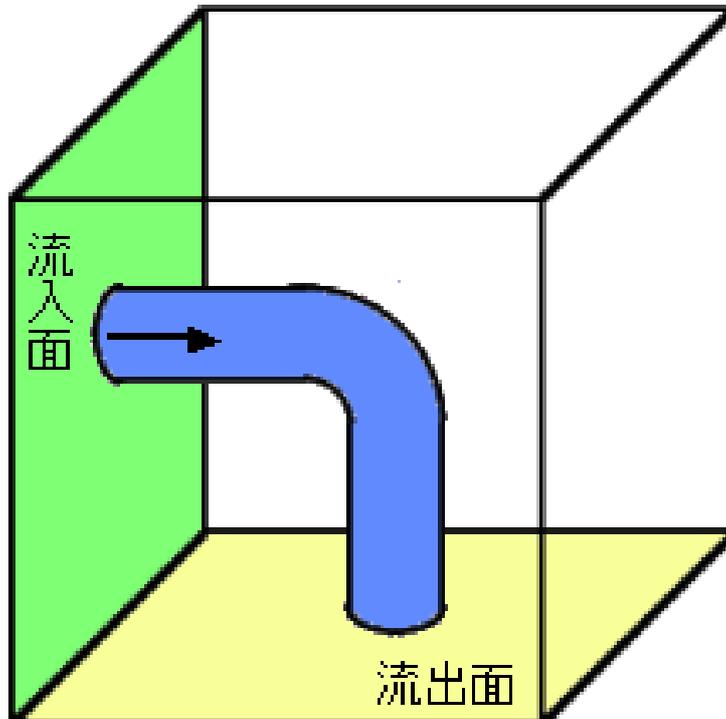


図 2.8: 計算空間端の境界条件

流入境界条件

流入境界条件として, 時間によって平均流入速度が以下の式 (2.32) によって変化するポアズイユ流を設定した.

$$u_m = u_{amp} \cdot \sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right) + u_{mi} \quad (2.32)$$

ここで, u_m は平均流入速度, u_{amp} は平均流入速度の触れ幅の $\frac{1}{2}$, t は時間, T は 1 周期の時間, u_{mi} は初期平均流入速度を表す.

2.3.6 壁面の境界条件

固定壁面の境界条件

固定壁面での境界条件は non-slip 境界条件とした。この境界条件では壁面上で速度が 0 となるように壁面上で定義されている $v_{i,j,k}$ は式 (2.34) のように 0 とする。スタガード格子では壁面上で定義されない u などは、壁面上での速度が 0 が成り立つように非流体セルの中で式 (2.33) のような仮想的な速度を定義した。

また、圧力も壁面上で勾配が 0 となるように非流体セルの中に仮想的な圧力を設定した。

$$u_{i,j,k} = -u_{i,j-1,k} \quad (2.33)$$

$$v_{i,j,k} = 0 \quad (2.34)$$

$$v_{i,j+1,k} = v_{i,j-1,k} \quad (2.35)$$

$$p_{i,j,k} = p_{i,j-1,k} \quad (2.36)$$

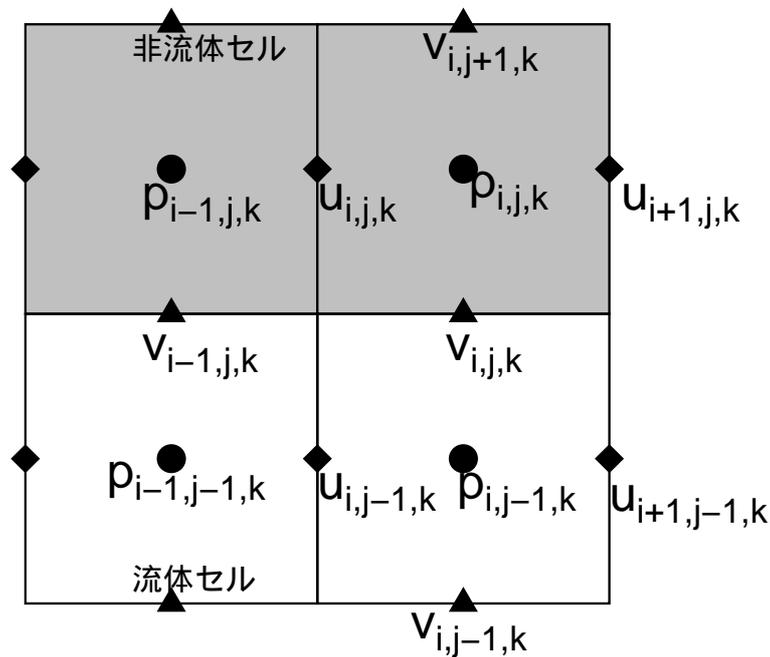


図 2.9: 壁面境界条件

CIP 法を用いて計算を行う場合は速度勾配にも境界条件が必要となる。ここでは以下の式のように壁の中では 0 となるように設定した.[7][8]

$$\frac{\partial}{\partial x} v_{i,j+1,k} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial y} v_{i,j+1,k} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z} v_{i,j+1,k} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} u_{i+1,j,k} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_{i+1,j,k} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z} u_{i+1,j,k} = 0$$

移動する壁面の境界条件

壁が 1 step (Δt) 進むときに, 図 2.10 の左から右のように移動したときとする. これは, $n - 1$ step から n step の間に Δy 移動しているのだから, 時間の刻み幅を Δt とすると壁は $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ の速度で移動したと考えられる.

そこで, 壁が前ステップから k cell 分動いたときの速度を境界条件として式 (2.37) のように与えた.

$$v_{i,j,k}^n = k \frac{\Delta y}{\Delta t} \quad (2.37)$$

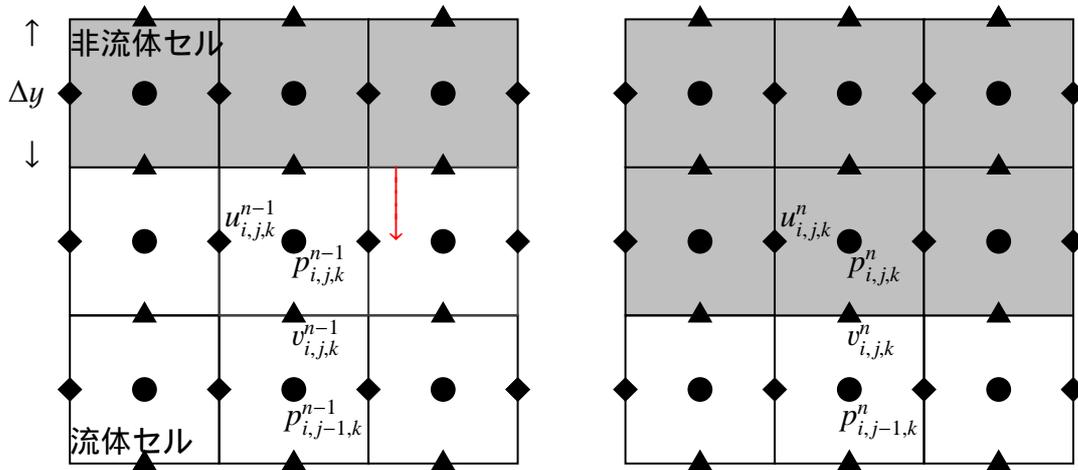


図 2.10: 壁の移動

他の壁面で定義されない速度や圧力は, 固定壁面での条件と同じように以下の式 (2.38,2.39) で与えた.

$$u_{i,j,k} = -u_{i,j-1,k} \quad (2.38)$$

$$p_{i,j,k} = p_{i,j-1,k} \quad (2.39)$$

角の部分での境界条件

角となる部分では, 固定壁面の境界条件での式 (2.33) や移動する壁面の境界条件での式 (2.38) のように

$$u_{i,j,k} = -u_{i,j-1,k}$$

というように与えると $u_{i,j,k}$ のような流体セルと接している部分では不具合が生じる. そこで, 移動する壁面の境界条件で求められる速度を $U_{i,j,k}, V_{i,j,k}$ としたとき, 以下の式のように境界条件を与えた.

$$u_{i,j,k} = U_{i,j,k}$$

$$v_{i,j,k} = V_{i,j,k}$$

また, 圧力は周りの流体セルの圧力を平均したものとした.

$$p_{i,j,k} = \frac{p_{i-1,j,k} + p_{i,j-1,k}}{2}$$

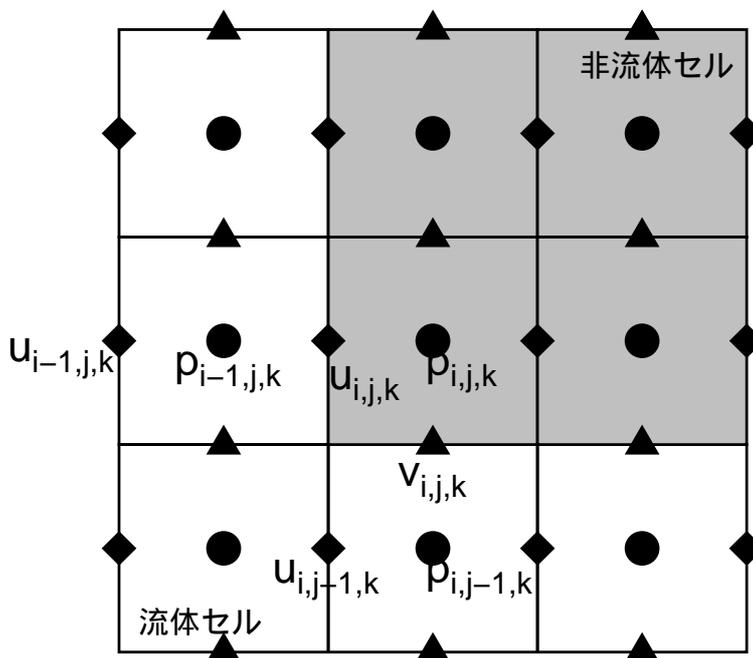


図 2.11: 角での境界条件

2.3.7 システムとのインターフェース

構造計算との連携を行うために必要なファイル出力を行う。

流体解析部では, 1 time step の計算を行うたびに各速度, 圧力を 10^6 して, 整数型に変換してものをバイナリ形式で uvw_step.bin, pres_step.bin というファイルに出力している。その, ファイルを出力した後, sleep モードに入り各処理が終了するのを待つ。

構造解析などの処理が終わったとき, 図 2.4 (右) のように定義されたデータを読み込み解析領域の変更を行って再び流体解析を行う。

2.4 構造解析

流体解析で得られた流体セルの圧力を外力として構造解析を行う。

構造計算は要素剛性マトリックスの足し合わせから得られる全体剛性マトリックスを用いた以下の式 (2.40) を基礎方程式とした静解析の有限要素法を用いて解析を行った. K は全体剛性行列, u は変位, F は荷重である.

$$Ku = F \quad (2.40)$$

F の荷重は, 流体解析 で得られた流体セルの圧力変化をその流体セルに接する弾性体セルへの垂直加重とする.

$$F = p^n - p^{n-1} \quad (2.41)$$

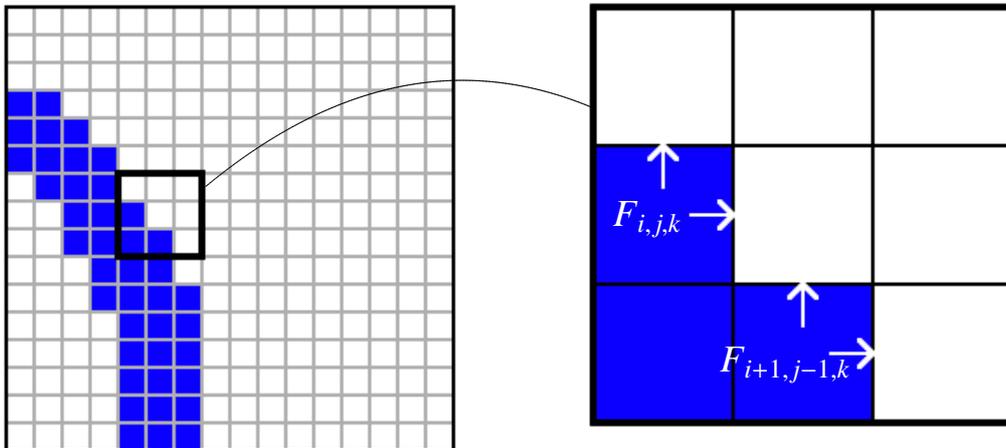


図 2.12: 構造解析の外力

2.4.1 管形状の形成

ボクセル生成で生成した流体セルと非流体セルに分けられたボクセルデータをそのまま用いて構造解析を行うと、直方体に穴を開けたような構造に対する計算となり血管の形状とは大きくかけ離れた形状になってしまう。

そこで流体セルと接している非流体セルから外側に n セル分を弾性体セルとし、それ以外の非流体セルを計算対象外のセルとして構造解析することで流体領域周りに弾性管を形成する。(図 2.13)

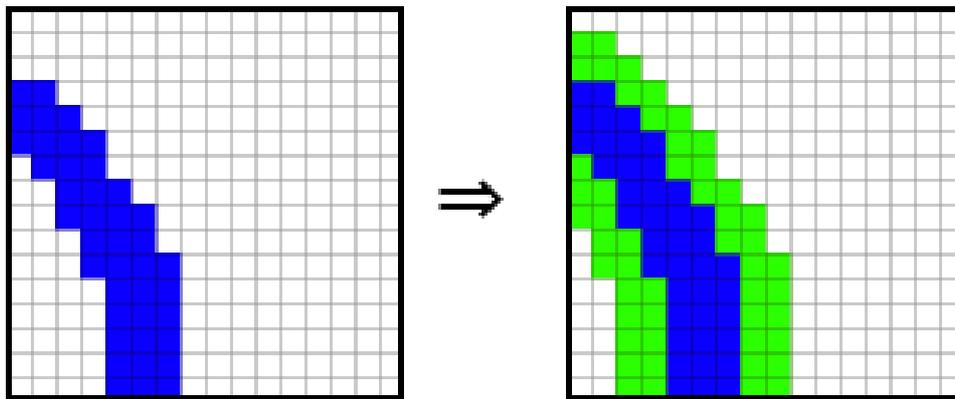


図 2.13: 管形状の作成

2.5 形状の変形

構造解析によって得られた変位から、形状を変形させる。

一般的な方法では格子の接点を移動させることで形状を変形させる。

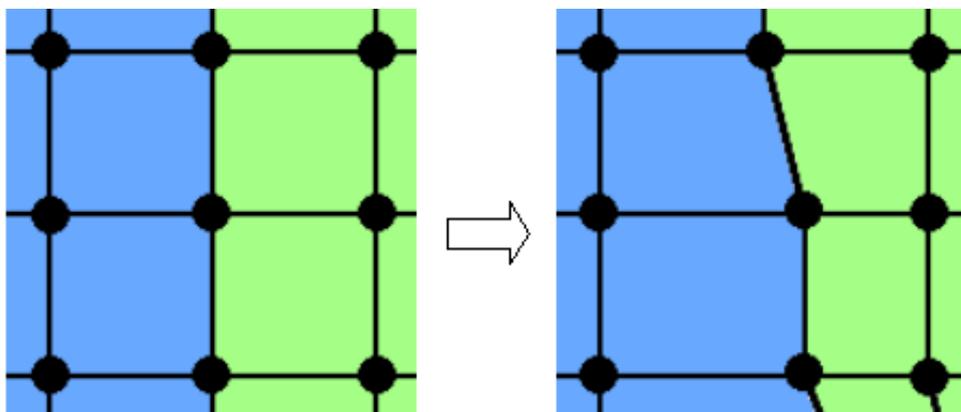


図 2.14: ノードの移動による形状変形

しかし、ボクセル解析では格子を変形させることはできない。そのため、セルが流体セルなのか非流体セルなのかを示すフラグを変えることで形状の変形を行う。形状を変化させるために次の輝度輸送方程式(2.42)を計算し、新しい輝度の分布を求める。

$$\frac{\partial B}{\partial t} + D_x \frac{\partial B}{\partial x} + D_y \frac{\partial B}{\partial y} + D_z \frac{\partial B}{\partial z} = 0 \quad (2.42)$$

B : 輝度

D_x, D_y, D_z : x, y, z 方向変位速度

このとき、時間項をオイラー陽解法、その他の項を風上差分法により離散化した以下の式(2.43)となる。

$$\begin{aligned} B_{i,j,k}^{n+1} = & B_{i,j,k}^n + \frac{1}{2} \left(\Delta t \cdot D_{x(i,j,k)} \frac{B_{i-1,j,k}^n - B_{i+1,j,k}^n}{\Delta x} + |\Delta t \cdot D_{x(i,j,k)}| \frac{B_{i-1,j,k}^n - 2B_{i,j,k}^n + B_{i+1,j,k}^n}{\Delta x} \right. \\ & + \Delta t \cdot D_{y(i,j,k)} \frac{B_{i,j-1,k}^n - B_{i,j+1,k}^n}{\Delta y} + |\Delta t \cdot D_{y(i,j,k)}| \frac{B_{i,j-1,k}^n - 2B_{i,j,k}^n + B_{i,j+1,k}^n}{\Delta y} \\ & \left. + \Delta t \cdot D_{z(i,j,k)} \frac{B_{i,j,k-1}^n - B_{i,j,k+1}^n}{\Delta z} + |\Delta t \cdot D_{z(i,j,k)}| \frac{B_{i,j,k-1}^n - 2B_{i,j,k}^n + B_{i,j,k+1}^n}{\Delta z} \right) \quad (2.43) \end{aligned}$$

このとき、 $D_{(i,j,k)}$ は変位速度であるから $\Delta t \cdot D_{(i,j,k)}$ は変位量である。よって、構造解析部で求められた各点での変位を式(2.43)の $\Delta t \cdot D_{(i,j,k)}$ に代入して計算を行うことで形状変形後の輝度分布を得る。

輝度輸送方程式の計算を行うに当たり, 流体セルは 255 , 非流体セルは 0 の輝度を持つと考える (図 2.15 左) . ここでボクセルデータ上で輝度輸送方程式の計算を行うと図 2.15 (真ん中) のような輝度値の分布を持つボリュームデータが得られる. このようにして得られたボリュームデータから再びボクセル生成を行うことで変形後のボクセルデータを得る. (図 2.15 右)

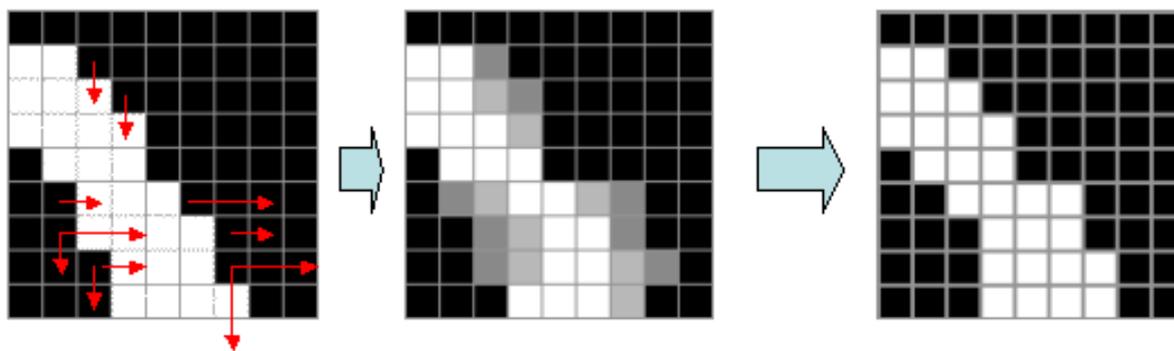


図 2.15: 輝度輸送方程式の計算

このとき, 計算空間全体で輝度値が保存されるように境界条件を設定する.

第3章 計算結果

3.1 L字管の計算

血管を模した形状として, 図 3.1 のような直径 2cm , 湾曲部の曲率半径 3cm の L 字管内の流れの計算を行った.

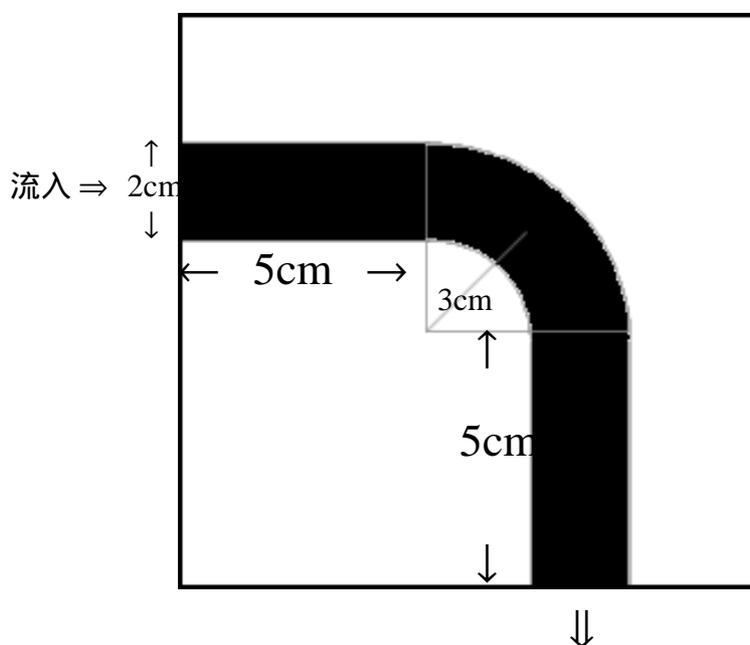


図 3.1: L 字管の概観

3.1.1 解析条件

流体解析の境界条件として, 平均 Reynolds 数が 500 となる最大平均流入速度が 2, 最小平均流入速度が 0 の \sin 関数で表される周期 1.0 秒の Poiseuille 拍動流を与えた.

弾性管の壁は約セル 5 個分の厚さで, ヤング率 1.0MPa とした. 流体の流入に当たる部分の付近では 5 セル分, 流出付近では 5 セル分を面に平行な方向に動かないように拘束している.

流体計算のパラメータとしてクーラン数を 0.1, 収束計算の過緩和係数を 1.4 とした.

計算は最初に平均流入速度 1.0 で連成を行わずに流体解析だけを行い、定常になったところで拍動と連成を開始した。

3.1.2 解析結果

流れの様子を図 3.3 に示した。それぞれの図は 1 周期の中で、A は時間 $t=0.25$ 付近の平均流入速度最大の時、B は $t=0.5$ の時で平均流入速度が落ちてきて 0.5 となる時、C は $t=0.75$ で流入速度 0 の時、D は $t=1$ で平均流入速度が 0.5 の時の結果である。

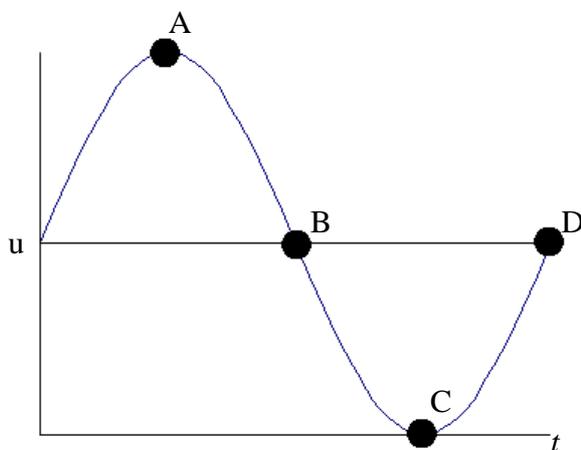


図 3.2: 平均流入速度の周期変化

流れの様子

最大平均流入速度が流入条件として与えられているとき (A) は, 流れが管にそって流れている. しかし, 平均流入速度が落ち始める (B) と湾曲部から流入の方で流れが乱れ始める. そして, 平均流入速度が 0 となったとき (C) では, 湾曲部から流入部付近まで乱れた流れとなる. 平均流入速度 0 から徐々に平均流入速度が上がり始める (D) と, だんだん流れが管にそった流れに戻っていく.

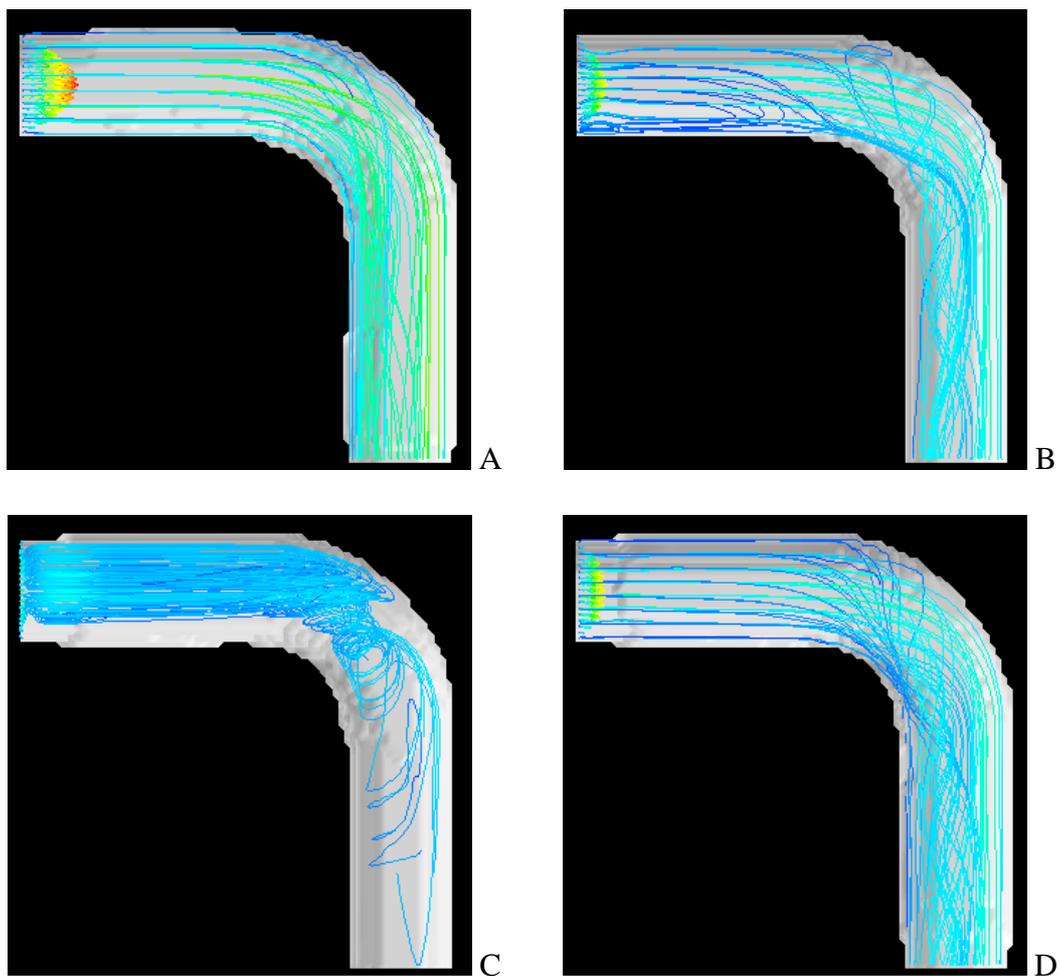


図 3.3: L 字管内の流れ

変形の様子

次に, A・B・C・D の点での変形の様子しめす. 形状の変化がわかりやすいように初期形状を半透明な状態にして重ねて表示した.

まず, 平均流入速度が最大となる A(図 3.4) では主に湾曲部から流出部にかけての外側に流れが当たるために膨らむ. それに対して内側は初期形状に比べて引っ込んだ状態になっているのがわかる.

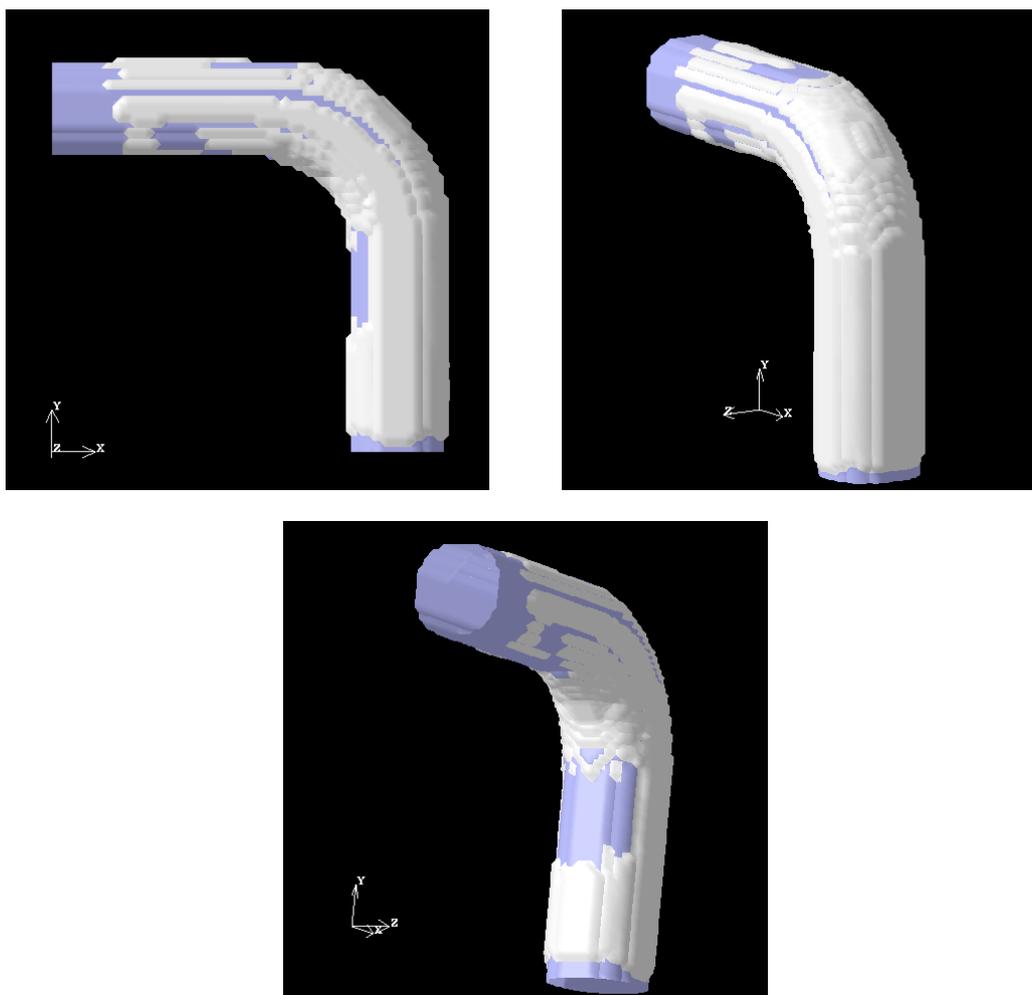


図 3.4: L 字管の変形 (A)

そこから, 平均流入速度が下がり始め B(図 3.5) になると湾曲部の内側と外側が多少広がっている部分が見られる. しかし全体的には, 初期形状に近い形になっている.

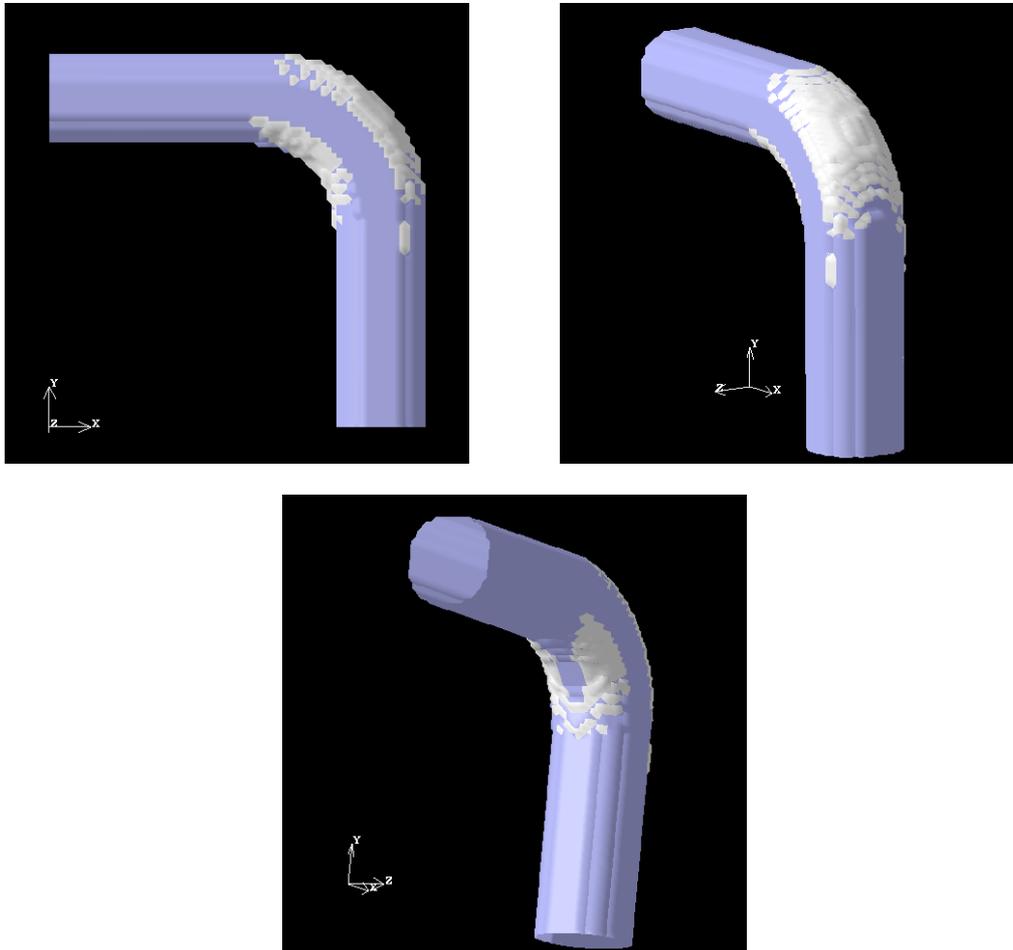


図 3.5: L 字管の変形 (B)

さらに, 平均流入速度が下がっていき, 0 になった (C 図 3.6) ときの図である. このときは湾曲部から流入側が膨らんでいることが見て取れる. ここで流入部付近が初期形状と一致しているのは構造計算において流入部を拘束しているためだと考えられる.

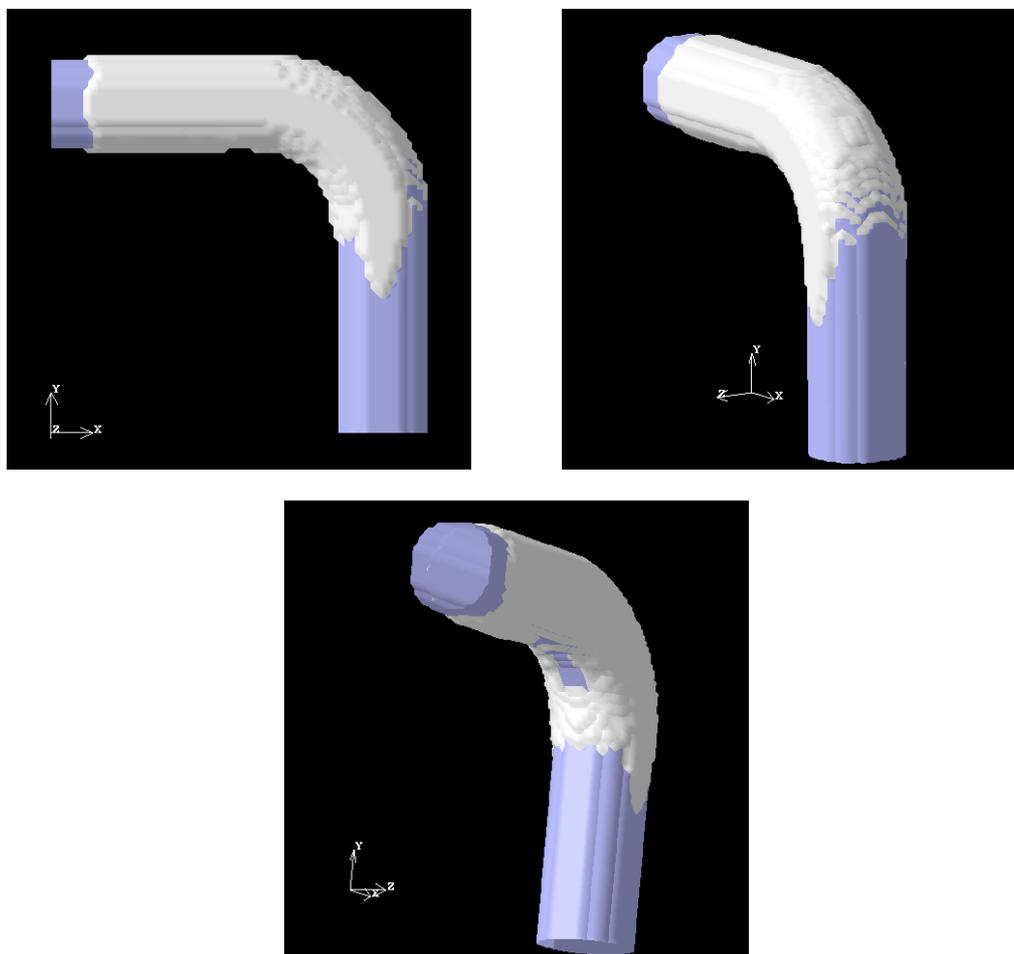


図 3.6: L 字管の変形 (C)

速度が下がった状態からあがり始め D (図 3.7) の状態に達したときである. ここでは, C の状態から今度は流出側まで太くなり, 全体的に膨らんだ状態になる.

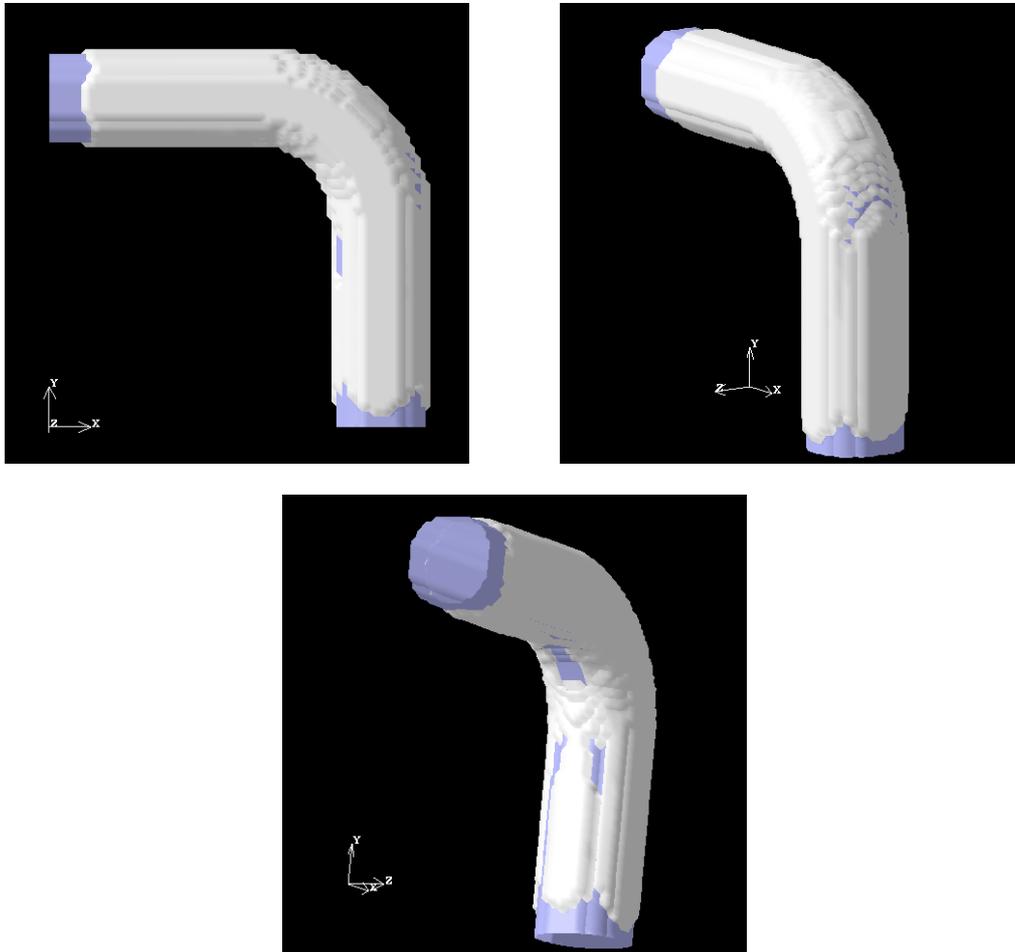


図 3.7: L 字管の変形 (D)

次に流体部の体積を各ステップでプロットしたグラフを示す。縦軸は流体部の体積、横軸は計算時間で約2周期分プロットしている。

流入変化開始時, 0.9 付近, 1.9 付近に上のピークがあり, 0.4 付近, 1.35 付近に下のピークがある。

このグラフから体積変化は流入平均速度の変化に対して半周期ずれているのがわかる。圧力の変化は速度の変化から位相が 90° ずれることが知られておりこれは妥当な結果だと考えられる。

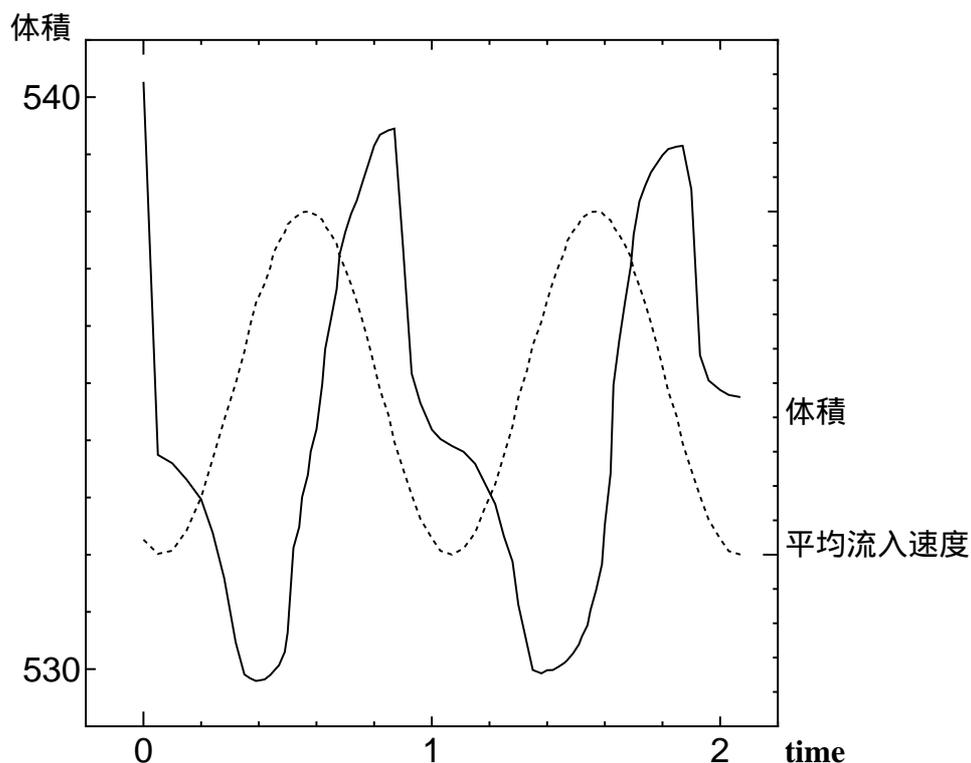


図 3.8: Elbow 内の体積変化

3.1.3 まとめ

流れの様子から, 平均流入速度の変化に合わせて, 速度が遅くなると乱れて早くなるともとのスムーズな流れにもどるといことがわかる。

形状の変化は, 平均流入速度が変わるとまず流入側の形状が変化し, それが流出側に伝わるように変化することが見て取れる。

そして、体積の変化は平均流入速度の変化と位相がずれていることがわかる。これは、圧力の位相は速度の位相と 90° ずれること、管の変形は圧力によって起こることが原因であると考えられる。

3.2 狭窄のある冠動脈

次に実際の医療用画像を用いた結果として流れ場の途中に狭窄がある冠動脈の計算を行った。

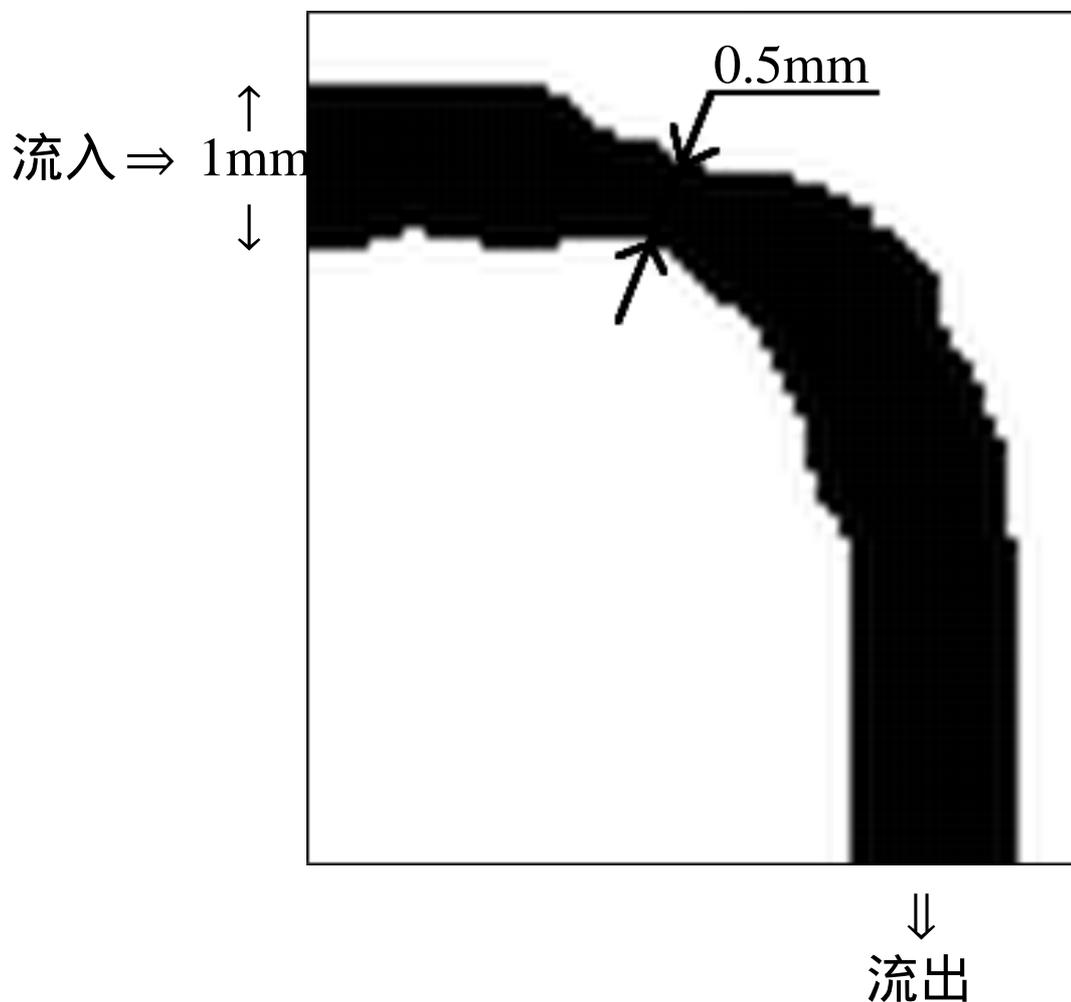


図 3.9: 狭窄のある冠動脈の概観

計算条件として平均 Reynolds 数が 300,500 とした。流入は最大平均流入速度が 1.0mm/s , 最小平均流入速度が 0mm/s となる \sin 関数で表される周期 1.0s の Poiseuille 拍動流を与えた。

構造解析のパラメータは管壁の厚さを約 5 セル分とした。ヤング率は 0.5MPa , 1.0MPa , 1.5MPa を用いた。

計算は最初に平均流入速度で連成を行わずに流体計算を行い、流れが定常になってから拍動と連成を開始した。

3.2.1 解析結果

狭窄部がある冠動脈の解析結果を示す. これから図示する画像は A は $t = 0.0$ で初期流入速度のとき, B は $t = 0.25$ で平均流入速度が最高のとき, C は $t = 0.5$ で平均流入速度が落ち始めて初期流入速度になったとき, D は $t = 0.75$ で平均流入速度が 0 になったとき, E は $t = 1.0$ で A から 1 周期後のときを表す.

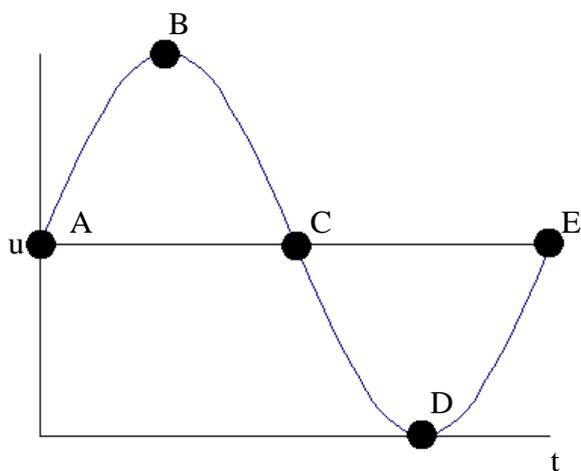


図 3.10: 平均流入速度の周期変化

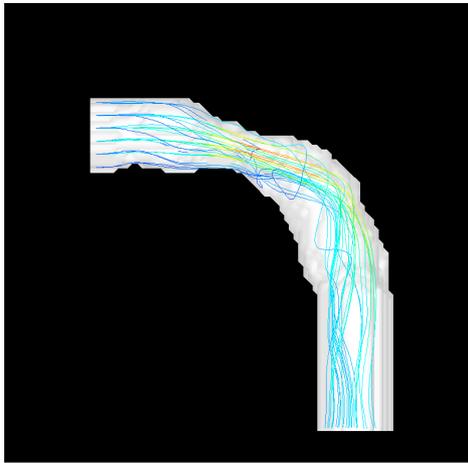
Reynolds 数 300 , ヤング率 $0.5MPa$

図 3.11 にヤング率 $0.5MPa$, 平均 Reynolds 数 300 の時の流れの様子を示す. 初期平均流入速度 (A) から速度が早くなる (B) につれて速度が最高になる場所が狭窄部の近くに移動し, 流れが湾曲部内側に入ってくる形になった.

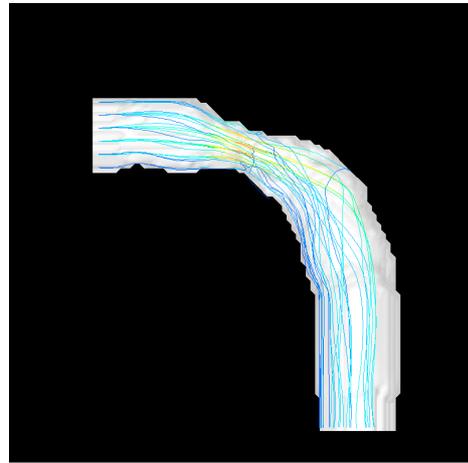
流入速度が最高 (B) になり, そこから速度が落ち始める (C) につれ, 流れが再び湾曲部外側に動いた. それに伴い戻る流れは発生し, 乱れた流れになった.

ここからさらに流入速度が遅くなり 0 になる (D) と湾曲部外側で流れが渦巻くようになって見られた.

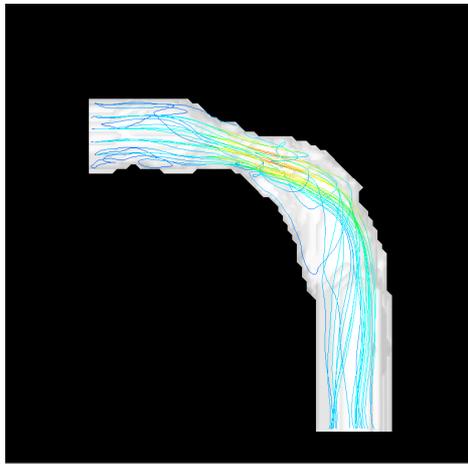
そこから速度が速くなる (E) につれ, 管にそった流れになった, このとき狭窄部と湾曲部の 2 箇所ですばい流れが生じていた.



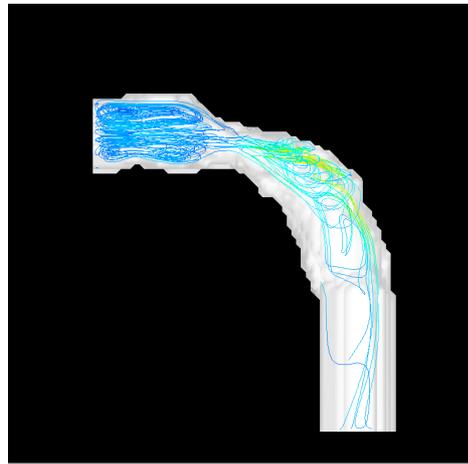
A



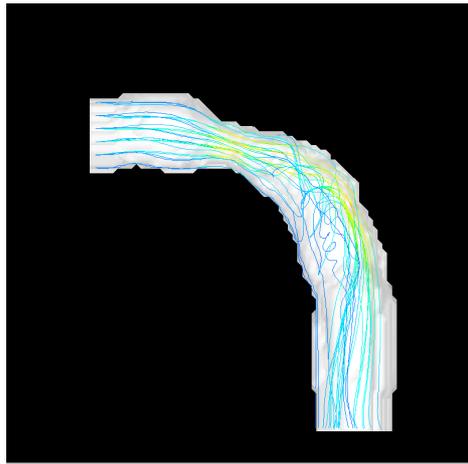
B



C



D



E

図 3.11: 狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 300, E = 0.5MPa$)

次に形状の変形を見るために、初期形状を重ねた画像を示す。まず、A の状態の時は全体的に z 軸方向に膨らんでいる様子が見られる。

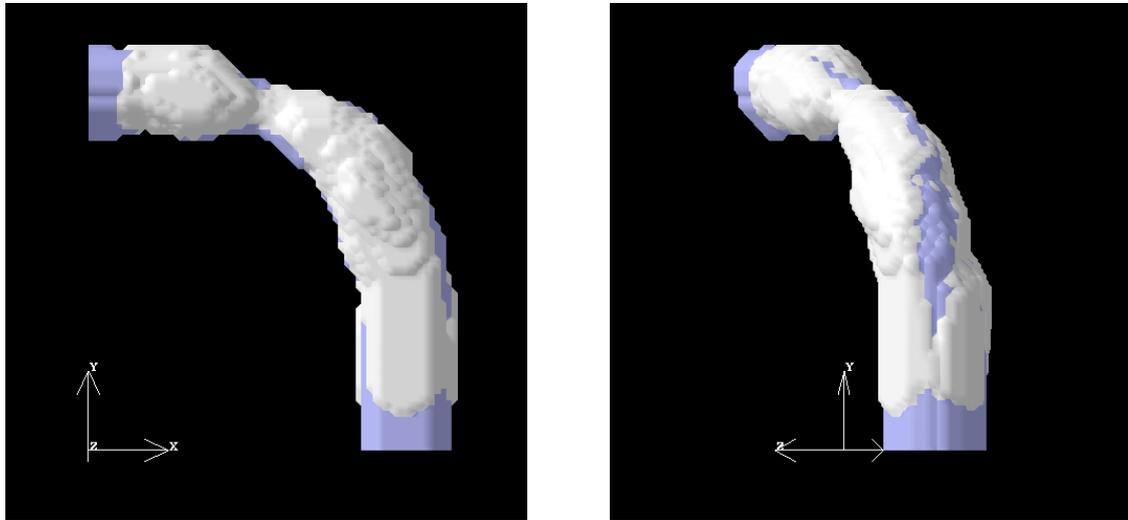


図 3.12: 管の変形 (A)

次に平均流入速度が上がり最大となったとき (B) の図である。流出付近では A の時と比べて変化は見られないが流入付近で主に y 軸方向に細くなる方向に変化していることがわかる。

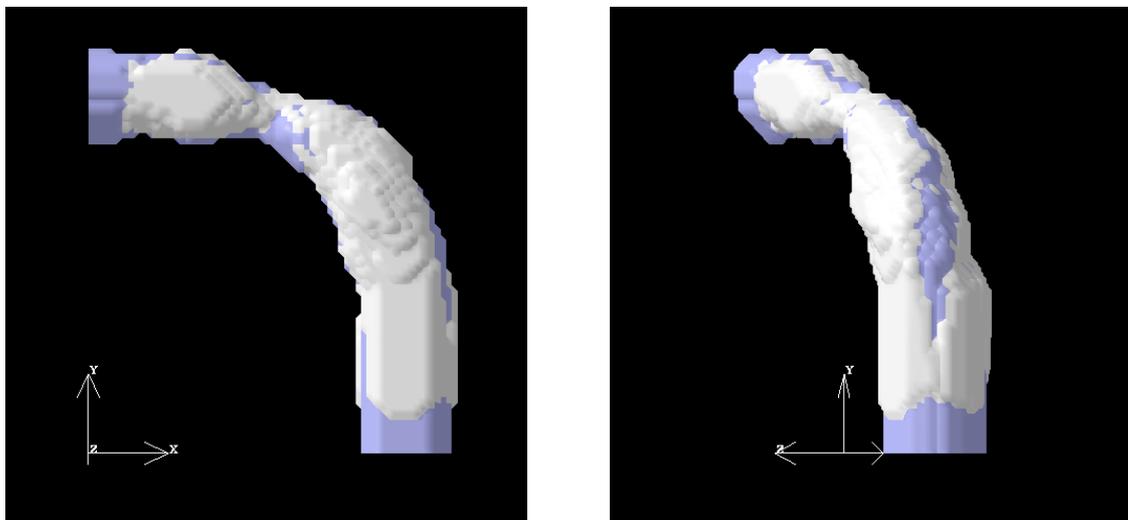


図 3.13: 管の変形 (B)

B から速度が落ち始めて真ん中あたり前来てると (C) 横に広がっていた部分が小さくなり始め全体的に小さくなる. このとき, 湾曲部が初期形状より内側に入り込むように動いていることがわかる.

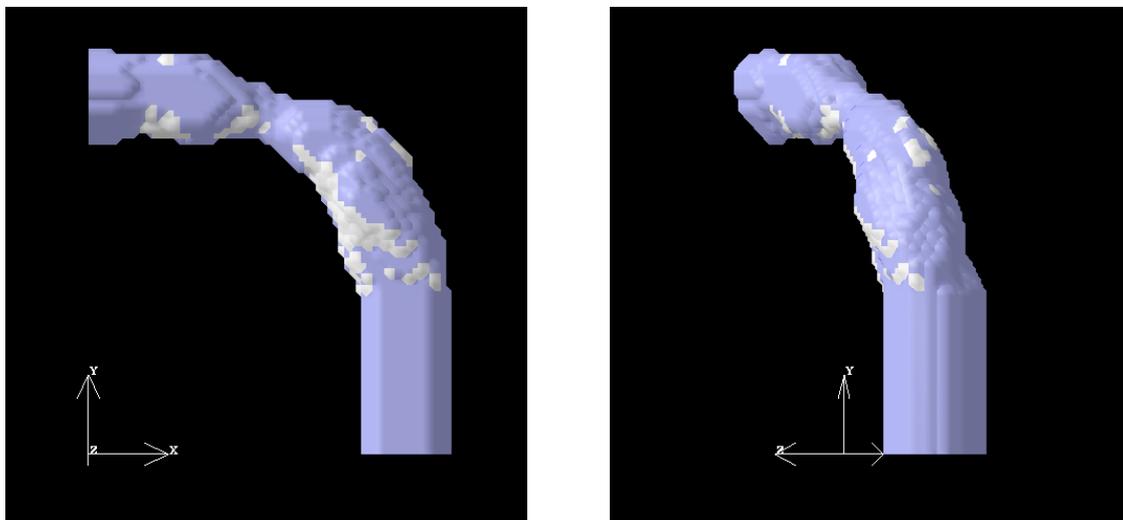


図 3.14: 管の変形 (C)

そこからさらに平均流入速度が落ちて 0 の状態 (D) になっても, C の状態とほぼ同じ傾向を示した.

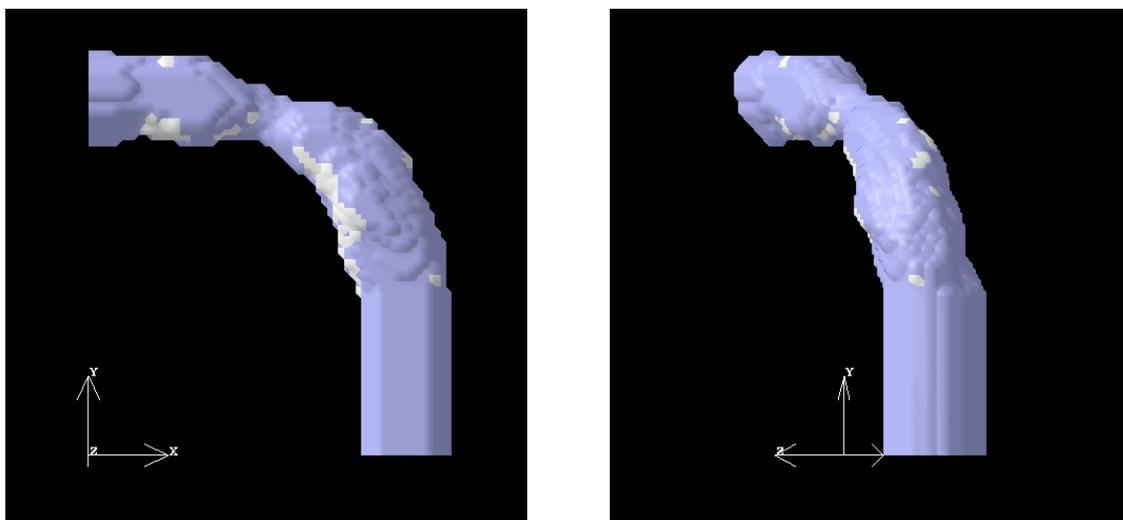


図 3.15: 管の変形 (D)

平均流入速度が0となりそこから速度が上がり始めると、 z 軸方向に広がるような動きをする。

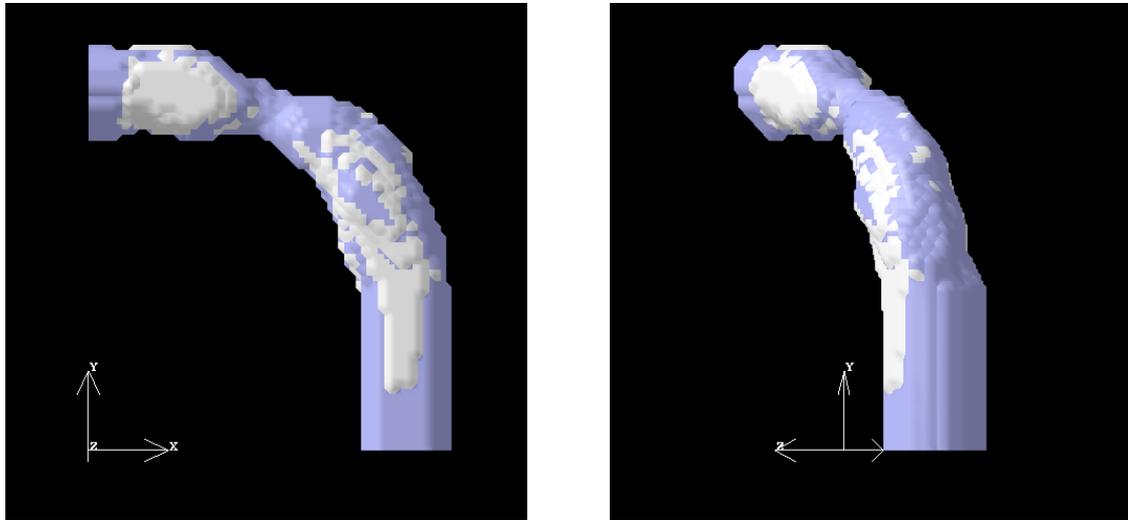


図 3.16: 管の変形 (E)

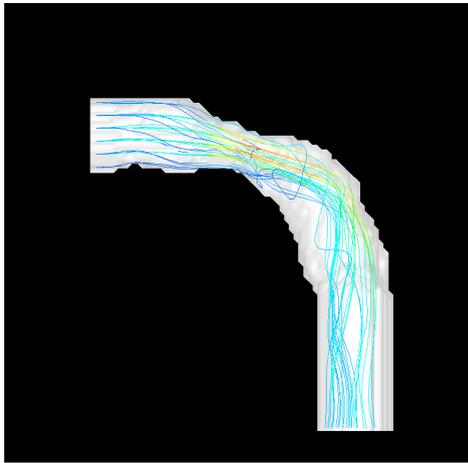
Reynolds 数 300 , ヤング率 1.0MPa

図 3.17 にヤング率 1.0MPa, Reynolds 数 300 の時の流れの様子を示す. 初期平均流入速度 (A) から速度が早くなる (B) につれて速度が最高になる場所が狭窄部の近くに移動し流れが湾曲部内側に入ってくる形になった.

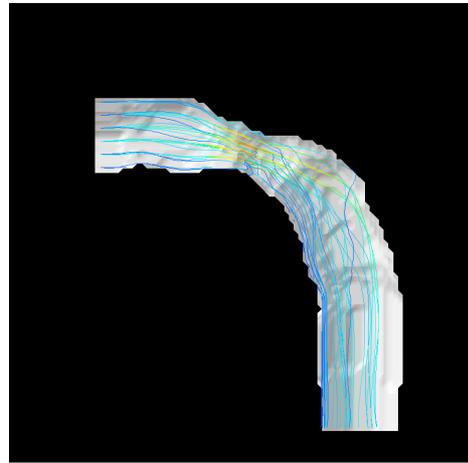
流入速度が最高 (B) になり, そこから速度が落ち始める (C) につれ, 流れが再び湾曲部外側に動いた. それに伴い戻る流れは発生し, 乱れた流れになった.

ここからさらに流入速度が遅くなり 0 になる (D) と湾曲部外側で流れが渦巻くようになって見られた.

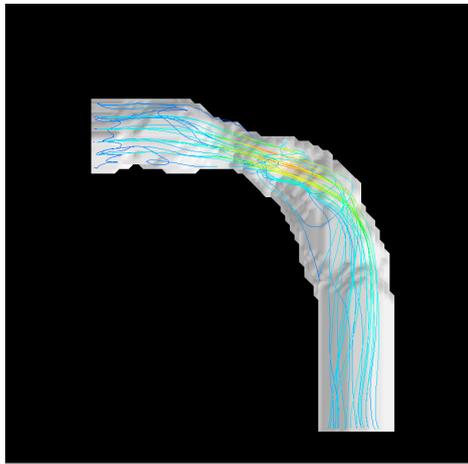
そこから速度が速くなる (E) につれ, 管にそった流れになった, このとき狭窄部と湾曲部外側の 2 箇所で速い流れが生じていた.



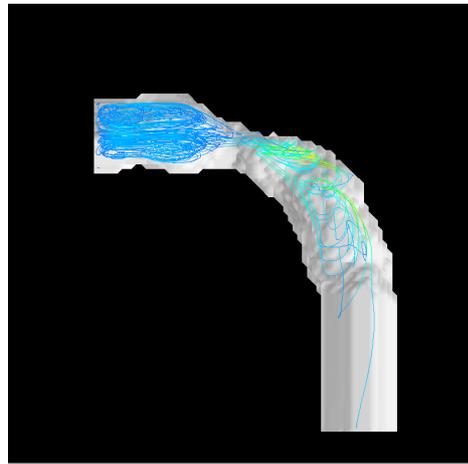
A



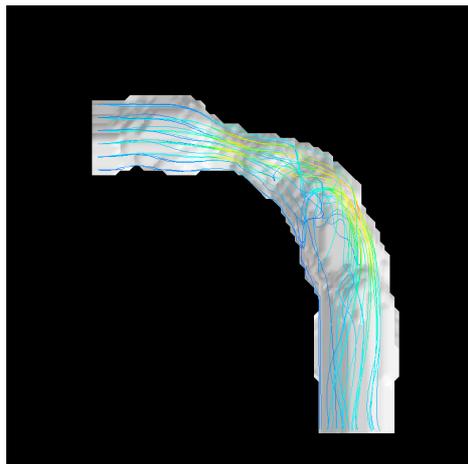
B



C



D



E

図 3.17: 狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 300, E = 1.0MPa$)

次に形状の変形を見るために、初期形状を重ねた画像を示す。まず、Aの状態の時は全体的に横方向に膨らんでいる様子が見える。

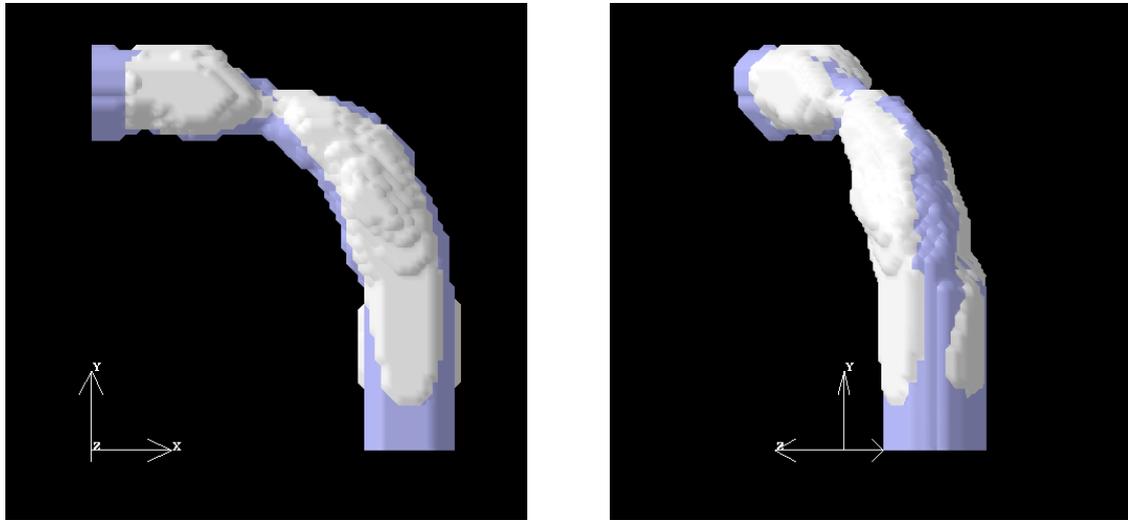


図 3.18: 管の変形 (A)

その状態から平均流入速度が上がり速度が最大になる (B) と流入付近で上下方向に細くなるように変形していることがわかる。

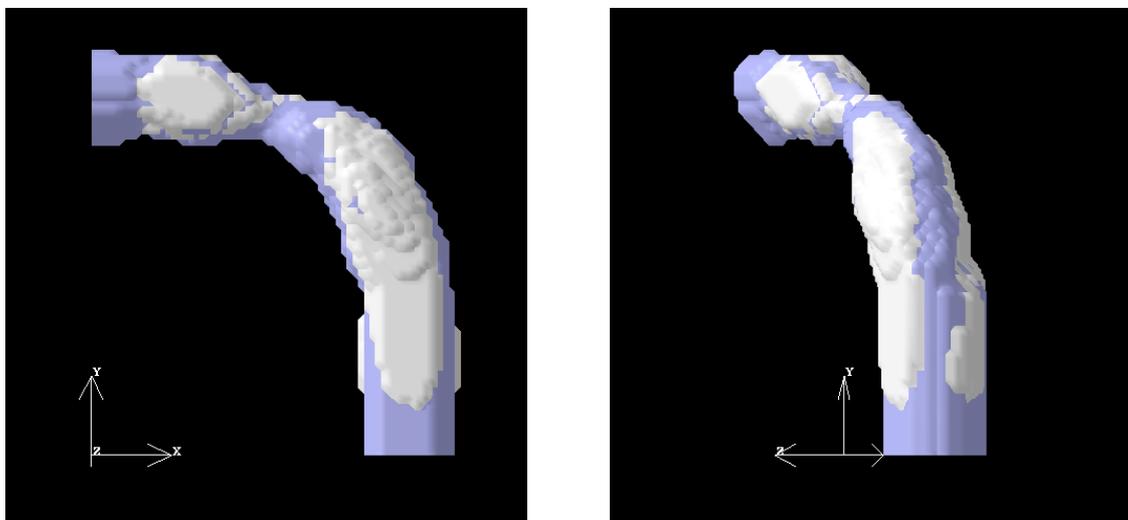


図 3.19: 管の変形 (B)

B から速度が落ち始めて真ん中あたり前来到ると (C) 横に広がっていた部分が小さくなり始め流入部と湾曲部の一部以外, 全体的に小さくなる.

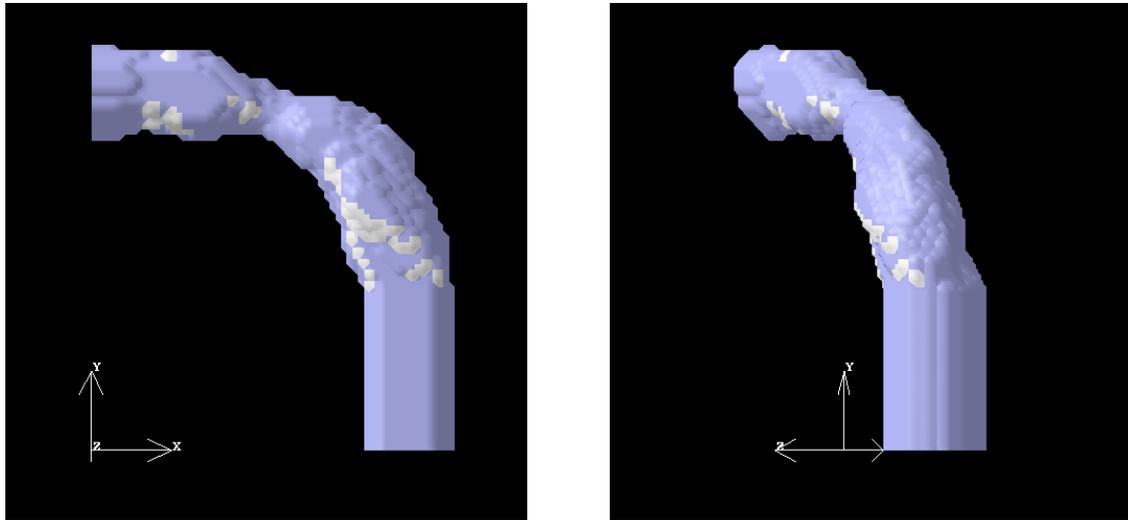


図 3.20: 管の変形 (C)

そこからさらに平均流入速度が落ちて 0 の状態 (D) になっても, C の状態とほぼ同じ傾向を示した. しかし, 流入付近で横に広がるような動きがみられる.

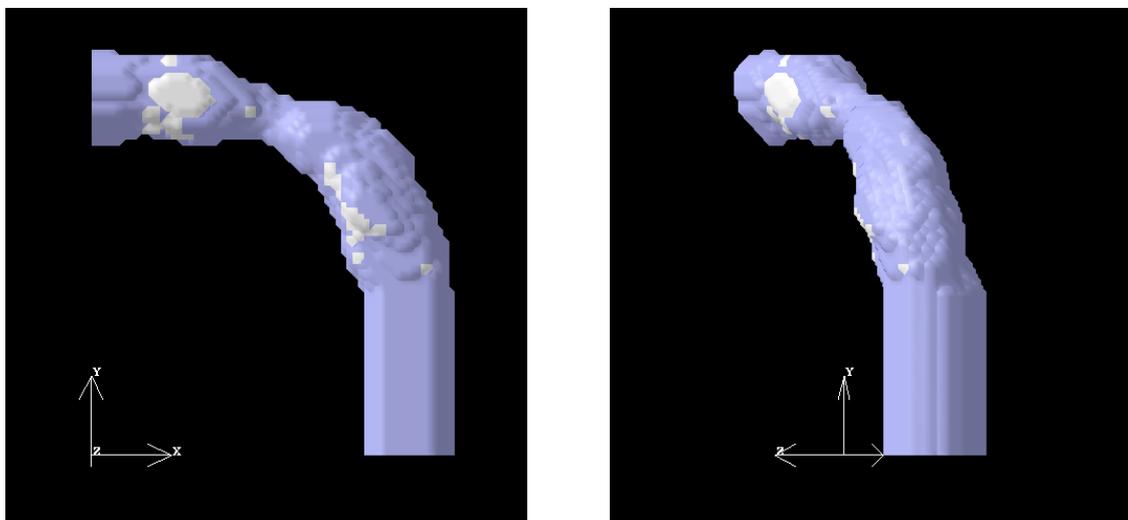


図 3.21: 管の変形 (D)

平均流入速度が 0 となりそこから速度が上がり始めると、横方向に広がるような動きをする。

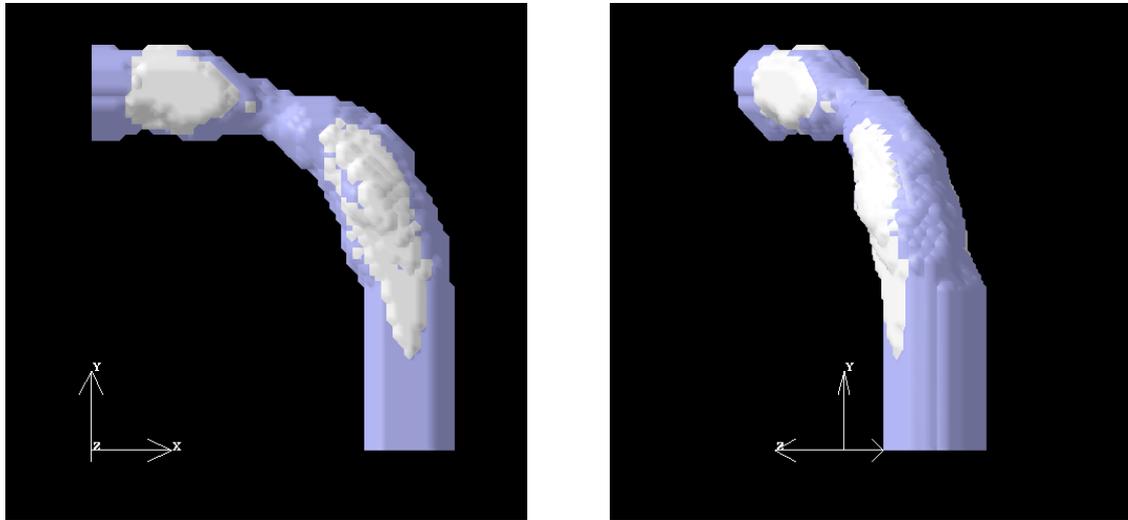


図 3.22: 管の変形 (E)

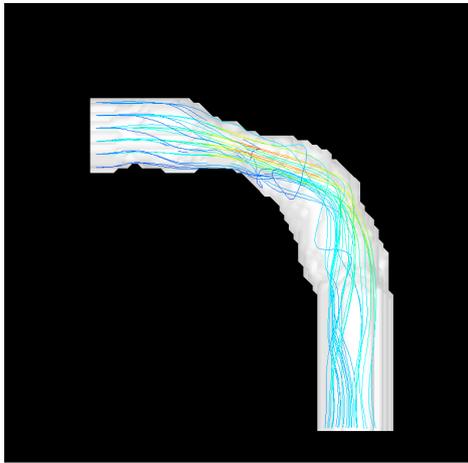
Reynolds 数 300 , ヤング率 1.5MPa

図 3.23 にヤング率 1.5MPa, Reynolds 数 300 の時の流れの様子を示す. 初期平均流入速度 (A) から速度が早くなる (B) につれて速度が最高になる場所が狭窄部の近くに移動し流れが湾曲部内側に入ってくる形になった.

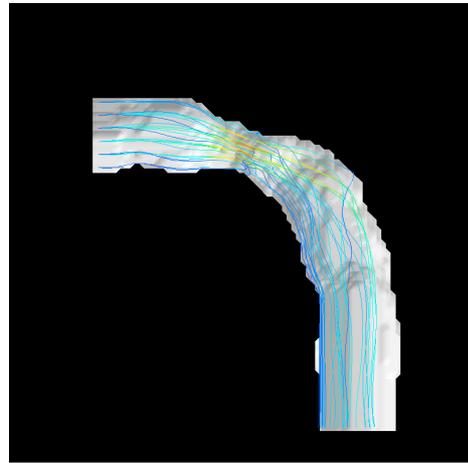
流入速度が最高 (B) になり, そこから速度が落ち始める (C) につれ, 流れが再び湾曲部外側に動いた.

ここからさらに流入速度が遅くなり 0 になる (D) と湾曲部外側で流れが渦巻くようになって見られた.

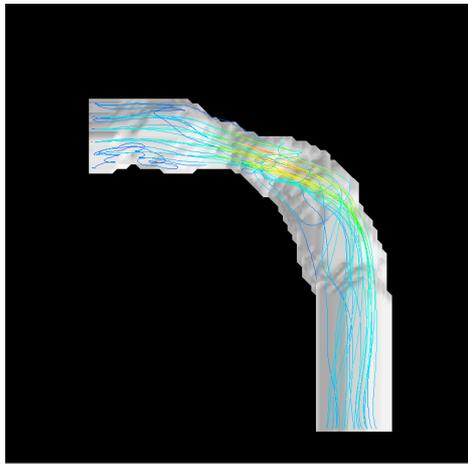
そこから速度が速くなる (E) につれ, 管にそった流れになった, このとき狭窄部と湾曲部外側の 2 箇所ですい流れが生じていた. さらに外側から狭窄部を通して湾曲部内側への流れもみられる.



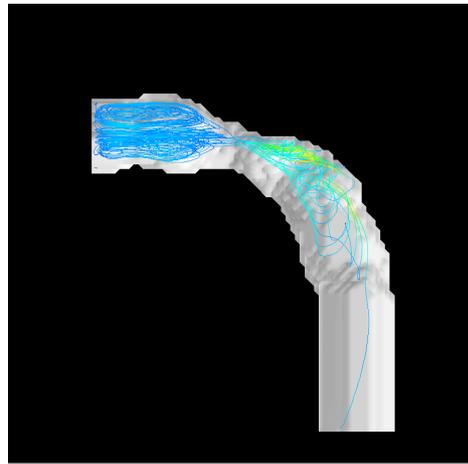
A



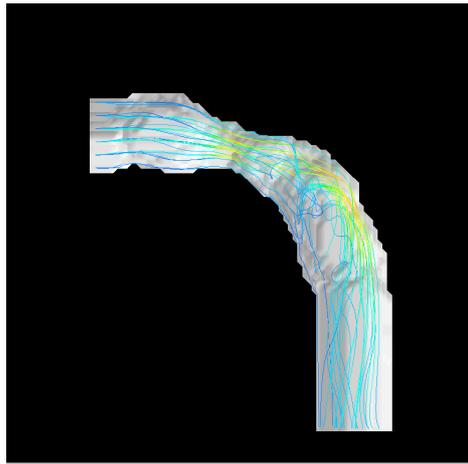
B



C



D



E

図 3.23: 狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 300, E = 1.5MPa$)

次に形状の変形を見るために、初期形状を重ねた画像を示す。まず、Aの状態の時は全体的に横方向に膨らんでいる様子がわかる。しかし、膨らんでいる部分はヤング率 0.5MPa , 1.0MPa の時と比べて狭い範囲となっている。

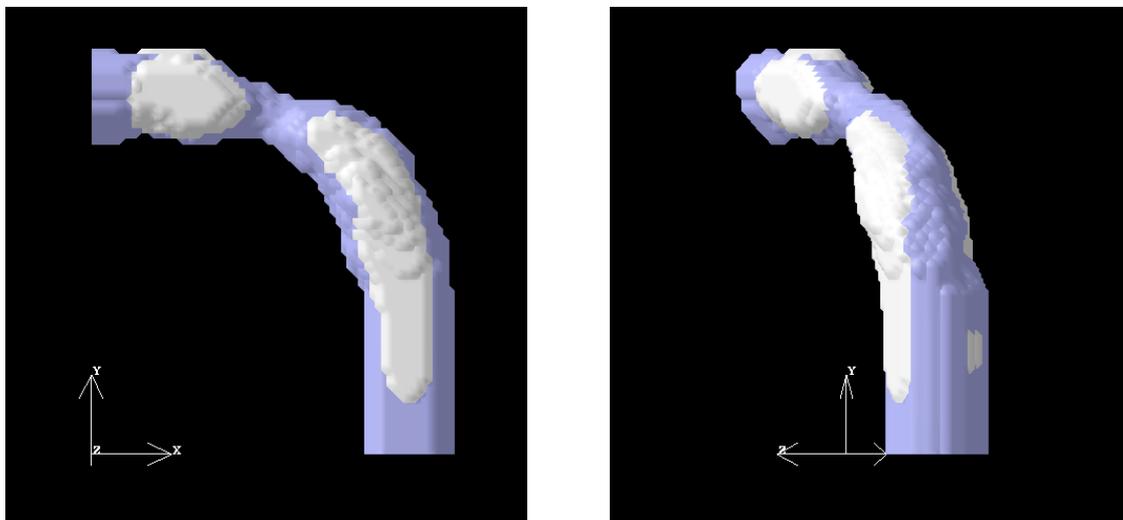


図 3.24: 管の変形 (A)

その状態から平均流入速度が上がり速度が最大になる (B) と流入付近で上下方向に細くなるように変形していることがわかる。

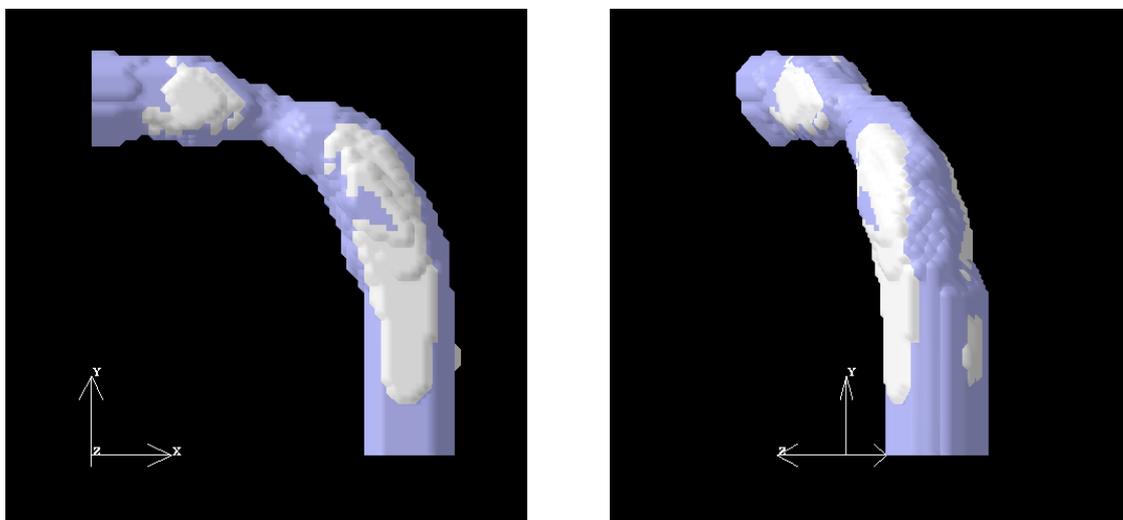


図 3.25: 管の変形 (B)

B から速度が落ち始めて真ん中当たり前来到 (C) 横に広がっていた部分が小さくなり始め流入部と湾曲部の一部以外, 全体的に小さくなる.

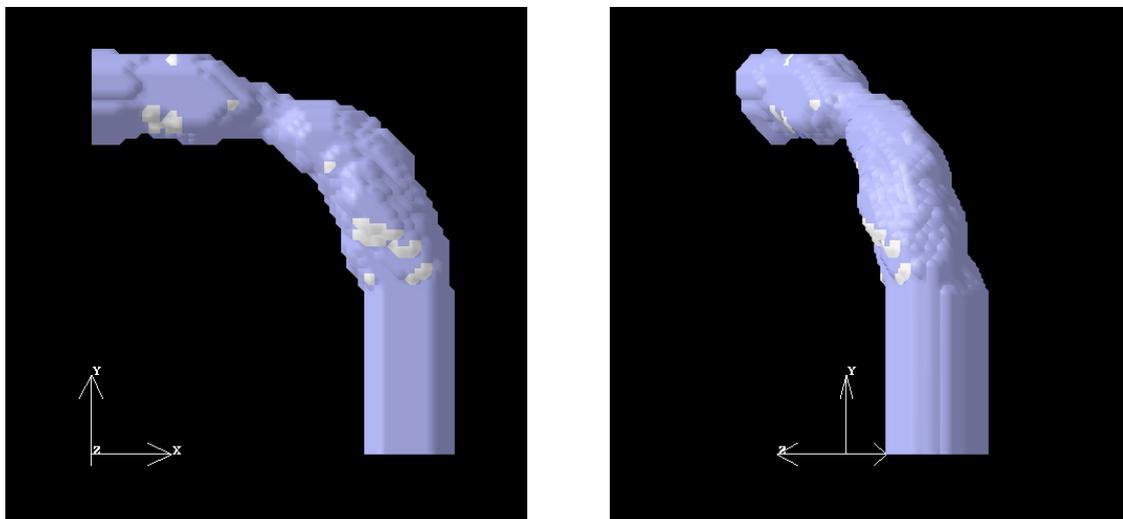


図 3.26: 管の変形 (C)

そこからさらに平均流入速度が落ちて 0 の状態 (D) になっても, C の状態とほぼ同じ傾向を示し, さらに初期形状から外に飛び出している部分が少なくなっている.

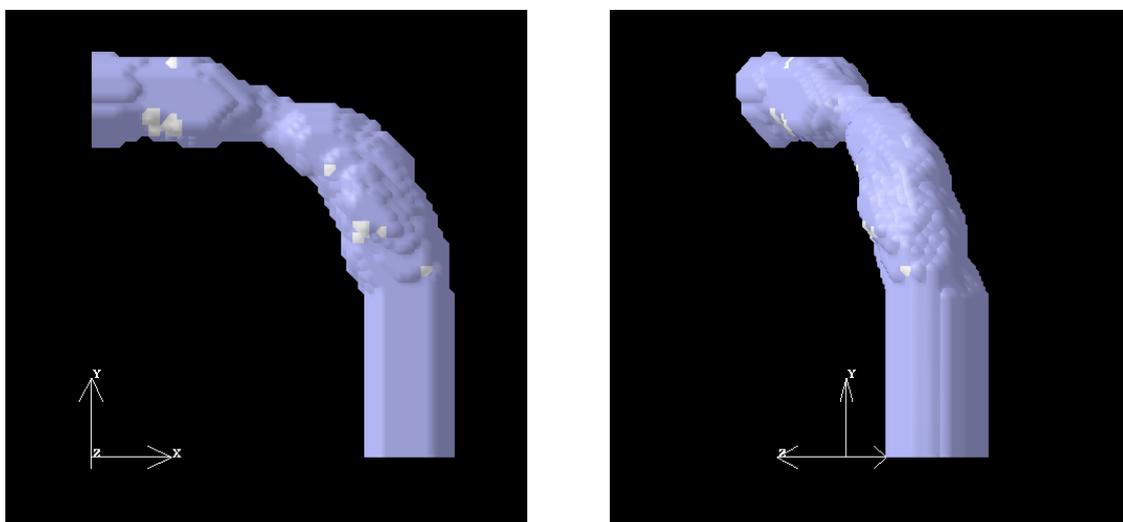


図 3.27: 管の変形 (D)

平均流入速度が0となりそこから速度が上がり始めると、流入付近で横方向に広がるような動きが見られる。

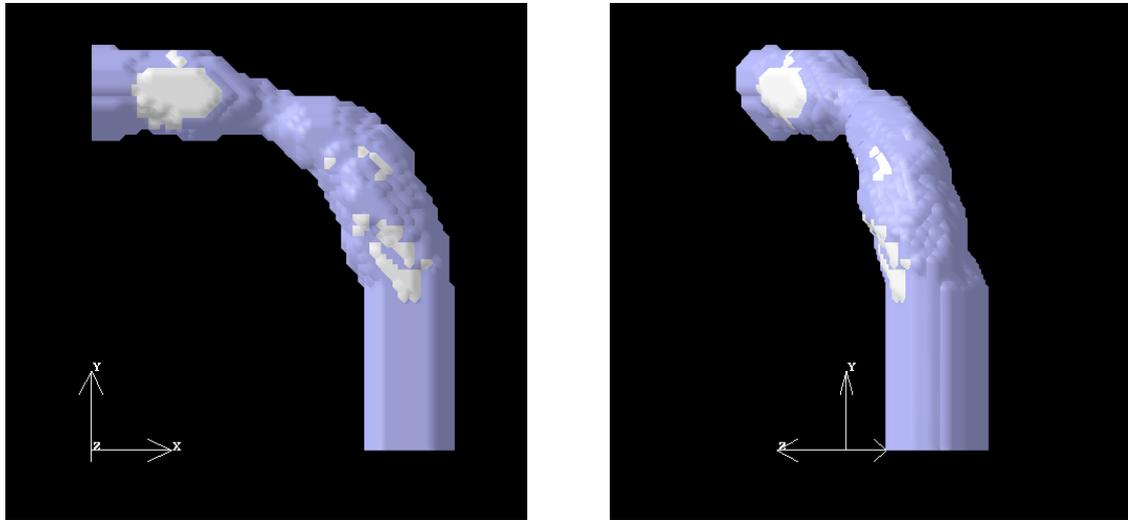


図 3.28: 管の変形 (E)

Reynolds 数 300 の時の最大形状変化量

図 3.29 は Reynolds 数 300 の時の形状変化量の最大値を時系列にグラフにしたものである。横軸に時間、縦軸に変化量をとっている。細い点線は流入速度の変化を表し、青い線はヤング率 0.5MPa 、赤い線はヤング率 1.0MPa 、緑の線は 1.5MPa の最大形状変化量を表している。どのヤング率でも同じような傾向を示していることがわかる。また、流入速度が最大、最小に近くなると形状の変化が小さくなり、その間の部分で大きな変化をしていることがわかる。

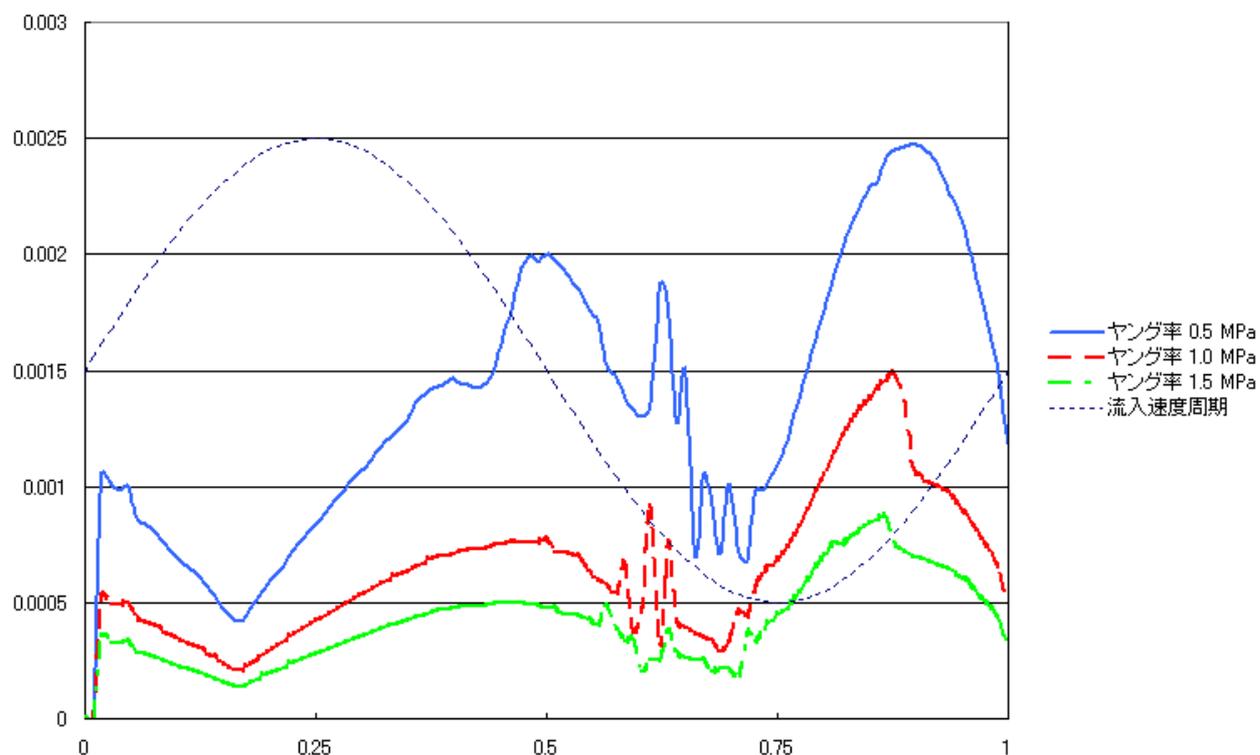
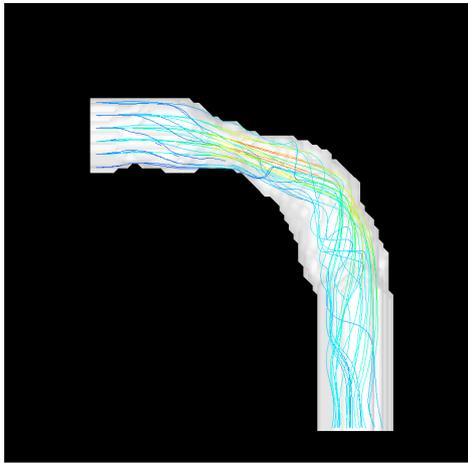


図 3.29: 歪の最大変化量 (Re=300)

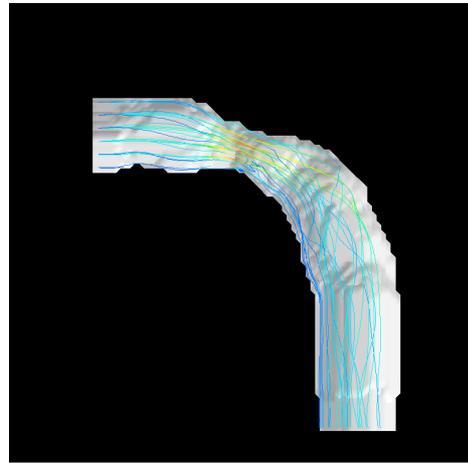
Reynolds 数 500 , ヤング率 $0.5MPa$

次にヤング率 $1.0MPa$, Reynolds 数 500 の時の流れの様子を図 3.17 に示めす.

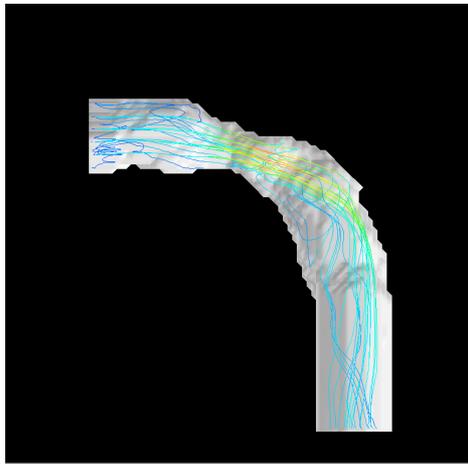
Reynolds 数が 500 になっても Reynolds 数 300 の時と同じ傾向を示した. 初期流入速度 (A) から速度が速くなる (B) にしたがって, 湾曲部内側に入り込むようになった. そこから, 流入速度が落ちる (C) につれて再び流れが湾曲部外側と通るようになり, 流入速度が 0 になる (D) と流入付近と狭窄部付近の湾曲部で渦を巻く流れが発生した. そこから速度が上がり始める管に沿った流れが生じる.



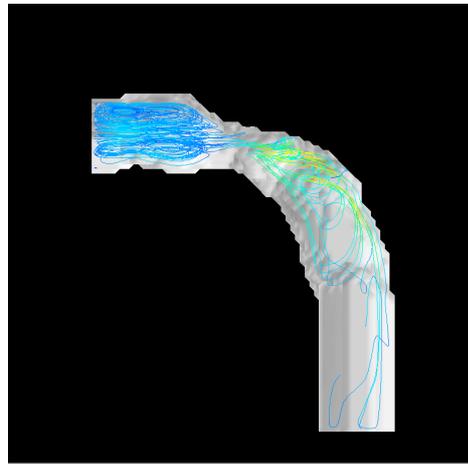
A



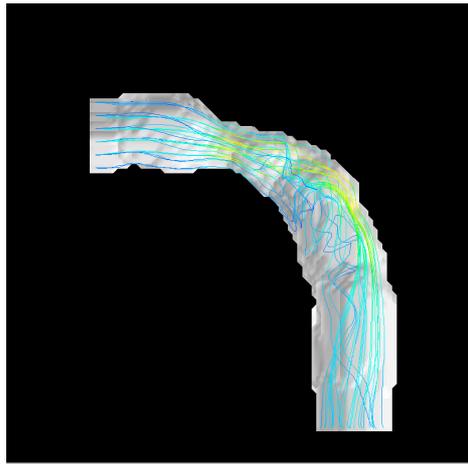
B



C



D



E

図 3.30: 狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 500, E = 0.5MPa$)

次に形状の変形を見るために、初期形状を重ねた画像を示す。ここで、A は初期形状なので重ねても変わらない。

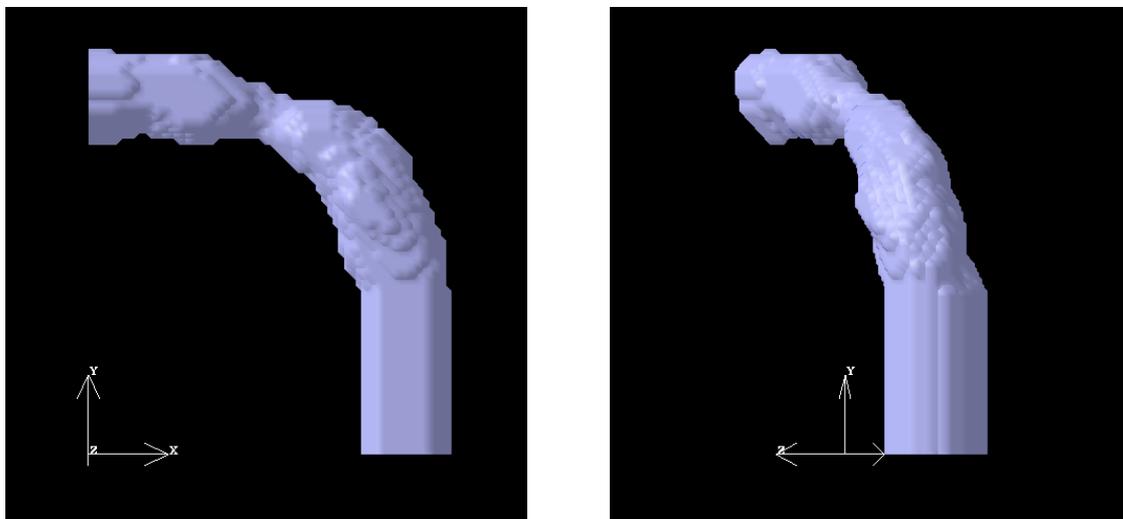


図 3.31: 管の変形 (A)

その状態から平均流入速度が上がり速度が最大になる (B) と流出付近が太くなっているのが見て取れる。

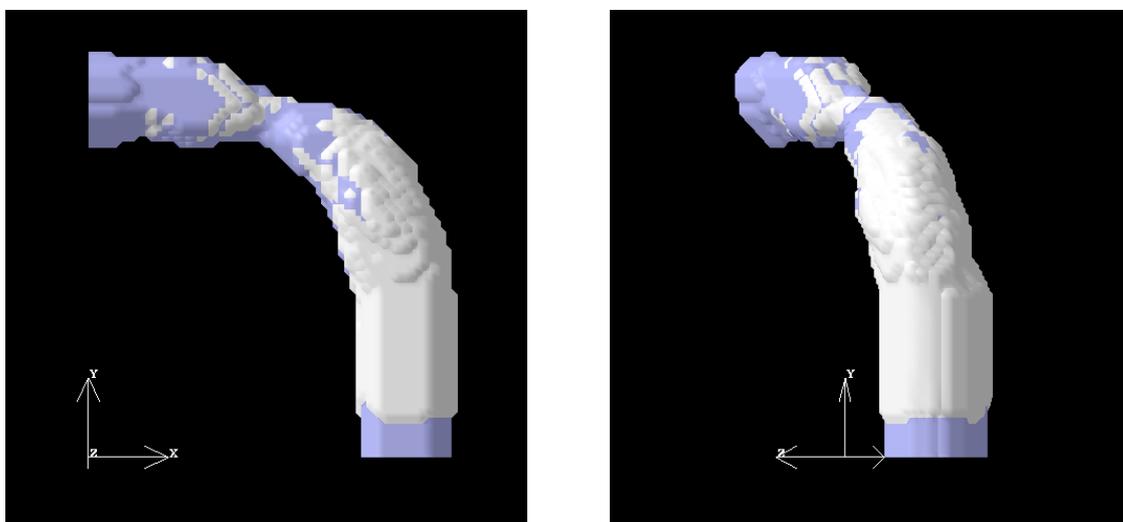


図 3.32: 管の変形 (B)

B から速度が落ち始めて真ん中あたり前来到ると (C) 広がっていた部分が元に戻るように細くなる。

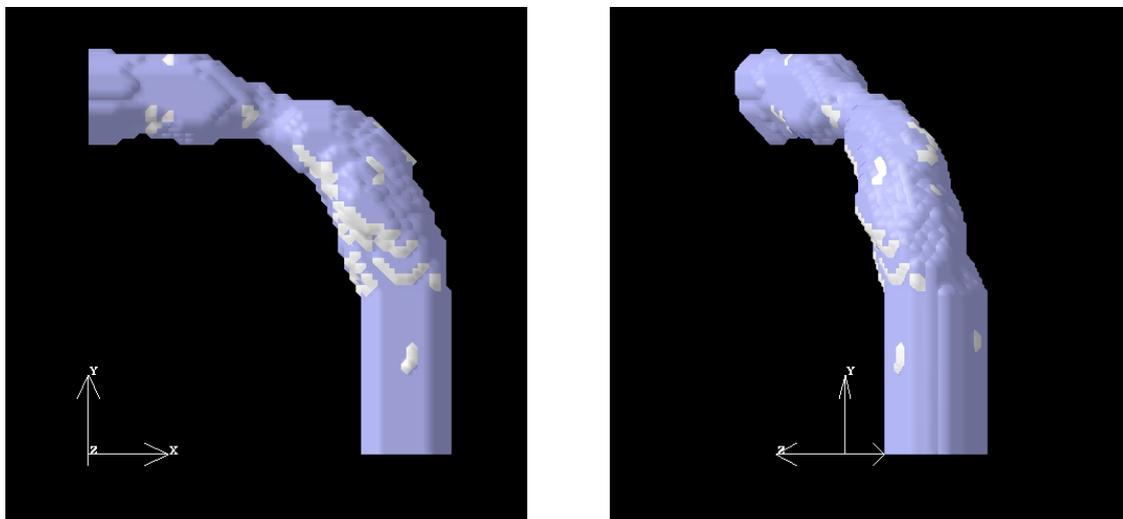


図 3.33: 管の変形 (C)

そこからさらに平均流入速度が落ちて 0 の状態 (D) になると, 流入付近から湾曲部にかけて主に横方向に広がるような動きが見られる。

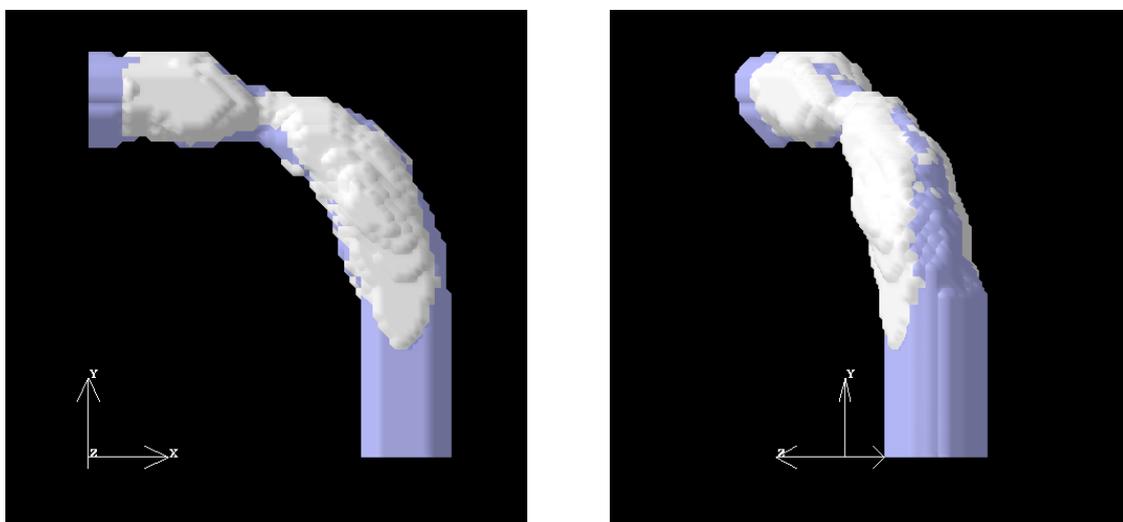


図 3.34: 管の変形 (D)

平均流入速度が 0 となりそこから速度が上がり始めると, 横方向に広がるような動きをする.

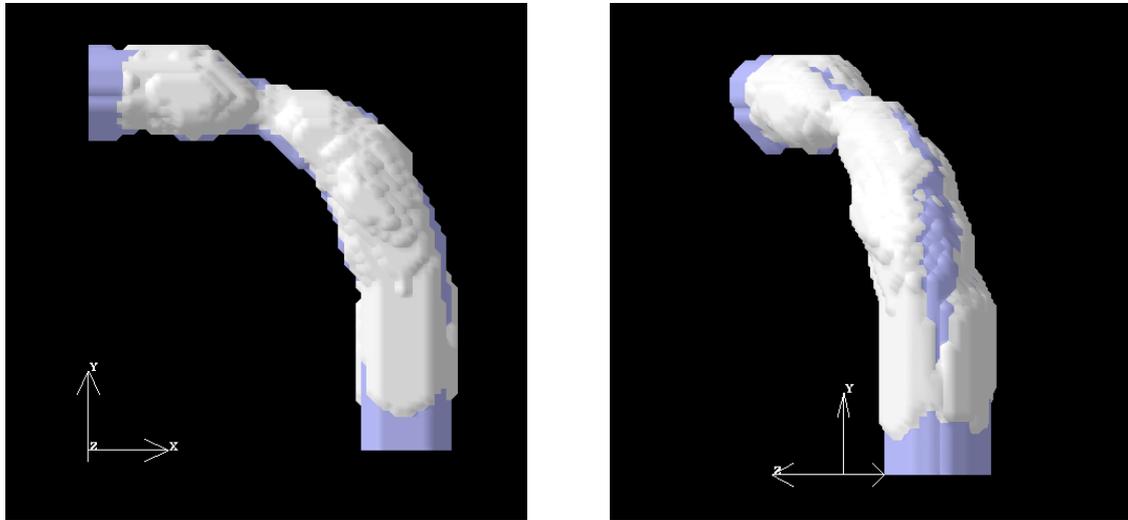


図 3.35: 管の変形 (E)

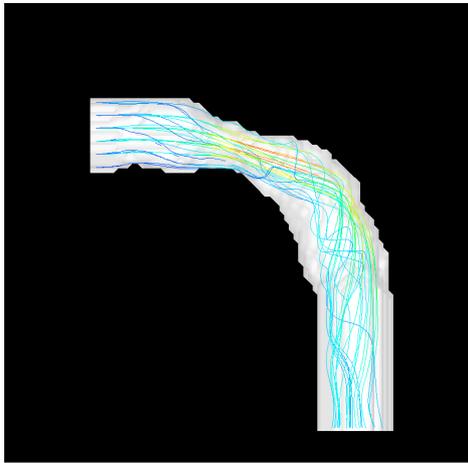
Reynolds 数 500 , ヤング率 1.0MPa

図 3.17 にヤング率 1.0MPa, Reynolds 数 500 の時の流れの様子を示す. 初期平均流入速度 (A) から速度が早くなる (B) につれて速度が最高になる場所が狭窄部の近くに移動し流れが湾曲部内側に入ってくる形になった.

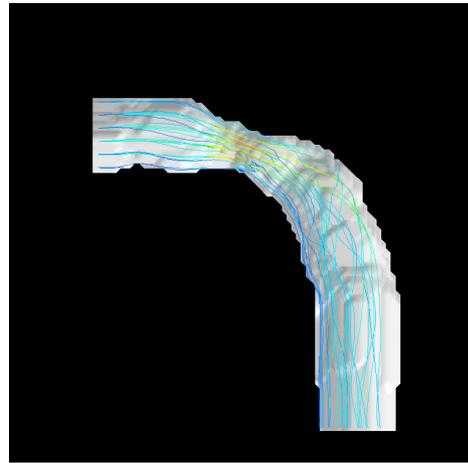
流入速度が最高 (B) になり, そこから速度が落ち始める (C) につれ, 流れが再び湾曲部外側に動いた.

ここからさらに流入速度が遅くなり 0 になる (D) と湾曲部外側で流れが渦巻くようになって見られた.

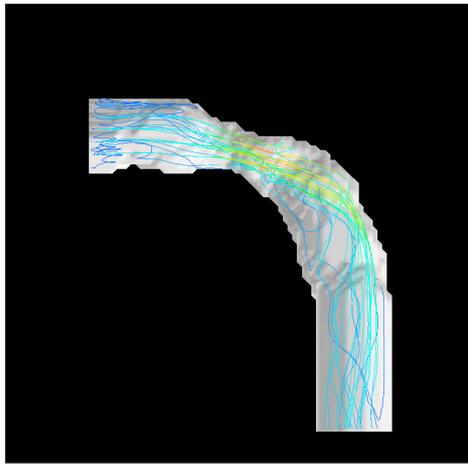
そこから速度が速くなる (E) につれ, 管にそった流れになった, しかし, 狭窄部出口あたりの流れが乱れた様になっている.



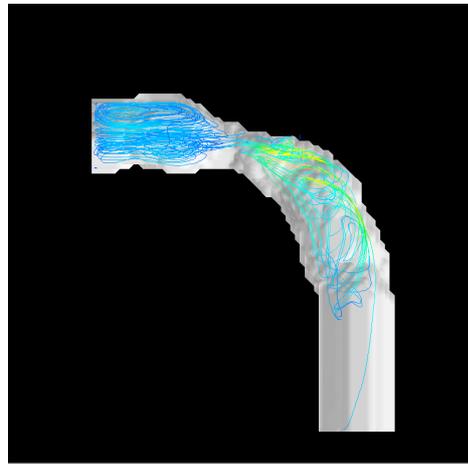
A



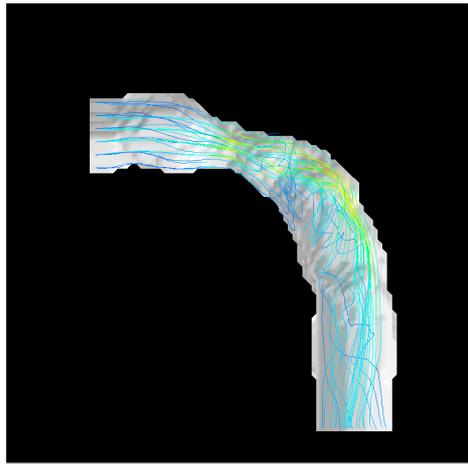
B



C



D



E

図 3.36: 狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 500, E = 1.0MPa$)

次に形状の変形を見るために、初期形状を重ねた画像を示す。ここでも、A は初期形状なので重ねても変わらないため、省略する。

その状態から平均流入速度が上がり速度が最大になる (B) と流出付近から湾曲部にかけてが太くなっているのが見て取れる。

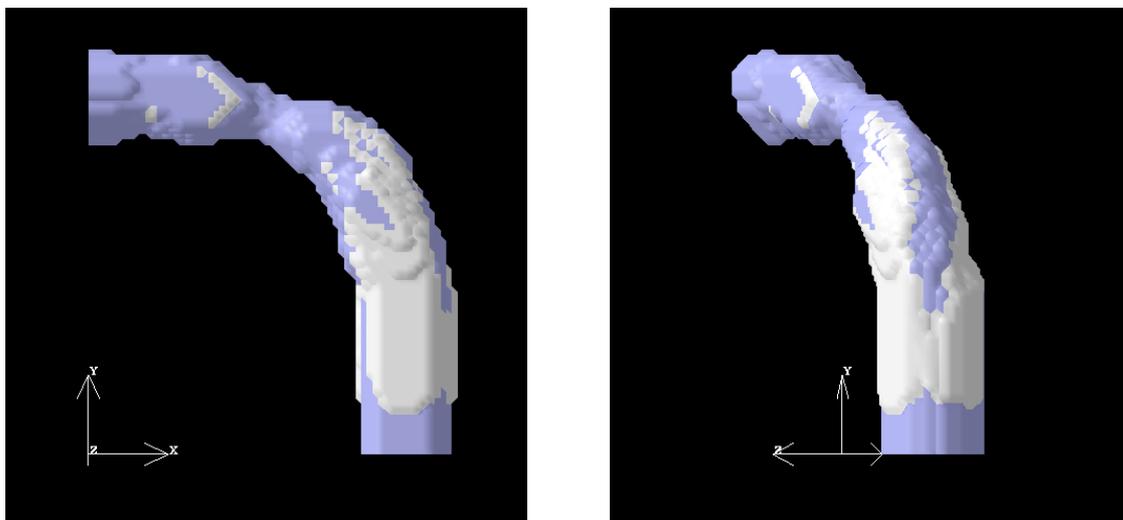


図 3.37: 管の変形 (B)

B から速度が落ち始めて真ん中あたり前来て (C) 広がっていた部分が元に戻るように細くなる。

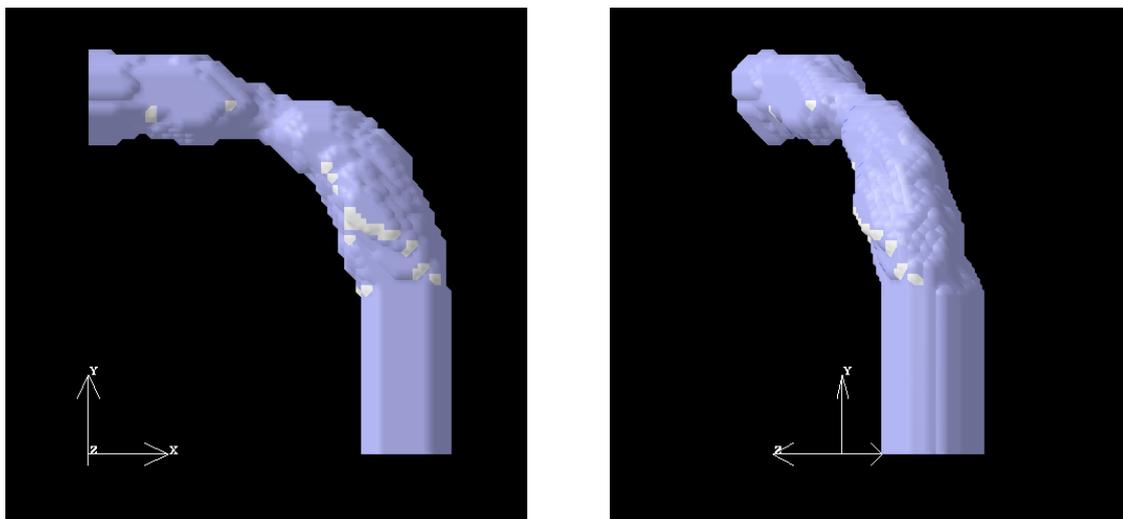


図 3.38: 管の変形 (C)

そこからさらに平均流入速度が落ちて0の状態(D)になると, 流入付近と湾曲部の側面が広がっているのが見られる.

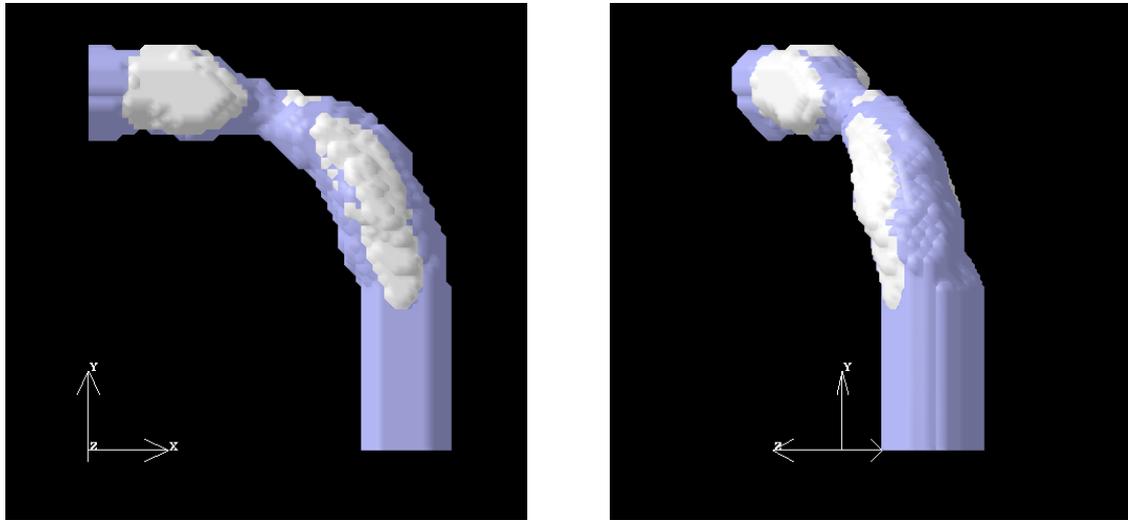


図 3.39: 管の変形 (D)

平均流入速度が0となりそこから速度が上がり始めると, Dの時に起こっていた変形が広がるように動いているのがわかる.

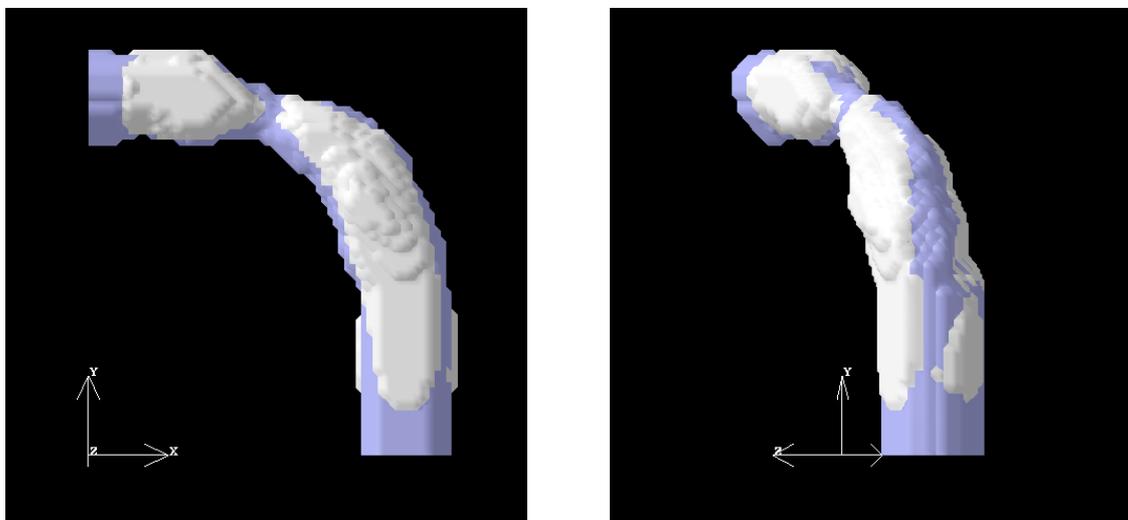


図 3.40: 管の変形 (E)

Reynolds 数 500 , ヤング率 $1.5MPa$

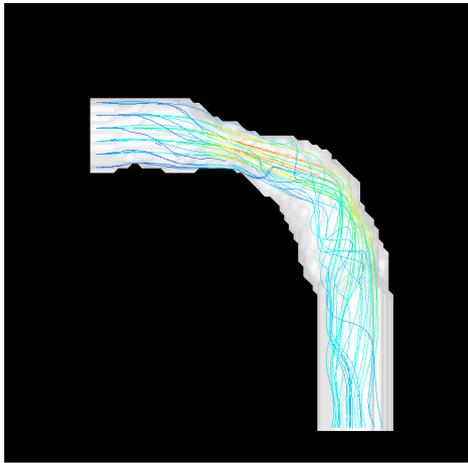
図 3.23 にヤング率 $1.0MPa$, Reynolds 数 500 の時の流れの様子を示す.

初期平均流入速度 (A) から速度が早くなる (B) につれて速度が最高になる場所が狭窄部の近くに移動し流れが湾曲部内側に入ってくる形になった.

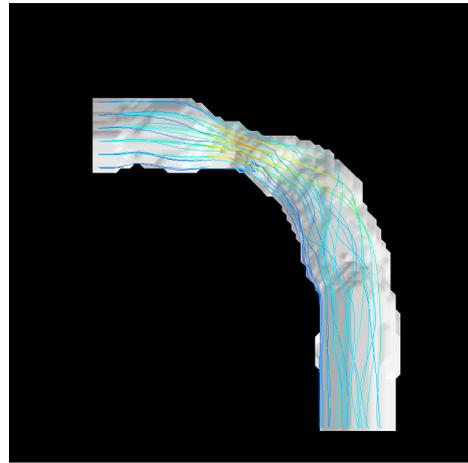
流入速度が最高 (B) になり, そこから速度が落ち始める (C) につれ, 流れが再び湾曲部外側に動いた. このとき, 流入付近や狭窄部出口付近で流れが乱れている.

ここからさらに流入速度が遅くなり 0 になる (D) と湾曲部外側で流れが渦巻くようになって見られた.

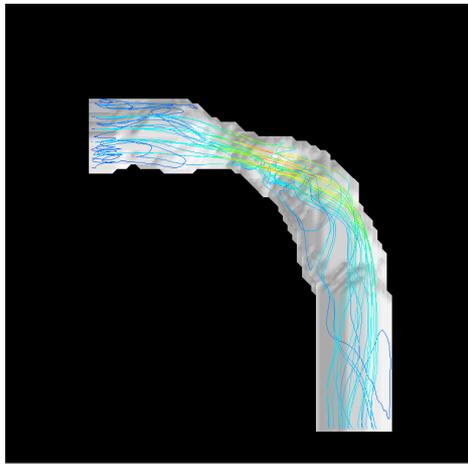
そこから速度が速くなる (E) につれ, 管にそった流れになった, そして, 狭窄部出口あたりの流れが乱れた様になっている.



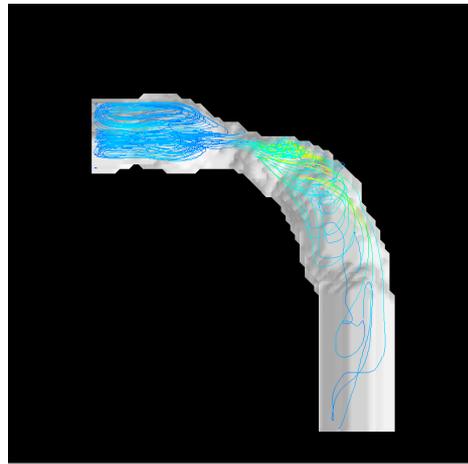
A



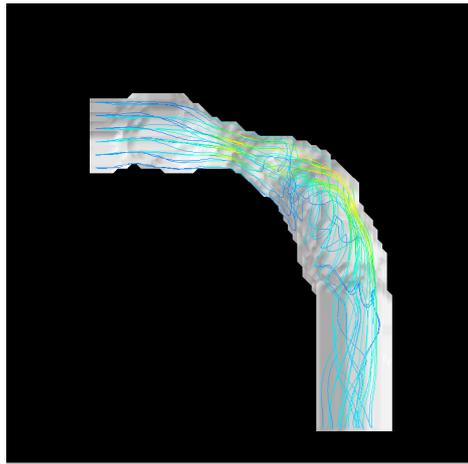
B



C



D



E

図 3.41: 狭窄部を持つ冠動脈 ($Re = 500, E = 1.5MPa$)

次に形状の変形を見るために、初期形状を重ねた画像を示す。ここでも、A は初期形状なので重ねても変わらないため、省略する。

その状態から平均流入速度が上がり速度が最大になる (B) と流出付近から湾曲部にかけてが太くなっているのが見て取れる。

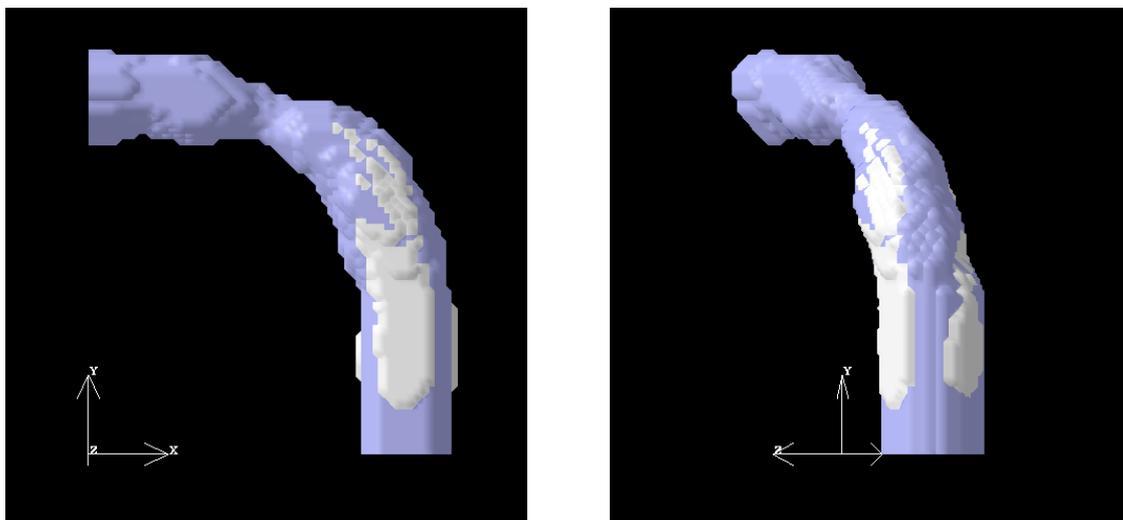


図 3.42: 管の変形 (B)

B から速度が落ち始めて真ん中あたり前来てると (C) 広がっていた部分が元に戻るように細くなる。

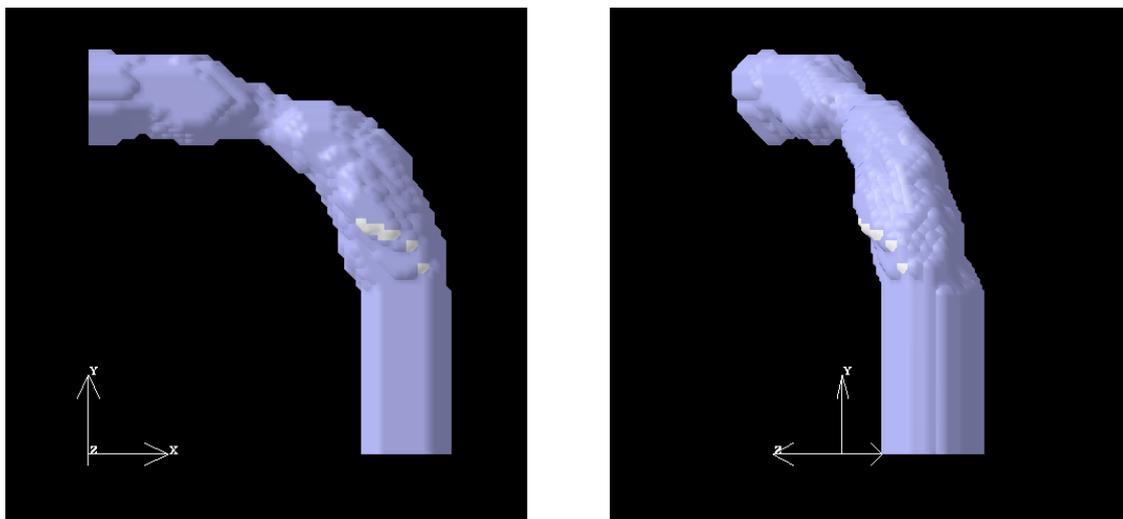


図 3.43: 管の変形 (C)

そこからさらに平均流入速度が落ちて0の状態(D)になると, 流入付近の側面が広がっているのが見られる.

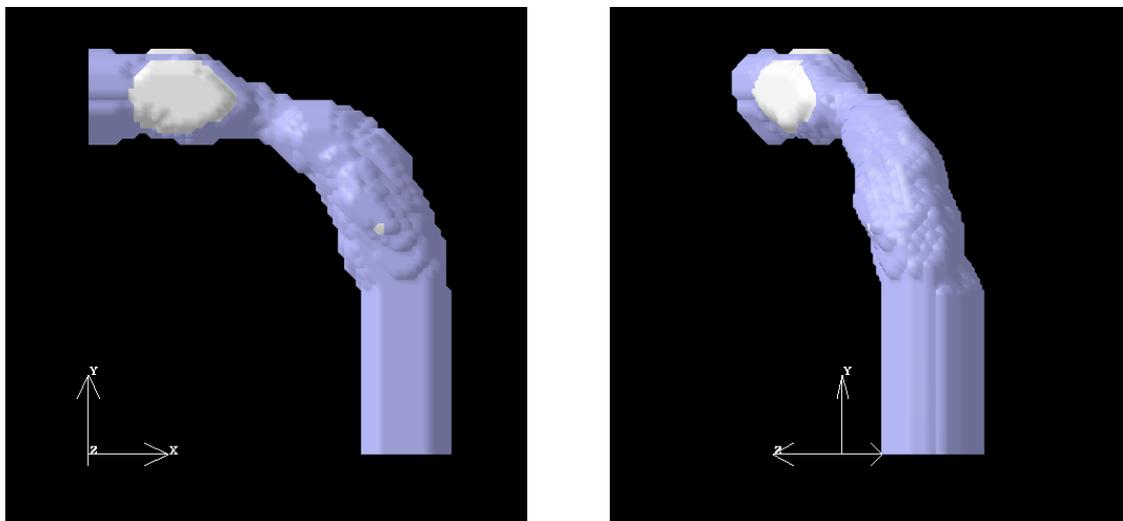


図 3.44: 管の変形 (D)

平均流入速度が0となりそこから速度が上がり始めると, Dの時に起こっていた変形の範囲が広がり, 湾曲部から流出付近まで横に管が広がっている.

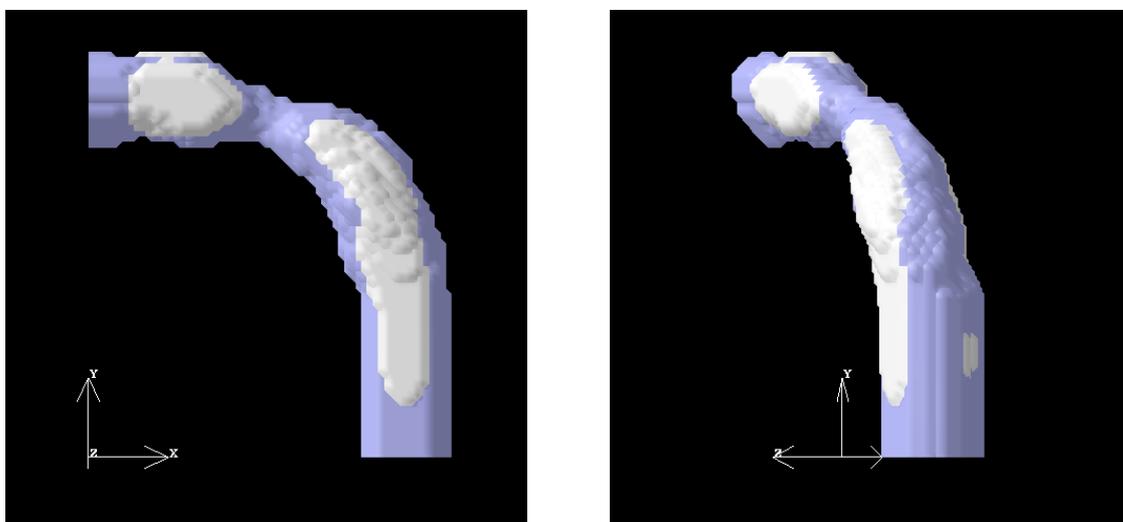


図 3.45: 管の変形 (E)

Reynolds 数 500 の時の最大形状変化量

次に Reynolds 数 が 500 の時の形状変化量最大値の時系列グラフを図 3.46 に示す. Reynolds 数が 300 と同じように細い点線は流入速度の変化を表し, 青い線はヤング率 0.5MPa , 赤い線はヤング率 1.0MPa , 緑の線は 1.5MPa の最大形状変化量を表している.

ここでも, ヤング率が低いとき変化量が大きく, 最大流入速度と最小流入速度の間の部分で大きく変化している Reynolds 数が 300 と同じ傾向が見られた.

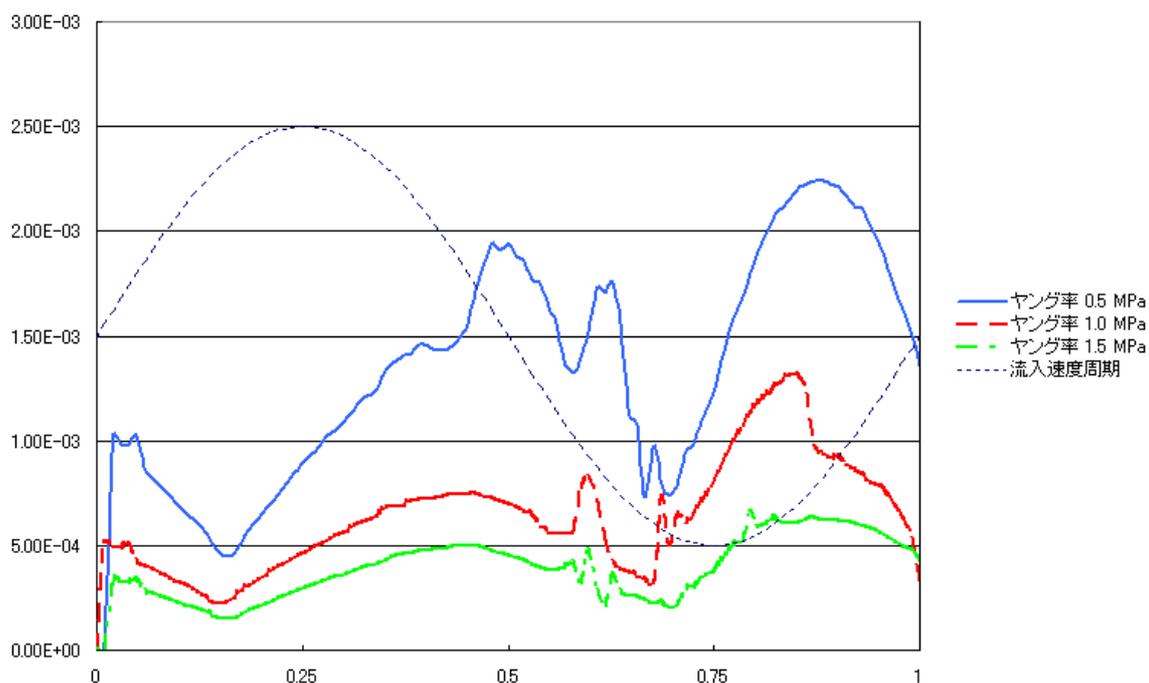


図 3.46: 歪の最大変化量 (Re=500)

Reynolds 数の違いによる影響

次に流体の Reynolds 数の違いによる影響を検討するため、ヤング率が 1.0MPa 、Reynolds 数 300,500 の時の形状最大変化量のグラフを図 3.47 に示す。

Reynolds 数が違っていても全体的に同じ傾向を示すものの Reynolds 数が 500 の方が 300 の場合より早く変形していることがわかる。また、Reynolds 数が 300 は 500 より変化量が大きい傾向にあることが見て取れる。

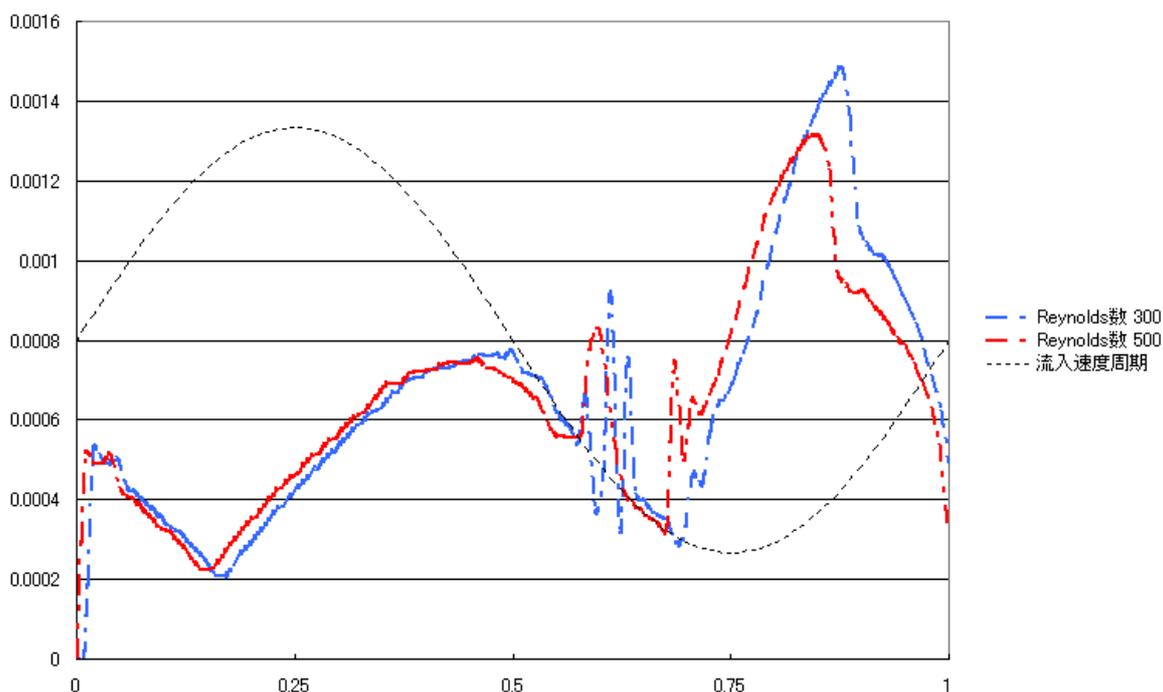


図 3.47: $E=1.0\text{MPa}$ での歪の最大変化量

体積変化量

最後に一周期分の時間に対する体積の変化を表したグラフを示す. 黒がヤング率 $0.5MPa$, 赤が $1.0MPa$, 青が $1.5MPa$ の体積変化である.

Reynolds 数 300,500 どちらも流入速度の変化に対して同じ応答をしめしている. 平均流入速度の変化に約半周期遅れて, 体積変化のピークが現れるのが見て取れる. これは, L字管のときと同じで速度に対して圧力の変化は半周期遅れることによって変化の位相がずれると考えられる.

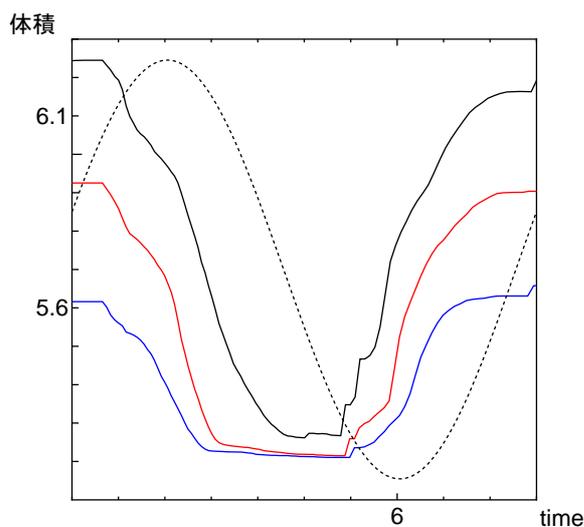


図 3.48: Re=300 での体積変化

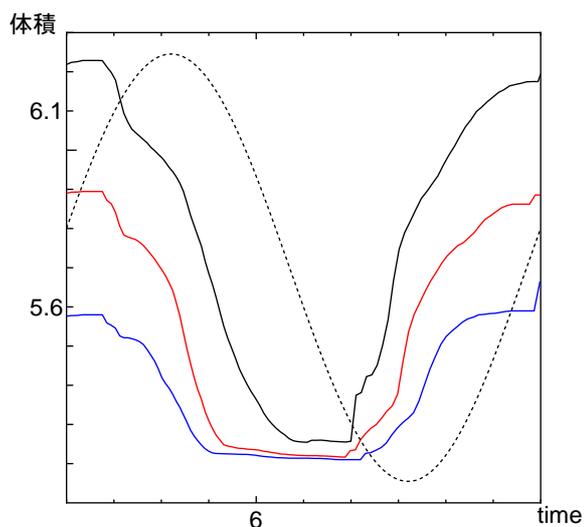


図 3.49: Re=500 での体積変化

3.3 まとめ

L字管と実際のCT画像を用いた狭窄のある冠動脈の形状を用いて連成解析を行った.

その結果, Reynolds 数が 300, 500 とともに流入平均速度が最大になったところから最小に向かって落ちていくところの真ん中付近, 流入平均速度が 0 になる直前, そして流入速度が 0 から大きくなり始めるところで大きな変化が起こるという同じ傾向を示すことがわかった. しかし, 同じ傾向を示すものの全体として変化量は Reynolds 数 300 のもののほうが大きく, Reynolds 数 500 の方が若干早く変化することがわかった. また, Reynolds 数が大きい方が管の変形が早く, 小さく変形する傾向が見られた.

第4章 まとめ

血管病の発症・進展は血流の力学的な作用が影響していると考えられている。そこで、シミュレーションにより血液による作用を明らかにしようという研究がなされている。その時に、非構造格子がよく用いられるがこれは運用にノウハウ・大きなリソースが必要となる。そこで開発したボクセルベースで連成解析システムを用いて計算を行った。

解析システムはボクセル生成、流体解析、構造解析、形状の変形の4つのプロセスから成り立っている。これらがデータのやり取りをしながら順番に動くことで連成解析を行う。流体解析はHSMAC法によるFDM、構造解析部はFEMによる静解析で解析を行った。

計算は血管に対するモデルケースとしてのL字管、実際の医療用画像を用いた計算として狭窄部を持つ冠動脈の計算を行った。計算では、流入の変化に対する流れや構造の変形の様子が確認できた。

第5章 今後の課題

今後の課題として、ずり応力を考慮することが上げられる。現在のシステムでは境界の再現性が低いため十分な精度が得られず、ずり応力を考慮することができない。したがって以下のようなことが必要になる。

- 入力画像より細かいボクセルを生成
計算に必要な器官は画像の一部でしかなく、また現状でボクセルデータが画像解像度に依存するため、多少荒くなってしまう。そこで、何らかの方法で cell を補間し、入力画像よりも細かいボクセルデータを生成できるように検討
- セル内部を通る境界の表現
計算格子が細くなれば細くなるほど、計算時間と必要なメモリが増えるためカットセルのような cell の中の境界を表現するような手法や、境界の部分だけ、細かく再分割する手法の検討

謝辞

本研究を行うにあたり, ご指導ご鞭撻を賜りました松澤照男教授には深く感謝いたします. また, 熊畑さん・渡辺さん・松澤研究室の皆様などご迷惑をおかけした皆様に深く感謝いたします.

参考文献

- [1] 厚生労働省 ”平成 15 年度国民医療費の概況”,<http://www.mhlw.go.jp/toukei/saikin/hw/k-iryohi/03/index.html>
- [2] Glagov S, Zarins C, Giddens DP, Ku DN ”Hemodynamics and atherosclerosis. Insights and perspectives gained from studies of human arteries” ,Arch Pathol Lab Med, 112 (1988) ,pp. 1018-1031
- [3] Schievink WI ”Intracranial Aneurysms” ,N engl J Med, 336 (1997) , pp. 28-40.
- [4] M. Watanabe, T. Matsuzawa ”Computational Simulation of Flow in a Dissecting Aortic Aneurysm Reconstructed from CT Images” ,Proceedings of ISCT:5th International Symposium on Computational Technologies for Fluid / Thermal / Chemical Systems with Industrial Applications , ASME(2004)
- [5] 松永奈美 et al ”直交座標系における血流解析” ,理研シンポジウム,生体力学シミュレーション (2003)
- [6] 熊畑,野口 et al ”医療用画像から作成したボクセルデータを用いた血流・血管壁連成解析” ,日本機械学会 2005 年度年次大会講演論文集 Vol.5 , pp.239-240
- [7] 松澤 崇”CIP 法を用いた管内流れにおける流体と弾性壁面の相互作用の解析” ,北陸先端科学技術大学院大学 2001 年 2 月 修士論文
- [8] T.Yabe ”Unified Solver CIP for Solid,Liquid and Gas” ,published in Computational Fluid Dynamics Review 1997 Ed.by M.M.Hafez and K.Oshima(Wiley,1997)