Title	弾性脚をもつX字型2脚ロボットの適応的制御変数更新に基づく漸近安定走行運動生成
Author(s)	小森, 幹斗
Citation	
Issue Date	2025-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/19797
Rights	
Description	Supervisor: 浅野 文彦, 先端科学技術研究科, 修士 (情報科学)

修士論文

弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの適応的制御変数更新に基づく
漸近安定走行運動生成

小森 幹斗

主指導教員 浅野 文彦

北陸先端科学技術大学院大学
先端科学技術専攻
（情報科学）

令和 7 年 3 月

Abstract

The compass-shaped robot, in which two leg frames are connected at the hip joint's rotational axis, behaves similarly to human walking: the supporting leg rotates forward around the contact point, while the swing leg rotates in the opposite direction around the hip joint. On the other hand, when walking with both leg frames of equal length, a problem arises in ensuring sufficient clearance for the swing leg above the floor surface. Kiefer and Ramesh introduced a three-degree-of-freedom X-shaped bipedal robot to address this issue, placing a reaction wheel between the two leg frames and enabling stable wheel gait generation on both horizontal and inclined planes. A wheel gait refers to a type of gait where both leg frames rotate in the same direction, which eliminates the need to consider clearance with the floor surface. Additionally, when the leg frames are connected at their center points to form an X-shape, the resulting equations of motion are simple, with few nonlinear terms. This configuration exhibits unique characteristics, such as the unchanged angular velocity of the rear leg at the instant of stance-leg exchange and the time integral of the control input for one step becoming zero in the steady gait. Despite these advantages, because there is no rotational moment around the hip joint, natural leg swing motion does not occur, and a driving force is always necessary to generate the wheel gait. Moreover, stabilizing the system, including the zero dynamics, is theoretically difficult, and the construction of realistic models and control laws was not fully developed in earlier studies. In response, subsequent research introduced an X-shaped bipedal robot with telescopic legs instead of reaction wheels. This model successfully generated wheel gait on a horizontal plane. Furthermore, the optimal elasticity coefficients and natural length were derived in a model equipped with elastic elements parallel to the telescopic legs, leading to improved energy efficiency and reduced control loads. When the telescopic joints are driven, both ends of the leg frame undergo symmetric stretching and compressing motions. This property allows for control of the relative lengths of the legs in a way that the rear leg is relatively more extended and the front leg shorter at the moment of stance-leg exchange, causing the center of mass to approach the contact point of the front leg and easily overcoming the next potential barrier that appears mid-stance phase. While this feature is an advantage that facilitates wheel gait, geometrical constraints under conditions where the stance leg is in constant contact with the floor surface require a smaller relative hip-joint angle and stride length at the instant of stance-leg exchange to increase walking speed. Although forward acceleration can be achieved by extending the stance leg so that it becomes an asymmetric impact posture in the anteroposterior direction, the stride length must be reduced accordingly to prevent the center of mass from moving away from the front leg's contact point. One potential solution

is introducing jumping motion into the wheel gait to overcome stride constraints and increase walking speed. Starting with Matsuoka's work, various studies have been conducted on hopping robots and bipedal running gaits that leverage jumping. Additionally, hopping and bipedal running gait stability analyses have been carried out. While previous studies enabled high mobility with fewer actuators through the introduction of jumping, they faced problems in realizing running gait. This was due to unrealistic control inputs or special assumptions that neglected leg mass, which diminished the feasibility of implementation. In contrast, McGeer's research demonstrated higher feasibility and inherent stability in certain parameter sets, although the motion was limited to slopes. Additionally, an Asano and Suguro model, which, like the research presented in this paper, incorporated telescopic joints into a rimless wheel, demonstrated high-speed running but was limited by structural difficulties and inadequate analysis of the control inputs necessary for running gait. In order to solve this problem, this paper proposes running gait generation on a horizontal plane using an X-shaped bipedal robot with elastic legs and analyzes its stability through numerical simulation. In addition, although previous studies have reported the verification of a wheel gait, the successful generation of a stable wheel gait has not been reported. Therefore, we also propose an experimental X-shaped bipedal robot, which we have developed. In Chapter 2, an X-shaped bipedal robot with telescopic legs is analyzed through numerical simulations with and without restraining the telescopic legs during an inelastic collision with the floor surface, and the gait characteristics are compared for each. We generated wheel gait by considering whether mechanical constraints were applied to the telescopic joints during each collision. The results indicated that when mechanical constraints were applied to the telescopic joints, an increase in the relative hip-joint angle during each collision led to a monotonically increasing walking cycle, with walking speed and stride rate decreasing monotonically. In contrast, in the absence of mechanical restraints, the support legs have the property of first contracting and then extending to the terminal value, which was shown to be advantageous for larger strides than in the presence of mechanical restraints. In Chapter 3, the assumption that the telescopic legs are driven linearly symmetric was removed, and we propose to extend the X-shaped bipedal robot with telescopic legs to an eight-degree-of-freedom redundant model. It also compared the translational driving force of a three-input model under holonomic constraints with the control input of a five-input model, which included assumptions about control inputs. This comparison revealed that the translational driving force reflects the potential input-output relationship of telescopic legs. In Chapter 4, we analyzed the wheel gait of the X-shaped bipedal robot with elastic legs, where elastic elements were added to the telescopic legs. We evaluated its performance from the perspectives of energy efficiency and the control load. Furthermore, the optimal physical parameters for the elastic elements were derived by analyzing the time variation of the total mechanical energy. In Chapter 5, Using the X-shaped bipedal robot with elastic legs, a new wheel mixed gait, and a wheel running gait were generated, and it was demonstrated that the generated wheel running gait is asymptotically stable using the Poincaré map method. Adaptive updating of control variables was used for the running gait, where the stance leg was contracted at the moment of transitioning to the flight phase, enabling the realization of the running gait. Stability was evaluated based on the eigenvalues and singular values of the nonlinear discrete functions, revealing that while the system is asymptotically stable, the convergence is not strong. Chapter 6 describes the outline of the experimental machine for the novel X-shaped bipedal robot we developed based on the theoretical knowledge of previous studies, reports the basic experimental results of wheel gait generation using this machine, and discusses the robot's feasibility. The structure and control method for realizing a wheel gait near the theoretical knowledge are described. Then, the experimental results are reported, and the problems and improvement measures are discussed. In Chapter 7, conclusions and future works are described.

目 次

第1章　はじめに **1**
1.1　研究背景 1
1.2　研究目的 2
1.3　本論文 3

第2章　伸縮脚をもつX字型2脚ロボットの車輪型歩容 **4**
2.1　仕様 4
2.2　運動方程式 6
2.3　衝突方程式 7
2.4　制御系設計 8
2.4.1　入出力線形化 8
2.4.2　目標時間軌道 9
2.5　衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う車輪型歩容 10
2.5.1　解析準備 10
2.5.2　車輪型歩容生成 11
2.5.3　衝突時の相対股関節角度が歩行性能に与える影響 14
2.6　衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行わない車輪型歩容 16
2.6.1　車輪型歩容生成 16
2.6.2　衝突時の相対股関節角度が歩行性能に与える影響 18

第3章　冗長モデルを用いた駆動機構に関する考察 **21**
3.1　仕様 21
3.2　運動方程式 23
3.3　衝突方程式 24
3.4　制御系設計 25
3.4.1　入出力線形化 26
3.4.2　目標時間軌道 26
3.5　冗長モデルの車輪型歩容生成 27
3.5.1　3入力モデルにおける車輪型歩容生成 27
3.5.2　5入力モデルにおける車輪型歩容生成 30

第 4 章　弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型歩容 **31**
4.1 仕様 31
4.2 運動方程式 33
4.3 全力学的エネルギー 33
4.4 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型歩容 34
4.4.1 解析準備 34
4.4.2 車輪型歩容生成 34
4.4.3 衝突時の相対股関節角度が歩行性能に与える影響 36
4.4.4 弾性要素のパラメータ変更に伴う歩行効率の変化 38

第 5 章　弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型走行歩容 **41**
5.1 運動方程式 41
5.2 衝突方程式 41
5.3 適応的制御変数更新 42
5.3.1 支持相の目標時間軌道 42
5.3.2 浮遊相の目標時間軌道 44
5.4 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの走行運動 45
5.4.1 車輪型混合歩容生成 45
5.4.2 車輪型走行歩容生成 48
5.4.3 車輪型走行歩容の安定性解析 52

第 6 章　実験機の開発 **54**
6.1 実験機の概要 54
6.2 制御手法 56
6.2.1 股関節 56
6.2.2 伸縮関節 56
6.3 歩行実験 58

第 7 章　まとめ **60**
7.1 結論 60
7.2 今後の予定 61

付 録 A 冗長モデルの運動方程式 **66**

図 目 次

2.1　伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボット 5
2.2　伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの設計図 5
2.3　脚交換の瞬間における座標系 8
2.4　車輪型歩容のシーケンス図 10
2.5　衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う車輪型歩容 13
2.6　衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う車輪型歩容の歩行性能 15
2.7　衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行わない車輪型歩容 18
2.8　衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行わない車輪型歩容の歩行性能 . . 20

3.1　伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの冗長モデル 22
3.2　5 入力モデルの設計図 23
3.3　3 入力モデルの車輪型歩容 29
3.4　5 入力モデルの車輪型歩容 30

4.1　弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボット 32
4.2　弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの設計図 32
4.3　弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボット車輪型歩容 36
4.4　弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型歩容の歩行性能 37
4.5　弾性係数 k と自然長 b_0 に対する SR と制御入力の 2 乗平均値 39
4.6　全力学的エネルギーの時間変化 40

5.1　脚交換の瞬間 42
5.2　車輪型走行歩容のシーケンス図 44
5.3　弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型混合歩容 47
5.4　弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型走行歩容 52

6.1　弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの実験機 55
6.2　股関節と伸縮脚の構造 56
6.3　歩行実験のシーケンス図 59

表 目 次

2.1 伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの物理パラメータ 12
2.2 車輪型歩容の制御パラメータ 12

4.1 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの物理パラメータ 34

5.1 車輪型混合歩容の制御パラメータ 45
5.2 車輪型走行歩容の制御パラメータ 48

第1章　はじめに

1.1　研究背景

2本の脚フレームを股関節位置の回転軸で連結したコンパス型の2脚ロボットは，支持脚は接地点を中心に前方に回転し，遊脚は股関節を中心に逆方向に回転して人間と同じ歩き方をする．しかし長さが等しい脚フレームを使って歩行する場合，床面に対する遊脚のクリアランスをどのように確保するかという問題が生じる．この問題を解決すべく，Kiefer と Ramesh は2本の脚フレームの間にリアクションホイールを挟む3自由度のX字型2脚ロボットを導入し，水平面と上り斜面で安定な車輪型歩容生成を実現した [1]．車輪型歩容とは2本の脚フレームが同じ方向に回転する歩容であり，床面とのクリアランスを考慮する必要がないという特徴を有する．またX字となるよう脚フレーム同士を互いの中心点で結合すると，運動方程式は非線形項を殆ど含まないシンプルなものとなり，遊脚が床面と衝突する瞬間で後脚の角速度が変化しない，定常歩行で1歩分の制御入力の時間積分がゼロになるなどの特殊な性質をもつ [2, 3]．しかしその反面，その回転関節まわりに重力による回転モーメントが発生しない，つまり自然な脚の振り運動が起こらないため，歩容生成においては必ず駆動力が必要となる．加えてゼロダイナミクスまでを含めた安定化は理論的に容易でなく，現実的なモデルと制御則の構築は不十分なままであった．

そこで先行研究では，リアクションホイールではなく同一の脚フレームに直動関節を搭載したX字型2脚ロボットを新たに導入し，その水平面上における車輪型歩容を実現した [4]．さらに，同モデルの直動関節に弾性要素を並列に取り付けた弾性脚をもつX字型2脚ロボットを導入し，最適な弾性係数と自然長を設定することで，エネルギー効率の改善と同時に制御入力の瞬間最大絶対値の低減に成功している [5]．直動関節を駆動すると脚フレームの両端が線対称に伸縮運動をする．この性質により衝突姿勢において後脚の長さが相対的に長く，前脚の長さが相対的に短くなるように制御できるため，重心全体が前脚の着地点に近づき，衝突姿勢を前傾化することが可能である．この結果，2本の脚フレームを同じ方向へ回転させるという困難を解消し，立脚中期に現れるポテンシャルバリアを突破しながら安定な車輪型歩容が生成される [6]．しかし，支持脚が常に床面と接地しているため，歩行速度を大きくすればするほど，衝突時の歩幅が小さくなってしまう．これは前傾姿勢で支持脚を伸長させることで前進する加速度が得られるものの，それに応じて歩幅を小さくしなければ重心全体が前脚の着地点から離れてしまうから

である．そこで歩幅の制約を突破して歩行速度を高速化するためには，車輪型歩容に跳躍運動を導入することが挙げられる．松岡の研究を皮切りに，1 脚のホッピングロボット [7, 8, 9, 10] や，その跳躍を生かしてた 2 脚の走行運動 [11, 12, 13, 14] に関してはこれまでに様々な研究がされている．さらに 1 脚の走行運動を対象とした安定性の解析 [15, 16] や 2 脚の走行運動 [17] の安定性の解析が研究されてきた．しかし，これらの先行研究では、跳躍を可能とすることにより少ないアクチュエータ数で高い機動力を発揮したものの、走行運動の実現が困難であることから，非現実的な入力による制御や脚の質量を無視する特別な仮定を用いており，実現可能性が乏しかった．それに反して McGeer の研究は実現性が高く，一部のパラメータセットにおいては本質的に安定であることを示したものの，その運動は斜面上に限定される．また本論文の研究と類似した研究として浅野と勝呂のリムレスホイールに直動関節を搭載したモデルが挙げられるが，このモデルは高速な走行を実現しているものの，実現が困難な構造であり，走行に必要な制御入力の考察が不十分なままであった [18]．そこで本論文では，弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットを用いて水平面上での走行運動を数値シミュレーションによって実現し，さらにその安定性について解析した．加えて，車輪型歩容の実機検証については文献 [19] において報告されているものの，安定した車輪型歩容生成の成功例と言えるレベルの成果はこれまでに報告されていないため，本論文では先行研究の理論検証結果をもとに筆者らが新規開発した X 字型 2 脚ロボットの実験機の概要について述べ，これを用いた車輪型歩容生成の基礎実験結果を報告するとともに，その実現可能性について議論する．

1.2　研究目的

本論文の目的は歩行ロボットに対して一般的に用いられている仮定のみで水平面上で漸近安定な走行運動が可能であることを数値シミュレーションを用いて示し，さらに実験機にて車輪型歩容を実現することである．現実的な走行の実現が困難である要因の一つとして，姿勢制御を短い時間で達成するための制御入力が非常に大きいことが挙げられる．車輪型歩容は転倒を本質的に克服しているため姿勢制御が比較的容易であり，伸縮運動により発生する大きな制御入力を低減すれば，走行が実現しやすいと考えられる．伸縮運動により増大する制御入力は弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットを用いることで克服可能であり，滑らかな伸縮運動によって支持脚が収縮した際に蓄積した弾性エネルギーを伸長して跳躍することで，自然な走行が実現される．

1.3　本論文

本論文は，本章を含めて全 7 章で構成される．第 2 章は伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型歩容を解析する．第 3 章は伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの冗長モデルを導入し，脚フレームに潜在する伸縮力の配分を明らかにする．第 4 章は伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットに弾性要素を追加し，車輪型歩容に及ぼす弾性要素の影響とその最適なパラメータを考察する．第 5 章は弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットについて 2 つの走行運動を生成し，さらに安定性について解析する．第 6 章は弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットをモデルにした実験機の開発について述べる．第 7 章は本論文の内容について総括する．

第2章　伸縮脚をもつX字型2脚ロボットの車輪型歩容

本章では，伸縮脚をもつX字型2脚ロボットのモデルの仮定と数学モデルについて述べた後，出力追従制御系を設計することで車輪型歩容を生成し，運動解析を行う．まず，歩行運動を連続的な状態と離散的な状態が交互に現れるハイブリッドシステムとして，運動方程式および衝突方程式を用いて歩行運動の数学モデルを構築する．続いて支持脚と遊脚の伸縮長および股関節の相対角度を制御出力に設定した出力追従制御系を設計する．入出力線形化によって線形制御の実装を可能としており，PID制御にて目標時間軌道に追従する．目標時間軌道は各制御出力の衝突直後の値を参照することで，出力追従誤差が発生せず，滑かな歩行運動を実現している．そして衝突時の相対股関節角度が歩行性能に与える影響について解析を行い，車輪型歩容の歩行性能を明らかにする．数値シミュレーションはMATLABのode89を利用して積分を行った．2.5.2節および2.6.2節では設定を絶対許容誤差を $1\mathrm{e}-18$，相対許容誤差を $2.22045\mathrm{e}-14$ とし，2.5.3節および2.6.3節では絶対許容誤差を $1\mathrm{e}-16$，相対許容誤差を $2.22045\mathrm{e}-14$ とした．

2.1　仕様

図2.1にX字型2脚ロボットの概要を示す．床面と接する支持脚先端位置を (x, z)，支持脚の絶対角度を θ_1，遊脚の絶対角度を θ_2，支持脚の伸縮長を b_1，遊脚の伸縮長を b_2 とする．回転関節を中心に質量が m_2 である非駆動脚フレームが取り付けられており，これに沿うように片側に質量が $m_1/2$ である駆動脚フレームが内蔵されている．以下，下付き文字の $j \in \{1,2\}$ は支持脚であれば1を，遊脚であれば2を意味するものとする．図2.2に示す設計図のように，駆動力 u_j をラック＆ピニオンへ印加することで，2本の直線型フレームを互いに反対方向へ同時かつ対称に伸縮運動させることができる．また，脚先端位置から質量 $m_1/2$ までの距離を a，そこから質量 $m_2/2$ までの距離（伸縮長）を b_j，更にそこから回転関節までの距離を c とする．1本の脚全体の質量は $m_1 + m_2$ となる．

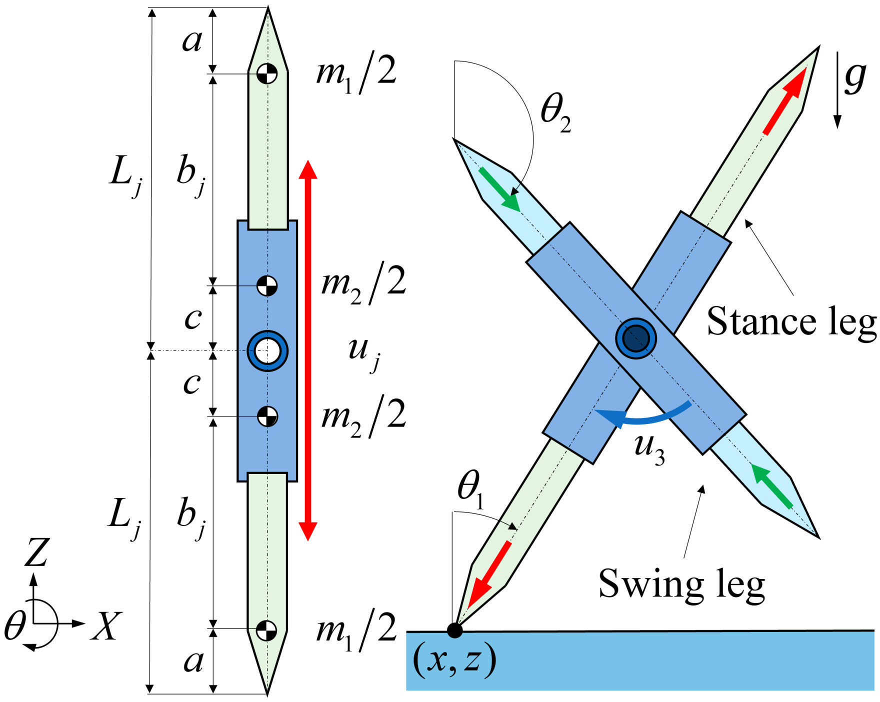


図 2.1: 伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボット

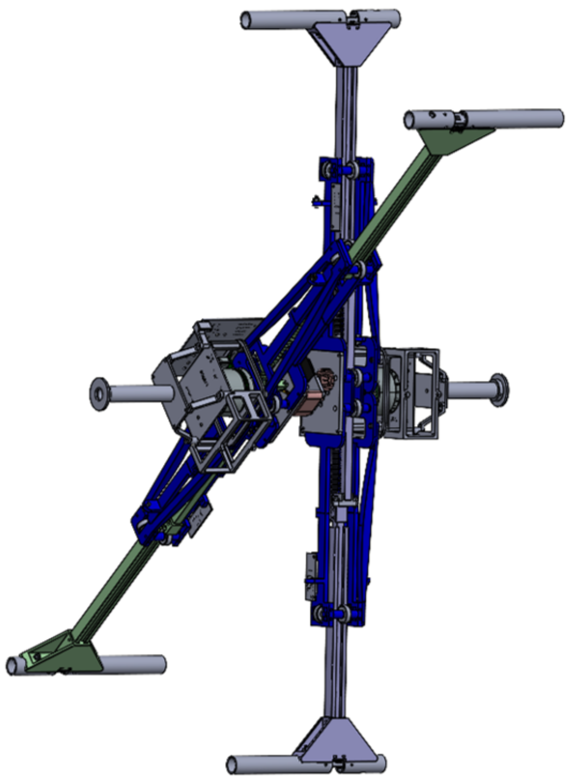


図 2.2: 伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの設計図

2.2　運動方程式

一般化座標ベクトルを $\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} x\ z\ \theta_1\ \theta_2\ b_1\ b_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ とすると，ロボットの運動方程式は

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{h} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{J}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}_c \tag{2.1}$$

となる．$\boldsymbol{M} \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ は慣性項であり，$\boldsymbol{H} \in \mathbb{R}^6$ は非線形速度項と重力項の和である．以下，ロボットの総質量を $m := 2m_1 + 2m_2$ とする．式 (2.1) の各項の詳細は以下の通りである．

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & mL_1\cos\theta_1 & 0 & m\sin\theta_1 & 0 \\ & m & -mL_1\sin\theta_1 & 0 & m\cos\theta_1 & 0 \\ & & M_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & M_{44} & 0 & 0 \\ & & & & m' & 0 \\ \mathrm{Sym.} & & & & & m_1 \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

$$\begin{aligned} M_{33} &= 3m_1(b_1+c)^2 + m_2\left(2b_1^2 + 4b_1c + 3c^2\right) + ma^2 + 2ma(b_1+c) \\ M_{44} &= m_1\left(b_2+c\right)^2 + m_2c^2 \\ m' &= 3m_1 + 2m_2 \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{h} = \begin{bmatrix} m\dot{\theta}_1\left(2\dot{b}_1\cos\theta_1 - L_1\dot{\theta}_1\sin\theta_1\right) \\ m\left(g - L_1\dot{\theta}_1^2\cos\theta_1 - 2\dot{b}_1\dot{\theta}_1\sin\theta_1\right) \\ -mgL_1\sin\theta_1 + 2\dot{b}_1\dot{\theta}_1\left(ma + m'(b_1+c)\right) \\ 2m_1\dot{b}_2\dot{\theta}_2(b_2+c) \\ mg\cos\theta_1 - \left(ma + m'(b_1+c)\right)\dot{\theta}_1^2 + k(b_1-b_0) \\ -m_1(b_2+c)\dot{\theta}_2^2 + k(b_2-b_0) \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

支持相において，支持脚先端位置が床面と 1 点で滑らずに接触するという条件は $\dot{x} = 0$，$\dot{z} = 0$ と記述される．これらをまとめた次式がホロノミック拘束条件式となる．

$$\boldsymbol{J}_c\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{0}_{2\times 1},\quad \boldsymbol{J}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

運動方程式 (2.1) および式 (2.5) の時間微分式より，床反力を意味する未定乗数ベクトルが

$$\boldsymbol{\lambda}_c = -\boldsymbol{X}_c^{-1}\boldsymbol{J}_c\boldsymbol{M}^{-1}\left(\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}-\boldsymbol{h}\right) = \begin{bmatrix} F_x \\ F_z \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

と求まる．ただし，$\boldsymbol{X}_c := \boldsymbol{J}_c\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{J}_c^{\mathrm{T}}$ であり，F_x は x 軸方向の支持脚先端に加わる床反力，F_x は z 軸方向の支持脚先端に加わる床反力を表す．式 (2.6) を更に式 (2.1) に代入して整理することで

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{Y}_c\left(\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}-\boldsymbol{h}\right) \tag{2.7}$$

を得る．ただし，$\boldsymbol{Y}_c := \boldsymbol{I}_6 - \boldsymbol{J}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_c^{-1}\boldsymbol{J}_c\boldsymbol{M}^{-1}$ である．

2.3 衝突方程式

図 2.3 に脚交換の瞬間における座標系の関係を示す．以降，歩行周期を T とする．本論文では，前脚先端が床面と完全非弾性衝突をして，この直後に滑ることなく拘束されることを仮定する．また 2.5 節においては，衝突の瞬間にすべての伸縮関節が機械的に高速されていると仮定する．このとき，完全非弾性衝突式は

$$\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{q}}^{+} = \boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{q}}^{-} + \boldsymbol{J}_I^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}_I \tag{2.8}$$

となる．ただし，上付き文字の “−” と “+” はそれぞれ衝突直前と衝突直後を表すものとする．衝突直後の速度拘束条件式は

$$\boldsymbol{J}_I\dot{\boldsymbol{q}}^{+} = \boldsymbol{0}_{4\times 1} \tag{2.9}$$

とまとめられる．この $\boldsymbol{J}_I$ は衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う場合，次のように定まる．

$$\boldsymbol{J}_I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L_1^{-}\cos\theta_1^{-} & L_2^{-}\cos\theta_2^{-} & \sin\theta_1^{-} & \sin\theta_2^{-} \\ 0 & 1 & -L_1^{-}\sin\theta_1^{-} & -L_2^{-}\sin\theta_2^{-} & \cos\theta_1^{-} & \cos\theta_2^{-} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

ただし，式 (2.8)(2.9) より，衝突直後の速度ベクトルが

$$\dot{\boldsymbol{q}}^{+} = \left(\boldsymbol{I}_6 - \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{J}_I^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{J}_I\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{J}_I^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\boldsymbol{J}_I\right)\dot{\boldsymbol{q}}^{-} \tag{2.11}$$

と求まる．この第 4 成分を取り出すと

$$\dot{\theta}_1^{+} = \dot{\theta}_1^{-} \tag{2.12}$$

となっており，後脚の角速度は衝突前後で変化しないことが分かる．最後に，$\boldsymbol{q}^{+}$ および $\dot{\boldsymbol{q}}^{+}$ の各成分を脚交換を考慮してリセットすることで完了する．

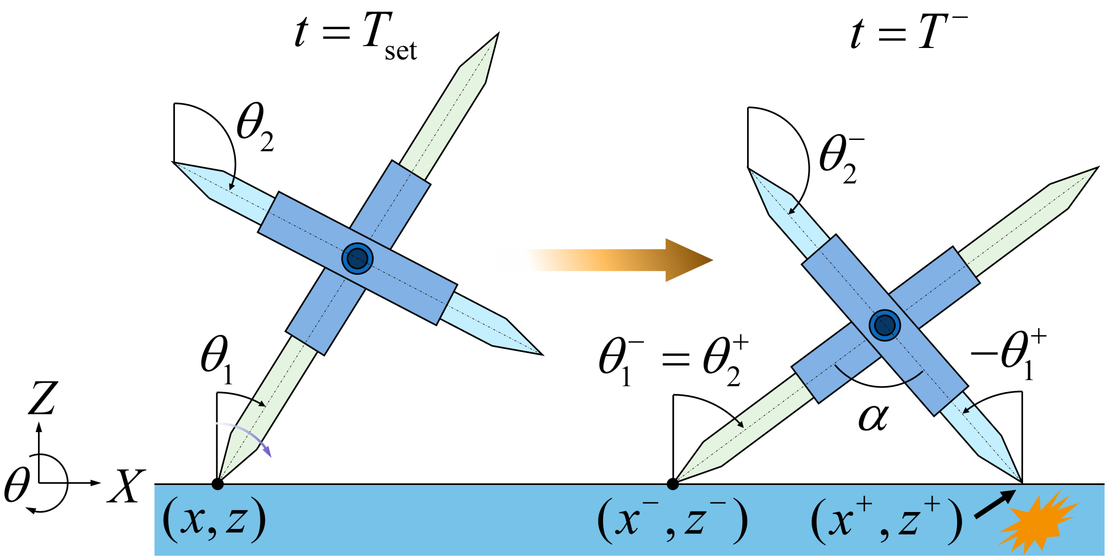


図 2.3: 脚交換の瞬間における座標系

2.4　制御系設計

2.4.1　入出力線形化

本論文では両脚の伸縮長と股関節の相対角度の軌道追従制御を考える．支持相においては $\theta_H := \theta_1 - \theta_2$ を股関節の相対角度として制御出力ベクトルを

$$\boldsymbol{y} := \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \theta_H \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

とする．これにより，時間による 2 階微分は

$$\ddot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{Y}_c\left(\boldsymbol{S}\boldsymbol{u} - \boldsymbol{H}\right) \tag{2.14}$$

となる．目標出力軌道ベクトルを

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(t) = \begin{bmatrix} b_{1\mathrm{d}}(t) \\ b_{2\mathrm{d}}(t) \\ \theta_{H\mathrm{d}}(t) \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

とするとき，$\boldsymbol{u}$ の制御入力ベクトルを次のように決定できる．

$$\boldsymbol{u} = \left(\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{Y}_c\boldsymbol{S}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{v} + \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{Y}_c\boldsymbol{H}\right) \tag{2.16}$$

$$\boldsymbol{v} = \ddot{\boldsymbol{y}}_{\mathrm{d}}(t) + \boldsymbol{K}_D\left(\dot{\boldsymbol{y}}_{\mathrm{d}}(t) - \dot{\boldsymbol{y}}\right) + \boldsymbol{K}_P\left(\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(t) - \boldsymbol{y}\right) \tag{2.17}$$

ただし，$\boldsymbol{K}_D = k_d\boldsymbol{I}_3$ は微分ゲイン行列，$\boldsymbol{K}_P = k_p\boldsymbol{I}_3$ は比例ゲイン行列であり，k_d と k_p はいずれも正定数である．

2.4.2 目標時間軌道

以下，目標整定時間を T_{set} とする．図 2.4 に車輪型走行歩容の 1 歩分のシーケンス図を示す．図 2.4(a) から図 2.4(c) にかけて，支持脚の伸縮関節の長さ b_1 を b_1^+ から b_e へ伸長させ，遊脚の伸縮関節の長さ b_2 を b_2^+ から b_s へ収縮させる．また，股関節の相対角度 $\theta_H := \theta_1 - \theta_2$ が θ_H^+ から $\alpha - \pi$ となるよう回転させる．各制御は衝突直後 $t = 0^+$ から開始し，目標整定時間 $t = T_{\mathrm{set}}$ においてそれぞれ完了する．以上の制御により，支持相において前後非対称な姿勢を実現することで，次の単脚支持相に現れるポテンシャル・バリアの突破が容易となる．伸縮長の目標時間軌道を $b_{1\mathrm{d}}(t)$，遊脚の伸縮長は $b_{2\mathrm{d}}(t)$，股関節角度は $\theta_{H\mathrm{d}}(t)$ とする．支持相の各目標境界条件について，その初期値は

$$
\begin{gathered}
b_{1\mathrm{d}}(0) = b_1^+, \quad \dot{b}_{1\mathrm{d}}(0) = \dot{b}_1^+, \quad \ddot{b}_{1\mathrm{d}}(0) = 0 \\
b_{2\mathrm{d}}(0) = b_2^+, \quad \dot{b}_{2\mathrm{d}}(0) = \dot{b}_2^+, \quad \ddot{b}_{2\mathrm{d}}(0) = 0 \\
\theta_{H\mathrm{d}}(0) = \theta_H^+, \quad \dot{\theta}_{H\mathrm{d}}(0) = \dot{\theta}_H^+, \quad \ddot{\theta}_{H\mathrm{d}}(0) = 0
\end{gathered}
$$

となり，終端値は

$$
\begin{gathered}
b_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = b_e, \quad \dot{b}_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = 0, \quad \ddot{b}_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = 0 \\
b_{2\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = b_s, \quad \dot{b}_{2\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = 0, \quad \ddot{b}_{2\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = 0 \\
\theta_{H\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = \alpha - \pi, \quad \dot{\theta}_{H\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = 0, \quad \ddot{\theta}_{H\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = 0
\end{gathered}
$$

と定まる．ただし，$b_s < b_e$ である．それぞれの初期値から終端値へのスムーズな運動を実現するため，以下の 5 次の時間関数を目標軌道として設定する．

$$
\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(t) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{5} \boldsymbol{\Phi}_k t^k & (0 \leq t < T_{\mathrm{set}}) \\ \boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) & (t \geq T_{\mathrm{set}}) \end{cases} \tag{2.18}
$$

そして，各係数は

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Phi}_0 &= \boldsymbol{y}^+ \\
\boldsymbol{\Phi}_1 &= \dot{\boldsymbol{y}}^+ \\
\boldsymbol{\Phi}_2 &= \boldsymbol{0}_{3\times 1} \\
\boldsymbol{\Phi}_3 &= \frac{10\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) - 10\boldsymbol{y}^+ - 6T_{\mathrm{set}}\dot{\boldsymbol{y}}^+}{T_{\mathrm{set}}^3} \\
\boldsymbol{\Phi}_4 &= \frac{-15\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) + 15\boldsymbol{y}^+ + 8T_{\mathrm{set}}\dot{\boldsymbol{y}}^+}{T_{\mathrm{set}}^4} \\
\boldsymbol{\Phi}_5 &= \frac{6\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) - 6\boldsymbol{y}^+ - 3T_{\mathrm{set}}\dot{\boldsymbol{y}}^+}{T_{\mathrm{set}}^5}
\end{aligned}
$$

により定められる．目標整定時間を時刻 t が超えた場合，各制御出力が終端値を維持しながら 1 自由度剛体として落下するように制御を行う．

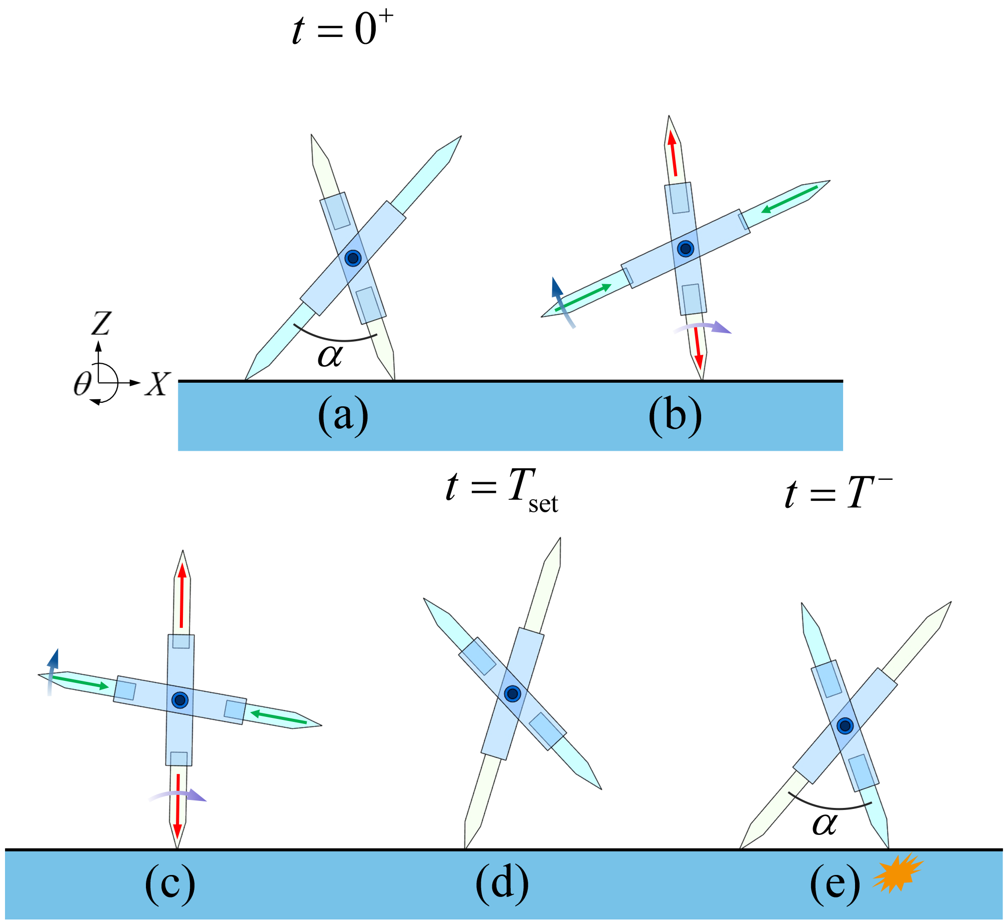


図 2.4: 車輪型歩容のシーケンス図

2.5　衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う車輪型歩容

本節では，衝突時に伸縮関節を機械的に拘束した場合について歩行解析を行い，伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型歩容における基本的な特性について述べる．

2.5.1　解析準備

車輪型歩容のエネルギー効率を評価するために，Specific resistance(SR) を用いた．入力値の平均 p は次の様に定義される．

$$p := \frac{1}{T}\int_{0^+}^{T^-} \left(\left|\dot{b}_1 u_1\right| + \left|\dot{b}_2 u_2\right| + \left|\dot{\theta}_H u_3\right|\right) \mathrm{d}t \tag{2.19}$$

また，SR は

$$\mathrm{SR} := \frac{p}{mgv} \tag{2.20}$$

と定義される．SR は 1 [kg] の物体が 1 [m] 進む際のエネルギー消費量であり，小さいほどエネルギー効率が良いことを表す．SR の v は

$$v := \frac{1}{T}\int_{0^+}^{T^-} \dot{x_G}\mathrm{d}t = \frac{\Delta x_G}{T} = \frac{\Delta x}{T} \tag{2.21}$$

により定義した．この Δx は幾何学的に

$$(\Delta x)^2 = (a+b_e+c)^2 + (a+b_s+c)^2 - 2(a+b_e+c)(a+b_s+c)\cos\alpha \tag{2.22}$$

で求められる．この Δx は α で微分することで

$$\frac{\partial \Delta x}{\partial \alpha} = \frac{(a+b_e+c)(a+b_s+c)\sin\alpha}{\Delta x} > 0 \tag{2.23}$$

となり，α が増加すれば Δx が単調増加することが分かる．

2.5.2 車輪型歩容生成

図 2.5 に衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う X 字型 2 脚ロボットの車輪型歩容生成の数値シミュレーション結果を示す．ロボットの物理パラメータは表 2.1，制御パラメータについては表 2.2 に示す値に設定した．以降，数値シミュレーションにおける初期状態は

$$\boldsymbol{q}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tan^{-1}\left(\dfrac{L_2\cos\alpha - L_1}{L_2\sin\alpha}\right) \\ \tan^{-1}\left(\dfrac{L_2\cos\alpha - L_1}{L_2\sin\alpha}\right) + \alpha \\ b_s \\ b_e \end{bmatrix}, \quad \dot{\boldsymbol{q}}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1(0) \\ \dot{\theta}_1(0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

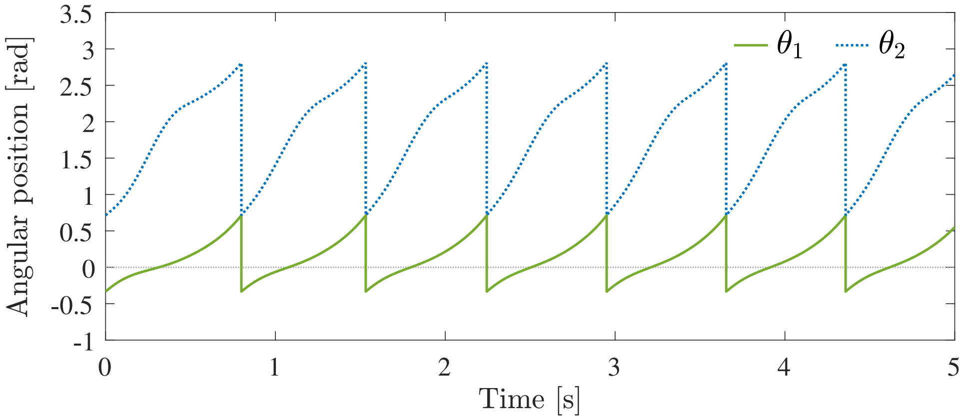
とする．$\dot{\theta}_1(0)$ は 2.0 [rad/s] とした．図 2.5(b) より，出力追従制御により支持脚の伸縮長は b_s から b_e へ伸長され，遊脚の伸縮長はその逆へ収縮されていることが分かる．この結果，次に現れるポテンシャル・バリアを突破するために有利な衝突姿勢（すなわち，全体の重心が前脚着地点に近い前傾した姿勢）が実現されている．図 2.5(d) より，単脚支持相前半においては支持脚にブレーキをかける（後方へ押し戻す）ような股関節トルクが印加されていることが分かる．この困難は前述の衝突姿勢の調節によって解消され，水平面上の前進運動が実現されている．言い換えれば，高速で前方へ倒れ込もうとする倒立振子の運動にブレーキをかけることで，安定な 2 脚歩行運動が実現されている [6, 20].

表 2.1: 伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの物理パラメータ

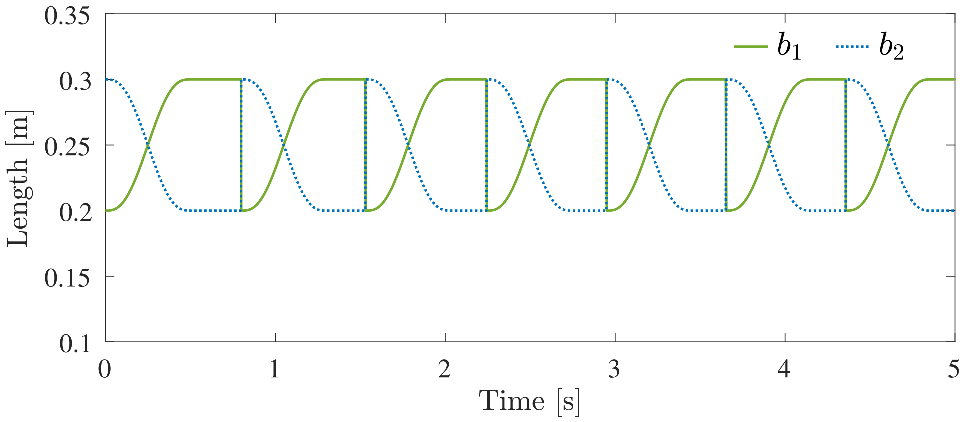
m_1	1.0	kg	a	0.1	m
m_2	1.0	kg	c	0.1	m

表 2.2: 車輪型歩容の制御パラメータ

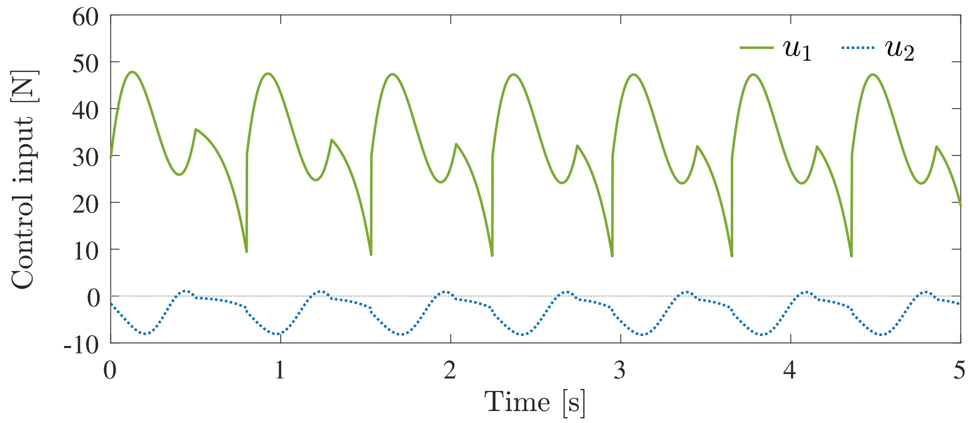
T_{set}	0.5	s	b_e	0.3	m
α	$\frac{\pi}{3}$	rad	k_d	100	s^{-1}
b_s	0.2	m	k_p	2500	s^{-2}



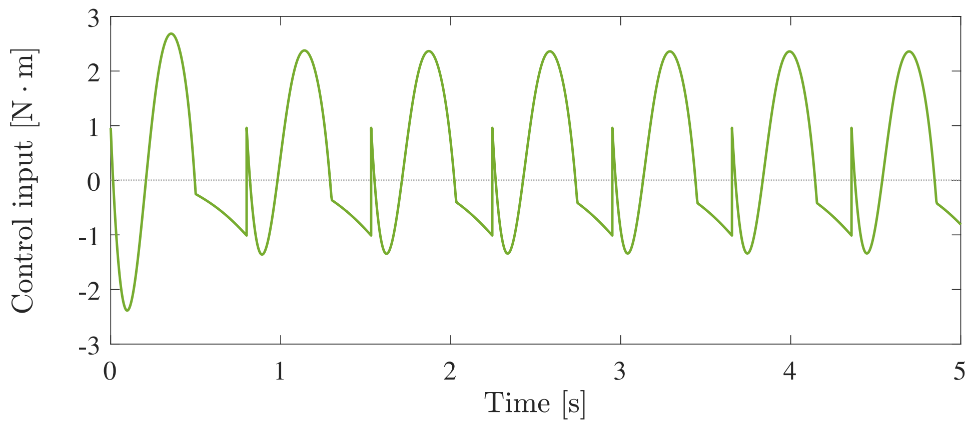
(a) 支持脚の角度 θ_1 と遊脚の角度 θ_2



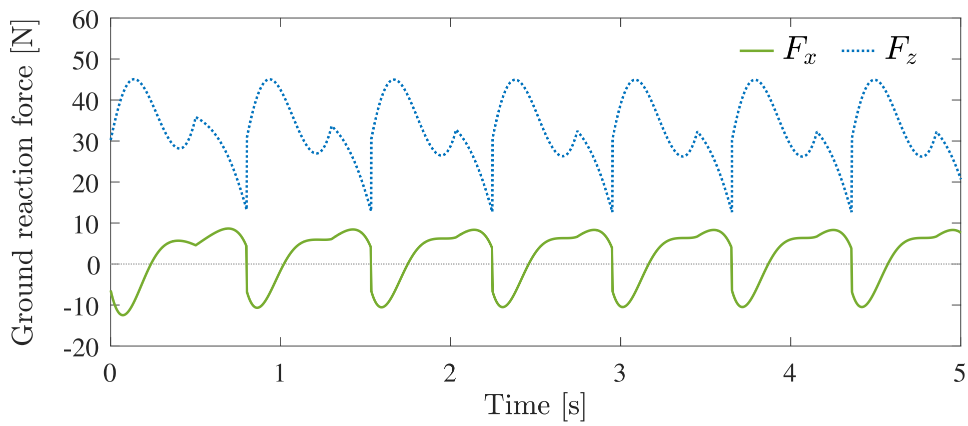
(b) 支持脚の長さ b_1 と遊脚の長さ b_2



(c) 支持脚の入力 u_1 と遊脚の入力 u_2



(d) 股関節の入力 u_3



(e) 床反力 F_x と F_z

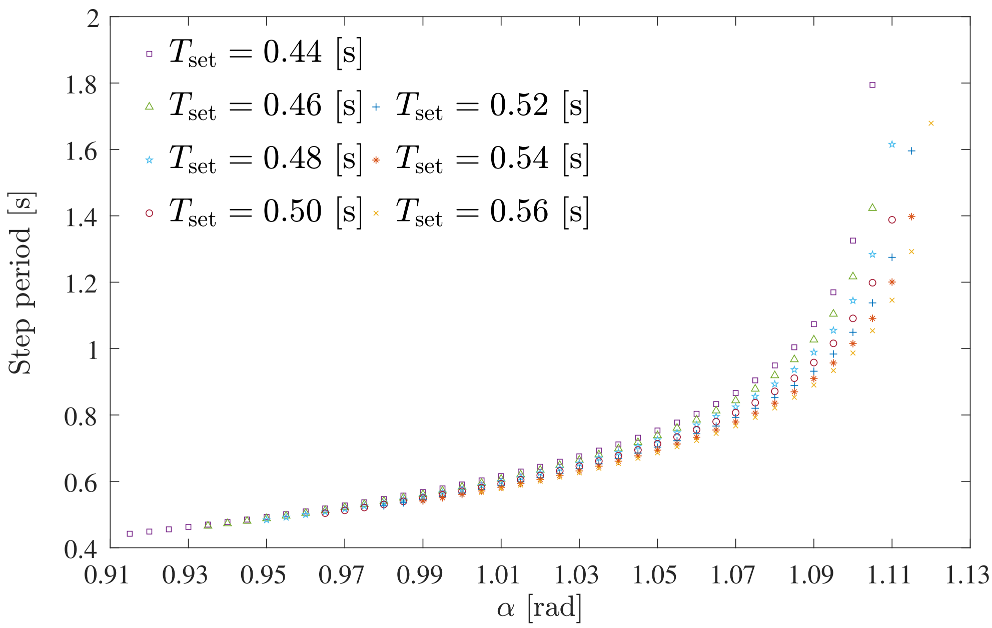
図 2.5: 衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う車輪型歩容

2.5.3 衝突時の相対股関節角度が歩行性能に与える影響

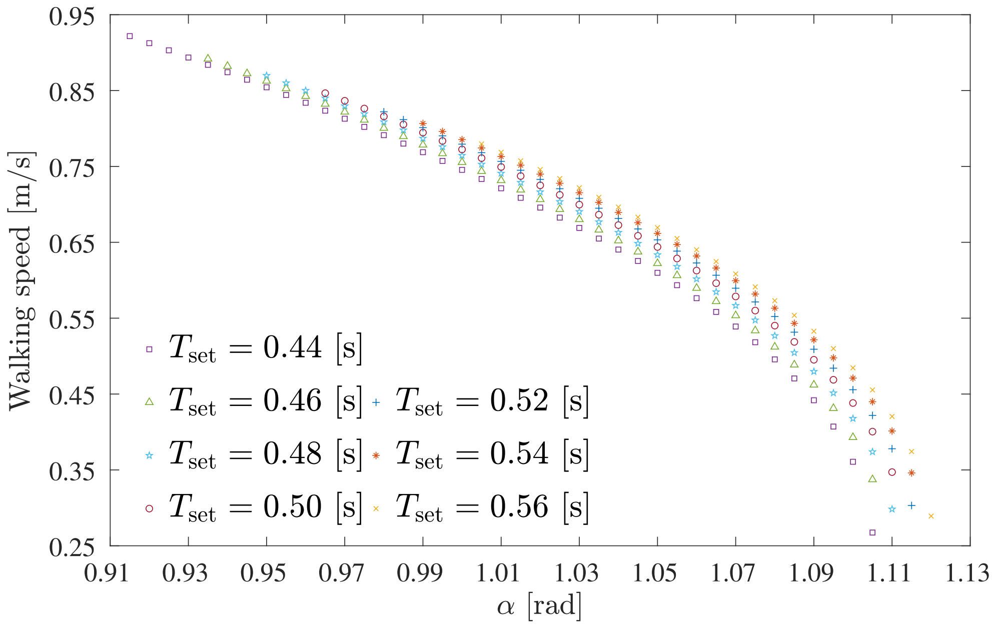
図 2.6 に，衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う車輪型歩容における α に対する (a) 歩行周期と (b) 歩行速度，(c)SR の解析結果を示す．以降，歩行の成功条件は以下の通りである．

- 歩行周期 T は目標整定時間 T_{set} より大きい．
- 支持脚の鉛直方向の床反力 F_z が常に正．
- 後ろ足は脚交換した瞬間に直ちに床面を離れ，再び床面に着かない．

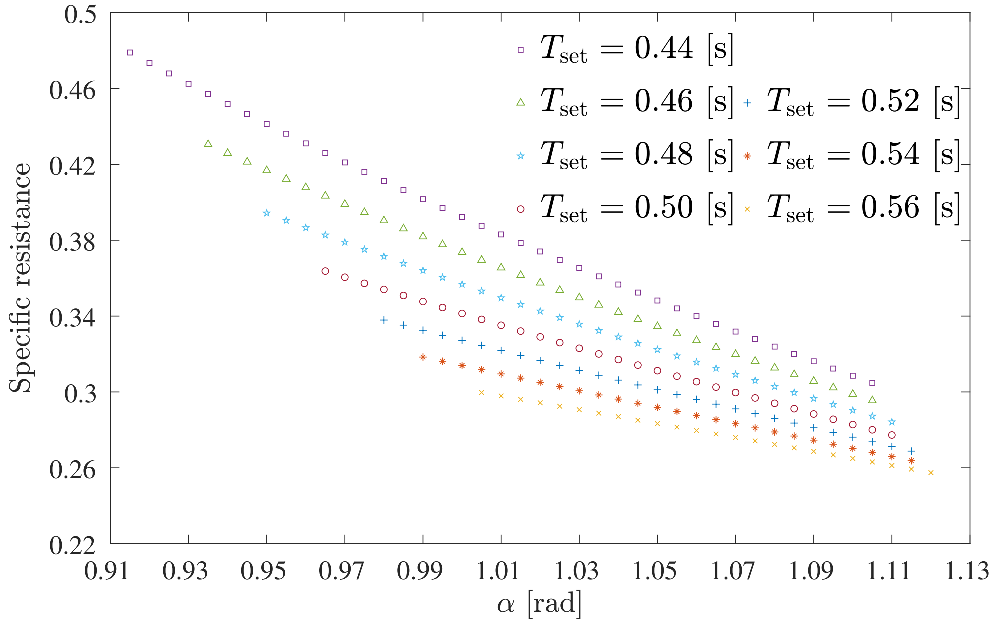
つまり本章においては，離地から衝突までの間に各制御は全て完了しており，走行やスキップのような歩容は現れず，両脚支持相は発生しないと仮定する．車輪型歩容を 100 歩まで数値シミュレーションした際，これらの成功条件を満たし続けた制御パラメータの組み合わせを漸近安定な車輪型歩容と見なし，歩行性能を評価した．また，T_{set} は 7 通りに設定した．α と T_{set} 以外の制御パラメータは，表 2.2 と同じ値に設定した．歩幅は α により一意に定まるため，プロットを省略している．図 2.6 より，α の増大に応じて歩行周期が単調増加すること，歩行速度と SR は単調減少することが分かる．α が増大すると，これに応じて歩幅も単調に増大するため，ポテンシャル・バリアの突破が次第に困難になっていき，最終的に安定歩容生成が不可能となる．逆に α が減少していくと，歩行周期が短くなり，最終的に T_{set} を下回ることで安定歩容生成が不可能となっている．



(a) 歩行周期



(b) 歩行速度



(c) SR

図 2.6: 衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う車輪型歩容の歩行性能

2.6 衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行わない車輪型歩容

次に，式 (2.9) と式 (2.10) を

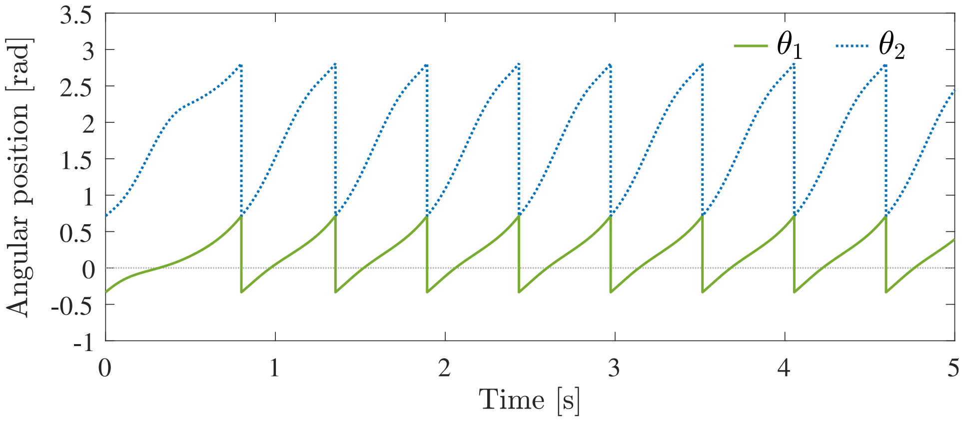
$$\boldsymbol{J}_I \dot{\boldsymbol{q}}^+ = \boldsymbol{0}_{2\times1} \tag{2.25}$$

$$\boldsymbol{J}_I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L_1^- \cos\theta_1^- & L_2^- \cos\theta_2^- & \sin\theta_1^- & \sin\theta_2^- \\ 0 & 1 & -L_1^- \sin\theta_1^- & -L_2^- \sin\theta_2^- & \cos\theta_1^- & \cos\theta_2^- \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

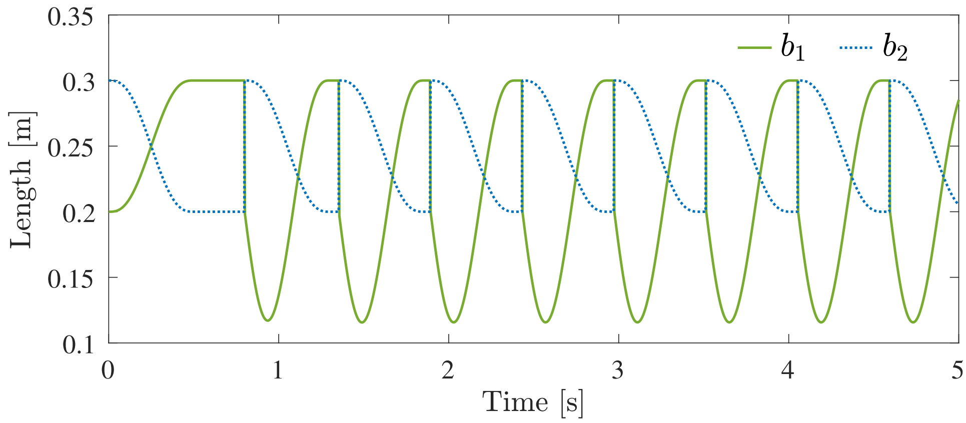
に変更した．これは遊脚が床面と衝突する瞬間に伸縮脚を機械的に拘束しないことを表しており，前節と同様のシミュレーションを行うことで，歩行特性の比較を行う．

2.6.1 車輪型歩容生成

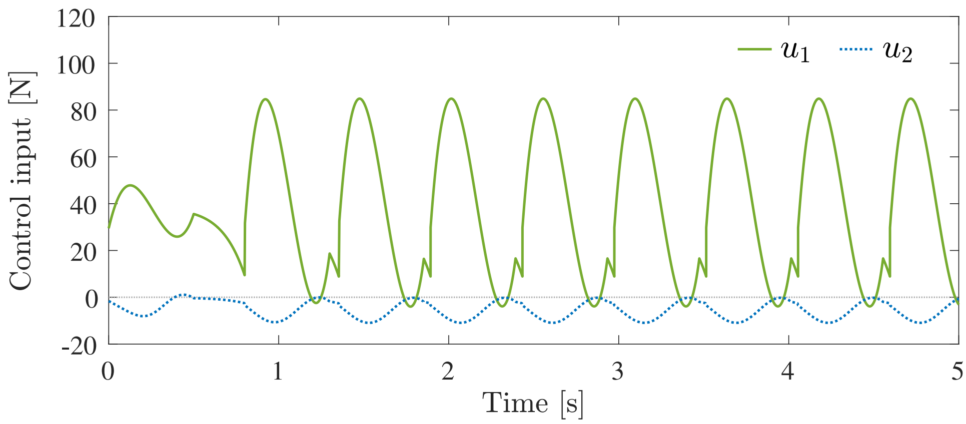
図 2.7 に衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行わない X 字型 2 脚ロボットの車輪型歩容生成の数値シミュレーション結果を示す．図 2.7(b) より，支持脚の長さは単調増加せず，一度収縮していることが分かる．これは衝突直後の支持脚速度 $\dot{b}_1^+$ が負であるためであり，この時，目標軌道は追従誤差を発生させないように生成される．この収縮により，図 2.7(c) における支持脚の制御入力は機械的拘束を行う場合と比較して増大し，図 2.7(d) の股関節の制御入力は滑らかに減少する．さらに，図 2.7(e) より F_z の最大値が大きくなり，最小値は小さくなることが確認できる．



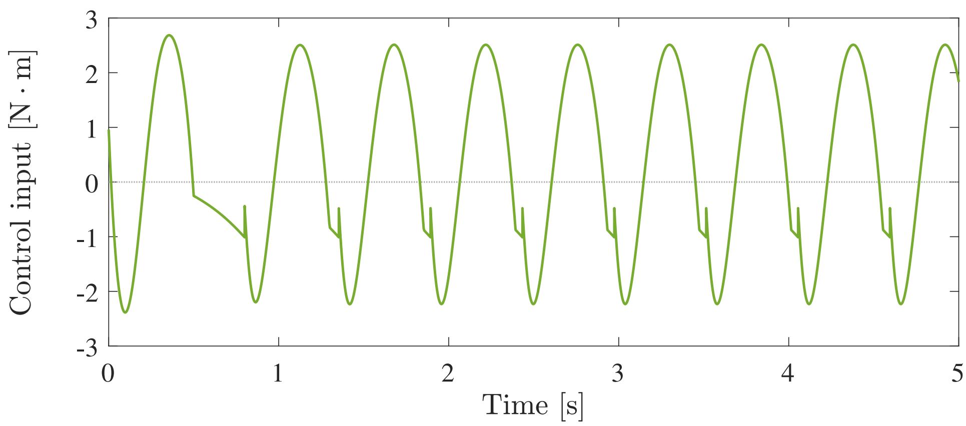
(a) 支持脚の角度 θ_1 と遊脚の角度 θ_2



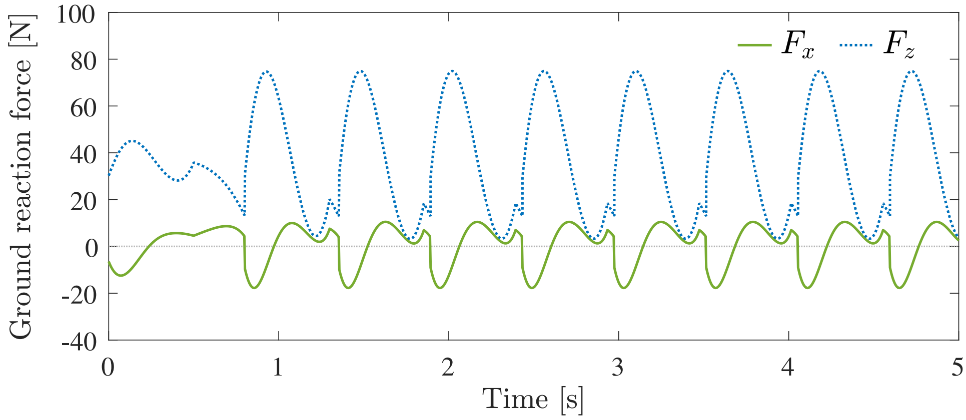
(b) 支持脚の長さ b_1 と遊脚の長さ b_2



(c) 支持脚の入力 u_1 と遊脚の入力 u_2



(d) 股関節の入力 u_3

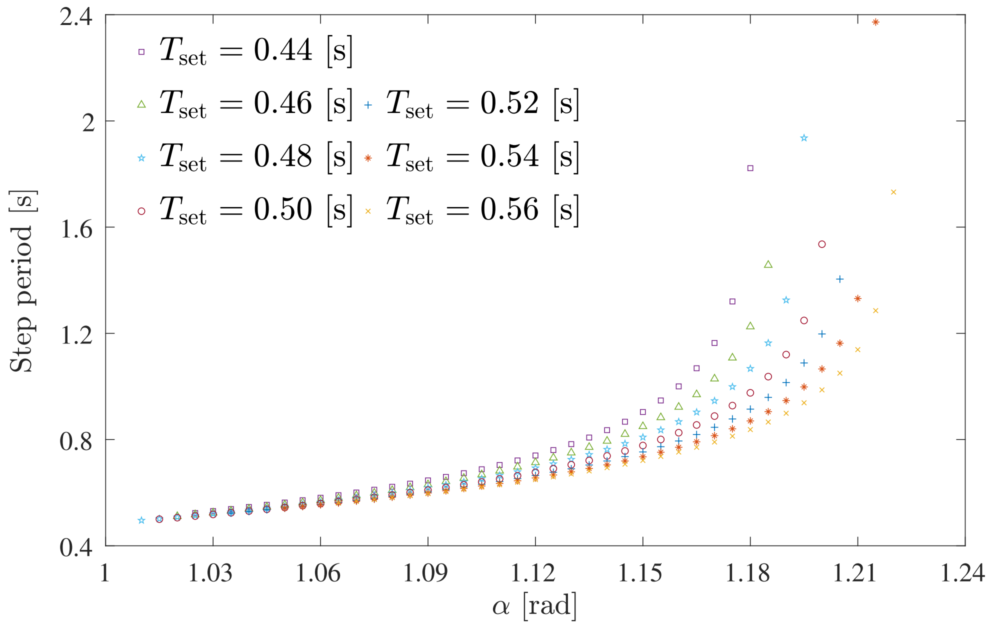


(e) 床反力 F_x と F_z

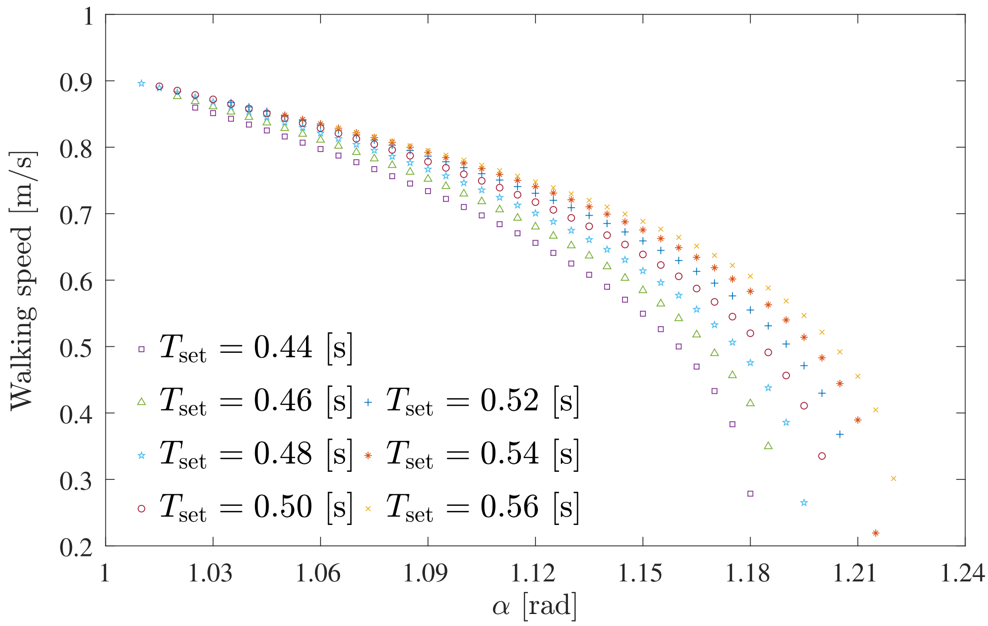
図 2.7: 衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行わない車輪型歩容

2.6.2 衝突時の相対股関節角度が歩行性能に与える影響

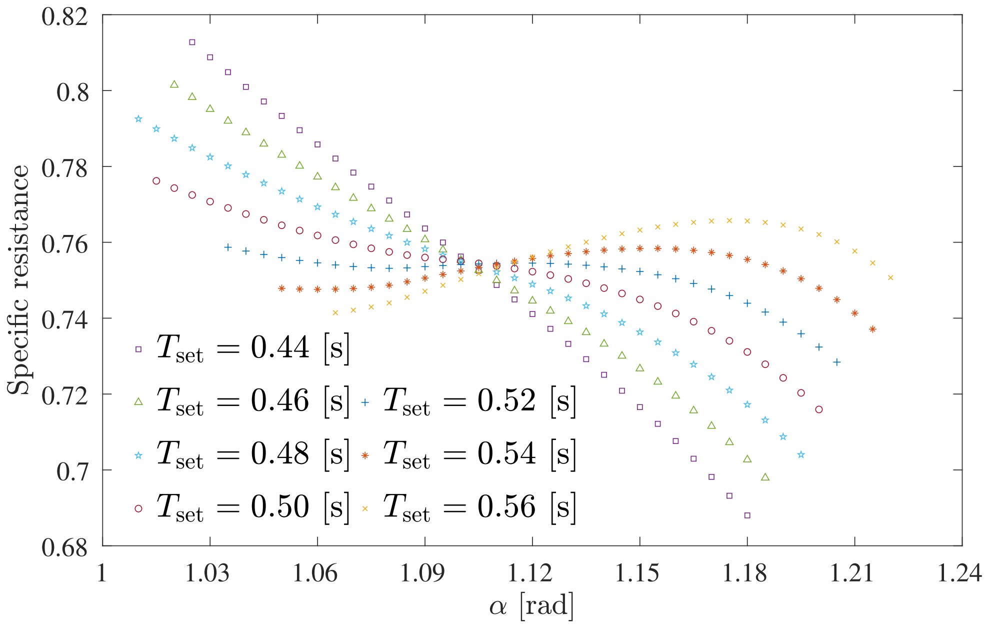
図 2.8 に，衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行わない車輪型歩容における α に対する (a) 歩行周期と (b) 歩行速度，(c)SR の解析結果を示す．解析条件は 2.5.3 節と同様である．この場合の結果も基本的変化傾向は図 2.6 と同様であるが，歩容生成可能な α の値域は先の結果よりも大きい側へシフトしていることが分かる．支持脚交換直後に積極的に前脚を収縮させることが，大股な歩行運動においてもポテンシャル・バリアの突破に有利に働いているものと考えられる．また支持脚の収縮による制御入力の増大はエネルギー効率を悪化させており，図 2.6(c) と比較して図 2.8(c) のエネルギー消費量はすべての α において高い．この支持脚の伸縮運動によるエネルギーの減衰と，エネルギー効率を改善するための手法に関しては第 5 章にて詳細に述べる．


$T_{\mathrm{set}} = 0.44$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.46$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.48$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.50$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.52$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.54$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.56$ [s]
Step period [s]
α [rad]

(a) 歩行周期


$T_{\mathrm{set}} = 0.44$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.46$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.48$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.50$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.52$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.54$ [s]
$T_{\mathrm{set}} = 0.56$ [s]
Walking speed [m/s]
α [rad]

(b) 歩行速度



(c) SR

図 2.8: 衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行わない車輪型歩容の歩行性能

第3章　冗長モデルを用いた駆動機構に関する考察

本章では，2 章で述べた最小自由度モデルの伸縮運動が常に線対称である仮定を取り除き，全ての伸縮長さを自由度として設定した冗長モデルを新たに導入し，最小自由度モデルで検証した衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う車輪型歩容と同一の歩行運動を実現することで，伸縮力の配分およびエネルギー効率について議論する．数値シミュレーションは MATLAB の ode89 を利用して積分を行った．3.5.1 節および 3.5.2 節では設定を絶対許容誤差を $1\mathrm{e}-18$，相対許容誤差を $2.22045\mathrm{e}-14$ とした．

3.1　仕様

図 2.8 のモデルにおいて，以降，下付き文字の $i \in \{1, 2\}$ は機体の左右方向に割り振られる脚フレームの番号（支持脚であれば 1，遊脚であれば 2），$j \in \{1, 2\}$ は衝突直前において機体の前後方向に割り振られる脚フレームの番号（前方であれば 1，後方であれば 2）を表すものとする．床面と接する支持脚後方の先端位置を (x, z)，脚フレームの伸縮長を b_{ij} とする．脚フレームの絶対角度は支持脚（もしくは遊脚）の両端で常に等しいため，θ_i とした．以上を踏まえると，一般化座標ベクトルは $\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} x \ z \ \theta_1 \ \theta_2 \ b_{11} \ b_{12} \ b_{21} \ b_{22} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ という平面 8-DOF モデルとなる．それに対して，2 章のモデルは最小自由度モデルであり，$b_i = b_{i1} = b_{i2}$ が常に成立する条件下で一般化座標ベクトルが $\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} x \ z \ \theta_1 \ \theta_2 \ b_1 \ b_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ と記述される平面 6-DOF モデルである．

次に，冗長モデルは以下の身体構造および機構を有するものと仮定する．回転関節（股関節）に非駆動脚フレームが取り付けられており，非駆動脚フレームと駆動脚フレームは伸縮関節により結合されている．伸縮関節内にはモータとラック＆ピニオンが内蔵されており，ラック＆ピニオンによりモータのトルクが並進駆動力 F_{ij} へと変換される．図 3.2 に示す 5 入力モデルの伸縮脚は 1 つの非駆動脚フレームと 1 つの駆動脚フレームにより構成されており，4 つの伸縮脚が X 字となるように回転関節へ取り付けられているため，伸縮関節の制御入力は u_{ij} となる．それに対して，図 2.2 に示す 3 入力モデルの伸縮脚では 2 つの結合された非駆動脚フレームに 2 つの駆動脚フレームが伸縮関節を介して線対称に搭載されており，

回転関節に2つの伸縮脚の中心を配置しているため，伸縮関節の制御入力は u_i となる．ただし，本論文では機構の差異による重量の変化は考慮せず，両モデルは同質量として扱う．また，3入力モデルと最小自由度モデルの構造は同一であり，その伸縮脚はラック＆ピニオンを通して両端が線対称かつ同時に運動する．回転関節まわりには，制御トルク u_3 を遊脚から支持脚に対して印加することが可能である．

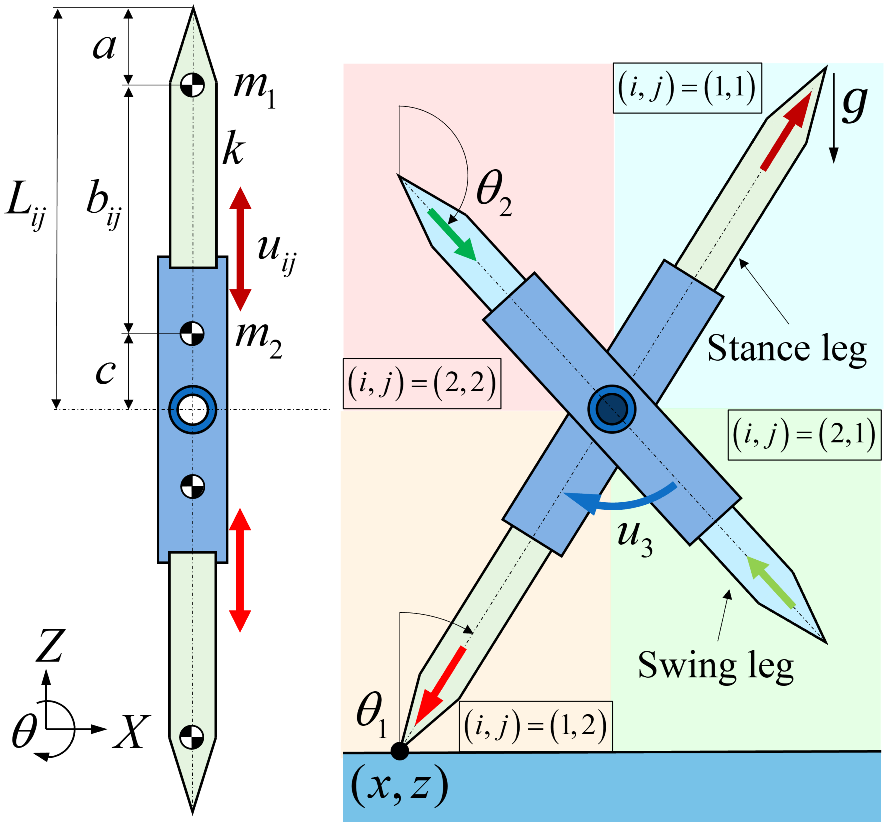


図 3.1: 伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの冗長モデル

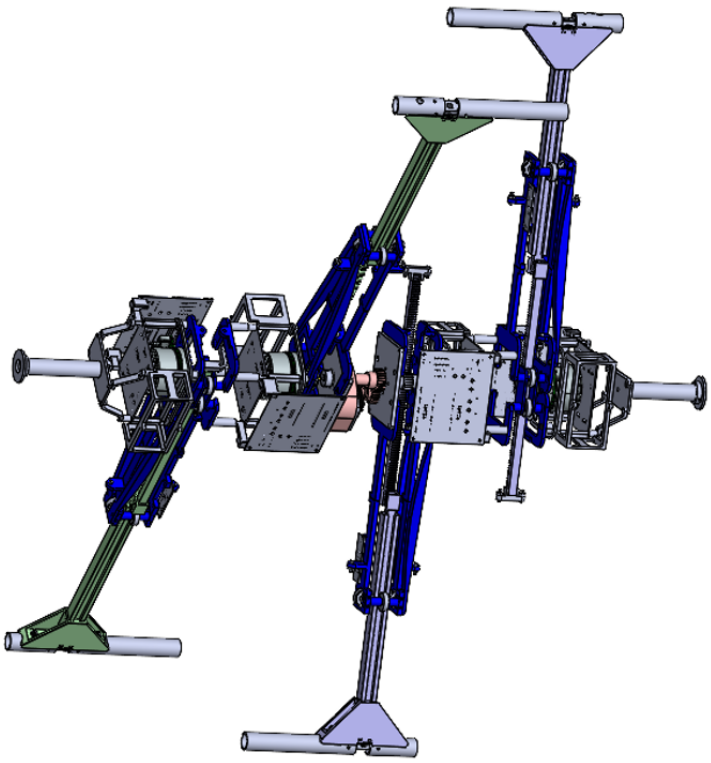


図 3.2: 5 入力モデルの設計図

3.2 運動方程式

以上の仮定のもと，運動方程式は

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{h}=\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}+\boldsymbol{J}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}_c \tag{3.1}$$

となる．詳細は付録を参照されたい．ただし，5 入力モデルにおける $\boldsymbol{S}$ は

$$\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix} 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&1&-1&0&0&0&0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{3.2}$$

となる．支持脚先端位置が床面と 1 点で滑らずに接触するという条件は $\dot{x}=0$，$\dot{z}=0$ と記述されるため，これらをまとめた次式が 5 入力モデルのホロノミック拘束条件式となる．

$$\boldsymbol{J}_c\dot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{0}_{2\times1},\quad \boldsymbol{J}_c=\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

運動方程式 (3.1) および式 (3.3) の時間微分式より，床反力を意味する未定乗数ベクトルが

$$\boldsymbol{\lambda}_c = -\boldsymbol{X}_c^{-1}\boldsymbol{J}_c\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}-\boldsymbol{h}) = \begin{bmatrix} F_x \\ F_z \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

と求まる．ただし，$\boldsymbol{X}_c := \boldsymbol{J}_c\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{J}_c^{\mathrm{T}}$ である．また，3 入力モデルの駆動行列は伸縮関節による制御入力 u_i は伸縮脚の片側にのみ加わるものとして

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{3.5}$$

と定める．ホロノミック拘束条件式は 5 入力モデルにおける条件に加えて，ラック＆ピニオンの作用により伸縮脚の両端で常に $\dot{b}_{i1} = \dot{b}_{i2}$ が成立するため，

$$\boldsymbol{J}_c\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{0}_{4\times1}, \quad \boldsymbol{J}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

となる．同様にして，未定乗数ベクトルは

$$\boldsymbol{\lambda}_c = -\boldsymbol{X}_c^{-1}\boldsymbol{J}_c\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}-\boldsymbol{h}) = \begin{bmatrix} F_x \\ F_z \\ F_{1c} \\ F_{2c} \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

となる．F_{ic} は支持脚（もしくは遊脚）に加わる拘束力である．これにより，各駆動フレームに加わる並進駆動力は

$$F_{i1} = u_1 + F_{1c}, \quad F_{i2} = -F_{1c} \tag{3.8}$$

と表される．続いて，式 (3.4) もしく式 (3.7) を式 (3.1) に代入して整理することで

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{Y}_c(\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}-\boldsymbol{h}) \tag{3.9}$$

を得る．ただし，$\boldsymbol{Y}_c := \boldsymbol{I}_8 - \boldsymbol{J}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_c^{-1}\boldsymbol{J}_c\boldsymbol{M}^{-1}$ である．

3.3 衝突方程式

完全非弾性衝突式は式 (2.8) と同様となる．また，冗長モデルの衝突直後の速度拘束条件式は

$$\boldsymbol{J}_I\dot{\boldsymbol{q}}^{+} = \boldsymbol{0}_{6\times1} \tag{3.10}$$

となる．この $\boldsymbol{J}_I$ は前述の条件の下で次のように定まる．

$$\boldsymbol{J}_I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\,0\,0\,0 \\ 0 & 1 & 0\,0\,0\,0 \\ L_{12}^- \cos\theta_1^- & -L_{12}^- \sin\theta_1^- & 0\,0\,0\,0 \\ L_{21}^- \cos\theta_2^- & -L_{21}^- \sin\theta_2^- & 0\,0\,0\,0 \\ 0 & 0 & 1\,0\,0\,0 \\ \sin\theta_1^- & \cos\theta_1^- & 0\,1\,0\,0 \\ \sin\theta_2^- & \cos\theta_2^- & 0\,0\,1\,0 \\ 0 & 0 & 0\,0\,0\,1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{3.11}$$

式 (2.8) と (3.10) を用いることで，衝突直後の速度ベクトルが

$$\dot{\boldsymbol{q}}^+ = \left(\boldsymbol{I}_8 - \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{J}_I^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{J}_I\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{J}_I^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\boldsymbol{J}_I\right)\dot{\boldsymbol{q}}^- \tag{3.12}$$

と求まる．また衝突直前に $b_{i1}^- = b_{i2}^-$ であるとき，衝突直後にこの第 4 成分を取り出すと

$$\dot{\theta}_1^+ = \dot{\theta}_1^- \tag{3.13}$$

となっており，冗長モデルにおいても後脚の角速度は衝突前後で変化しないことが分かる．最後に，$\boldsymbol{q}^+$ および $\dot{\boldsymbol{q}}^+$ について，次の関係式を適用することで脚交換が完了する．

$$\begin{bmatrix} x^+ \\ z^+ \\ \theta_1^+ \\ \theta_2^+ \\ b_{11}^+ \\ b_{12}^+ \\ b_{21}^+ \\ b_{22}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_2^- - \pi \\ \theta_1^- \\ b_{22}^- \\ b_{21}^- \\ b_{11}^- \\ b_{12}^- \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dot{x}^+ \\ \dot{z}^+ \\ \dot{\theta}_1^+ \\ \dot{\theta}_2^+ \\ \dot{b}_{11}^+ \\ \dot{b}_{12}^+ \\ \dot{b}_{21}^+ \\ \dot{b}_{22}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1 \\ 0&0&0&0&0&0&1&0 \\ 0&0&0&0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&1&0&0 \end{bmatrix}\dot{\boldsymbol{q}}^+ \tag{3.14}$$

3.4 制御系設計

3 入力モデルは 2.4 節と同様の手法を用いる．本節では 5 入力モデルのみ述べる．

3.4.1 入出力線形化

股関節の相対角度を $\theta_H := \theta_1 - \theta_2$ とし，5 入力モデルの制御出力ベクトルを

$$\boldsymbol{y} := \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ b_{21} \\ b_{22} \\ \theta_H \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

と定めると，その時間による二階微分は

$$\ddot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{Y}_c\left(\boldsymbol{S}\boldsymbol{u} - \boldsymbol{h}\right) \tag{3.16}$$

となる．次に目標制御出力ベクトルを

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(t) := \begin{bmatrix} b_{11\mathrm{d}}(t) \\ b_{12\mathrm{d}}(t) \\ b_{21\mathrm{d}}(t) \\ b_{22\mathrm{d}}(t) \\ \theta_{H\mathrm{d}}(t) \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

と定義すると，$\boldsymbol{y} \to \boldsymbol{y}_d(t)$ を満たすための制御入力を次のように決定できる．

$$\boldsymbol{v} = \ddot{\boldsymbol{y}}_{\mathrm{d}}(t) + \boldsymbol{K}_D\left(\dot{\boldsymbol{y}}_{\mathrm{d}}(t) - \dot{\boldsymbol{y}}\right) + \boldsymbol{K}_P\left(\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(t) - \boldsymbol{y}\right) \tag{3.18}$$

$$\boldsymbol{u} = \left(\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{Y}_c\boldsymbol{S}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{v} + \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{Y}_c\boldsymbol{h}\right) \tag{3.19}$$

ここで，$\boldsymbol{K}_D = k_d\boldsymbol{I}_5$ は微分ゲイン行列，$\boldsymbol{K}_P = k_p\boldsymbol{I}_5$ は比例ゲイン行列である．

3.4.2 目標時間軌道

歩行周期を T，目標整定時間を T_{set} とする．5 入力モデルの $\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(t)$ は，各目標境界条件を

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(0) = \boldsymbol{y}^+,\quad \dot{\boldsymbol{y}}_{\mathrm{d}}(0) = \dot{\boldsymbol{y}}^+,\quad \ddot{\boldsymbol{y}}_{\mathrm{d}}(0) = \boldsymbol{0}_{5\times1},$$

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = \begin{bmatrix} b_e \\ b_e \\ b_s \\ b_s \\ \alpha - \pi \end{bmatrix},\quad \dot{\boldsymbol{y}}_{\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = \boldsymbol{0}_{5\times1},\quad \ddot{\boldsymbol{y}}_{\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) = \boldsymbol{0}_{5\times1}$$

とすることで，3 入力モデルの歩行運動と一致させる．そして，以上を満たす 5 次の時間関数として

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(t) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{5}\boldsymbol{\Gamma}_k t^k & (0 \le t < T_{\mathrm{set}}) \\ \boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) & (t \ge T_{\mathrm{set}}) \end{cases} \tag{3.20}$$

を生成すると，その係数ベクトルは次のように求まる．

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\Gamma}_0 =& \boldsymbol{y}^+ \\
\boldsymbol{\Gamma}_1 =& \dot{\boldsymbol{y}}^+ \\
\boldsymbol{\Gamma}_2 =& \boldsymbol{0}_{5\times 1} \\
\boldsymbol{\Gamma}_3 =& \frac{10\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) - 10\boldsymbol{y}^+ - 6T_{\mathrm{set}}\dot{\boldsymbol{y}}^+}{T_{\mathrm{set}}^3} \\
\boldsymbol{\Gamma}_4 =& \frac{-15\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) + 15\boldsymbol{y}^+ + 8T_{\mathrm{set}}\dot{\boldsymbol{y}}^+}{T_{\mathrm{set}}^4} \\
\boldsymbol{\Gamma}_5 =& \frac{6\boldsymbol{y}_{\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}}) - 6\boldsymbol{y}^+ - 3T_{\mathrm{set}}\dot{\boldsymbol{y}}^+}{T_{\mathrm{set}}^5}
\end{aligned}
$$

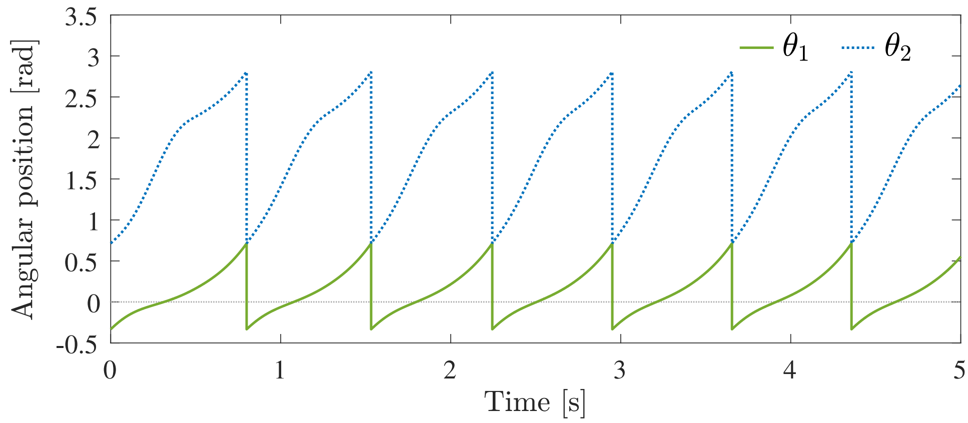
そして 3 入力モデルと同様に，T_{set} 以降は終端値を維持するように固定され，衝突直前である $t = T^-$ までロボットは 1 自由度剛体として倒れこむ．

3.5 冗長モデルの車輪型歩容生成

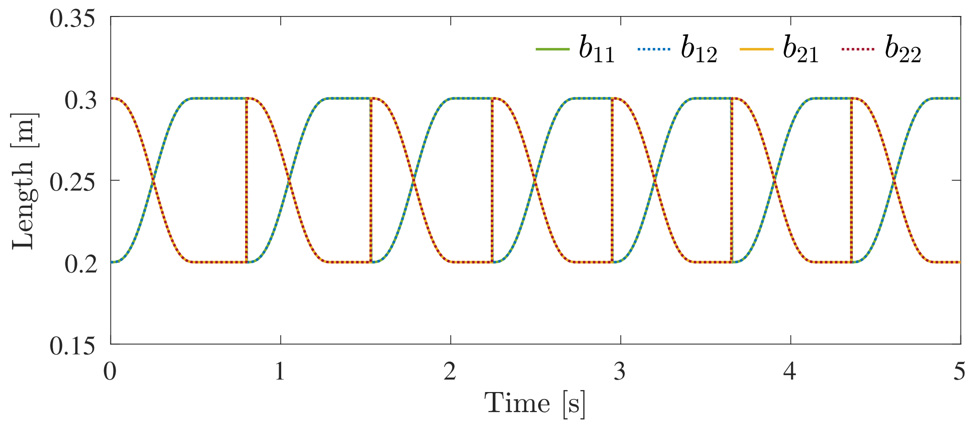
以降，数値シミュレーションにおける初期状態は式 (2.24) と設定した．また，$\dot{\theta}_1(0)$ は 2.0 [rad/s] とした．ロボットのシステムパラメータについては，表 2.1 と表 2.2 に示す値に設定した．

3.5.1 3 入力モデルにおける車輪型歩容生成

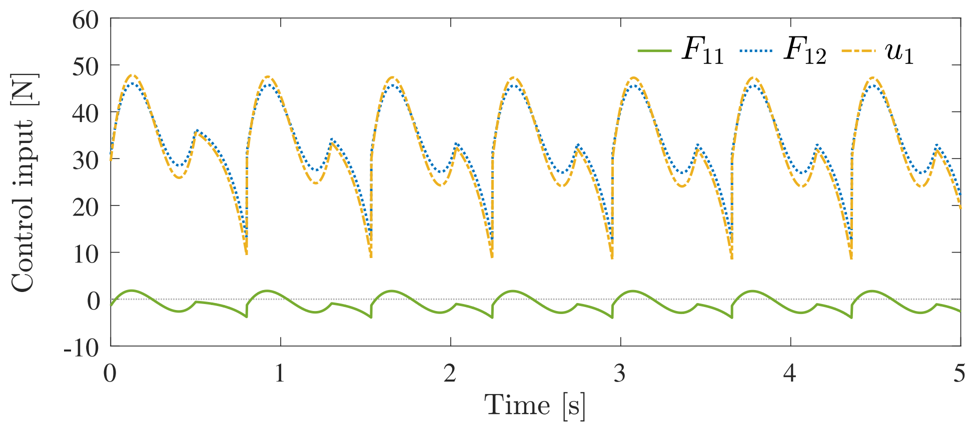
図 3.3 に 3 入力モデルの車輪型歩容における数値シミュレーション結果を示す．図 3.3(a) と図 3.3(b) より，歩行運動は衝突時にすべての伸縮関節が機械的に拘束される場合の最小自由度モデルと一致していることが分かる．図 3.3(c) と図 3.3(d) より，伸縮関節の制御入力 u_i に応じて，並進駆動力がホロノミック拘束条件式により生成されており，$u_i = F_{i1} + F_{i2}$ および $F_{i1} \neq F_{i2}$ の関係が成立していることが確認できる．しかし，制御入力 u_i は本来ラック＆ピニオンを通して各駆動フレームに加わるはずが，片側に対してのみ加わるという構造上実現不可能である仮定をしているため，並進駆動力が伸縮力を表しているかは定かでない．つまり，この仮定が理論上においては正しく，伸縮力と並進駆動力が一致するかどうかは 5 入力モデルの車輪型歩容生成結果と比較して検証する必要がある．



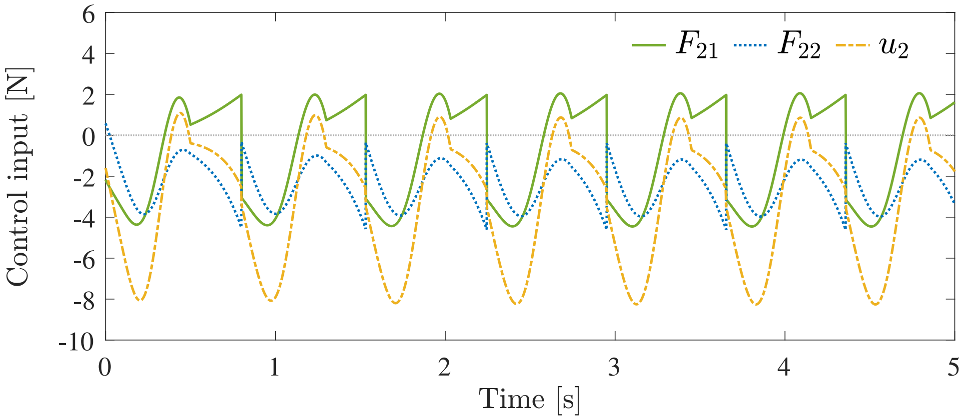
(a) 支持脚の角度 θ_1 と遊脚の角度 θ_2



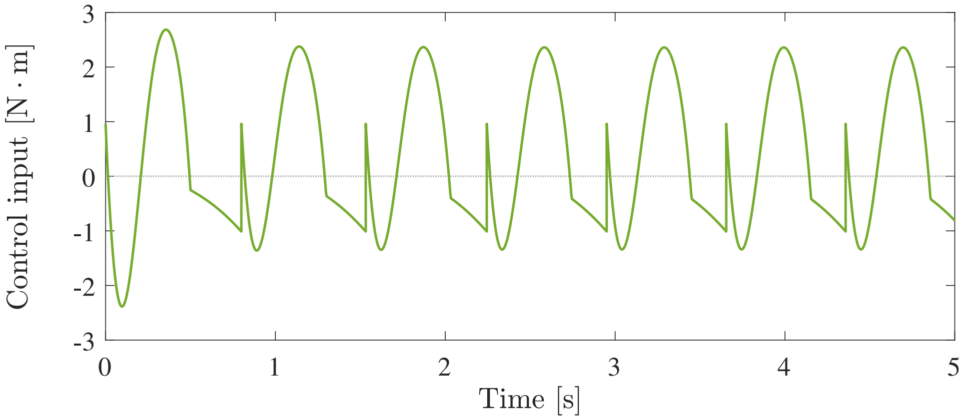
(b) 支持脚の長さ b_1 と遊脚の長さ b_2



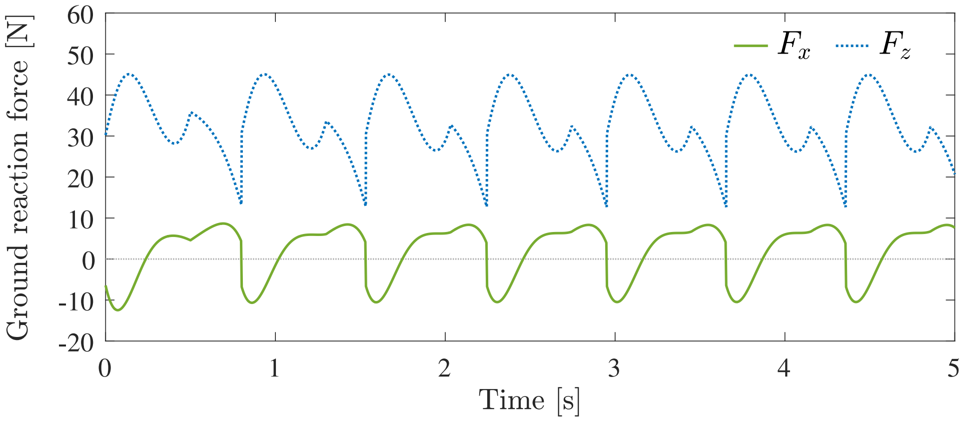
(c) 支持脚の入力 u_1 と支持脚の並進駆動力 F_{11}，F_{12}



(d) 遊脚の入力 u_2 と遊脚の並進駆動力 F_{21}，F_{21}



(e) 股関節の入力 u_3

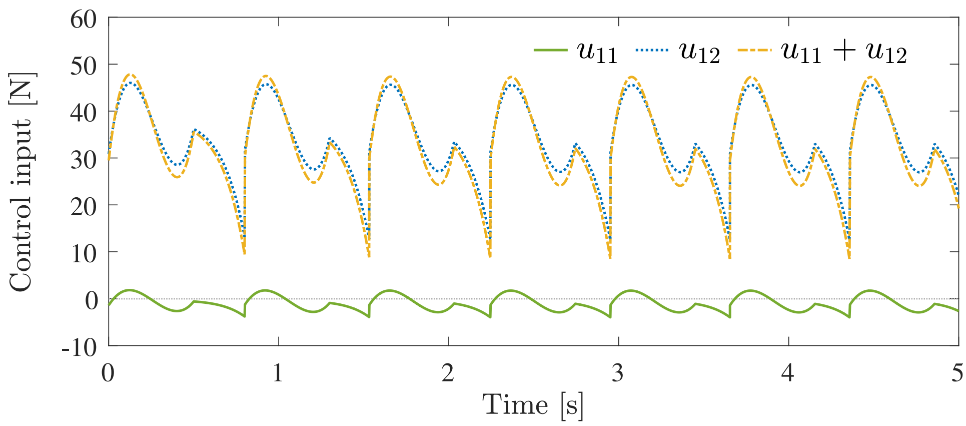


(f) 床反力 F_x と F_z

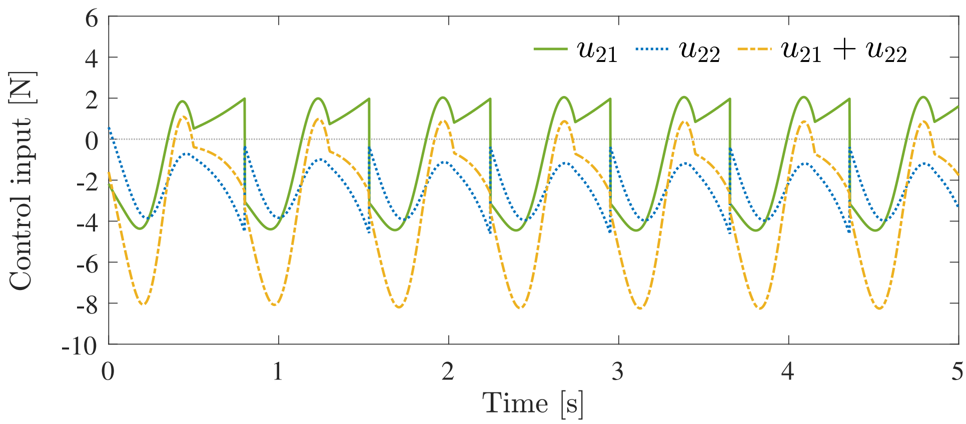
図 3.3: 3 入力モデルの車輪型歩容

3.5.2　5 入力モデルにおける車輪型歩容生成

5 入力モデルの車輪型歩容は数値シミュレーションの結果，歩行運動が最小自由度モデルと一致したため，制御入力値のみ図 3.4 に示す．図 3.4(a) と図 3.4(b) から，異なる 4 つの制御入力によって歩行運動を実現しており，支持脚（もしくは遊脚）の制御入力の合計値 $u_{i1} + u_{i2}$ が 3 入力モデルの制御入力 u_i と一致していることが分かる．よって u_{ij} は各駆動フレームに加わる伸縮力そのものであり．5 入力モデルは厳密に対称な脚伸縮運動制御を与えることで，潜在する入出力関係を明らかにできる特性をもつと分かる．また，図 3.3 の結果と比較すると，3 入力モデルの並進駆動力 F_{ij} は 5 入力モデルの制御入力 u_{ij} と一致していることが分かる．すなわち，ホロノミック拘束を用いた場合においても伸縮力の配分が明らかとなっており，3 入力モデルの仮定が理論上は正しいことを示している．以上の結果と $F_{i1} \neq F_{i2}$ より，伸縮力が伸縮脚の両端で等価ではなく，またその比率は一定とはならないことがわかった．



(a) 支持脚の入力 u_{11} と u_{12} およびそれらの合計値



(b) 遊脚の入力 u_{11} と u_{12} およびそれらの合計値

図 3.4: 5 入力モデルの車輪型歩容

第4章　弾性脚をもつX字型2脚ロボットの車輪型歩容

本章では伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットに弾性要素を追加することで，伸縮関節の制御入力の低減を目指す．歩行運動は 2 章の衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う車輪型歩容と同一であり，歩行運動は弾性要素の機械的インピーダンスによって変化しないため，制御系設計と衝突方程式は省略する．数値シミュレーションは MATLAB の ode89 を利用して積分を行った．4.1.2 節では設定を絶対許容誤差を $1\mathrm{e}-18$，相対許容誤差を $2.22045\mathrm{e}-14$ とし，4.4.3 節および 4.4.4 節では絶対許容誤差を $1\mathrm{e}-16$，相対許容誤差を $2.22045\mathrm{e}-14$ とした．

4.1　仕様

図 4.1 に弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットを示す．このモデルは伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの伸縮関節に対して並列に弾性要素が追加されている．ただし，弾性要素の質量および粘性は無視するものとする．図 4.2 に弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの設計図を示す．片脚の中心から先端までは 4 つの弾性要素が取り付けられており，弾性係数の合計値が $k/2$ であり，釣り合いの位置が自然長となるようにモデルと対応している．

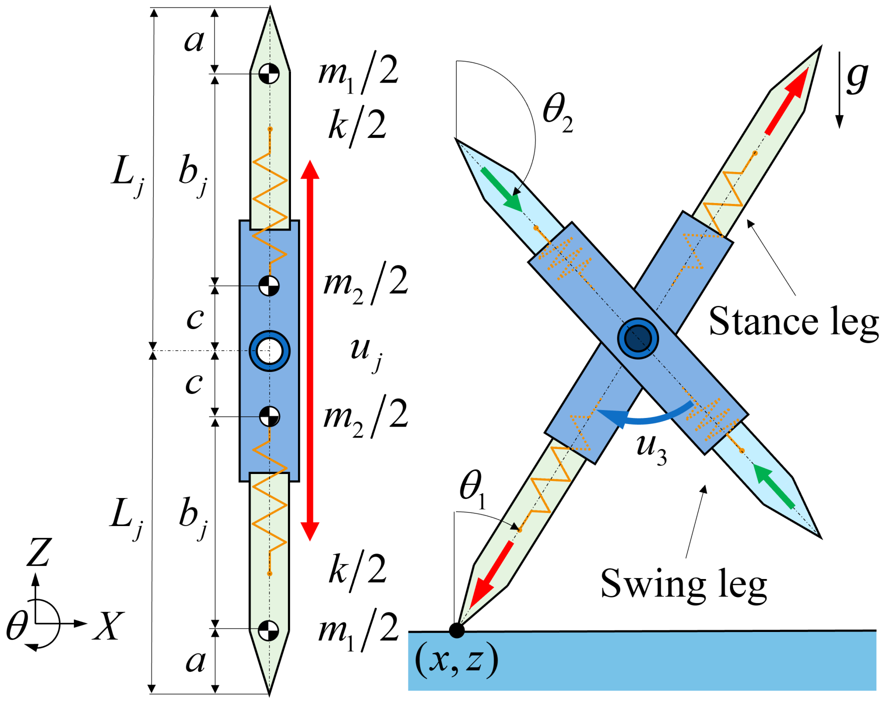


図 4.1: 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボット

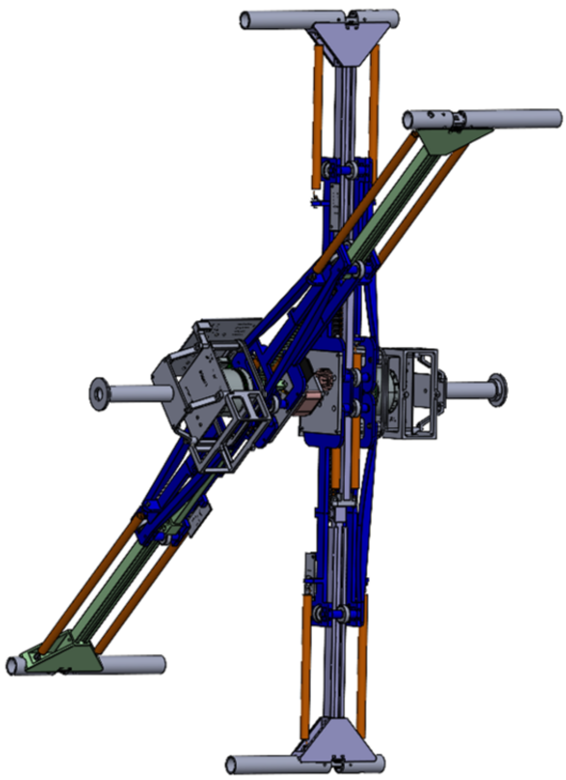


図 4.2: 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの設計図

4.2 運動方程式

一般座標ベクトルは $\boldsymbol{q} = [\ x\ z\ \theta_1\ \theta_2\ b_1\ b_2\ ]^{\mathrm{T}}$ であり，運動方程式は

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{H} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{J}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}_c \tag{4.1}$$

となる．ここで，$\boldsymbol{H} \in \mathbb{R}^6$ は

$$\boldsymbol{H} := \boldsymbol{h} + \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}} \tag{4.2}$$

と定義する．$\boldsymbol{M}$ は式 (2.2)，$\boldsymbol{h}$ は式 (2.3)，$\boldsymbol{S}$ と $\boldsymbol{u}$ は式 (2.4) である．Q は弾性エネルギーとして

$$Q := \frac{1}{2}k(b_1 - b_0)^2 + \frac{1}{2}k(b_2 - b_0)^2 \tag{4.3}$$

と定義する．以上より，式 (2.1) の $\boldsymbol{h}$ を $\boldsymbol{H}$ に置き換えると式 (4.1) が立式できるため，衝突方程式の導出と入出力線形化は 2 章と同様の手法で導出可能である．また歩行運動は弾性要素の機械的インピーダンスによって変化せず，アクチュエータにかかる負荷のみが調整される [21].

4.3 全力学的エネルギー

全力学的エネルギー E は運動エネルギーと位置エネルギーの総和であるため，

$$E := \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{q}} + P + Q \tag{4.4}$$

と定義する．P は重力による位置エネルギーであり，

$$P = mgz + mgL_1\cos\theta_1 \tag{4.5}$$

となる．さらにその微分は以下の通りである．

$$\dot{E} = \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{u} = \dot{b}_1 u_1 + \dot{b}_2 u_2 + \dot{\theta}_H u_3 \tag{4.6}$$

4.4 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型歩容

4.4.1 解析準備

エネルギー消費量の評価は式 (2.20) の SR を使用する．また入力値の平均 p について，式 (2.19) を変形すると

$$\begin{aligned} p &\geq \frac{1}{T}\int_{0^+}^{T^-}\left|\dot{b}_1 u_1 + \dot{b}_2 u_2 + \dot{\theta}_H u_3\right| \mathrm{d}t \\ &= \frac{1}{T}\int_{0^+}^{T^-}\left|\dot{E}\right| \mathrm{d}t \geq \frac{1}{T}\left|\int_{0^+}^{T^-}\dot{E}\mathrm{d}t\right| \\ &= \frac{1}{T}\left|\Delta E\right| \geq \frac{\Delta E}{T} \end{aligned} \tag{4.7}$$

となる．式 (2.21) と式 (4.7) より

$$\frac{p}{mgv} \geq \frac{\Delta E}{mg\Delta x} \tag{4.8}$$

式 (4.8) において，等式が成り立つのは $\dot{E} \geq 0$ の場合に限られることに注意されたい．換言すれば，最大効率を達成するためには全力学的エネルギーを単調に回復することが必要である [22]．SR では 1 ステップのエネルギー消費量を評価できるものの，積分により値を算出しているため，微小区間における入力値（すなわち，瞬間的に発生する入力値）を評価できない．そこで瞬間的な制御入力を評価するために，制御入力の 2 乗和 J を使用する．J は次のように定義する．

$$J := u_1^2 + u_2^2 \tag{4.9}$$

制御入力の 2 乗和は，1 ステップごとに加えられるすべての制御入力の大きさの合計となる．この値が小さいほど，最大制御入力も小さくなる．本章では SR と制御入力の 2 乗和を用いて弾性要素の適切な物理パラメータを導く．

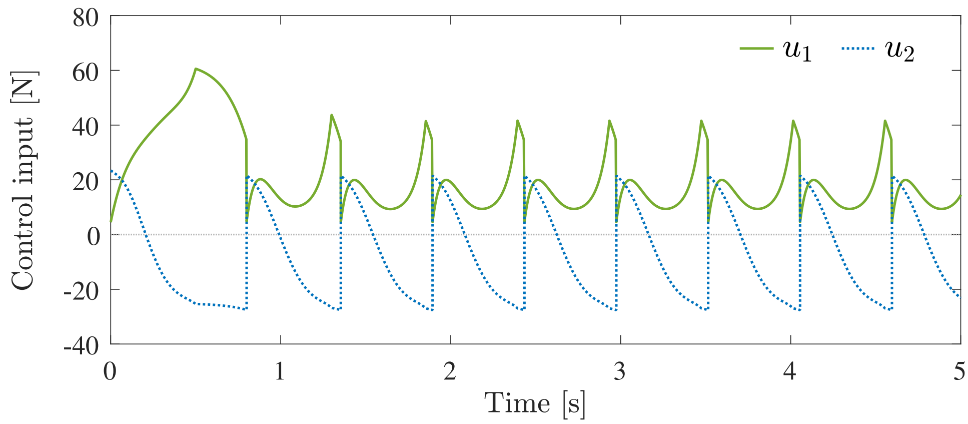
4.4.2 車輪型歩容生成

図 4.3 に弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型歩容生成の数値シミュレーション結果を示す．以降，数値シミュレーションにおける初期状態は式 (2.24) と設定した．また，$\dot{\theta}_1(0)$ は 2.0 [rad/s] とした．物理パラメータは表 4.1，制御パラメータは表 2.2 に示す値に設定した．図 4.3(a) より，弾性要素をにより制御入力が大

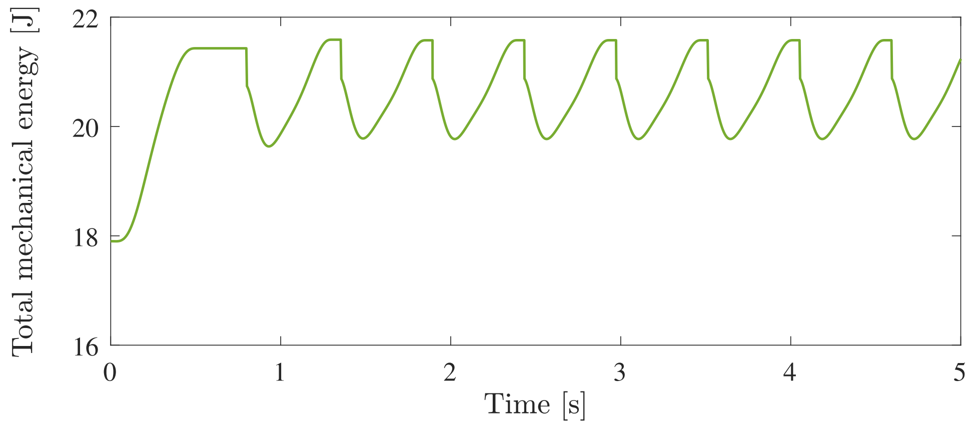
表 4.1: 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの物理パラメータ

m_1	1.0	kg	c	0.1	m
m_2	1.0	kg	k	250	N/m
a	0.1	m	b_0	0.25	m

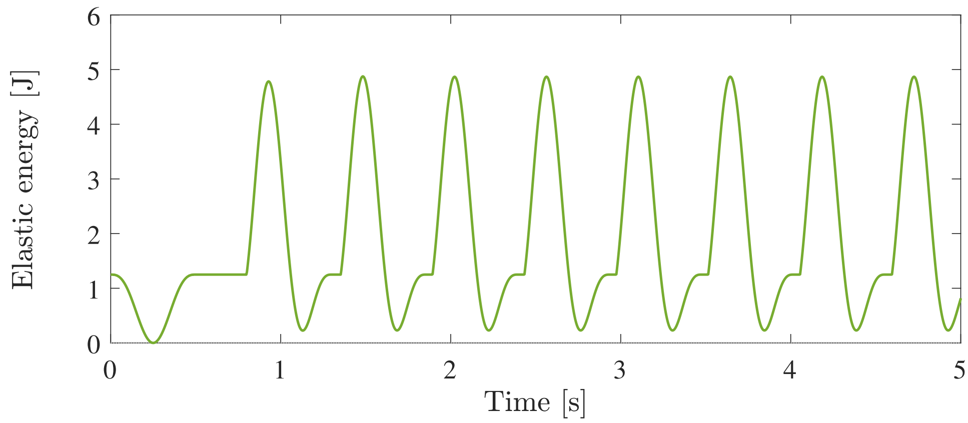
幅に低減されていることが分かる．弾性要素は伸縮脚の収縮時に制御入力を効果的に低減させる一方で，自然長を超えて伸長された場合には制御入力が増加している．制御入力の減少は，図 4.3(b) および (c) に示すように，弾性エネルギーの増加によって全力学的エネルギーが減少し，エネルギー損失が抑制されることでも説明できる．全力学的エネルギーは，前脚の先端が床面に接触してから，支持脚が収縮するまで減少する．それに対して，弾性エネルギーが全力学的エネルギーと反対の挙動を示すため，この損失が抑制されていると考えられる．図 4.3(d) から，支持脚が収縮した後，弾性エネルギーは目標整定時間に向かって急速に増加することが分かる．これは図 4.3(a) に示された特徴と一致している．したがって，制御入力の二乗和は入力値の挙動を良く表していることが分かる．



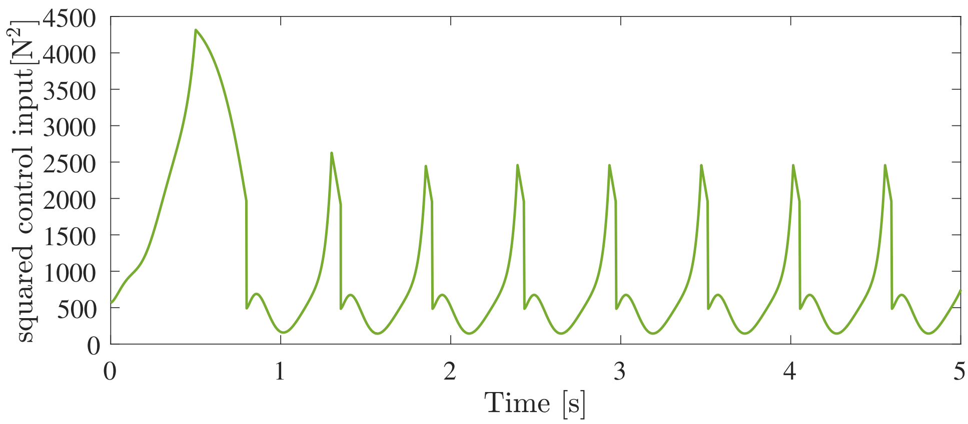
(a) 支持脚の入力 u_1 と遊脚の入力 u_2



(b) 全力学的エネルギー E



(c) 弾性エネルギー Q



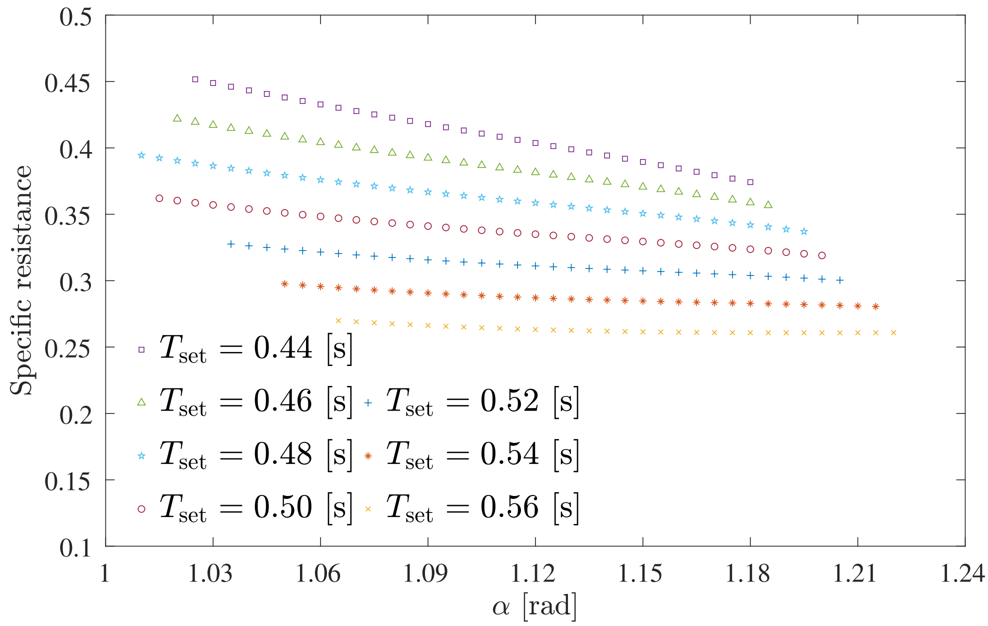
(d) 制御入力の 2 乗和 J

図 4.3: 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボット車輪型歩容

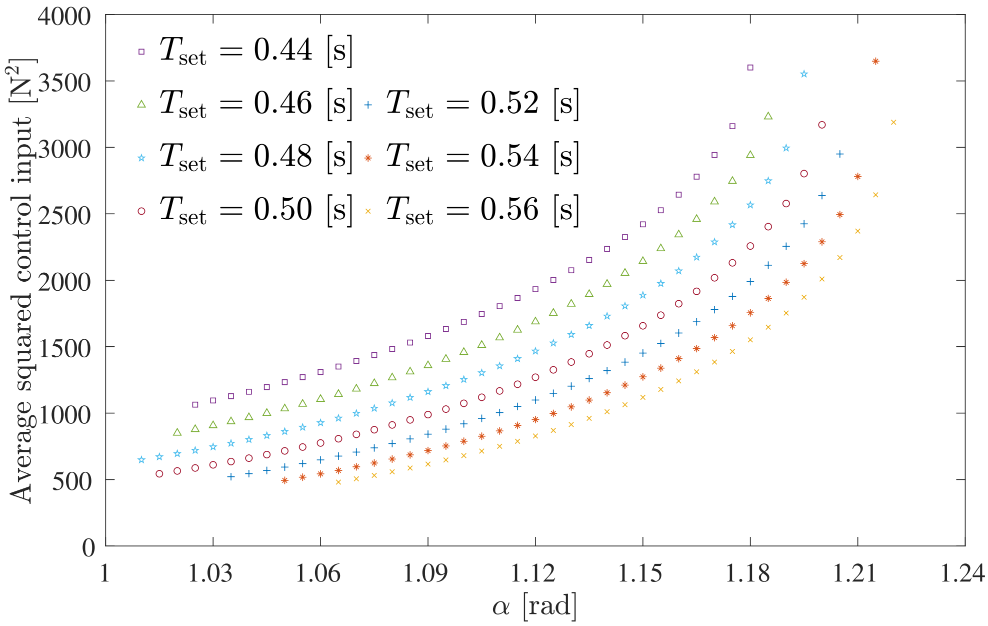
4.4.3 衝突時の相対股関節角度が歩行性能に与える影響

図 4.4 に，弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型歩容における α に対する (a))SR と (b) 制御入力の 2 乗平均値の解析結果を示す．T_{set} は 7 通りに設定した．また，歩行の成立条件は 2.5.3 節と同様であり，α と T_{set} 以外のシステムパラメータは表 2.2 を再び使用した．図 4.4(a) に示すように，SR は α に対して滑らかに単調減少し，弾性要素がない場合と比べて大幅に減少している．図 4.4(b) から，制御入力の 2 乗平均値は T_{set} と α の増加に伴って単調に増加する．これは α が増加すると歩幅が増加するものの，重心が前足の着地点から遠ざかるため，ポテンシャル・バリアを突破することがより困難になり，より大きな制御入力を必要とするためである．つまり α を大きくすれば歩行効率は改善するものの，伸縮脚の制御

入力が大幅に増大するため，伸縮関節に搭載するアクチュエータの性能と照らし合わせて，歩行が実現可能な範囲で股角度を調整する必要がある．



(a) SR

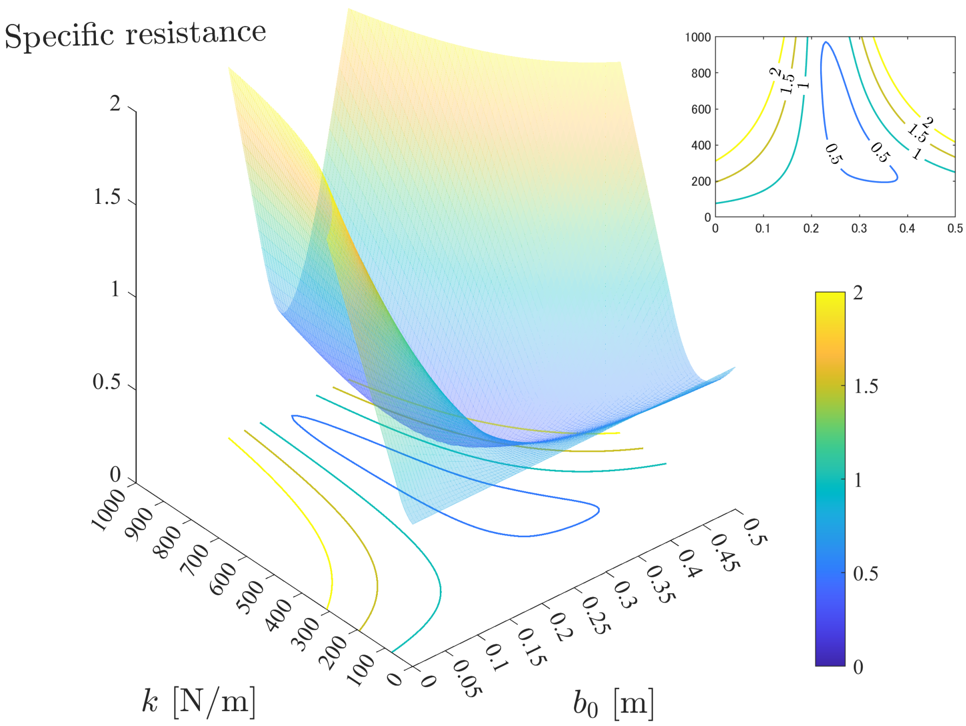


(b) 制御入力の 2 乗平均値

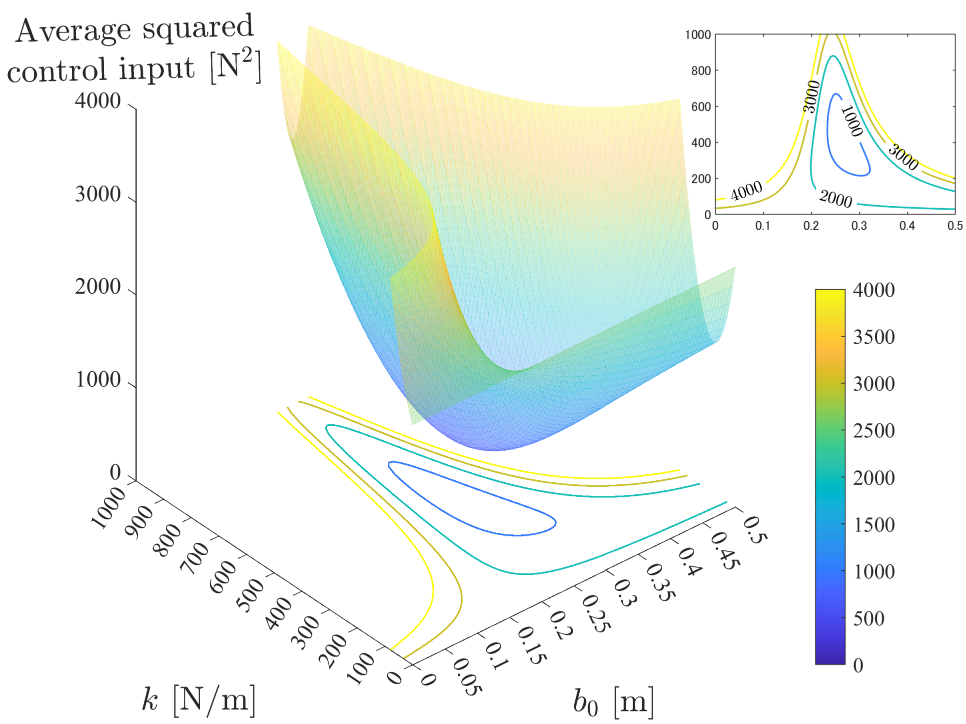
図 4.4: 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型歩容の歩行性能

4.4.4　弾性要素のパラメータ変更に伴う歩行効率の変化

図 4.5 に，k と b_0 に対する (a)SR と (b) 制御入力の 2 乗平均値の等高線を示す．k と b_0 以外のシステム・パラメータは，再度表 2.2 の値を選ぶ．図 4.5(a) から，k と b_0 の最適な組み合わせは 3D プロットの谷にあり，k が 540 [N/m]，b_0 が 0.265 [m] のとき，最小 SR は約 0.24 となる．また制御入力の 2 乗平均値の最小値は，図 4.5(b) より k が 440 [N/m]，b_0 が 0.265 [m] のとき，630 [N^2] である．図 4.5(a) と (b) の最小値が違うことは，エネルギー効率の最大化が必ずしも入力値を最小化することとは限らないことを示している．その理由は，目標整定時間付近では瞬間的に大きな制御入力が発生しているにもかかわらず，SR では過小評価されるからである．このことからも，実現可能な制御入力の範囲内でエネルギー効率を最大にする k と b_0 を選択することが重要である．図 4.6 は，全力学的エネルギーの時間変化を示している．ここで，図 4.6(a) は，$b_0 = 0.25$ [m] とした場合の 6 つの k の比較であり，図 4.6(b) は，$k = 500$ [N/m] とした場合の 6 つの b_0 の比較である．式 (4.6) に示すように，k と b_0 の最適値は，エネルギーがほぼ単調に回復できるかどうかで評価する．上記の基準で図 4.6 の結果を評価すると，(a) においては $k = 600$ [N/m]，(b) では $b_0 = 0.30$ [m] の物理パラメータをもつ弾性要素を選択するで，エネルギー効率の高い車輪型歩容が実現されることが分かった．

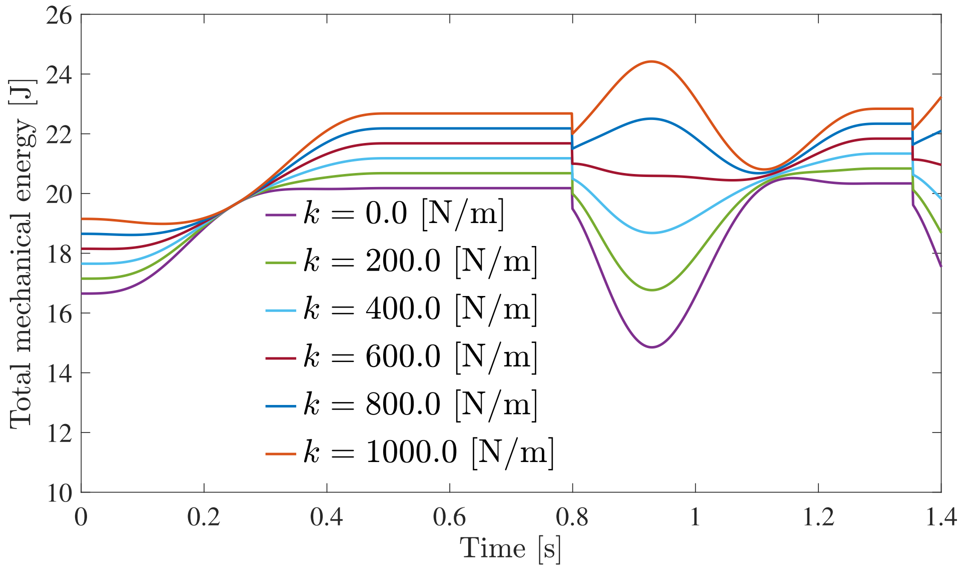


(a) SR

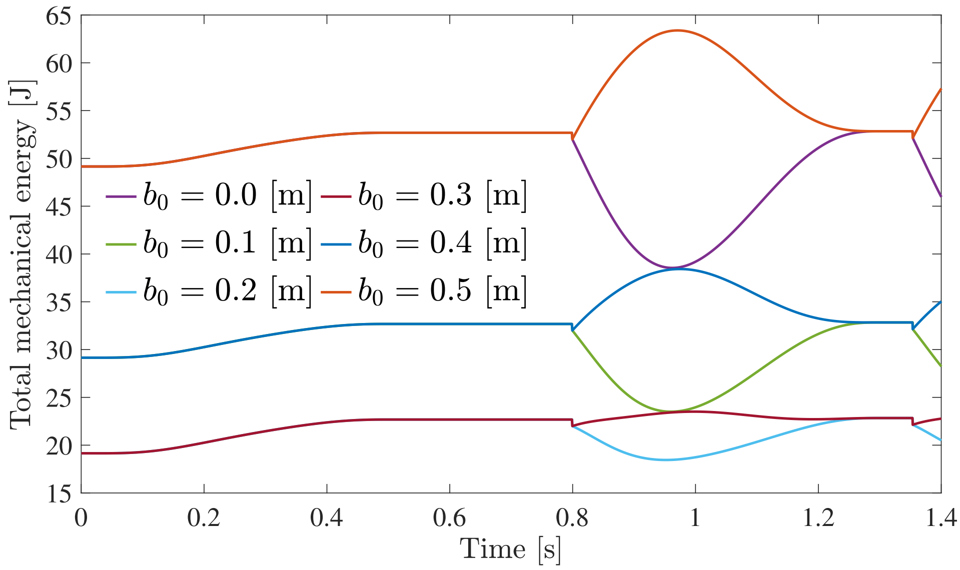


(b) 制御入力の 2 乗平均値

図 4.5: 弾性係数 k と自然長 b_0 に対する SR と制御入力の 2 乗平均値



(a) $b_0 = 0.25$ [m] における 6 つの弾性係数 k の比較



(b) $k = 0.25$ [N/m] における 6 つの自然長 b_0 の比較

図 4.6: 全力学的エネルギーの時間変化

第5章　弾性脚をもつX字型2脚ロボットの車輪型走行歩容

2.6.3 節より，衝突時に伸縮関節の機械的拘束を行う車輪型歩容において大股な歩行が可能であることが確認された．この性質により，障害物を跨いで回避できるものの，衝突時の歩幅を大きくすると重心全体が前脚の着地点から離れるため，ポテンシャルバリアを乗り越えることが難しくなり，歩行速度が遅くなってしまう．そこで歩幅の制約を突破して移動速度を高速化するために，本章では弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットと同じモデルを用いて，車輪型歩容に跳躍運動を導入した走行運動を生成する．そのため，ロボットの数学モデルの概要，仮定，物理パラメータ等は 4 章の弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットと同一である．数値シミュレーションは MATLAB の ode89 を利用して積分を行った．設定は絶対許容誤差を $1\mathrm{e}-20$，相対許容誤差を $2.22045\mathrm{e}-14$ とした．

5.1　運動方程式

支持相の運動方程式は 2.2 節を参照されたい．浮遊相は床面と脚が接していないため，拘束力が 0 となる．そのため，支持相と浮遊相の運動方程式の違いはホロノミック拘束条件式のみであり，式 (2.5) において

$$\boldsymbol{J}_c\dot{\boldsymbol{q}} = 0,\quad \boldsymbol{J}_c = \begin{bmatrix} 0\,0\,0\,0\,0\,0 \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

と表せるため，式 (2.7) は

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{h} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{u} \tag{5.2}$$

となる．

5.2　衝突方程式

図 5.1 に浮遊相から支持相への移行する直前・直後の座標系の関係を示す．支持相から浮遊相に移行する際はホロノミック拘束の変化のみであり，脚交換や速度の変化は発生しない．対して浮遊相から支持相への移行は前足が床面と完全非弾性衝突した瞬間に脚交換が行われる．脚交換時の衝突方程式は 2.3 節の弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットと同様である．

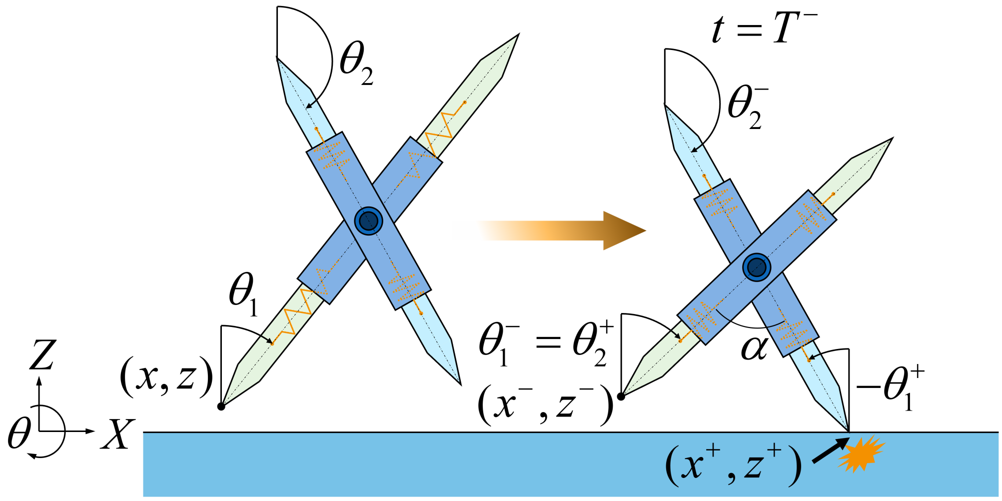


図 5.1: 脚交換の瞬間

5.3　適応的制御変数更新

図 5.2 に車輪型走行歩容の 1 歩分のシーケンス図を示す．以降，立脚相の遊脚と股関節の目標整定時間を T_{set1}，立脚相の支持脚の目標整定時間を T_{set2}，浮遊相の支持脚の目標整定時間を T_{set3} とする．そして上付き文字の “−” と “+” をそれぞれ衝突直前と衝突直後，上付き文字の “−−” と “++” をそれぞれ跳躍直前と跳躍直後とする．また立脚相の周期を T_s，浮遊相の周期を T_f として，1 ステップの周期を $T = T_s + T_f$ と表す．

5.3.1　支持相の目標時間軌道

図 5.2(a) から図 5.2(c) にかけて，支持脚の伸縮関節の長さ b_1 を b_1^+ から b_e へ伸長させ，遊脚の伸縮関節の長さ b_2 を b_2^+ から b_s へ収縮させる．また，股関節の相対角度 $\theta_H := \theta_1 - \theta_2$ を θ_H^+ から $\alpha - \pi$ へ回転させる．以上の制御により，立脚相において前後非対称な姿勢を実現することで，前方に大きな推進力を発揮し，跳躍時に支持脚に加わる入力値を減少することができる．そして，各制御は衝突直後 $t = 0^+$ から開始し，遊脚と股関節は目標整定時間 $t = T_{\mathrm{set1}}$，支持脚は $t = T_{\mathrm{set2}}$ においてそれぞれ完了する．ただし走行の場合は制御の途中で床面と垂直方向の床反力 F_z が 0 となり，遊脚と股関節はそのまま制御を継続する一方で，支持脚は制御を中断して後述の浮遊相の目標時間軌道が再生成される．支持脚の伸縮長の目標時間軌道を $b_{1\mathrm{d}}(t)$，遊脚の伸縮長は $b_{2\mathrm{d}}(t)$，股関節角度は $\theta_{H\mathrm{d}}(t)$ とする．以上

を踏まえると，支持相の各目標境界条件について，その初期値は

$$b_{1\mathrm{d}}(0) = b_1^+,\ \ \dot{b}_{1\mathrm{d}}(0) = \dot{b}_1^+,\ \ \ddot{b}_{1\mathrm{d}}(0) = 0$$
$$b_{2\mathrm{d}}(0) = b_2^+,\ \ \dot{b}_{2\mathrm{d}}(0) = \dot{b}_2^+,\ \ \ddot{b}_{2\mathrm{d}}(0) = 0$$
$$\theta_{H\mathrm{d}}(0) = \theta_H^+,\ \ \dot{\theta}_{H\mathrm{d}}(0) = \dot{\theta}_H^+,\ \ \ddot{\theta}_{H\mathrm{d}}(0) = 0$$

となり，終端値は

$$b_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set2}}) = b_e,\ \ \dot{b}_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set2}}) = 0,\ \ \ddot{b}_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set2}}) = 0$$
$$b_{2\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set1}}) = b_s,\ \ \dot{b}_{2\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set1}}) = 0,\ \ \ddot{b}_{2\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set1}}) = 0$$
$$\theta_{H\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set1}}) = \alpha - \pi,\ \ \dot{\theta}_{H\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set1}}) = 0,\ \ \ddot{\theta}_{H\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set1}}) = 0$$

と定まる．ただし，$b_s < b_e$ である．それぞれの初期値から終端値へのスムーズな運動を実現するため，本章においても以下の 5 次の時間関数を目標軌道として設定する．

$$b_{1\mathrm{d}}(t) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{5} \xi_k t^k & (0 \le t < T_{\mathrm{set2}}) \\ b_e & (t \ge T_{\mathrm{set2}}) \end{cases} \tag{5.3}$$

$$b_{2\mathrm{d}}(t) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{5} \eta_k t^k & (0 \le t < T_{\mathrm{set1}}) \\ b_s & (t \ge T_{\mathrm{set1}}) \end{cases} \tag{5.4}$$

$$\theta_{H\mathrm{d}}(t) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{5} \zeta_k t^k & (0 \le t < T_{\mathrm{set1}}) \\ \alpha - \pi & (t \ge T_{\mathrm{set1}}) \end{cases} \tag{5.5}$$

もし床反力 F_z が常に 0 より大きく次節の浮遊相がない場合は，目標整定時間を時刻 t が超えた後は各制御出力は終端値を維持するように固定され，1 自由度剛体として落下するように制御を行う．つまりこの場合は走行ではなく，歩行となる．

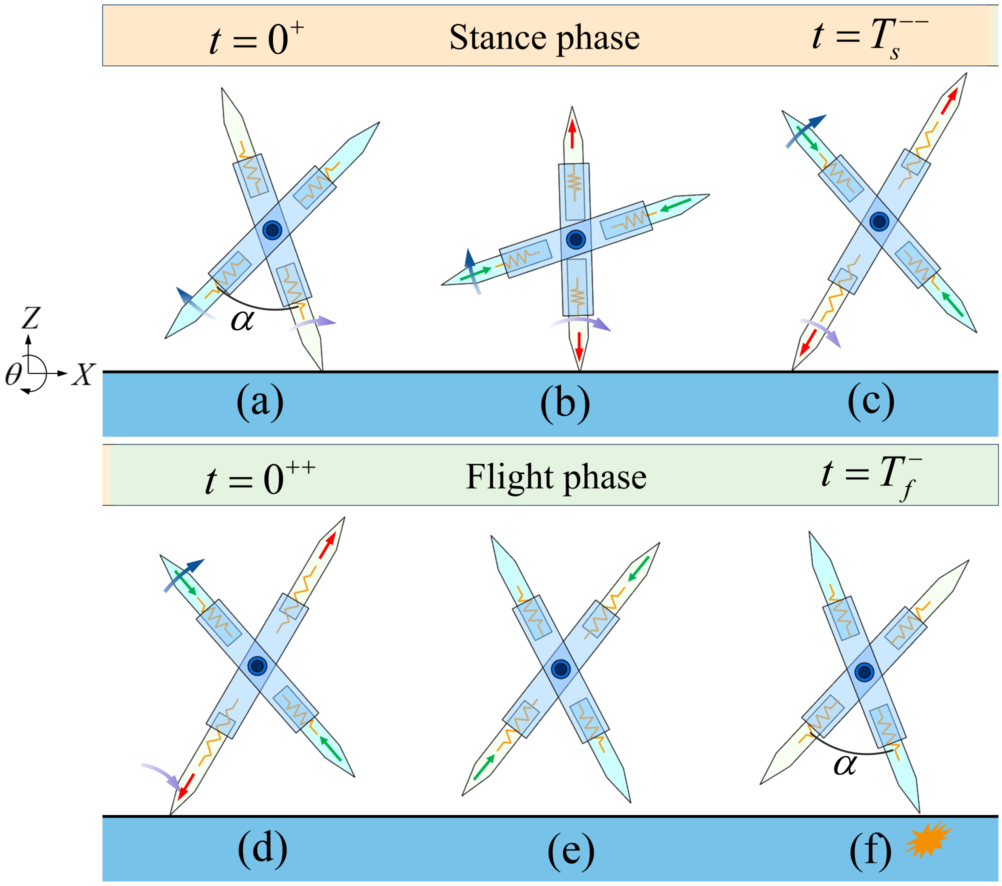


図 5.2: 車輪型走行歩容のシーケンス図

5.3.2　浮遊相の目標時間軌道

図 5.2 の (d) と (e) が浮遊相である．浮遊相では，支持脚の伸縮関節の長さ b_1 を b_1^+ から b_f へ収縮させる．車輪型走行歩容は車輪型歩容と比較して衝突姿勢の前後非対称性が弱くなり，ポテンシャル・バリアの突破が困難となる．そこで，空中で支持脚を収縮させることにより角速度 $\dot{\theta}_1$ と $\dot{\theta}_2$ を増加させて前進する勢いをつけることで，ポテンシャル・バリアの突破を実現した．また目標時間軌道の生成手順は支持相と同様であり，支持脚の制御は床面から離れた直後 $t=0^{++}$ から開始し，目標整定時間 $t=T_{\mathrm{set3}}$ において制御が完了するようにする．このとき，遊脚と股関節の相対角度においては目標時間軌道の再生成を行わず，支持相で生成した目標軌道に追従し続ける．以上を踏まえ，浮遊相において再生成される支持脚の目標時間軌道において，その初期値は

$$b_{1\mathrm{d}}(0)=b_1^{++},\quad \dot{b}_{1\mathrm{d}}(0)=\dot{b}_1^{++},\quad \ddot{b}_{1\mathrm{d}}(0)=0$$

となり，終端値は

$$b_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set3}})=b_f,\quad \dot{b}_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set3}})=0,\quad \ddot{b}_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set3}})=0$$

と式 (5.3) の係数 ξ_k を更新する．そして目標整定時間を時刻 t が超えた後は各制御出力は終端値を維持するように固定され，1 自由度剛体として落下するように制御を行う．

5.4 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの走行運動

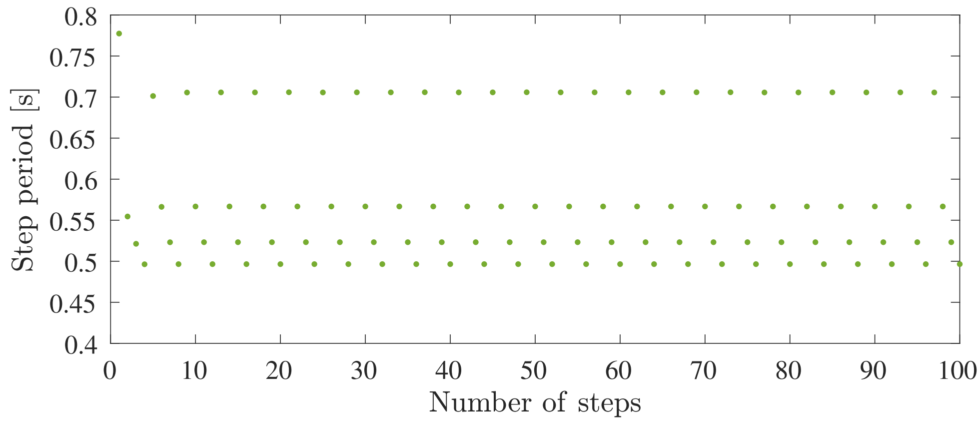
以降，数値シミュレーションにおける初期状態は式 (2.24) と設定した．各走行運動の $\dot{\theta}_1(0)$ については制御パラメータを参照されたい．

5.4.1 車輪型混合歩容生成

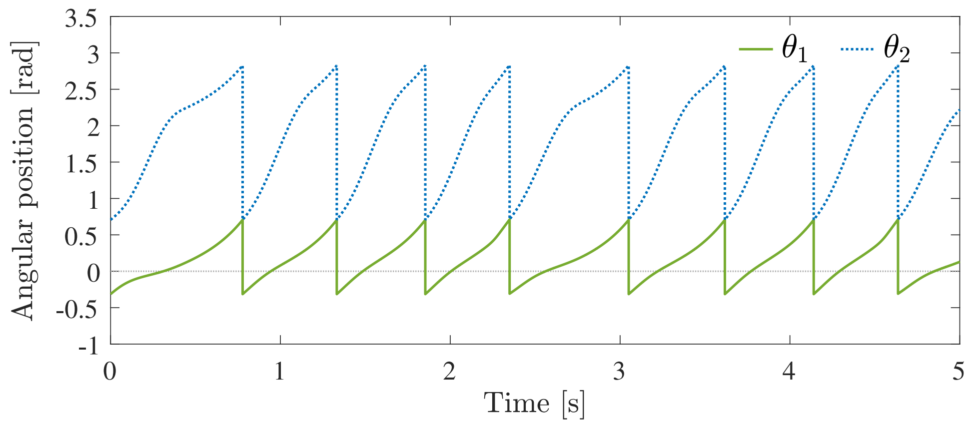
図 5.3 に車輪型混合歩容の数値シミュレーション結果を示す．車輪型混合歩容とは，歩行の最中に跳躍が現れる歩容である．物理パラメータは表 4.1，制御パラメータは表 5.1 に示す値に設定した．図 5.3(a) より，この車輪型混合歩容は 4 周期であることが分かる．これは定常状態において，3 回の歩行を経て前方への加速していき，跳躍を 1 回行うためである．これにより，車輪型歩容において床反力が負となり歩行が不可能となった制御パラメータによる歩容を可能とした．図 5.3(b) と (c) より，歩行においては終端値に達した後に各制御出力が終端値を維持しており，支持脚は跳躍した瞬間に浮遊相における目標軌道へと追従していることが分かる．走行において b_1 が b_e より小さい値となるのは，b_e に達する前に浮遊相へ移行した後，b_f へ伸縮脚を収縮させるためである．図 5.3(d) より，自然な重心の移動により，支持脚が収縮した際に蓄積した弾性エネルギーを効率よく解放しており，従来の走行モデルと比較して小さい制御入力により跳躍を実現していることが分かる．また跳躍後に支持脚は瞬時に収縮するため，瞬間的に大きい制御入力が発生している．図 5.3(f) より，浮遊相においては床反力 F_z が 0 となっていることが確認できる．

表 5.1: 車輪型混合歩容の制御パラメータ

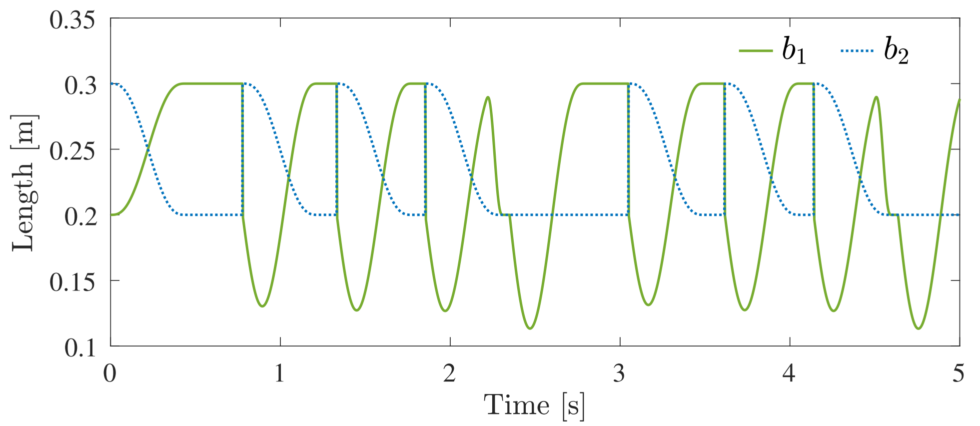
$\dot{\theta}_1(0)$	2.0	rad/s	b_s	0.2	m
T_{set1}	0.44	s	b_e	0.3	m
T_{set2}	0.44	s	b_f	0.2	m
T_{set3}	0.1	s	k_d	100	s^{-1}
α	1.02	rad	k_p	2500	s^{-2}



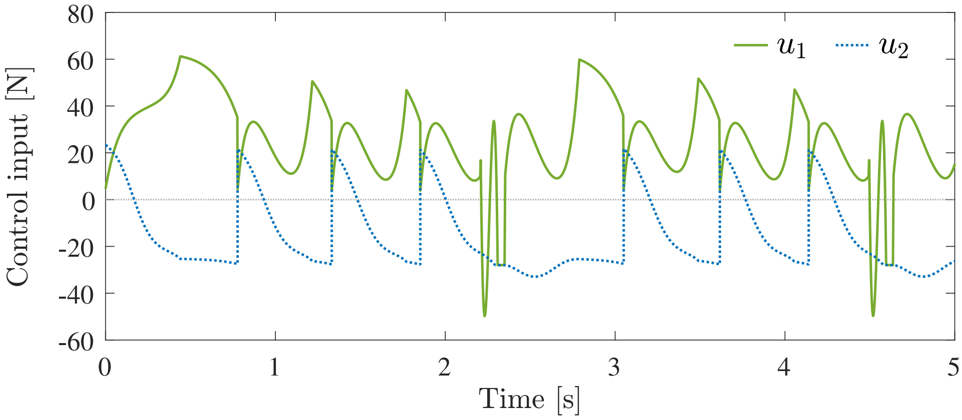
(a) 歩行周期



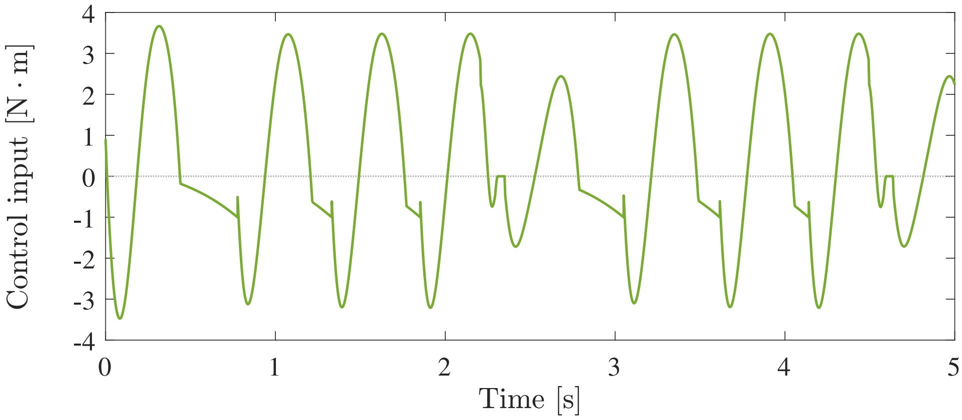
(b) 支持脚の角度 θ_1 と遊脚の角度 θ_2



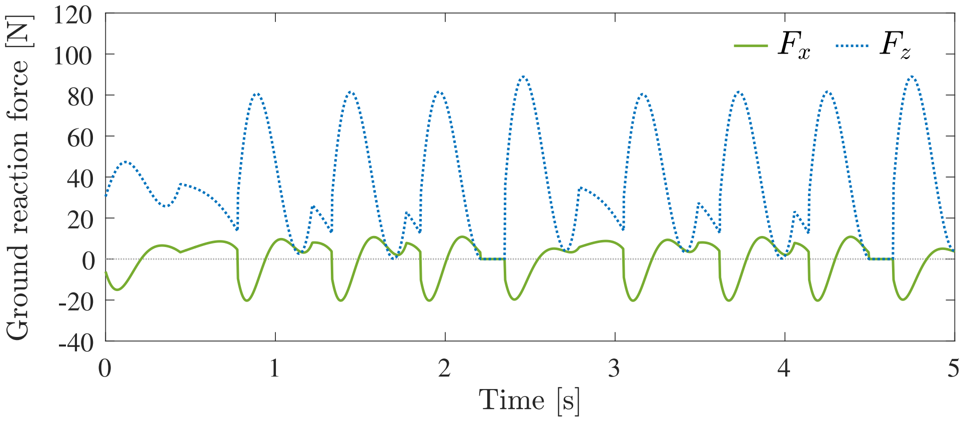
(c) 支持脚の長さ b_1 と遊脚の長さ b_2



(d) 支持脚の入力 u_1 と遊脚の入力 u_2



(e) 股関節の入力 u_3



(f) 床反力 F_x と F_z

図 5.3: 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型混合歩容

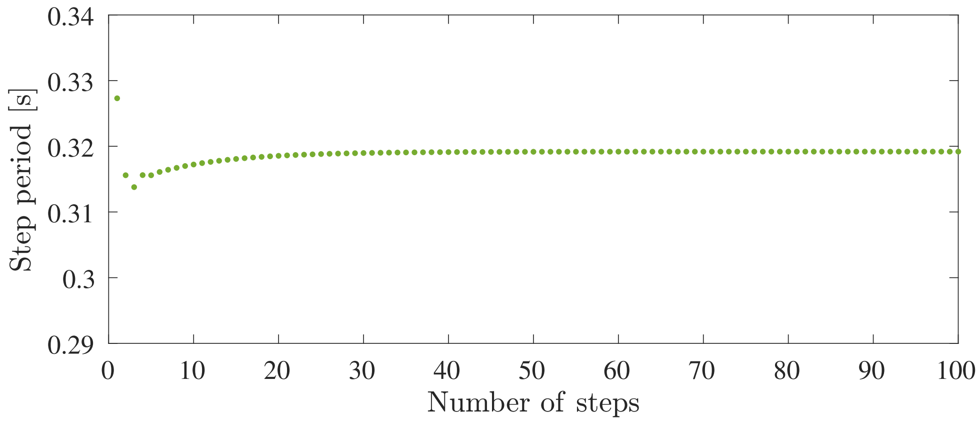
5.4.2 車輪型走行歩容生成

図 5.4 に車輪型走行歩容の数値シミュレーション結果を示す．物理パラメータは表 4.1，制御パラメータは表 5.2 に示す値に設定した．図 5.4(a) より，初期状態からゆっくりと収束することが分かる．ただし，単調に増加しておらず，83 歩目からはふらつきながら収束する．これは衝突直後の支持脚の角度 θ_1^+ が小さいほど T_s が短くなる反面 T_f が長くなり，θ_1^+ が大きいほど T_s が長くなり T_f が短くなることが原因と考えられる．加えて，100 歩目と 99 歩目の差は $-1.4944\mathrm{e}-07$ [s] となっており，ode89 において設定された精度と比較してかなり粗いことが分かる．図 5.4(b) と (c) からは，衝突直後の支持脚と遊脚の角度および角速度は収束しており，その収束の傾向も類似していることが分かる．また，図 5.4(d) と (e) より，浮遊相に支持脚が収縮した後，制御が 1 ステップの間に全て完了されていることが確認できる．

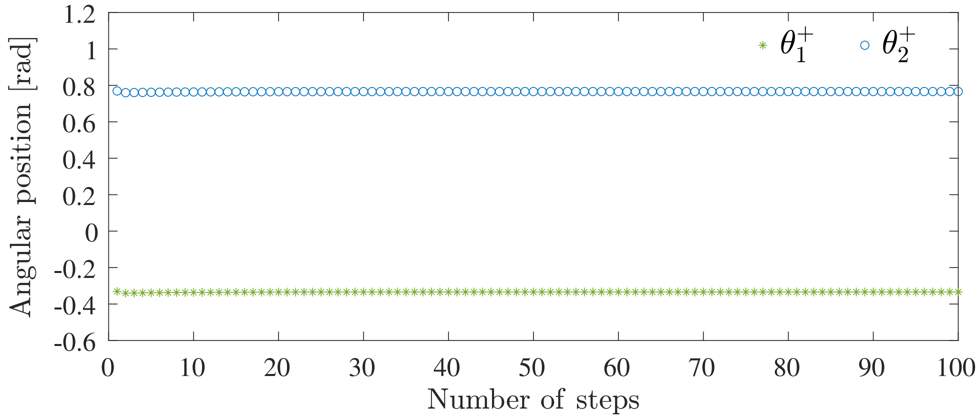
伸縮脚をもつ X 字型 2 脚ロボットは，その重量が伸縮関節の制御入力の大きさに与える影響が大きいため，伸縮関節に搭載するアクチュエータは軽量かつ高トルクであることが求められる．6 章で扱う実験機に搭載した伸縮関節用のブラシレスモータは最大連続トルクが 540 [mNm] であるのに対し，図 5.4(f) では伸縮力の最大値が 67.5 [N] であることが示されており，シミュレーション上では現実的な制御入力によって走行が実現されていることが分かる．またモータの最大連続トルク時の回転数は 3240 [rpm] のため，駆動フレームの直動方向の伸縮速度は最大 2.71 [m/s] であり，これも図 5.4(g) の結果から走行における伸縮速度の要求を満たしているといえる．図 5.4(h) と (i) より，股関節の制御入力と角速度が前述のモータで実現可能な値であることが分かる．ただし，ギアによるトルクと回転速度の適切な変換が必要である．6 章の実験機においては股関節にサーボモータを採用しており，実現が不可能であるため，本論文では車輪型歩容の実験のみ試みる．図 5.4(j) の F_z は滑らかに 0 へ向かっており，自然な跳躍が実現されていることが分かる．

表 5.2: 車輪型走行歩容の制御パラメータ

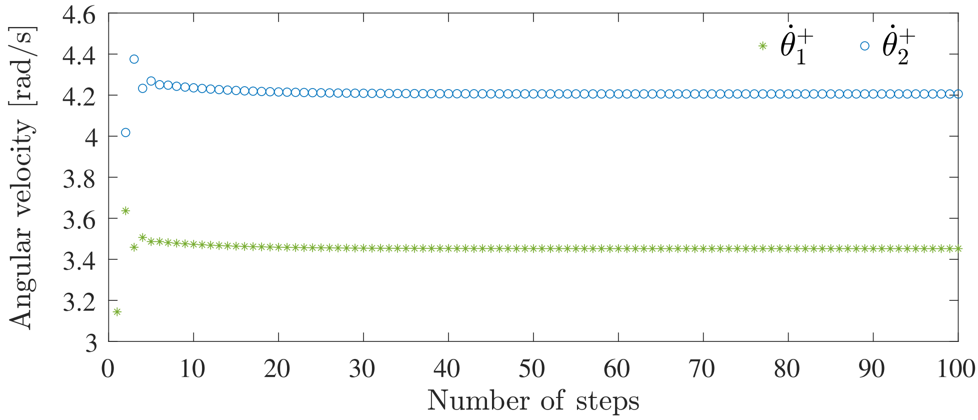
$\dot{\theta}_1(0)$	4.2	rad/s	b_s	0.2	m
T_{set1}	0.31	s	b_e	0.3	m
T_{set2}	0.38	s	b_f	0.25	m
T_{set3}	0.07	s	k_d	100	s^{-1}
α	1.10	rad	k_p	2500	s^{-2}



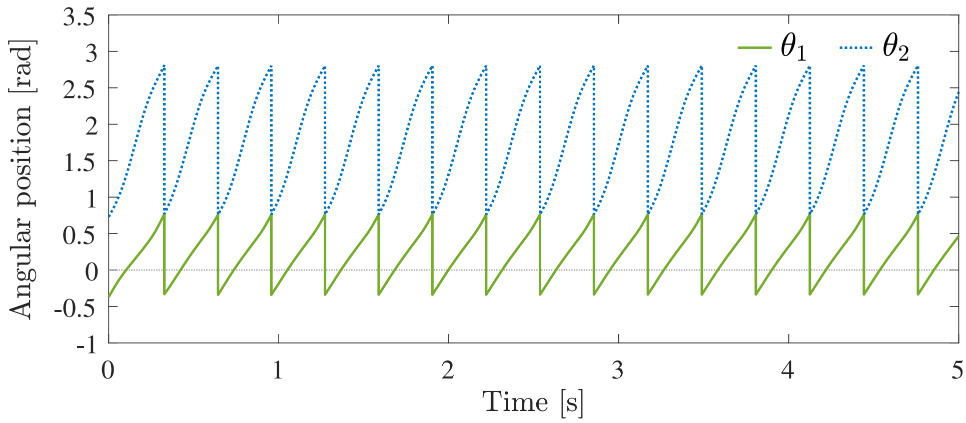
(a) 歩行周期



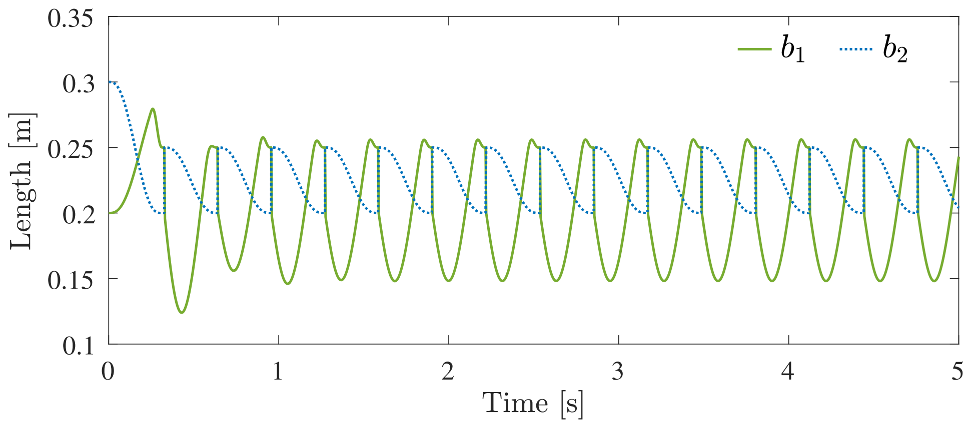
(b) 衝突直後の支持脚の角度 θ_1^+ と遊脚の角度 θ_2^+



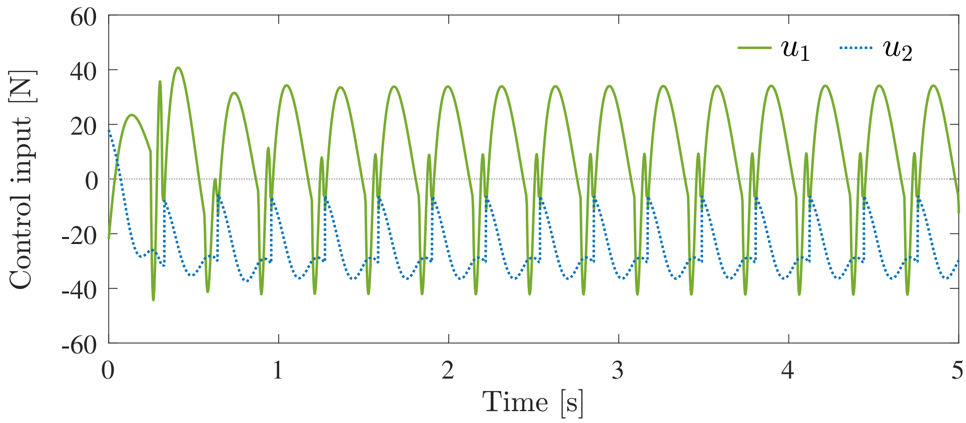
(c) 衝突直後の支持脚の角速度 $\dot{\theta}_1^+$ と遊脚の角速度 $\dot{\theta}_2^+$



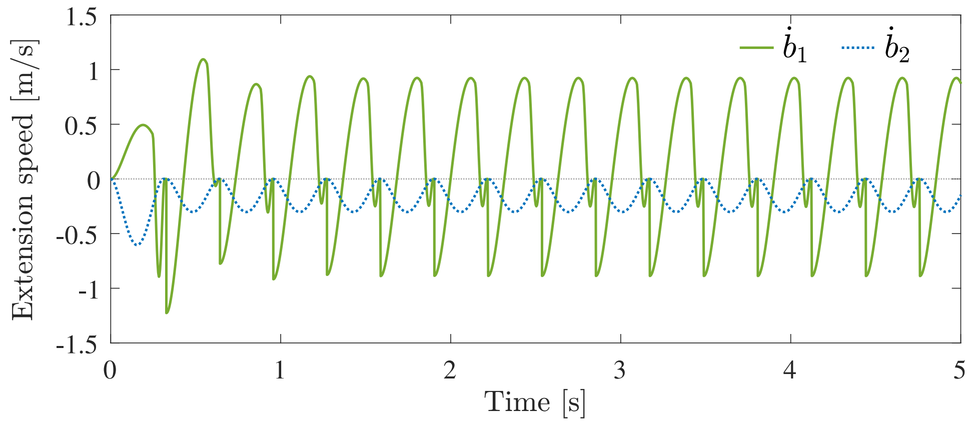
(d) 支持脚の角度 θ_1 と遊脚の角度 θ_2



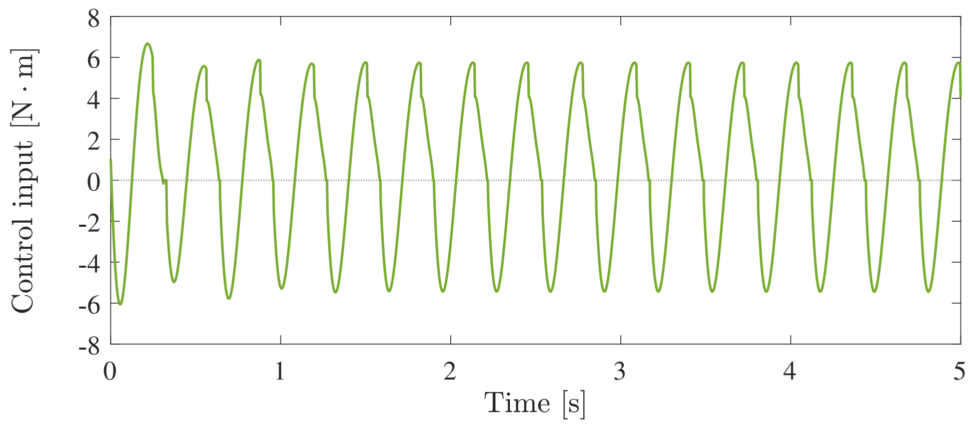
(e) 支持脚の長さ b_1 と遊脚の長さ b_2



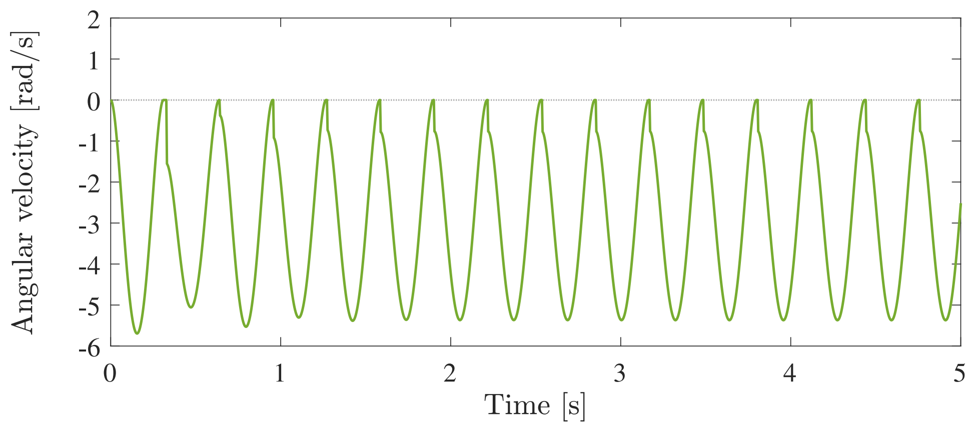
(f) 支持脚の入力 u_1 と遊脚の入力 u_2



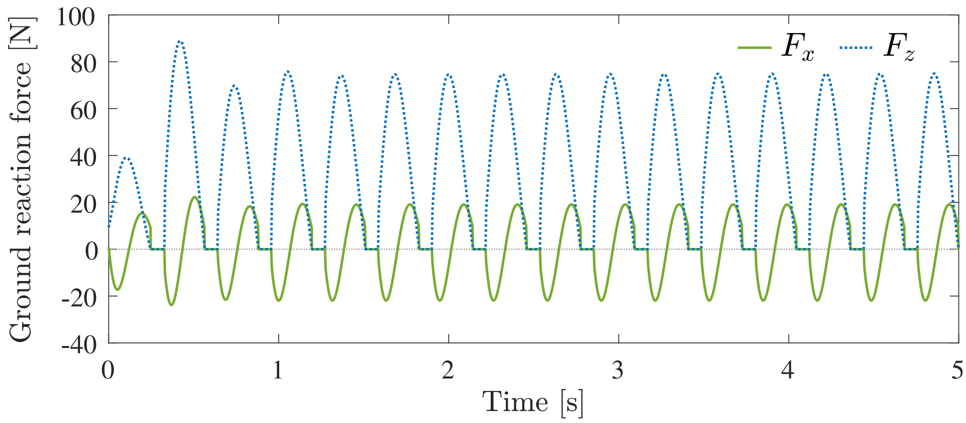
(g) 支持脚の伸縮速度 $\dot{b}_1$ と遊脚の伸縮速度 $\dot{b}_2$



(h) 股関節の入力 u_3



(i) 股関節の角速度 $\dot{\theta}_H$



(j) 床反力 F_x と F_z

図 5.4: 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの車輪型走行歩容

5.4.3 車輪型走行歩容の安定性解析

続いて，車輪型走行歩容の安定性について解析する．対象とする車輪型走行歩容は 5.3.2 節の結果を用いた．またリミットサイクルの安定性を解析する方法として，ポアンカレ写像の手法を用いた [23]．k ステップ目のポアンカレ断面における離散状態 $\boldsymbol{x}_k$ について，$\boldsymbol{x}_k \in \mathbb{R}^4$ を

$$\boldsymbol{x}_k = \begin{bmatrix} \theta_1^+[k] \\ \theta_2^+[k] \\ \dot{\theta}_1^+[k] \\ \dot{\theta}_2^+[k] \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

とする．非線形離散関数 $\boldsymbol{F}$ によってポアンカレ写像は

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_k) \tag{5.7}$$

となり，固定点 $\boldsymbol{x}^* \in \mathbb{R}^4$ においては

$$\boldsymbol{x}^* = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^*) \tag{5.8}$$

となる．ここで，式 (5.8) より $\boldsymbol{F}$ を固定点付近でテイラー展開すると

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{k+1} =& \boldsymbol{x}^* + \delta\boldsymbol{x}_{k+1} \\ =& \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_k) \\ =& \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^* + \delta\boldsymbol{x}_k) \\ \approx& \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}^*) + (\nabla\boldsymbol{F})\delta\boldsymbol{x}_k \end{aligned} \tag{5.9}$$

と表せる．式 (5.8) と式 (5.9) より，

$$\delta\boldsymbol{x}_{k+1} = (\nabla\boldsymbol{F})\delta\boldsymbol{x}_k \tag{5.10}$$

とまとめられるため，離散状態 $\boldsymbol{x}_k$ が固定点に収束するためには $\nabla \boldsymbol{F}$ の全ての固有値の大きさが 1 より小さくなれば良い．本論文における固定点は絶対許容誤差を 1e − 21 に変更した数値シミュレーションによる衝突直後の値を参照しており，$\nabla \boldsymbol{F}$ の有効桁数は 7 とした．そして算出された $\nabla \boldsymbol{F}$ およびその固有値の実部は

$$\nabla \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} -0.7783868 & -0.08172157 & -0.1085373 & 0.03160299 \\ -0.7783868 & -0.08172156 & -0.1085373 & 0.03160300 \\ 3.942320 & 0.03408732 & 1.037808 & -0.005684863 \\ 6.387553 & -1.087245 & 1.448974 & -0.2281526 \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

$$\begin{matrix} 0.8627738 \\ -0.7419873 \\ -0.00000005905549 \\ -0.1712386 \end{matrix} \tag{5.12}$$

となったため，全ての固有値の大きさは 1 より小さく，この車輪型走行歩容は漸近安定であることが確認された．次に，車輪型走行歩容の特異値を解析する．前述の $\nabla \boldsymbol{F}$ の固有値はリミットサイクルの安定性を示す評価指標であるものの，ロバスト性を評価することはできない．そこで車輪型走行歩容の最大特異値を用いることで，ロバスト性の評価を試みる．最大特異値 $\bar{\sigma}$ について

$$\frac{||\delta \boldsymbol{x}_{k+1}||}{||\delta \boldsymbol{x}_k||} \leq \bar{\sigma}(\nabla \boldsymbol{F}) \tag{5.13}$$

の関係が成り立つ．もし $\bar{\sigma} \leq 1.0$ であれば，誤差ノルムは単調減少を示し，強い収束性を示すことが分かる．そして $\nabla \boldsymbol{F}$ の特異値は

$$\begin{matrix} 7.8453555031 \\ 0.6582297151 \\ 0.1499057782 \\ 0.0000000083627130080 \end{matrix} \tag{5.14}$$

となったため，最大特異値は 1.0 より大きく，状態誤差ノルムの収束性は高いとはいえないことが分かった．

第6章　実験機の開発

弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットのモデルを再現した実験機を開発した．本章では本実験機による車輪型歩容の実験について紹介する

6.1　実験機の概要

図 6.1 に弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの実験機の外観，図 6.2 に伸縮関節と股関節の構造を示す．各伸縮脚は内部のラック＆ピニオン機構によって最大 107 [cm] まで伸長し，70 [cm] まで収縮する．伸縮関節のラック＆ピニオンはブラシレスモータの回転によって動作し，バッテリーはロボットに積載されている．ピニオンギアの直径 r は 0.018 [m] でモジュールは 1 であり，ラックギアは伸縮脚の両端で同じ長さとなるように取り付けられている．また 2.6.1 節にて伸縮関節の制御入力が非常に大きいことを確認しているため，後述する 3D プリンタにより製作した部品の活用による軽量化と引張コイルばねを駆使して制御入力を低減し，伸縮駆動を達成した．股関節にはサーボモータが搭載されており，各モータはロボット内部のマイクロコントローラにて制御されている．総重量は電子部品含め 4.9 [kg] であり，大半の部品が 3D プリンタで製作されている．一方で，脚のスイングによって大きな荷重を受ける股関節部と，床面と接触する足先はアルミニウム合金で製作した．電源入力後は決められた位置まで伸縮・回転して停止し，前脚が浮いた状態でから人力で初期値を与えて回転させる．前脚の先端が床面に一定の距離まで近づいた後は自律して歩行を行い，歩行が失敗した時点で非常停止ボタンを押すことで動作を停止させることができる．各伸縮脚には自然長が 84.6 [mm]，弾性係数が 0.051 [N/m] の引張コイルばねが 4 つ取り付けられている．この引張コイルばねは 2 つずつ互いに向かい合う方向へ取り付けられているため，つり合いの位置が弾性脚の自然長となる．足先には測距センサが取り付けられており，I^2C 通信によって距離データと遊脚の衝突判定を行う．遊脚の衝突を検知した瞬間には，プログラム上でイベントを発生させ各モータの制御を開始する．それぞれのモータにはエンコーダが内蔵されており，ブラシレスモータには速度，サーボモータには位置の追従制御を実装する．基板にはマイクロコントローラと SD カードが付いており，距離データとブラシレスモータの電流値，回転速度の記録を取得できる．本実験機に搭載されている構成部品を以下に示す．

- 伸縮関節...MAXON EC60flat と 4096 Imp エンコーダ

- モータドライバ...ESCON Module 50/8 HE
- 股関節...Hitech HSB-9381
- 測距センサ...APDS9960
- バッテリー...22.8V 2600mA および 7.4V 1050mAh,
  7.4V 200mAh リポバッテリー
- マイクロコントローラ...ESP32-DevKitC-32E

また，ロボットの側面には実験者がロボットを支えるための取手を組み付け，さらに落下防止のためにロープを取り付けた．

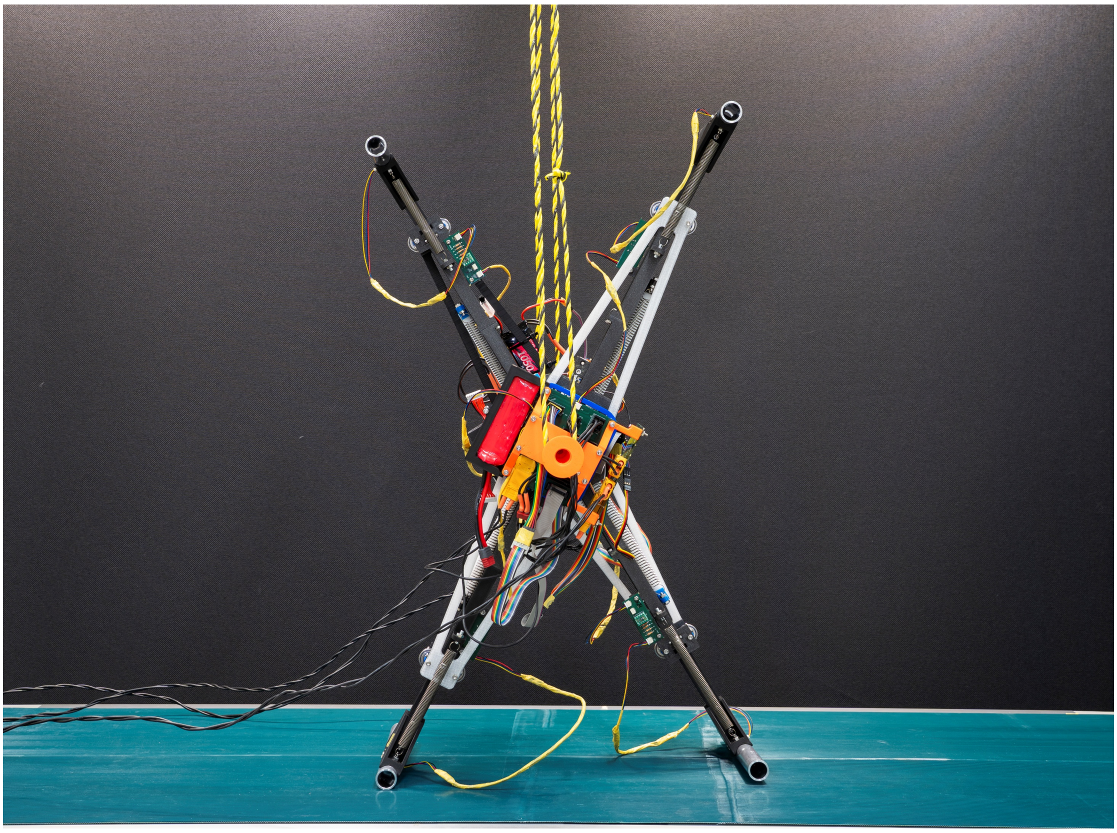


図 6.1: 弾性脚をもつ X 字型 2 脚ロボットの実験機

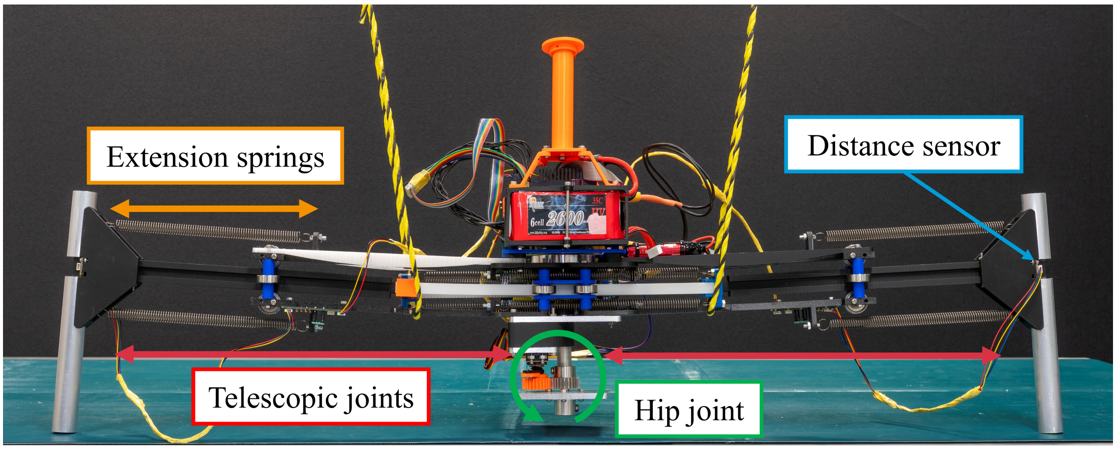


図 6.2: 股関節と伸縮脚の構造

6.2 制御手法

2.4 節においては，入出力線形化によって股角度と伸縮長の PD フィードバック制御を実装し，5 次の目標時間関数に追従させることで，初期値から目標終端値へのスムーズな運動を実現した．しかし，本論文のロボットにおいては，相対股角度は計測の手段が無く，多項式関数を用いたサーボモータの制御は困難である．また伸縮長はエンコーダによって計測ができず，計測可能な値は伸縮速度のみである．そこで本論文では，相対股角度の制御と伸縮長の制御をそれぞれ後述の方法で行い，車輪型歩容の再現を試みた．また，いずれの場合も目標整定時間 $t = T_{\mathrm{set}}$ 以降，股関節と伸縮関節を各目標終端値へ維持したまま，1 自由度の剛体として前方へ倒れ込むよう制御を行う．

6.2.1 股関節

θ_1 と θ_2 をそれぞれ支持脚と遊脚の鉛直上方向からの絶対角度とする．$\theta_H := \theta_1 - \theta_2$ を股関節の相対角度として，これを $-\alpha$ から $\alpha - \pi$ へ回転させる．このときサーボモータは目標終端値の相対角度まで一定の角速度で回転して追従し，角速度は $t = T_{\mathrm{set}}$ で制御が完了するように調整した．速度調整は Hitech DPS-11 を使用し，最大速度の 60%で駆動するようサーボモータに直接プログラムを行った．

6.2.2 伸縮関節

支持脚の伸縮関節の長さ b_1 を b_s から b_e へ伸長させ，遊脚の伸縮関節の長さ b_2 を b_e から b_s へ収縮させる．また，支持脚の伸縮速度の目標時間軌道を $\dot{b}_{1\mathrm{d}}(t)$，遊脚の伸縮速度は $\dot{b}_{2\mathrm{d}}(t)$ とし，モータドライバの回転数制御ユニットに回転速度の

指令値を与えて制御することで伸縮運動を実現した．支持相の各目標境界条件について，その初期値は

$$b_{1\mathrm{d}}(0)=b_s,\quad \dot{b}_{1\mathrm{d}}(0)=\dot{b}_1^+,\quad \ddot{b}_{1\mathrm{d}}(0)=0$$
$$b_{2\mathrm{d}}(0)=b_e,\quad \dot{b}_{2\mathrm{d}}(0)=\dot{b}_2^+,\quad \ddot{b}_{2\mathrm{d}}(0)=0$$

となる．$b_{1\mathrm{d}}(0)$ と $b_{2\mathrm{d}}(0)$ は 2.4.2 節において衝突直後の値を参照しているが，本論文のロボットでは計測不可であるため，それぞれ b_s と b_e とした．$\dot{b}_1^+$ と $\dot{b}_2^+$ はいずれもブラシレスモータの回転速度を接続されたエンコーダによって計測可能であるため，衝突直後に値を取得できる．そして目標終端値は

$$b_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}})=b_e,\quad \dot{b}_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}})=0,\quad \ddot{b}_{1\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}})=0$$
$$b_{2\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}})=b_s,\quad \dot{b}_{2\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}})=0,\quad \ddot{b}_{2\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}})=0$$

と定まる．ただし，$b_s<b_e$ である．以上の初期値から目標終端値へのスムーズな運動を実現するため，以下の 4 次の時間関数を伸縮関節の目標軌道として設定する．ただし，ブラシレスモータは回転速度のみ制御可能であるため，目標軌道も速度であることに注意されたい．

$$\dot{b}_{1\mathrm{d}}(t)=\begin{cases}\sum_{k=0}^{4}\xi_k t^k & (0\le t<T_{\mathrm{set}})\\ 0 & (t\ge T_{\mathrm{set}})\end{cases} \tag{6.1}$$

$$\dot{b}_{2\mathrm{d}}(t)=\begin{cases}\sum_{k=0}^{4}\eta_k t^k & (0\le t<T_{\mathrm{set}})\\ 0 & (t\ge T_{\mathrm{set}})\end{cases} \tag{6.2}$$

各係数は次式で決定される．

$$\begin{aligned}\xi_0 &= \dot{b}_1^+\\ \xi_1 &= 0\\ \xi_2 &= \frac{30b_e-30b_s-18T_{\mathrm{set}}\dot{b}_1^+}{T_{\mathrm{set}}^3}\\ \xi_3 &= \frac{-60b_e+60b_s+32T_{\mathrm{set}}\dot{b}_1^+}{T_{\mathrm{set}}^4}\\ \xi_4 &= \frac{30b_e-30b_s-15T_{\mathrm{set}}\dot{b}_1^+}{T_{\mathrm{set}}^5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_0 =& \dot{b}_2^+\\ \eta_1 =& 0\\ \eta_2 =& \frac{30b_s - 30b_e - 18T_{\mathrm{set}}\dot{b}_2^+}{T_{\mathrm{set}}^3}\\ \eta_3 =& \frac{-60b_s + 60b_e + 32T_{\mathrm{set}}\dot{b}_2^+}{T_{\mathrm{set}}^4}\\ \eta_4 =& \frac{30b_s - 30b_e - 15T_{\mathrm{set}}\dot{b}_2^+}{T_{\mathrm{set}}^5}\end{aligned}$$

また，ブラシレスモータの回転速度の目標時間軌道 $\omega_{j\mathrm{d}}(t)$ は

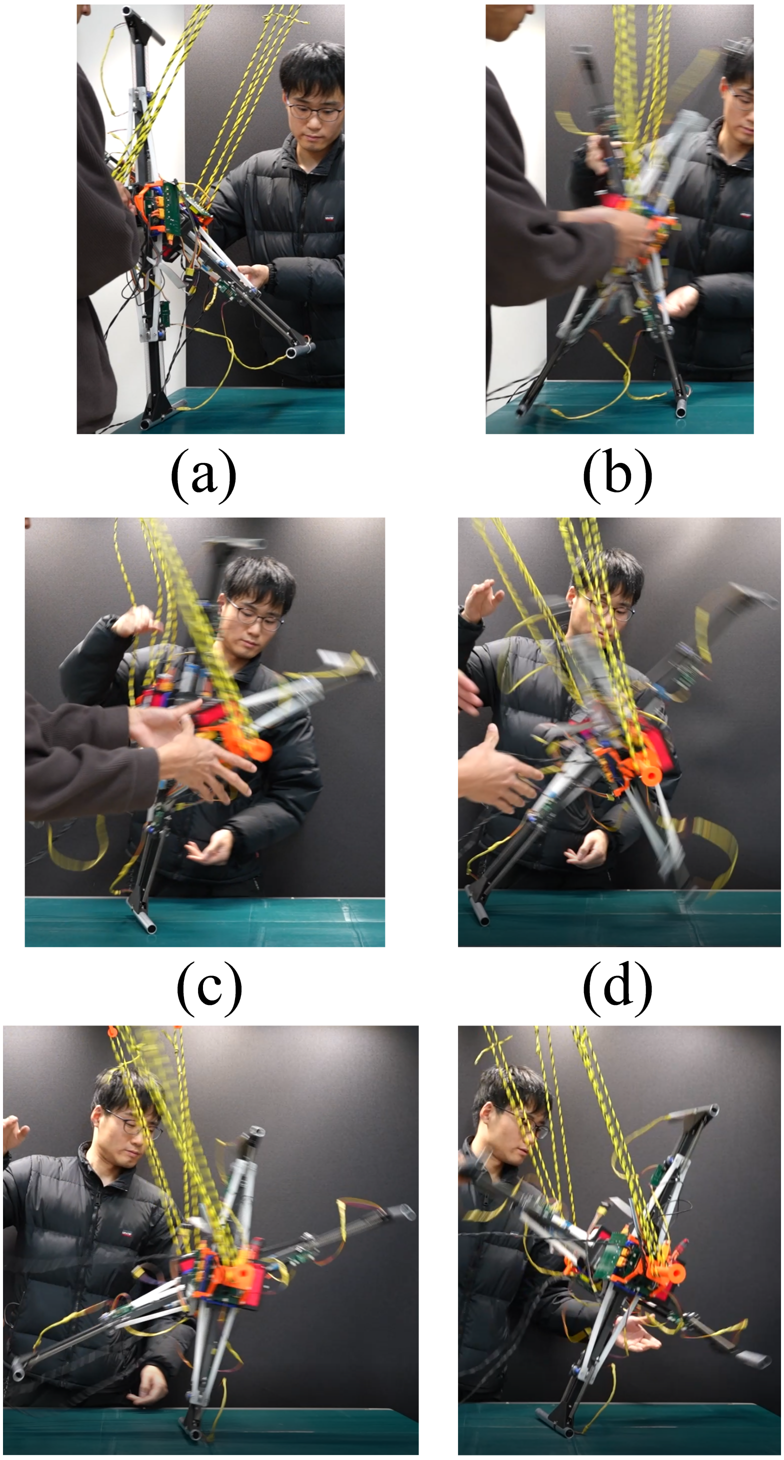
$$\omega_{j\mathrm{d}}(t) = \frac{60}{2\pi r}\dot{b}_{j\mathrm{d}}(t) \ \ (j = 1 \text{ or } 2) \tag{6.3}$$

によって伸縮速度 [m/s] から回転速度 [rpm] へ変換することで求められる．

6.3 歩行実験

図 6.3 に歩行実験の様子を示す．制御パラメータについて目標整定時間 T_{set} は 0.4 [s]，衝突時における股関節の相対股角度の目標値 α は $5\pi/18$ [rad]，目標時間軌道の b_s は 0.2 [m]，b_e は 0.3 [m] と設定した．これらの値は 1 歩目の制御が完了するように試行錯誤によって決定されたが，2.5 節の理論検証結果と比較すると目標整定時間が極端に短く小股であると言える．

実験では，2 歩までの車輪型歩容生成を実現することができた．図 6.3 (b)〜(d) より，1 歩目の遊脚着地時に足先に取り付けられた測距センサによって着地を判定し，伸縮脚と股関節を駆動できていることが分かる．しかし，2 歩目の衝突後は歩行が不安定化してしまい，3 歩以上の歩容生成を達成することはできなかった．その理由としては，まずアクチュエータの動作速度が遅く，着地までに股角度および伸縮長が目標値に達しなかったことが挙げられる．股角度の制御に関してはサーボモータの出力値を上げることで回転速度を向上できるが，その分周辺部品への負担増大による破損のリスクが高まる．また，ギアのバックラッシュにより遊脚が逆回転する現象がみられたため，ストッパーの増設など構造的な改良が必要であると考えられる．一方で伸縮脚に関しては，伸縮脚のばね取り付け箇所やセンサ類の配線部が脆く，ロボットの転倒により破損してしまうことがあった．今後，再現性の高い歩行運動の実現へ向けて，各部品の材料や構成，センサの取り付け位置などについて再検討する必要があると考えられる．



(a) (b)

(c) (d)

(e) (f)

図 6.3: 歩行実験のシーケンス図

第7章　まとめ

7.1　結論

本論文では弾性脚をもつX字型2脚ロボットを用いた水平面上の漸近安定な車輪型走行歩容を生成する手法を提案し，さらにポアンカレ写像の手法を用いることで走行の安定性を評価した．さらに，同モデルの概要について述べ，水平面上の車輪型歩容生成実験の基礎的結果を報告した．提案手法により，伸縮脚を用いた跳躍姿勢の前傾化により比較的小さい制御入力による自然な跳躍を実現し，現実的なモデルを用いた走行歩容が可能であることを数値シミュレーションによって検証した．さらに実験機の開発および歩行実験を通して，車輪型歩容生成の実現可能性について議論した．以下に明らかになった知見をまとめる．

- 伸縮脚をもつX字型2脚ロボットの車輪型歩容において衝突時に伸縮脚を拘束する場合としない場合についてそれぞれ車輪型歩容を実現し，さらに歩行性能を解明した．
- 伸縮脚をもつX字型2脚ロボットの冗長モデルを対象として，ホロノミック拘束の仮定を与えた場合と制御入力の仮定を与えた場合についてそれぞれ数学モデルを新たに構築し，数値シミュレーションによって制御入力と並進駆動力を比較することで，脚フレームに潜在する伸縮力の配分を明らかにした．
- 伸縮関節に並列に弾性要素を追加することで，歩行運動を変化させずに制御入力の最大値を低減し，さらにエネルギー効率と入力値の大きさを評価することで弾性要素の最適な物理パラメータを導いた．
- 弾性脚をもつX字型2脚ロボットの走行運動において，浮遊相で支持脚の目標整定時間を変更することにより，車輪型混合歩容と車輪型走行歩容を実現し，さらには車輪型走行歩容が漸近安定であることを確認した．
- 実験機を用いて車輪型歩行実験を行い，車輪型歩容の実現可能性について議論した．

7.2　今後の予定

現状の制御手法では車輪型走行歩容の収束性が弱く，安定な制御パラメータの設定が困難である．収束性を強くするためには跳躍時（もしくは衝突時）の支持脚の角度を固定する手法や，空中において姿勢を制御する手法が考えられるが，いずれも制御入力を増大させてしまうため，自然な跳躍を維持したまま収束性を強める新たな制御手法の考案が求められる．加えて b_f や α，T_{set3} などの制御パラメータが安定性や歩行性能に与える影響についても明らかにする必要がある．実験機の開発においては，機体の軽量化のために大半の部品をプラスチックで製作したものの，その弊害として部品の強度不足に起因する諸問題が生じたことで安定した車輪型歩容生成を達成するには至らなかった．これを踏まえ，今後は金属部品を導入するなどして身体の剛性を高め，より継続的な歩行運動を実現することが求められる．また，搭載された SD カードによってアクチュエータの電流値やセンサの計測値を保存し，理論検証結果と比較することも重要な課題である．現状は股関節を駆動するモータのトルクと回転速度が不十分であるため，アクチュエータ選定の見直しも必要と思われる．将来，再現性の高い車輪型歩容実験を行い，改めて詳細な結果を報告する．

謝辞

本研究を進めるにあたり，車輪型歩容の理論構築と実験機の開発において，主指導教員である浅野文彦准教授から多大なご支援を賜りました．心より感謝申し上げます．先生には，私一人では理解が難しい理論について，私が理解できるまで根気強くご指導いただきました．そのおかげで，より深く研究に取り組めたと実感しています．学会発表に関しましては，先生の丁寧な添削や理論検証のアドバイスのおかげで，2 年という短い期間に共著を含め多数の論文を執筆できました．多くの論文に関わり議論した経験は，研究室に所属する以前は高い壁と感じていた論文執筆への意識を変え，現在はむしろ積極的に取り組みたいと思えるようになりました．また，実験機の開発においては，資金面はもちろんのこと，撮影や日々の生活に至るまで，さまざまなご支援をいただきました．そして，共に研究に邁進してきた浅野研究室の学生の皆さんにも，心から感謝しています．特に歩行実験では，実験機が身体全体を回転させるため停止が困難であり，非常停止や転倒時の保護に人手が必要でした．皆様の積極的な実験補助は大変助かりました．締め切り日に論文完成まで付き合っていただいた日のことは，忘れられない思い出です．修士論文の審査をしてくださった先生方にも，深く感謝いたします．先生方からいただいたご指摘を踏まえ，理論的・実験的にさらに掘り下げた内容を論文にまとめることができました．今後も皆様のご期待に沿えるよう，真摯に研究に努めてまいります．

参考文献

[1] J. Kiefer and B. Ramesh. Walking viability and gait synthesis for a novel class of dynamically-simple bipeds, Informatica, vol.17, no.2, pp.145–155 (1993)

[2] F. Asano and C. Yan. Low-speed limit cycle walking of planar X-shaped bipedal robot with special properties, Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics, pp.43–48 (2023)

[3] F. Asano, T. Sedoguchi and C. Yan. Generation of steady wheel gait for planar X-shaped walker with reaction wheel, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.5766–5772 (2024)

[4] F. Asano, M. Komori, T. Sedoguchi, and Y. Zheng. Stable wheel gait generation for planar X-shaped walker with telescopic legs based on asymmetric impact posture, Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.11118–11123 (2024)

[5] M. Komori, F. Asano, and T. Sedoguchi. Efficient wheel gait for X-shaped walker with telescopic legs using elastic elements, Proceedings of the 8th International Symposium on Swarm Behavior and Bio-Inspired Robotics 2024, pp.108–114 (2024)

[6] F. Asano. High-speed biped gait generation based on asymmetrization of impact posture using telescopic legs, Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.4477–4482 (2010)

[7] K. Matsuoka. A model of repetitive hopping movements in man, Proceedings of 5th World Congress of Theory of Machines and Mechanisms, vol.2, pp.1168–1171 (1979)

[8] M. H. Raibert. Legged robots that balance, The MIT Press (1986)

[9] R. Blickhan. The spring-mass model for running and hopping, Journal of Biomechanics, vol. 22, no. 11, pp. 1217–1227 (1989)

[10] M. Ahmadi and M. Buehler. Stable control of a simulated one-legged running robot with hip and leg compliance, IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 13, no. 1, pp. 96–104 (1997)

[11] A. Seyfarth, H. Geyer, and H. Herr. Swing-leg retraction: a simple control model for stable running, The Journal of Experimental Biology, vol. 206, no. 15, pp. 2547–2555 (2003)

[12] M. Srinivasan and A. Ruina. Computer optimization of a minimal biped model discovers walking and running, Nature, vol. 439, pp. 72—75 (2006)

[13] H. Geyer, A. Seyfarth, and R. Blickhan. Compliant leg behaviour explains basic dynamics of walking and running, Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences, vol. 273, pp. 2861–2867 (2006)

[14] S. Jana and A. Gupta. Walking and jogging at similar speeds with a passive SLIP model based compliant biped, Journal of Biomechanical Science and Engineering, vol. 19 (2024)

[15] H. Miyamoto, A. Sano, Y. Ikemata, S. Maruyama, and H. Fujimoto. A study of bouncing rod dynamics aiming at passive running, in Proceedings of the IEEE International Conference Robotics and Automation, pp. 3298—3303 (2010)

[16] J. -Y. Nagase, S. Yang, T. Satoh and N. Saga. Stability Analysis of Passive Monopedal Dynamic Hopping, IEEE Access, vol. 12, pp. 132344–132351 (2024)

[17] T. McGeer. Passive bipedal running, Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences, vol. 240, no. 1297, pp. 107–134, 1990.

[18] F. Asano and M. Suguro. Limit cycle walking, running, and skipping of telescopic-legged rimless wheel, Robotica, vol. 30, no. 6, pp. 989—1003 (2012)

[19] L.-I. Lugo-Villeda and V. Parra-Vega. A computational mechatronics approach for the analysis, synthesis and design of a simple active biped robot: Theory and experiments, Applied Bionics and Biomechanics, vol.3, no.2, pp.121–130 (2006)

[20] F. Asano. Dynamic gait generation of telescopic-legged rimless wheel based on asymmetric impact posture, Proceedings of the 9th IEEE-RAS International Confere on Humanoid Robots, pp. 68–73 (2009)

[21] F. Asano and Z.-W. Luo. Energy-efficient and high-speed dynamic biped locomotion based on principle of parametric excitation, IEEE Transactions on Robotics, vol. 24, no. 6, pp. 1289–1301 (2008)

[22] F. Asano, Z.-W. Luo, and M. Yamakita. Biped gait generation and control based on a unified property of passive dynamic walking, IEEE Transactions on Robotics, vol. 21, no. 4, pp. 754-–762 (2005)

[23] A. Goswami, B. Thuilot, and B. Espiau. A study of the passive gait of a compass-like biped robot: Symmetry and chaos, The International Journal of Robotics Research, vol. 17, no. 12, pp. 1282-–301 (1998)

付 録A　冗長モデルの運動方程式

以下，換算質量を$m' := 3m_1 + 4m_2$，相対的な伸縮脚の伸縮長を$L_{iH} := L_{i1} - L_{i2}$，駆動脚フレームの質点から回転関節までの距離を$l_{ij} := b_{ij} + c$とする．式 (3.1) の各項の詳細は以下の通りである．

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16} & M_{17} & M_{18} \\ & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} & M_{26} & M_{27} & M_{28} \\ & & M_{33} & M_{34} & 0 & 0 & M_{37} & M_{38} \\ & & & M_{44} & 0 & M_{46} & 0 & 0 \\ & & & & M_{55} & M_{56} & 0 & 0 \\ & & & & & M_{66} & M_{67} & M_{68} \\ & & & & & & M_{77} & 0 \\ \text{Sym.} & & & & & & & M_{88} \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

$$\boldsymbol{h} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_1 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \\ h_7 \\ h_8 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 0\,0\,0\,0 & 0 \\ 0\,0\,0\,0 & 0 \\ 0\,0\,0\,0 & 1 \\ 0\,0\,0\,0 & -1 \\ 1\,0\,0\,0 & 0 \\ 0\,1\,0\,0 & 0 \\ 0\,0\,1\,0 & 0 \\ 0\,0\,0\,1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ u_{21} \\ u_{22} \\ u_3 \end{bmatrix} \tag{A.2}$$

ただし，

$$M_{11} = 2m$$
$$M_{13} = (m_1 L_{11} + m' L_{12}) \cos\theta_1$$
$$M_{14} = m_1 L_{2H} \cos\theta_2$$
$$M_{15} = m_1 \sin\theta_1$$
$$M_{16} = m' \sin\theta_1$$
$$M_{17} = m_1 \sin\theta_2$$
$$M_{18} = -m_1 \sin\theta_2$$
$$M_{22} = 2m$$
$$M_{23} = -(m_1 L_{11} + m' L_{12}) \sin\theta_1$$

$$
\begin{aligned}
M_{24} =& -m_1 L_{2H} \sin\theta_2 \\
M_{25} =& m_1 \cos\theta_1 \\
M_{26} =& m' \cos\theta_1 \\
M_{27} =& m_1 \cos\theta_2 \\
M_{28} =& -m_1 \cos\theta_2 \\
M_{33} =& m\left(2a^2 + 4cL_{12} - c^2\right) + m' b_{12}\left(2a + b_{12}\right) + m_1 b_{11}\left(2L_{12} + b_{12} + L_{1H} + 2c\right) \\
M_{34} =& m_1 L_{2H} L_{12} \cos\theta_H \\
M_{37} =& -m_1 L_{12} \sin\theta_H \\
M_{38} =& m_1 L_{12} \sin\theta_H \\
M_{44} =& mc^2 + m_1\left(b_{22}^2 + b_{21}^2 + 2b_{22}c + 2b_{21}c\right) \\
M_{46} =& m_1 L_{2H} \sin\theta_H \\
M_{55} =& m_1 \\
M_{56} =& m_1 \\
M_{66} =& m' \\
M_{67} =& m_1 \cos\theta_H \\
M_{68} =& -m_1 \cos\theta_H \\
M_{77} =& m_1 \\
M_{88} =& m_1 \\
h_1 =& 2\dot\theta_1\left(m_1 \dot b_{11} + m' \dot b_{12}\right)\cos\theta_1 - \dot\theta_2\left(m_1 L_{11} + m' L_{12}\right)\sin\theta_1 + 2m_1\dot\theta_2 \dot L_{2H}\cos\theta_2 \\
& - m_1 \dot\theta_2^2 L_{2H} \sin\theta_2 \\
h_2 =& 2mg - \dot\theta_1^2\left(m_1 L_{11} + m' L_{12}\right)\cos\theta_1 - 2\dot\theta_1\left(m_1 \dot b_{11} + m' \dot b_{12}\right)\sin\theta_1 - m_1\dot\theta_2^2 L_{2H}\cos\theta_2 \\
& - 2m_1 \dot\theta_2 \dot L_{2H} \sin\theta_2 \\
h_3 =& 2\dot\theta_1\left(m' L_{12}\dot b_{12} + m_1 l_{11}\dot b_{12} + m_1\left(L_{12} + l_{11}\right)\dot b_{11}\right) \\
& + L_{12}\left(2m_1 \dot L_{2H}\dot\theta_2\cos\theta_H - 2mg\sin\theta_1 + m_1 L_{2H}\dot\theta_2^2\sin\theta_H\right) \\
h_4 =& 2m_1\dot\theta_2\left(\dot b_{22} l_{22} + \dot b_{21} l_{21}\right) + m_1 L_{2H}\dot\theta_1\left(2\dot b_{12}\cos\theta_H - L_{12}\dot\theta_1\sin\theta_H\right) \\
h_5 =& -m_1\dot\theta_1^2\left(L_{12} + l_{11}\right) \\
h_6 =& -\dot\theta_1^2\left(m_1 l_{11} + m' L_{12}\right) + 2mg\cos\theta_1 - m_1\dot\theta_2^2 L_{2H}\cos\theta_H + 2m_1\dot\theta_2\dot L_{2H}\sin\theta_H \\
h_7 =& -m_1\left(\dot\theta_2^2 l_{21} + L_{12}\dot\theta_1^2\cos\theta_H + 2\dot\theta_1\dot b_{12}\sin\theta_H\right) \\
h_8 =& -m_1\left(\dot\theta_2^2 l_{21} - L_{12}\dot\theta_1^2\cos\theta_H + 2\dot\theta_1\dot b_{12}\sin\theta_H\right) \\
Q :=& \frac{1}{2}k(b_{11} - b_0)^2 + \frac{1}{2}k(b_{12} - b_0)^2 + \frac{1}{2}k(b_{21} - b_0)^2 + \frac{1}{2}k(b_{22} - b_0)^2
\end{aligned}
$$