JAIST Repository
https://dspace.jaist.ac.jp/

| | |
|---|---|
| Title | ヘルムホルツ・ホッジ分解を用いたスケッチベース流体生成 |
| Author(s) | 宮内, 竜一; 常, 恒遠; 福里, 司; 宮田, 一乗; 謝, 浩然 |
| Citation | 情報処理学会第197回コンピュータグラフィックスとビジュアル情報学研究発表会, 2025-CG-197(3): 1-7 |
| Issue Date | 2025-02-26 |
| Type | Conference Paper |
| Text version | publisher |
| URL | http://hdl.handle.net/10119/19708 |
| Rights | 社団法人 情報処理学会, 宮内竜一, 常恒遠, 福里司, 宮田一乗, 謝浩然, 情報処理学会第197回コンピュータグラフィックスとビジュアル情報学研究発表会, Vol.2025-CG-197, No.3, 2025, 1-7.ここに掲載した著作物の利用に関する注意: 本著作物の著作権は(社)情報処理学会に帰属します。本著作物は著作権者である情報処理学会の許可のもとに掲載するものです。ご利用に当たっては「著作権法」ならびに「情報処理学会倫理綱領」に従うことをお願いいたします。 Notice for the use of this material: The copyright of this material is retained by the Information Processing Society of Japan (IPSJ). This material is published on this web site with the agreement of the author (s) and the IPSJ. Please be complied with Copyright Law of Japan and the Code of Ethics of the IPSJ if any users wish to reproduce, make derivative work, distribute or make available to the public any part or whole thereof. All Rights Reserved, Copyright (C) Information Processing Society of Japan. |
| Description | 情報処理学会第197回コンピュータグラフィックスとビジュアル情報学研究発表会, 株式会社エクサウィザーズ, 東京, 2025年3月5日-6日 |

JAIST
JAPAN
ADVANCED INSTITUTE OF
SCIENCE AND TECHNOLOGY

Japan Advanced Institute of Science and Technology

Vol.2025-CG-197 No.3
2025/3/5

# ヘルムホルツ・ホッジ分解を用いたスケッチベース流体生成

宮内竜一 †
北陸先端科学技術大学院大学 †

常恒遠 ‡
北陸先端科学技術大学院大学 ‡

福里司 §
早稲田大学 §

宮田一乗 ¶
北陸先端科学技術大学院大学 ¶

謝浩然 ‖
北陸先端科学技術大学院大学 ‖

## 1 はじめに

流体シミュレーションは，映像制作における重要な要素である一方，その技術的な複雑性によって，アーティストが創造的なビジョンを具現化する際の大きな障壁となっている．このような背景から，流体制御に関する研究が数多く提案されている [1]．その中でも特に，ユーザスケッチからベクトル場を出力する生成モデルが注目されている [2–4]．しかしこれらの手法では，ベクトル場の非圧縮性などの物理的特性を保証することができず，たとえ高度な専門知識と技術スキルを持つ専門家であっても，もっともらしい物理的な流れをデザインすることは困難である．

そこで本研究では，物理的特性を考慮したベクトル場を生成する手法を考案する．具体的には，潜在拡散モデルを用いて出力されるベクトル場に対してヘルムホルツ・ホッジ分解を適用することで, ユーザが指定した領域内のベクトル場からポテンシャル流れの渦なしベクトル場，非圧縮流れの非圧縮ベクトル場，および調和成分を抽出する．これによって，ユーザはスケッチによる大域的な流れのデザインに加え，局所的な編集を，直感的かつ効率的に行うことができる．

## 2 関連研究

### 2.1 キーフレームベースの流体制御

Gregson ら [5] は，圧力解法を近接演算子として扱うことで，近接最適化フレームワークの下で観測データのシーケンス（例：煙の密度場シーケンス）から，観測データの整合性と非圧縮性条件を同時に満たすベクトル場を計算可能であることを示した．Pan ら [6] は，複数のキーフレーム形状に基づき，煙の形状を特定の時間で一致させるための制御力場を計算する手法を提案した．これらの手法を用いることで，ユーザはキーフレームを提示することで流体の形状を直接制御できる．しかしその一方，流体自身の運動制御を調整するには多数のキーフレームが必要となる課題が存在する．

### 2.2 スケッチベースの流体制御

EnergyBrushes [7] は，ユーザがスケッチ操作によって，物理的特性を持つ Flow Element の動きを指定するシステムである．このシステムにより，物理的な整合性を保ちながら，ユーザのスケッチに基づく流れの表現が可能となり，より豊かな創造表現を実現できる．しかし，大規模かつ複雑な流れをデザインする際には，複数の Flow Element の配置や動きのタイミングを細かく調整しなければならない課題が存在する．

† Ryuichi Miyauchi, Japan Advanced Institute of Science and Technology
‡ Hengyuan Chang, Japan Advanced Institute of Science and Technology
§ Tsukasa Fukusato, Waseda University
¶ Kazunori Miyata, Japan Advanced Institute of Science and Technology
‖ Haoran Xie, Japan Advanced Institute of Science and Technology

ⓒ2025 Information Processing Society of Japan

このような課題に対して, Hu ら [2] は, cGAN ベースのスケッチ条件付き 2 次元ベクトル場生成モデルを構築し，スケッチ操作によってベクトル場をデザインするためのユーザインターフェース「Sketch2VF」を提案した．さらに，Chang ら [4] は，潜在拡散モデルを用いることで，より高品質なベクトル場を生成する手法を考案した．これらの結果から，生成モデルがスケッチベースのベクトル場の設計に有用な手段であることがわかる．しかし，これらの手法では，たとえユーザが水の流れを意識してスケッチを描いたとしても，ベクトル場の非圧縮性が保証されない等といった物理的特性を考慮することが難しい．

### 2.3 本研究の位置づけ

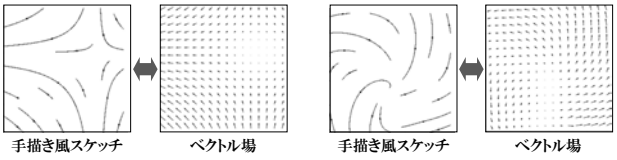
本研究では，潜在拡散モデルによるスケッチベースの初期ベクトル場生成手法とヘルムホルツ・ホッジ分解に基づくベクトル場を編集するためのユーザインターフェースを提案する．提案システムは，2 段階のワークフローで構成されている．第 1 段階では，ユーザのスケッチ入力から流体の大まかな挙動を表現する初期ベクトル場を生成することである．第 2 段階では，生成された初期ベクトル場に対して，ユーザが編集したい領域と抽出したい物理的特性（渦なし・非圧縮・調和成分）を指定することで，望む流れの特性を局所的に編集できる．

## 3 提案手法

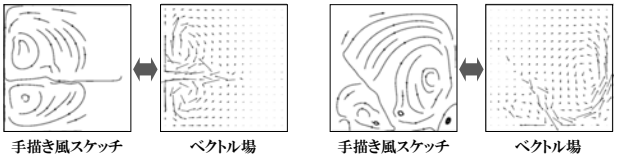
### 3.1 データセットの生成

本研究では，ユーザにスケッチを描いてもらう代わりに，2 次元ベクトル場から疑似的なスケッチ（以下, 手描き風スケッチ）を生成することでペアデータを用意し，データセットを構築する．

ベクトル場の生成には，以下の 2 種類のアプローチを用いた．1 つ目のアプローチは，基本的なベクトル場パターンを線形結合することでデータを生成するものである．ベクトル場のバターンとしては, 収束型，拡散型，渦，定数ベクトル，ランダム回転定数ベクトル，鞍点，正弦波などを用意し，シンプルなものから複雑なものまで計 16558 個のベクトル場を作成した．図 1(a) に，生成結果の一例を示す．2 つ目のアプローチは，非圧縮性ナビエ・ストークス方程式に基づいた流体シミュレーションによってデータを生成するものである．但し，円形領域からの流体の流入を仮定し，円形領域の位置，方向，半径を変更させることで条件を設定した．各条件下で 150 回のシミュレーションを実行することで，計 5639 個のベクトル場を生成した．本研究では，流体シミュレーションには PhiFlow ライブラリ，移流計算にはセミラグランジアン法を用いた．図 1(b) に．生成結果の一例を示す．2 次元ベクトル場に対応する手描き風スケッチは，matplotlib の StreamPlot 関数を用いることで生成した．




(a) 基本ベクトル場の線形結合による生成結果.




(b) 流体シミュレーションによる生成結果.

図 1: 手描き風スケッチと 2 次元ベクトル場のペアデータの一例.

ベクトル場及び手描き風スケッチは 256 × 256 ピクセルのサイズで構成され，ベクトル場はノルム正規化と Z スコアスケーリングされた 2 チャンネルデータ，スケッチは二値化された 1 チャンネルデータとした．

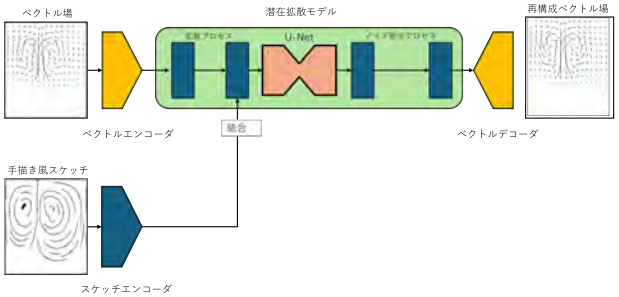



図 2: スケッチから 2 次元ベクトル場を生成する潜在拡散モデルの構成図.

### 3.2 潜在拡散モデルによるスケッチ条件付きベクトル場生成

潜在拡散モデル [8] は，ピクセル空間の知覚的に意味のない高周波成分を除去しつつ，意味のある空間上で拡散モデルを学習させることで，計算コストを削減しつつ高品質な画像生成を行う手法である．そこで我々は潜在拡散モデルを応用し，手描きスケッチから 2 次元ベクトル場を生成する手法を検討する．本システムは，手描きスケッチから特徴抽出を行うエンコーダ，ベクトル場から特徴抽出を行うエンコーダ，二つの特徴量間の変換を行う拡散モデルから構成される（図 2）．変換過程では，2 チャンネル，$64 \times 64$ の潜在空間を介して特徴表現を学習させる．

スケッチのオートエンコーダは，エンコーダとデコーダから構成されている．エンコーダは，入力スケッチを 2 次元の潜在表現に変換する．具体的には，畳み込み層，バッチ正規化層，SE-ResNet ブロックの順に処理を行い，$256 \times 256$ の入力画像を $2 \times 64 \times 64$ の特徴マップへと段階的に変換する．この過程で，特徴量のチャンネル数は 1 から段階的に拡大され（$16 \to 32 \to 64 \to 128 \to 256 \to 512$），最終的に 2 チャンネルとなる．各 SE-ResNet ブロック [9] では，Squeeze-and-Excitation 機構により特徴の重要度を適応的に調整する．デコーダはエンコーダと対称的な構造を持ち，逆畳み込み層，バッチ正規化層，SE-ResNet ブロックの順で処理を行うことで，潜在表現から元のスケッチの再構成を行う．最終層では Sigmoid 関数を用いて出力を正規化し，学習には平均二乗誤差を用いた．

ベクトル場のオートエンコーダは，スケッチのオートエンコーダとほぼ同じ構造を持つ．但し，唯一の相違点は出力層にあり，デコーダの最終層では転置畳み込みの結果を直接使用した．損失関数には平均二乗誤差を用いた．

潜在拡散モデルには，Chang ら [4] のスケッチ条件付きの生成モデルを用いた．

### 3.3 ベクトル場の編集

潜在拡散モデルによる出力結果（ベクトル場）は，ユーザが所望する物理的特性を考慮することは依然として困難である．そこで本稿では，生成されたベクトル場に対してヘルムホルツ・ホッジ分解を適用することで，物理的特性を考慮した編集処理を行う．

#### 3.3.1 ヘルムホルツ・ホッジ分解

ヘルムホルツ・ホッジ分解とは，任意のベクトル場 $\mathbf{v}$ を非圧縮成分 $\mathbf{v}_{div-free}$，渦なし成分 $\mathbf{v}_{curl-free}$，調和成分 $\mathbf{v}_{harmonic}$ に分解する手法である．具体的には，以下の手順で計算する．非圧縮成分 $\mathbf{v}_{div-free}$ については，ベクトル場の渦度 $\alpha$ を用いて，流れ関数 $\psi$ についてのポアソン方程式を解くことで計算する:

$$\alpha = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \tag{1}$$

$$L\psi = \alpha \tag{2}$$

$$\mathbf{v}_{\text{div-free}} = \left( \frac{\partial \psi}{\partial y}, -\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \tag{3}$$

$(u, v)$ はベクトル場の $x$ 成分，$y$ 成分，$L$ は 2 次元のラプラシアン演算子である．ポアソン方程式は，共役勾配法を用いて解き，得られた流れ関数から非圧縮ベクトル場が得られる．

渦なし成分 $\mathbf{v}_{curl-free}$ については，ベクトル場の発散成分 $\beta$ を用いて，スカラーポテンシャル $\phi$ に関するポアソン方程式を解くことで計

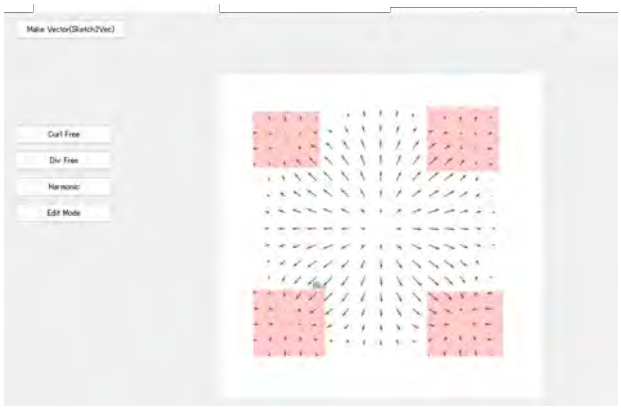



図 3: ユーザインターフェース.

算する:

$$\beta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \tag{4}$$

$$L\phi = \beta \tag{5}$$

$$\mathbf{v}_{\text{curl-free}} = \nabla\phi \tag{6}$$

調和成分 $\mathbf{v}_{harmonic}$ については，上記で得られた非圧縮成分と渦なし成分を，元のベクトル場から引くことで計算する:

$$\mathbf{v}_{\text{harmonic}} = \mathbf{v} - (\mathbf{v}_{\text{div-free}} + \mathbf{v}_{\text{curl-free}}) \tag{7}$$

#### 3.3.2 ユーザインターフェース

ユーザが描いたスケッチから 2 次元ベクトル場を生成し，生成結果から対話的に物理的特性を抽出・編集するためのユーザインターフェースを実装した（図 3）．本インターフェースでは，ユーザが「Edit Mode」を有効化することで，2 次元ベクトル場上に矩形領域（赤色）を指定することができる．選択された領域に対して，ユーザは以下のボタンをクリックすることで，物理的特性を抽出し，ベクトル場を編集できる：

- **Curl Free**：選択領域内のベクトル場から渦なし成分を抽出する
- **Divergence Free**：選択領域内のベクトル場から非圧縮成分を抽出する
- **Harmonic**：渦なしかつ非圧縮である調和成分を抽出する

更に，ユーザは複数のボタンをクリックすることで複数の特性を抽出することも可能であり，例えば「Curl Free」と「Divergence Free」を組み合わせることで，選択領域内から調和成分のみを除去できる.

## 4 結果

### 4.1 訓練結果

我々は, スケッチオートエンコーダを, Adam オプティマイザーで 150 エポック訓練し，バッチサイズ 64 を採用した．ベクトルオートエンコーダも同様に Adam オプティマイザーで 150 エポック訓練し，バッチサイズ 64 を採用した．学習後の全訓練データに対する損失関数の平均値は，スケッチオートエンコーダでは 0.000031389，ベクトルオートエンコーダでは 0.001535 となった．図 4 と図 5 に, スケッチオートエンコーダ及びベクトルオートエンコーダによる再構成結果を示す．但し，ベクトル場の可視化には matplotlib の quiver 関数を使用し，表示間隔を 16 に設定している．これらの結果から，スケッチオートエンコーダが，手描き風スケッチ（入力）との差異を視覚的に認識

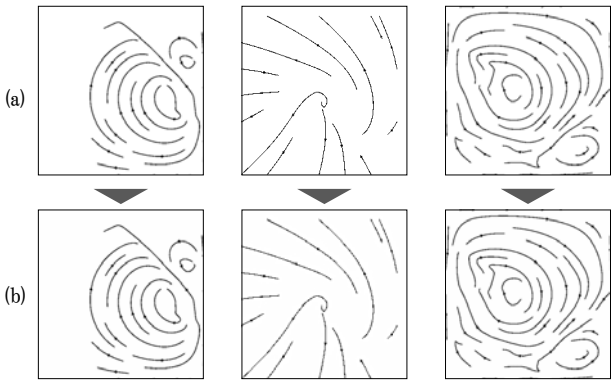



図 4: スケッチオートエンコーダによる再構成結果の一例．(a) 手描き風スケッチ（入力）と (b) 生成結果.

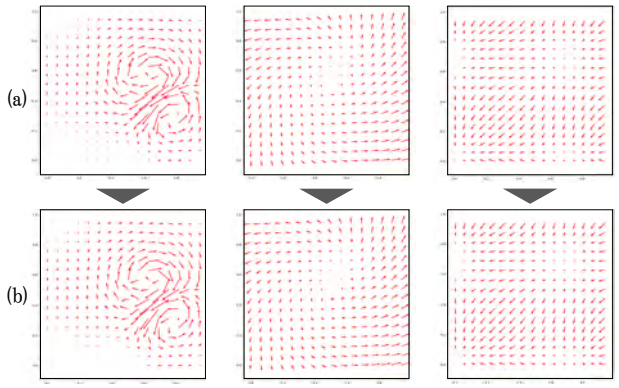



図 5: ベクトルオートエンコーダによる再構成結果の一例．(a) 入力ベクトル場と (b) 生成結果.

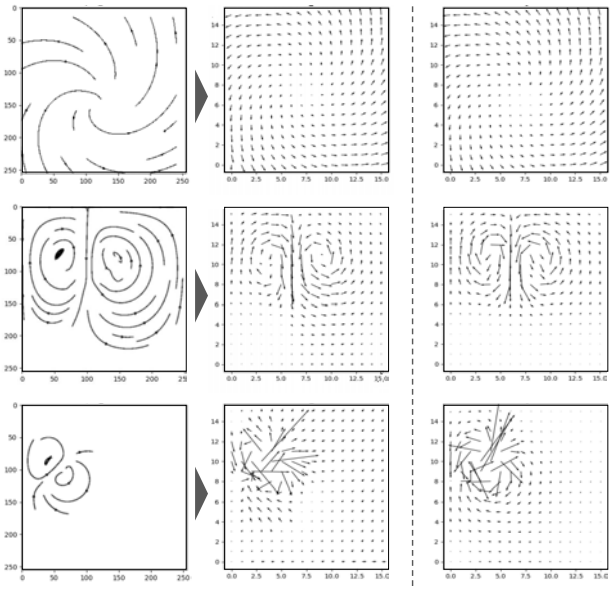



図 6: 手描き風スケッチから生成された 2 次元ベクトル場と正解データとの比較.

できないほどの高品質な再構成ができることがわかる．また，ベクトルオートエンコーダも同様に，各ベクトルの向きと大きさが入出力でおおむね一致していることから, 視覚的及び数値的に詳細情報の保持ができたと言える．

潜在拡散モデルの訓練は，3.2 節で紹介した SE-ResNet ベースのオートエンコーダを 3.1 節で構築したデータセットで事前学習させた後，同じデータセットを用いることで実施した．訓練時間の短縮のため，事前実験で得られた重みを初期値として利用した．訓練には Adam オプティマイザーを使用し，バッチサイズ 32,85 エポックの学習を行った．訓練したモデルの性能を評価するため，111 個のテストデータを用いて実験を行った. テストデータにおけるターゲットベクトル場と生成されたベクトル場の平均二乗誤差は 0.088291 となった．図 6 に，手描き風スケッチ（入力）から生成された 2 次元ベクトル場及び，正解データの一例を示す．この結果から，大域的な流れの構造を再現できているものの，局所的な構造が異なることが確認できる．特に，ユーザが描かなかった領域にもベクトル場が生成されてしまうケースがあった. 主な理由としては，3.1 節で構築したデータセットの大部分が，全体的に滑らかなベクトル場パターンの線形結合であることが挙げられる．流体シミュレーションを用いて生成したペアデータには，流れが存在しない局所領域が含まれているものの, データセット全体における割合は非常に小さい．以上より，データセットの偏りによって, 局所的な流れの特徴や流れの存在しない領域の表現を適切に学習できなかったと考えられる．

### 4.2 提案手法の活用例

提案手法によるベクトル場の編集結果を図 7 に示す. 図 7(a) は，渦の流れを意識したスケッチを入力とし，生成されたベクトル場の全体から非圧縮成分のみを抽出することで，物理的に妥当な渦巻きの表現を実現している．図 7(b) は，煙の挙動を意識して描いたスケッチを入力とし，編集処理を行ったものである．具体的には，生成されたベクトル場全体から渦なし成分を除去し，さらに右下部（緑）から非圧縮成分のみ抽出することで，よりスケッチの意図を反映したベクトル場を実現した．図 7(c) は，渦の流れを意識したスケッチを入力とし，複数の編集処理を行ったものである．具体的には，生成されたベクトル場全体から調和成分を除去す

ⓒ2025 Information Processing Society of Japan

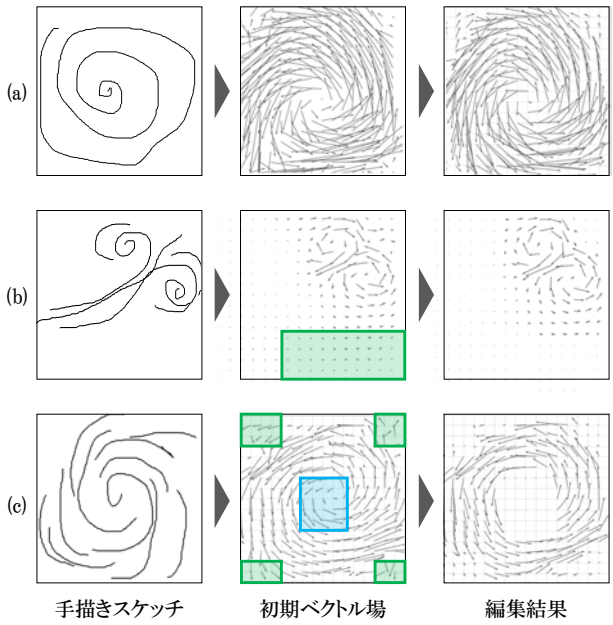



図 7: スケッチから生成されたベクトル場に対する編集結果の一例.

る．次に，中央領域（青）から渦なし成分のみを抽出することで局所的な回転を除去する．更に，四隅の領域（緑）から非圧縮成分のみを抽出することで，不要な流れを除去した．

## 5 適用限界と今後の展望

本研究では，潜在拡散モデルによるスケッチから大域的なベクトル場を推定する手法と，ヘルムホルツ・ホッジ分解による物理的特性の調整手法の 2 段階のアプローチを提案し, 直感的かつ効率的にベクトル場のデザインを実現した．但し．現時点では以下の課題が存在する．

1 つ目は，ユーザが意図したベクトル場の設計ができないケースが存在する点である．例えば，蛇行する水流や，局所的な細かい流れのコントロールなどが挙げられる．更に，回転の向き（右回り・左回り）や，流れの種類（吸い込み・湧き出し）といった制御も困難である．これらの問題を解決するために，我々は，流体シミュレーションによるペアデータを増やし，より多様なパターンを含むデータセットを構築する予定である．更に，手描き風スケッチの生成手法を改善し, ベクトル場の強度や方向をより適切に表現する方法を検討する予定である．

2 つ目は，物理的特性抽出インターフェースの実装面についてである．特に現時点の実装では，ヘルムホルツ・ホッジ分解が適用できる領域の形状が矩形領域に限られ，円形や楕円形，自由曲線で囲まれた領域の指定ができない．この問題を解決するために，我々は将来的に Polthier ら [10] のメッシュベースのヘルムホルツ・ホッジ分解アルゴリズムを組み込み，任意形状の領域からの物理的特性を抽出する機能を追加する予定である．但し，ユーザが指定した領域の境界線上のベクトル場が不自然になってしまう可能性が存在するため，境界面を滑らかにつなぐスムージング処理も検討している．

3 つ目は，評価実験が十分でない点である．そこで我々は，最新のアプローチとの定性的および定量的な比較実験を実施し，本手法の有効性を検証する予定である．

## 6 おわりに

本研究では，物理的特性を考慮した 2 次元ベクトル場の生成手法を提案した．具体的には，潜在拡散モデルによるスケッチベースのベクトル場生成技術と，ヘルムホルツ・ホッジ分解を活用した物理的特性抽出インターフェースを組み合わせたものである．これにより，従来の生成モデルでは困難であった物理的特性の制御を可能となり，いくつかの編集結果を通じて，本手法の可能性を示した．今後は，最新のアプローチとの定性的および定量的な比較実験を行い，本手法の有効性を検証する予定である．

## 参考文献

[1] Xiaokun Wang, Yanrui Xu, Sinuo Liu, Bo Ren, Jiří Kosinka, Alexandru C. Telea, Jiamin Wang, Chongming Song, Jian Chang, Chenfeng Li, Jian Jun Zhang, and Xiaojuan Ban. Physics-based fluid simula-

ⓒ2025 Information Processing Society of Japan

tion in computer graphics: Survey, research trends, and challenges. *Computational Visual Media (CVMJ)*, Vol. 10, No. 5, pp. 803–858, 2024.

[2] Zhongyuan Hu, Haoran Xie, Tsukasa Fukusato, Takahiro Sato, and Takeo Igarashi. Sketch2VF: Sketch-based flow design with conditional generative adversarial network. *Computer Animation and Virtual Worlds (CAVW)*, Vol. 30, No. 3, pp. e1889:1–e1889:11, 2019.

[3] Haoran Xie, Keisuke Arihara, Syuhei Sato, and Kazunori Miyata. Dualsmoke: Sketch-based smoke illustration design with two-stage generative model. *Computational Visual Media (CVMJ)*, pp. 1–15, 2024.

[4] Hengyuan Chang, Yichen Peng, Syuhei Sato, and Haoran Xie. Sketch-guided flow field generation with diffusion model. In *International Workshop on Advanced Imaging Technology (IWAIT)*, Vol. 13164, pp. 290–295. SPIE, 2024.

[5] James Gregson, Ivo Ihrke, Nils Thuerey, and Wolfgang Heidrich. From capture to simulation: connecting forward and inverse problems in fluids. *ACM Transactions on Graphics (ToG)*, Vol. 33, No. 4, pp. 139:1–139:11, 2014.

[6] Zherong Pan and Dinesh Manocha. Efficient Solver for Spacetime Control of Smoke. *ACM Transactions on Graphics (ToG)*, Vol. 36, No. 5, pp. 162:1–162:13, 2017.

[7] Jun Xing, Rubaiat Habib Kazi, Tovi Grossman, Li-Yi Wei, Jos Stam, and George Fitzmaurice. Energy-Brushes: Interactive Tools for Illustrating Stylized Elemental Dynamics. In *Proceedings of the 29th Annual Symposium on User Interface Software and Technology (UIST)*, pp. 755–766. ACM, 2016.

[8] Robin Rombach, Andreas Blattmann, Dominik Lorenz, Patrick Esser, and Bjorn Ommer. High-Resolution Image Synthesis with Latent Diffusion Models. In *Proceedings of IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 10674–10685. IEEE, 2022.

[9] Jie Hu, Li Shen, Samuel Albanie, Gang Sun, and Enhua Wu. Squeeze-and-Excitation Networks. In *Proceedings of IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition(CVPR)*, pp. 7132–7141. IEEE, 2018.

[10] Konrad Polthier and Eike Preuß. Identifying vector field singularities using a discrete hodge decomposition. In *Visualization and Mathematics III*, pp. 113–134. Springer, 2003.

ⓒ2025 Information Processing Society of Japan