

Title	平面における伸縮を許したリンケージの裏返し判定問題
Author(s)	藤本, 洋一
Citation	
Issue Date	2008-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/4308
Rights	
Description	Supervisor: 上原隆平准教授, 情報科学研究科, 修士

平面における伸縮を許したリンケージの 裏返し判定問題

藤本 洋一 (0610076)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2008 年 2 月 7 日

キーワード: アルゴリズム, 裏返し, 再配置, 線型時間, リンケージ.

リンケージとは, 端点を連結した線分の集合である. 一般のグラフの埋め込みでは辺の長さを考慮しないが, リンケージでは辺で結ばれた 2 頂点間の距離が変わらないもののみが可能である. 本論文では, とくに 2 次元ユークリッド空間上のリンケージを単にリンケージと呼ぶ. また, リンケージは一定の長さの棒と自由に回転するジョイントからなる力学的なモデルとして考えることもできる. リンケージの応用分野としては, なめらかなグラフ変形アニメーションや, 力学的構造の解析, ロボットアームのモーションプランニング, 分子構造のモデリングなどが考えられる.

リンケージに関する問題として代表的なものは, 再配置問題である. リンケージの配置とは, 任意の 2 頂点について, それらの間に辺が存在するならば, 2 頂点間の距離がその辺の長さと等しい d 次元空間への埋め込みである. リンケージの再配置とは, 辺の長さを変えことなく, それぞれの頂点において任意の 2 辺のなす角が連続に変化する変形過程である. 特に, 平面において元の配置の鏡像となる配置へ再配置することを裏返しと言う. リンケージの再配置問題は, グラフの性質と幾何学的な性質を持つことから, グラフ理論, 計算幾何学, 計算量理論, トポロジーの理論と関連がある. リンケージの再配置に関する研究では, 問題の困難性を示す手法として, 計算機の動作を模倣するリンケージを構成するものがある. 一方, 実際に問題を解決する手法としては, アルゴリズムの提案がある.

リンケージの再配置に関する既存の研究には, 辺の交差を許すものと許さないものがあり, それぞれ対象をパスや木, サイクルに限定した研究結果がある. また, 2 次元だけでなく 3 次元や一般の d 次元の場合も研究されているが, 特に 2 次元と 3 次元では再配置が困難であることが知られている. 辺の交差を許すリンケージでは, Hopcroft らの研究により平面上での再配置問題は PSPACE 困難であることが分かっている. また, Lenhart と Whitesides は平面においてサイクルを裏返すことができる必要十分条件と, 裏返せる場合は $O(n)$ ステップで実行できることを示した. 一方, 辺の交差を許さないリンケージでは, Alt らの研究によりリンケージの再配置問題が一般に PSPACE 完全であることが分かっ

ている。また, Connery らはパスや木を一直線上に, サイクルを凸に再配置可能であることを示した。さらに, Canterella らはそれらの再配置が頂点数の多項式ステップ数で実行でき, そのモーションが多項式時間で計算可能であることを示した。

本研究では, 平面上での辺の交差を許したリンケージの裏返し問題を考える。辺の伸縮を許さない場合, 平面上では裏返しが不可能な場合が存在する。例えば, 三角形を部分構造に持つようなリンケージは裏返すことができない。しかし, 多少の辺の伸縮を許せば任意のグラフの裏返しが可能となる。特に, 分子構造のモデリングにおいては分子間距離は一定ではない。したがって, リンケージに辺の伸縮を取り入れたモデル化を行うことは実用上の意義がある。本研究では辺の伸縮率 α ($\alpha \geq 1$) を与えて, 長さ l の辺は l/α 以上 αl 以下の長さに自由に伸縮できるものとする。伸縮率を導入することで, 決定問題を α の最小化問題という, より応用の広い最適化問題にすることができる。与えられたリンケージの裏返しが可能となる伸縮率のうち, 最小のものをそのリンケージの最適伸縮率と呼ぶ。

本論文での結果として, 一般のサイクルでの伸縮率の上界が $\sqrt{2}$ であることを示した。また, 辺の伸縮を許さないサイクルでの既存の結果を用いて, 与えられたサイクルの最適伸縮率が線型時間で計算可能であることを示した。

さらに, サイクルで得られた結果を Outer-Planar グラフの裏返しに拡張した。Outer-Planar グラフとは, 全ての頂点が外平面 (Outer-Plane) に接するような平面描画を持つグラフである。本論文では, Outer-Planar グラフの外平面を除いた平面に対する双対グラフが木になることを示し, それにより Outer-Planar グラフの最適伸縮率を求めるアルゴリズムを提案し, その計算時間が頂点数の線型であることを示した。

また, 一般の平面グラフについて, 最適伸縮率の下界が存在しないことを示した。これはトポロジーの理論を用いて与えられた伸縮率では裏返せないホイール W_n が構成可能であることによる。その上で, ホイール W_n ($n = 7, n \geq 9$) の最適伸縮率での裏返しを実現するアルゴリズムを提案した。ホイール W_4 については, 最適伸縮率の非自明な上界と下界を示した。