

Title	いくつかの様相代数の有限埋込可能性について
Author(s)	天野, 俊一
Citation	
Issue Date	2006-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/1982">http://hdl.handle.net/10119/1982</a>
Rights	
Description	小野寛晰, 情報科学研究科, 修士

# いくつかの様相代数の有限埋込可能性

天野俊一 (410004)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2006年2月

キーワード: 有限埋込可能性, 様相論理, 様相代数, 部分構造論理, 剰余代数, 決定可能性.

論理式  $\varphi$  が与えられたとき, それが論理  $L$  の定理であるか否かを機械的に判定できるとき,  $L$  は決定可能であると呼ばれる. 様相論理の決定可能性を示すためには, その論理の有限モデル性を示せばよいことが知られている. 有限モデル性を示す方法として濾過法という方法がよく用いられるが, これは有限モデル性を示したい論理に対するクリプキ意味論を用いる. この方法を部分構造論理に適用する時の困難は, 部分構造論理に対して一般的にクリプキ意味論を定義するのが不可能であるという点にある. この困難のために部分構造論理においてはモデル論的な決定可能性の証明はあまりしられておらず, カット除去による証明論的な手法が用いられることが多かった.

2002年に Blok と van Alten が示した, 有限埋込可能性という性質を示すための汎用な手法により部分構造論理の決定可能性に対するモデル論的証明が可能となった. ある代数のクラス  $\mathcal{K}$  において, そのクラスの代数の任意の有限偏部分代数 (partial subalgebra) をそのクラスの有限の代数に埋め込むことができるとき,  $\mathcal{K}$  は有限埋込可能性をもつと呼ばれる. この性質は有限モデル性を含意し, かつ有限埋込可能性によっていえる決定可能性は有限モデル性より強い.

これまでに知られている有限埋込可能性はほとんどが様相のない代数クラスのものである. そこで我々は様相を持った代数の有限埋込可能性について考察する. 関連する結果および本研究の結果 (太い矢印) を図 1 に示した.

まず本研究ではいくつかの正規な様相論理に対応する代数 (正規様相代数) のクラスが有限埋込可能性を持つことを示す. 基本的な結果は次のものであり, さらに  $KT$  などについても対応する結果を示した.

**定理** 正規様相代数全体のクラスは有限埋込可能性を持つ.

この定理の証明は Jónsson-Tarski の定理の証明を模している. Jónsson-Tarski の定理の主張は, 任意の正規様相代数が与えられたとき, その超冪全体の上にクリプキフレームを作り, さらにその冪集合の上に代数 (複合代数) を構成するともとの代数がそ

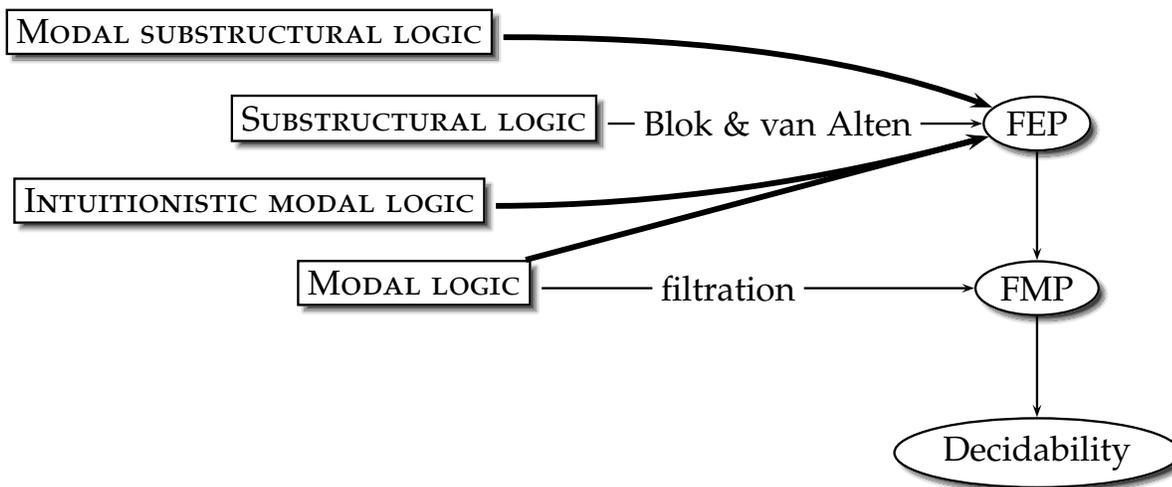


図1 先攻研究および本研究の結果

ここに埋め込まれる，というものである．本研究では超冪全体の代わりに「充足した集合」全体をとり，さらに複合代数を構成する．「充足した」集合とは，超冪を局所化したような概念であり，有限モデル性を示す手法の一つである Schütte の方法で用いられる「整合的な集合」をある意味で代数化したものといえる．

つぎに，直観主義論理・直観主義様相論理について同様手法が適用できることを示した．

定理 ハイティング代数全体，また直観主義様相代数全体のクラスは有限埋込可能性をもつ．

次に Ono(2005) で導入された  $S4$  に対応する部分構造論理を導入する．これは  $FL_{ew}$  に  $S4$  の条件を満たすような様相をつけ加えた論理である．その代数モデルである様相剰余代数を定義し，Blok と van Alten による剰余代数に対する有限埋込可能性の証明が自然に拡張されることを示した．

定理 様相剰余代数全体のクラスは有限埋込可能性を持つ．

さらに  $K, KT, K4$  というより弱い様相をもつ部分構造論理に対応する代数クラスの有限埋込可能性について考える． $\square$  と  $\cdot$  の間に分配が成り立つという条件を加えれば  $KT$  のような様相を持った剰余代数のクラスは有限埋込可能性を持つことを示した．

今後の課題としてはまず，Schütte の方法と有限埋込可能性の関係についてより体系的な結果を得ることがあげられる．また， $K$  や  $KT$  に対応する有限埋込可能性（あるいは有限モデル性）について，また  $\square$  と  $\cdot$  の分配が不可欠であるかどうかについて考察していく必要がある．