高階書換え系の単一正規形性

真野 健[†]　小川 瑞史[††]

Unique Normal Form Property of Higher-Order Rewriting Systems

Ken MANO[†] and Mizuhito OGAWA[††]

あらまし　Van Oostrom と van Raamsdonk の提案したパターン高階書換え系の枠組みにおいて，左線形性を仮定しない単一正規形性の十分条件を示す．

キーワード　項書換え系，高階書換え系，合流性，単一正規形性

1. まえがき

高階の表現を対象とした書換え系の枠組みが，いくつか提案されている [3], [7]. Van Oostrom と van Raamsdonk は，Conbinatory Reduction System [3] や Higher-Order Rewrite System [7], 更には項書換え系 [4] など既存のさまざまな書換え系を統一する枠組みとして高階書換え系（Higher-Order Rewriting System, HORS）を提案した [10], [11]. また，(1 階の) 項書換え系の直交性に相当する性質を高階書換え系に対して定義することにより，その合流性の十分条件を示した．

高階書換え系の特徴は，書換え規則による項の置換と，その規則を適用するための照合・代入を明確に分離したことである．後者は，代入計算（Substitution Calculus, $\mathcal{SC}$）と呼ばれる書換え系によってなされ，代入計算も書換え規則と共に高階書換え系を規定するパラメータとして位置づけられる．[9], [11] の総合報告である [10] では，まず代入計算を具体的に規定せず，代わりに書換え規則と代入計算が満たすべき条件が規定され，そこから合流性等の性質が導かれた．特に，代入計算として単純型付きラムダ計算をもつ "無曖昧な左線形パターン高階書換え系" がそれらの条件を満足することが示された．

一方，直交な項書換え系，すなわち左線形かつ無曖昧な項書換え系は合流性をもつことが知られている．更に，左線形性を仮定することなしに単一正規形性を保証する十分条件が，いくつか得られている [1], [2], [6], [8]. 単一正規形性は，系の無矛盾性等の十分条件である [5]. 本論文では，これらの結果の一つを高階書換え系に拡張し，左線形性を仮定しない単一正規形性の十分条件を示す．主定理は，"強無曖昧なパターン高階書換え系は単一正規形性をもつ" である．

本論文の構成は以下のとおりである．**2.** で基本的な概念を述べ，**3.** でパターン高階書換え系について説明する．**4.** で我々は新たにパターン高階書換え系の文脈条件線形化というものを導入し，それが合流性をもつための十分条件を示す．その結果を踏まえ，**5.** でパターン高階書換え系の単一正規形性の十分条件を与える．

2. 諸定義

本章の定義は，基本的に [4], [10] に従う．

2.1 書換え系

書換え系 $\langle D, \to \rangle$ とは，領域 D 上の書換えと呼ばれる 2 項関係 $\to$ である．文脈から明らかなとき D はしばしば省略される．書換え $\to$ の対称閉包，反射推移閉包，反射推移対称閉包は，それぞれ $\leftrightarrow$, $\to^*$, $\leftrightarrow^*$ で表される．要素 $d \in D$ について，$d \to d'$ なる $d' \in D$ が存在しないとき，d はその書換え系の正規形と呼ばれる．書換え系 $\to$ の正規形の集合を $NF_{\to}$ で表す．$d_1 \to^* d_2$ かつ d_2 が正規形であるとき，d_2 は d_1 の正規形であると言い，$d_1 \to^{*!} d_2$ で表す．

書換え系 $\to$ は，$d_1 \to d_2, \to \cdots$ なる無限系列が存

† NTT コミュニケーション科学研究所，京都府
NTT Communication Science Laboratories, 2 Hikari-dai Seika-cho Soraku-gun, Kyoto-fu, 619-02 Japan
†† NTT 基礎研究所，厚木市
NTT Basic Research Laboratories, 3-1 Morinosato-Wakamiya, Atsugi-shi, 243-01 Japan

在しないとき停止性をもつと言う．

書換え系 $\rightarrow$ は，任意の正規形 d, d' について $d \leftrightarrow^* d'$ ならば $d \equiv d'$ なる性質をもつとき，単一正規形性をもつと言う．また書換え系 $\rightarrow$ は，任意の d_1, d_2, d_3 について $d_1 \rightarrow^* d_2$, $d_1 \rightarrow^* d_3$ ならば $d_2 \rightarrow^* d_4$ かつ $d_3 \rightarrow^* d_4$ なる d_4 が存在するという性質をもつとき合流性をもつと言われる．書換え系が停止性と合流性をもつとき，完備であるという．

2.2 単純型付き前項

本節では，[10] にならって単純型をもつ高階の項表現を導入する．[10] の定義で特徴的な点は，束縛変数と自由変数を構文的な範ちゅうとして区別していることである．

[定義 2.1] 単純型は，以下のように帰納的に定義される．

（1） 基本型 o は単純型である．

（2） σ, τ が単純型ならば，関数型 $\sigma \rightarrow \tau$ も単純型である．

単純型の集合を $\mathcal{T}$ で表し，σ, τ, υ を単純型を表すのに用いる． □

[定義 2.2] 単純型の上の関数 $\mathtt{arity} : \mathcal{T} \rightarrow \mathbb{N}$ を以下のように定義する：

（1） $\mathtt{arity}(o) \stackrel{\text{def}}{=} 0$,

（2） $\mathtt{arity}(\sigma \rightarrow \tau) \stackrel{\text{def}}{=} \mathtt{arity}(\tau) + 1$.

$\mathtt{arity}(s)$ を s の引数の数と言う． □

[定義 2.3] アルファベット $(a, b, c \in)$ $\mathcal{A}$ は以下の記号からなる可算集合である．

（1） 関数適用と呼ばれる記号 -(-),

（2） 抽象化と呼ばれる記号 -.-,

（3） 各単純型 σ に対して(注1),

（a） 演算子（あるいは定数）$\mathtt{F}^\sigma, \mathtt{G}^\sigma, \mathtt{H}^\sigma, \cdots$.

（b） 束縛変数 $\xi^\sigma, \eta^\sigma, \zeta^\sigma, \cdots$.

（c） 自由変数 $x^\sigma, y^\sigma, z^\sigma, \cdots$. この中には，孔と呼ばれる特別な記号 $\square_1^\sigma, \square_2^\sigma, \cdots$ が含まれる．

演算子と自由変数の和を書換えアルファベットと呼び $\mathcal{A}_\mathcal{R}$ で表す．

ξ^σ, $\mathtt{F}^\sigma$, x^σ, $\square_i^\sigma$ は，しばしば ξ, $\mathtt{F}$, x, $\square_i$ のように型を省略して書かれる．

アルファベットの中の記号から，（単純型付き）原前項が以下のように作られる．任意の束縛変数の集合 Z について，Z 上の ($\mathcal{A}$-) 原前項の集合 $(s, t, r \in)$ $\mathbb{RPT}(\mathcal{A}, Z)$ は以下のように定義される：

（1） 束縛変数 $\xi^\sigma \in Z$ は，Z 上の型 σ の原前項である．すべての型 σ の定数および自由変数は Z 上の型 σ の原前項である．

（2） s, t が，各々型 $\sigma \rightarrow \tau$, σ をもつ Z 上の原前項ならば，$s(t)$ は Z 上の型 τ の原前項である．

（3） s が型 τ をもつ $Z \cup \{\xi^\sigma\}$ 上の原前項ならば，$\xi^\sigma.s$ は Z 上の型 $\sigma \rightarrow \tau$ の原前項である． □

個々の原前項は一意な型をもつので，$\mathtt{arity}(s)$ を単純型付き原前項 s の型の引数の数として定義できる．

[定義 2.4] $\mathcal{A}$ をアルファベットとする．集合 $(\phi, \psi, \chi \in)$ $\mathtt{Pos} \stackrel{\text{def}}{=} \{0, 1\}^*$ を位置の集合と呼ぶ．関数 $\mathtt{Pos} : \mathbb{RPT}(\mathcal{A}) \rightarrow 2^{\mathtt{Pos}}$ は，原前項をそれの位置の集合に，関数 $\mathtt{top} : \mathbb{RPT}(\mathcal{A}) \rightarrow \mathcal{A}$ は，原前項をその最上の記号に，部分関数 $/ : \mathbb{RPT}(\mathcal{A}) \times \mathtt{Pos} \rightarrow \mathbb{RPT}(\mathcal{A})$ は組 s, ϕ を s の位置 ϕ に現れる部分原前項に，それぞれ以下に定義されるように写す．

（1） もし $s \stackrel{\text{def}}{=} s_0(s_1)$ ならば，

$$\begin{aligned}
\mathtt{Pos}(s) &\stackrel{\text{def}}{=} \{\epsilon\} \cup \{0\phi \mid \phi \in \mathtt{Pos}(s_0)\} \\
&\quad \cup \{1\phi \mid \phi \in \mathtt{Pos}(s_1)\} \\
\mathtt{top}(s) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{-(-)} \\
s/\epsilon &\stackrel{\text{def}}{=} s \\
s/0\phi &\stackrel{\text{def}}{=} s_0/\phi \\
s/1\phi &\stackrel{\text{def}}{=} s_1/\phi
\end{aligned}$$

（2） もし $s \stackrel{\text{def}}{=} \xi.s_0$ ならば，

$$\begin{aligned}
\mathtt{Pos}(s) &\stackrel{\text{def}}{=} \{\epsilon\} \cup \{0\phi \mid \phi \in \mathtt{Pos}(s_0)\} \\
\mathtt{top}(s) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{-.-} \\
s/\epsilon &\stackrel{\text{def}}{=} s \\
s/0\phi &\stackrel{\text{def}}{=} s_0/\phi
\end{aligned}$$

（3） それ以外のとき，

$$\begin{aligned}
\mathtt{Pos}(s) &\stackrel{\text{def}}{=} \{\epsilon\} \\
\mathtt{top}(s) &\stackrel{\text{def}}{=} s \\
s/\epsilon &\stackrel{\text{def}}{=} s
\end{aligned}$$

位置 ϕ, ψ に対して，ϕ と ψ の連接を $\phi;\psi$ で表す．位置 ϕ が ψ の接頭辞であるとは，$\psi = \phi;\phi'$ なる ϕ' が存在することを言い，このとき $\phi \preceq \psi$ と書く．二つの位置は，互いにもう一方の接頭辞でないとき，独立であるという．$\mathtt{Pos}$ 上の辞書式順序を $\sqsubseteq$ で表す．$\phi \sqsubseteq \psi$ のとき，ϕ は ψ より左，ψ は ϕ より右にあるという．原前項 s s の位置 ϕ に現れる記号を $s(\phi) \stackrel{\text{def}}{=} \mathtt{top}(s/\phi)$ と表す．記号 $a \in \mathcal{A}$ に対して，原前項 s の中で a の現

(注1)：[10] ではこの中に代入演算子（substitution operator）が現れるが，本論文には関係がないので略す．

れる位置の集合 $a\mathbf{Pos}(s)$ を $\{\phi \in \mathbf{Pos}(s) \mid s(\phi) = a\}$ のように定義する．$a\mathbf{Pos}(s)$ が単一要素集合であるとき，その要素自身も $a\mathbf{Pos}(s)$ で表すことがある．また，s の中で $\mathcal{A}_{\mathcal{R}}$ の記号が現れる位置を $\mathcal{R}\mathbf{Pos}(s)$ で表す．関数 $\mathtt{Bvar}$ ($\mathtt{Fvar}$) は原前項をその中に現れる束縛変数（自由変数）の集合に写す．項 s と位置 ϕ について，$s/\psi = \xi.s'$ かつ $\psi \preceq \phi$ なる ψ が存在するならば ϕ は s において ξ の束縛の有効範囲の中にあると言う．また，$s(\phi) = \xi$ かつ ϕ が ξ の束縛の有効範囲でないとき，ϕ は ξ の未束縛な位置と呼び，更にそのとき ξ は s に未束縛に現れると言う．原前項 s に未束縛に現れる束縛変数の集合を $\mathtt{UBvar}(s)$ で表す． □

[定義 2.5] $\mathcal{A}$ をアルファベットとする．前項とは，空集合上の原前項，すなわち未束縛に出現する束縛変数をもたない原前項である．以後，$\mathcal{A}$ から作られる前項の集合を $\mathbb{PT}(\mathcal{A})$ で表し，$s, t, r \in \mathbb{PT}(\mathcal{A})$ とする．もし $\mathtt{Fvar}(s) = \emptyset$ ならば，s は閉じていると言い，さもなければ s は開いていると言う．自由変数と前項の対の集合 $\sigma \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{x_i := t_i \mid i = 1, \cdots, n\}$ を代入と言う．前項 t に対して，$t\sigma$ は t に現れるすべての x_i を t_i で置き換えて得られる前項を表す．前項 s に現れる孔の各々が $\Box_1, \cdots, \Box_m$ のいずれかであるとき，s は m-引数の前文脈であると言う．前文脈を表すのに C, D, E 等を用いる．m-引数の前文脈を $C[m]$, $D[m]$, $E[m]$ と書く．1 引数のものを $C[\,]$, 2 引数のものを $C[\,,\,]$ などと表すこともある．$C[m]\{\Box_i := s_i \mid i = 1, \cdots, m\}$ を $C[s_1, \cdots, s_m]$ で表す．前文脈 $C[m]$ に孔 $\Box_1, \cdots, \Box_m$ が各々ちょうど一つずつ現れるとき，$C[m]$ は線形であると言う． □

[定義 2.6] s を前項，x を自由変数とする．x が s において ξ の束縛の有効範囲に現れず，かつ s の中に現れる x をすべて ξ で置き換えて得られるものを s' とすると，$\xi.s'$ は s の x-閉包であると言う．原前項 s のすべての x-閉包を $\mathtt{clos}_x(s)$ で表す．束縛変数列 $\sigma \stackrel{\mathrm{def}}{=} x_1, \cdots, x_m$ に対して，s の σ-閉包とは，s の x_m-閉包，…，x_1-閉包を順次とって得られるものである． □

3. 高階書換え系

本論文の冒頭でも述べたように，高階書換え系における書換えは，書換え規則による置換と，照合・代入を行うもう一つの書換え系（代入計算）による書換えによって定義される．別な言葉で言えば，高階書換え系の書換えは代入計算を法として定義される．例えば，代入計算として一般のラムダ計算をもち，以下の四つを書換え規則とする高階書換え系を考える：

$$
\begin{array}{lll}
1+1 & \to & 2 \\
2+2 & \to & 4 \\
\xi.\xi/\xi & \to & \xi.1 \\
\xi.2 \times \xi & \to & \xi.\xi + \xi.
\end{array}
$$

このとき，書換えは以下のように行われる．書換え規則が適用された部分を [] で示す．

$$
\begin{array}{ll}
 & 2 \times (1/1 + 3/3) \\
\leftarrow^*_\beta & (2 \times \eta.(\eta(1) + \eta(3)))([\xi.\xi/\xi]) \\
\to & (2 \times (\eta.(\eta(1) + \eta(3))))(\xi.1) \\
\to^*_\beta & 2 \times ([1+1]) \\
\to & 2 \times 2 \\
\leftarrow_\beta & ([\xi.2 \times \xi])(2) \\
\to & (\xi.\xi + \xi)(2) \\
\to_\beta & [2+2] \\
\to & 4
\end{array}
$$

本章では，高階書換え系の一つの例であるパターン高階書換え系について述べる．パターン高階書換え系は単純型付きラムダ計算の一種を代入計算としてもち，すべての書換え規則の左辺はパターンと呼ばれる特殊な項である．Conbinatory Reduction System [3], Higher-order Rewriting System [7]，項書換え系 [4] などさまざまな書換え系を，パターン高階書換え系の中に埋め込むことができる [10]．

定義は基本的に [10] に従う．特に断わらない限り，本章で定理として述べられるものはすべて [10], [11] に現れたものである．

3.1 単純型付きラムダ計算

[定義 3.1] 以下の書換え規則を $\mathbb{PT}(\mathcal{A})$ 上に定義する．

(1) $\alpha \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{s_o \to s_1 \mid s_0, s_1 \in \mathtt{clos}_x(s)\}$.

(2) $\beta \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{s'(t) \to s\{x := t\} \mid s' \in \mathtt{clos}_x(s)\}$.

(3) $\eta \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{\xi.s(\xi) \to s\}$.

上記の書換え規則 $\aleph$ ($= \alpha, \beta$ 若しくは η) に，以下の推論体系から生成される $\mathbb{PT}(\mathcal{A})$ 上の書換え関係 $\to_\aleph \stackrel{\mathrm{def}}{=} \bigcup_{\phi \in \mathbf{Pos}} \to_{(\phi,\aleph)}$ を対応させる：

ある x について $s' \in \mathtt{clos}_x(s)$ かつ $t' \in \mathtt{clos}_x(t)$ として，

$$
\frac{s \to_{(\phi,\aleph)} t}{s(r) \to_{(0\phi,\aleph)} t(r)}(\mathbf{appl}) \qquad \frac{s \to t \in \aleph}{s \to_{(\epsilon,\aleph)} t}(\aleph)
$$

$$
\frac{s \to_{(\phi,\aleph)} t}{r(s) \to_{(1\phi,\aleph)} r(t)}(\mathbf{appr}) \qquad \frac{s \to_{(\phi,\aleph)} t}{s' \to_{(0\phi,\aleph)} t'}(\mathbf{abs})
$$

制限付き η-拡張と呼ばれる書換えを $\to_{(\phi,\bar{\eta})} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \leftarrow_{(\phi,\eta)}$

$-\leftarrow_\beta$ と定義する．$\rightarrow_{\bar{\eta}}$ は ϕ について $\rightarrow_{(\phi,\bar{\eta})}$ の和をとったものである．書換え関係 $\rightarrow_\alpha \cup \rightarrow_\beta \cup \rightarrow_{\bar{\eta}}$ で定義される書換え系を $\lambda_{\bar{\eta}}^{\rightarrow}$ で表す．

$\psi \preceq \phi$ のとき，書換え $s \rightarrow_{(\phi,\aleph)} t$ は ψ 以下であると言う．書換え系列 $s \rightarrow_\aleph^* t$ で，そこに現れる書換えがすべて ψ 以下であるようなものを，$s \rightarrow_{(\succeq\psi,\aleph)}^* t$ と書く．□

以下の定理が，λ 計算の分野でよく知られている．例えば，[12] Thm 2.35 および 2.38 を参照されたい．

[定理 3.2]　$\rightarrow_\beta \cup \rightarrow_{\bar{\eta}}$ は $\leftrightarrow_\alpha^*$ の違いを無視すると完備である．□

以下の議論では，前項の $\leftrightarrow_\alpha^*$ の違いは無視するとし，そのような同一視によって $\lambda_{\bar{\eta}}^{\rightarrow}$ から得られる書換えを $\rightarrow_{\beta\bar{\eta}}$ で表す．

[定理 3.3]　前項 s について $s \in NF_{\rightarrow_{\bar{\eta}}}$ であるとする．そのとき $s \rightarrow_\beta t$ ならば $t \in NF_{\rightarrow_{\bar{\eta}}}$ である．更に，$u \in NF_{\rightarrow_{\bar{\eta}}}$ ならば $s\{x := u\} \in NF_{\rightarrow_{\bar{\eta}}}$ である．□

[定義 3.4]　項（文脈）とは，$\rightarrow_{\beta\bar{\eta}}$-正規形の前項（前文脈）のことである．$\mathcal{A}$-項の集合を $\mathbb{T}(\mathcal{A})$ で表す．□

[注意 3.5]　引数の数 m の項 s' は常に$\xi_1 \cdots \xi_m.a(s'_1)\cdots(s'_k)$ と書くことができる．ここで k は a の引数の数である．更に，$s'_1,\cdots,s'_k$ も同様な形をしている．すなわち，s' はある項 $s \stackrel{\text{def}}{=} a(s_1)\cdots(s_k)$ の閉包である．このとき，a は s' の頭部と呼ばれ，その位置を $\mathbf{head}(s')$ で表す．□

子孫関係は，一般に residual，trace などと呼ばれるものと似た概念である．但し，子孫関係は書換えアルファベットに注目する点が異なる．

[定義 3.6]　$\lambda_{\bar{\eta}}^{\rightarrow}$ の各書換え u に対して，子孫関係 (descendant relation) $|\underline{u}|$: $\mathbf{Pos} \rightarrow \mathbf{Pos}$ を以下のように定義する：

$\phi \in \mathcal{R}\mathbf{Pos}(s)$，$\psi \in \mathcal{R}\mathbf{Pos}(t)$ として，

（1）$u \stackrel{\text{def}}{=} s \rightarrow_{(\epsilon,\alpha)} t$ ならば，$\phi\ |\underline{u}|\ \phi$.

（2）$u \stackrel{\text{def}}{=} s'(t) \rightarrow_{(\epsilon,\beta)} s\{x := t\}$ とする．そのとき，もし $s(\phi) \not\equiv x$ ならば $00\phi\ |\underline{u}|\ \phi$，さもなければ $1\psi\ |\underline{u}|\ \phi;\psi$.

（3）$u \stackrel{\text{def}}{=} \xi.s(\xi) \rightarrow_{(\epsilon,\eta)} s$ ならば，$00\phi\ |\underline{u}|\ \phi$.

（4）$u \stackrel{\text{def}}{=} s \rightarrow_{(\epsilon,\bar{\eta})} t$ ならば $|\underline{u}| \stackrel{\text{def}}{=} |\underline{t \rightarrow_{(\epsilon,\eta)} s}|^{-1}$.

位置 ϵ 以外での書換えに対しては，以下のように定義される：$u \stackrel{\text{def}}{=} s \rightarrow_{(\phi,\aleph)} t$ であるとすると，$\psi \not\succeq \phi$ ならば $\psi\ |\underline{u}|\ \psi$，さもなければ $\psi \stackrel{\text{def}}{=} \phi;\psi'$ として $\psi\ |\underline{u}|\ \phi;\psi'' \Leftrightarrow \psi'\ |\underline{u'}|\ \psi''$.

子孫関係は，$\lambda_{\bar{\eta}}^{\rightarrow}$ の書換え関係による任意の書換え系列 $d : t_1 \rightarrow_{\beta\bar{\eta}} \cdots \rightarrow_{\beta\bar{\eta}} t_n$ に対して，それに対応する子孫関係の連接として拡張される．$\phi \in \mathcal{R}\mathbf{Pos}(t_1)$ に対して，$\phi\ |\underline{d}|\ \psi$ であるとき ψ は ϕ の子孫であると言う．またそのとき，ϕ を ψ の先祖と呼ぶ．□

以下の性質は，[10] においては $\lambda_{\bar{\eta}}^{\rightarrow}$ のパラメータ性（parametricity）と呼ばれ，[11] では自然さ (naturality) を規定する条件の一つとして現れる．

[定理 3.7]　前項 s からその正規形 $s{\downarrow}$ への $\lambda_{\bar{\eta}}^{\rightarrow}$ による任意の書換え系列 d, e について $|\underline{d}| = |\underline{e}|$.　□

3.2 パターン高階書換え系

[定義 3.8]　引数の数 m の項 l' が，l の $x_1,\cdots,x_m$-閉包であるとする．以下の条件を満足するとき l' はパターンと呼ばれる．

（1）l の頭部は，演算子記号である．

（2）任意の x_i $(i = 1,\cdots,m)$ について，x_i の引数の数を k とすると，

（a）少なくとも 1 回 x_i は l に現れる．

（b）l の中の任意の x の位置 $\phi;0^k$ について，もし $l \rightarrow_{(\succeq\phi,\eta)}^{*!} g$ ならば，$g/\phi \equiv x_i(\xi_1)\cdots(\xi_k)$ である．ここで，$\xi_1,\cdots,\xi_k$ は相異なる束縛変数である．

また，上の (a) を“ちょうど 1 回 x_i は l に現れる”に置き換えて得られる条件を満足するものを線形パターンと呼ぶ．□

直観的には，上の定義の（1）は，一階の項書換え系における“左辺は変数自身ではない”という条件に，また（2）は，“右辺に現れる変数は左辺にも現れる”という条件に対応している．一階の項書換え系との対応に関する厳密な議論は，補題 3.11 を参考にされたい．

[定義 3.9]　パターン高階書換え系とは，アルファベット $\mathcal{A}$，代入計算 $\lambda_{\bar{\eta}}^{\rightarrow}$，パターン書換え規則の集合 $\mathcal{R}$ からなる三つ組 $\langle \mathcal{A}, \lambda_{\bar{\eta}}^{\rightarrow}, \mathcal{R} \rangle$ である．パターン書換え規則とは $l \rightarrow r$ なる項の対で，以下の条件を満たす：

（1）l，r は閉じている．

（2）l はパターンである．

（3）l と r の型は等しい．

更に，左辺が線形なパターンであるパターン書換え規則を左線形なパターン書換え規則と呼び，左線形なパターン書換え規則のみをもつパターン高階書換え系を左線形なパターン高階書換え系と呼ぶ．

書換え規則を表すのに，$\aleph, \beth$ 等を用いる．書換え規則 $\aleph$ の第 1 要素，第 2 要素をそれぞれ右辺，左辺と呼び $\mathtt{lhs}(\aleph)$, $\mathtt{rhs}(\dot{\aleph})$ で表す．パターン高階書換え系を $\mathcal{H}$ 等で表す．パターン高階書換え系 $\mathcal{H} \stackrel{\text{def}}{=} \langle \mathcal{A}, \lambda_{\bar{\eta}}^{\rightarrow}, \mathcal{R} \rangle$ に対して，前項上の二つの書換え系（置換，書換え関

係）を定義する．

（1） 書換え規則 $\aleph \stackrel{\mathrm{def}}{=} l \to r \in \mathcal{R}$ と前文脈 $C[\,]$ に対して，$C[\,]$ における $\aleph$ の置換を $C[l] \to_{C[\aleph]} C[r]$ と定義する．任意の文脈における $\aleph$ の置換を $\to_{\aleph} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \bigcup_{C[\,]} \to_{C[\aleph]}$ で表す．更に，任意の $\mathcal{R}$ の書換え規則による置換を $\to_{\mathcal{R}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \bigcup_{\aleph \in \mathcal{R}} \to_{\aleph}$ と書く．

（2） パターン高階書換え系 $\mathcal{H}$ の書換え関係は，$\to_{\mathcal{H}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \leftrightarrow^*_{\beta\bar{\eta}}; \to_{\mathcal{R}}; \leftrightarrow^*_{\beta\bar{\eta}}$ として定義される． □

次に，パターン高階書換え系に関する基本的な定義・性質について述べる．

以下では，項，すなわち $\to_{\beta\bar{\eta}}$-正規形を $\leftrightarrow^*_{\beta\bar{\eta}}$-同値類の代表元とする．また，パターン高階書換え系の書換え $\to_{\mathcal{H}}$ も，原則として項と項の関係に制限する．そのとき，以下の性質は議論を簡単化するために役立つ．

［定理 3.10］ パターン高階書換え系の書換え関係 $\to_{\mathcal{H}}$ を項上に制限するとき，一般性を失わずに以下のことを仮定できる：

（1） $\to_{\mathcal{R}}$ の定義における $C[\,]$ は線形な文脈である．

（2） 書換え $\to_{\mathcal{H}}$ の定義における $\leftrightarrow^*_{\beta\bar{\eta}}; \to_{\mathcal{R}}; \leftrightarrow^*_{\beta\bar{\eta}}$ の代わりに $\leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}}; \to_{\mathcal{R}}; \to^*_{\beta\bar{\eta}}$ を用いる．

（2）において，$\leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}}$，$\to^*_{\beta\bar{\eta}}$ をそれぞれ書換えの拡張，簡約と呼ぶ． □

以下の性質は，[10] において頭部定義性（head-definedness）と呼ばれ，[11] では暗黙のうちに用いられている．

［補題 3.11］ $\aleph : l \to r$ をパターン高階書換え系 $\mathcal{H}$ の書換え規則とする．l の頭部の位置を $\mathbf{head}(l)$ とすると，以下が成り立つ：

（1） $C[\,]$ を任意の線形な文脈とし，ψ をその中の孔の位置とする．そのとき，$C[l]$ から始まる任意の代入計算による簡約系列において，$\psi; \mathbf{head}(l)$ は一意な子孫をもつ．

（2） 項 s の位置 χ に対して，以下の条件を満足する線形な文脈 $C[\,]$ が存在するとする：

（a） s から $C[l]$ への代入計算による拡張が存在する．

（b） ψ を $C[\,]$ の孔の位置とするとき，$\psi; \mathbf{head}(l)$ は χ の $C[l]$ における先祖である．

そのとき，$C[\,]$ は一意である． □

頭部定義性は，1 階の書換えにおける“位置と書換え規則によって書換えが一意に定まる”という性質が，パターン高階書換え系においても成り立つことを保証する．よって，以下の定義が可能になる．

［定義 3.12］ 上の補題の（2）で，もし $C[\,]$ が存在するならば，組 $(\chi, \aleph)$ を s の中のリデックスと呼ぶ．また，s から $C[\,]$ への任意の拡張を $(\chi, \aleph)$ の（$C[\,]$ への）抽出と言う．

書換え $w : s \to_{\mathcal{H}} t$ の拡張が $(\phi, \aleph)$ の抽出であるとき，w は $(\phi, \aleph)$ を書き換えると言い，$s \to_{(\phi,\aleph)} t$ で表す．

代入計算で定義された子孫関係を，パターン高階書換え系へと拡張する．

［定義 3.13］ $\mathcal{H}$ をパターン高階書換え系，$\aleph : l \to r$ を $\mathcal{H}$ の書換え規則とする．$\aleph$ による置換 $u : C[l] \to_{C[\aleph]} C[r]$ に対して，子孫関係 $|\underline{u}| : \mathbf{Pos}(C[l]) \to \mathbf{Pos}(C[r])$ を以下のように定義する：

$$\phi \,|\underline{u}|\, \psi \text{ iff } \phi = \psi \not\geq \square\mathbf{Pos}(C[\,]).$$

$\mathcal{H}$ による書換え $s \to_{\mathcal{H}} t$ に対して，子孫関係 $|\underline{s \to_{\mathcal{H}} t}|$ は，その書換えをなす拡張，置換，簡約に対応する子孫関係の連接である．$\lambda^{\to}_{\bar{\eta}}$ の場合と同様に，$\mathcal{H}$ の書換え系列に対しても，子孫関係を拡張することができる． □

［定義 3.14］ $\mathcal{H}$ をパターン高階書換え系，$u : s \to^* t$ を $\mathcal{H}$ あるいは $\lambda^{\to}_{\bar{\eta}}$ による書換え系列とし，$(\phi, \aleph)$ を s の中のリデックスとする．$\phi \,|\underline{u}|\, \phi'$ かつ $(\phi', \aleph)$ が t の中のリデックスであるとき，$(\phi', \aleph)$ を $(\phi, \aleph)$ の残余（residual）と呼ぶ． □

次に，左線形かつ無曖昧であることが，パターン高階書換え系の合流性の十分条件となっていることを述べる．合流性は，有限展開定理から導かれる．これは，1 階の項書換え系の拡張になっている．パターン高階書換え系の場合は，“同時性”という技術的な概念が導入され，これにより，十分条件（すなわち無曖昧かつ左線形）と有限展開定理が橋渡しされる．

［定義 3.15］ $\mathcal{H}$ をパターン高階書換え系とし，$\mathcal{U}$ を項 s_1 の中のリデックスの集合とする．書換え系列 $w : s_1 \to_{\mathcal{H}} \cdots \to_{\mathcal{H}} s_n$ は，以下の条件を満足するとき $\mathcal{U}$ の展開（development）と呼ばれる：

任意の $w_i : t_i \to_{\mathcal{H}} t_{i+1}$ について，ある $u_i \in \mathcal{U}$ が存在して，w_i が書き換えるリデックスは u_i の残余である．更に，s_n の中に $\mathcal{U}$ の残余が存在しないとき，w は完全であるという．

［定義 3.16］ $\mathcal{H}$ をパターン高階書換え系，$\mathcal{U} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{u_1, \cdots, u_m\}$ を項 s 中の任意の相異なるリデックスの集合とし，$u_i \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\chi_i, \aleph_i)$，$\aleph_i \stackrel{\mathrm{def}}{=} l_i \to r_i$ $(i = 1, \cdots, m)$ とする．拡張 $e : s \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} C[l_1, \cdots, l_m]$ は以下の二つの

条件が満足されるとき $\mathcal{U}$ の s から $C[m]$ への抽出と呼ばれる．

（1） $C[m]$ は線形．

（2） $\mathbf{head}(l_i)$ を l_i の頭部の位置とすると，任意の $u_i \in \mathcal{U}$ について，$\Box_m\mathbf{Pos}(C[m]);\mathbf{head}(l_i)$ は χ_i の祖先である．

このような抽出が存在するとき，$\mathcal{U}$ は同時的な (simultaneous) リデックスの集合と呼ばれる．パターン高階書換え系は，任意のリデックスの集合が同時的であるとき同時的であると言われる．また任意の相異なるリデックスの対が同時的であるとき対同時的であると言われる． □

［定義 3.17］ $\aleph$, $\beth$ を左線形パターン規則，$u \overset{\text{def}}{=} (\phi;0^m,\aleph)$, $v \overset{\text{def}}{=} (\psi;0^n,\beth)$ を項 s の中の相異なるリデックスとし，m, n をそれぞれ $\mathtt{lhs}(\aleph)$, $\mathtt{lhs}(\beth)$ の頭部記号の引数の数とする．

（1） もし ϕ と ψ が独立ならば，u と v は独立であると言う．

（2） さもなければ一般性を失うことなしに $\psi \succeq \phi$ と仮定できる．規則 $\aleph$ の左辺 l' は l の $x_1,\cdots,x_n$-閉包であるとする．

（a） ある $x \in \{x_1,\cdots,x_n\}$ が存在して，$\mathtt{arity}(x) = i$, $l(\chi;0^i) = x$ かつ $\phi;\chi;\omega = \psi$ であるとき，u は v に入れ子していると言う．

（b） さもなければ，u は v に重なると言う．

規則 $\aleph$, $\beth$ について，ある $\aleph$-リデックスと $\beth$-リデックスが重なるとき，$\aleph$ と $\beth$ は重なると言う．パターン高階書換え系は重なる規則をもつとき，曖昧であるといい，そうでないとき，無曖昧であると言う． □

以下の定理 3.18, 3.19, 3.20 は，それぞれ[11]の Lemma3.9, 3.8, Theorem 3.10 に対応する．

［定理 3.18］ $\mathcal{H}$ を左線形なパターン高階書換え系とする．$\mathcal{H}$ が (i) 無曖昧であること，(ii) 対同時的であること，および (iii) 同時的であることは，すべて同値である． □

［定理 3.19］（有限展開定理） 左線形パターン高階書換え系の同時的なリデックスの集合の展開は必ず停止し，その結果は等しい．

これら二つの定理より，直ちに以下の結果が導かれる．

［定理 3.20］ 無曖昧な左線形パターン高階書換え系は，合流性をもつ． □

4. 文脈条件線形化

本章では新たに，パターン高階書換え系の文脈条件線形化という概念を導入する．これは，[2],[6] 等に現れる 1 階の書換え系の条件付き線形化の概念を，パターン高階書換え系に拡張したものである．但し，パターン高階書換え系の書換え規則の両辺が閉項であること，書換えが代入計算を法として定義されていることから，この拡張は自明ではない．

更に，文脈条件線形化が合流性をもつための十分条件を示す．

4.1 文脈条件

［定義 4.1］ 項 l に自由変数 $x \in \mathtt{Fvar}(l)$ が，m 回 $(m \geq 1)$ 現れるとする．$y_1,\cdots,y_m$ は互いに異なる自由変数であって，$\{y_1,\cdots,y_m\} \cap (\mathtt{Fvar}(l) - \{x\}) = \emptyset$ かつ $x \in \{y_1,\cdots,y_m\}$ を満足するとする．項 l の中の x を，左から順に各々 $y_1,\cdots,y_m$ で置き換えて得られる項を $\bar{l}$ とする．そのとき，$\bar{l}$ を l の $y_1,\cdots,y_m$ による x-線形化と呼ぶ．$\sigma \overset{\text{def}}{=} x_1,\cdots,x_n$ とし，X_i を自由変数の列とする $(i = 1,\cdots,n)$．l の $X_1,\cdots,X_n$ による σ-線形化とは，l に X_n による x_n-線形化，$\cdots$，X_1 による x_1-線形化を順次施したものである． □

以下の補題は，文脈条件線形化規則を定義するときに用いる．

［補題 4.2］ 任意のパターン高階書換え系の書換え規則 $l' \to r'$ について：

（1） $l' \overset{\text{def}}{=} \xi_1\cdots\xi_m.\mathbf{F}(t'_1)\cdots(t'_k)$ のとき，$r' \overset{\text{def}}{=} \eta_1\cdots\eta_m.a(s'_1)\cdots(s'_n)$ と書くことができる．このとき，$\mathtt{arity}(l') = \mathtt{arity}(r') = m$ である．

（2） 更に l' が，l の $x_1,\ldots,x_m$-閉包であるとき，r' が r の $x_1,\ldots,x_m$-閉包となるような r が一意に存在する．

（証明） （1）は，l' と r' の型が等しいことから明らか．（2）は $a(s'_1)\cdots(s'_n)$ に未束縛に現れる $\eta_1,\cdots,\eta_m$ を $x_1,\ldots,x_m$ で置き換えたものを r とすればよい． □

［定義 4.3］ 任意のパターン高階書換え系の書換え規則 $\aleph \overset{\text{def}}{=} l' \to r'$ に対して，以下の 3 ステップによって得られる $\hat{\aleph} \overset{\text{def}}{=} \hat{l}' \to \hat{r}' \Leftarrow Q$ は，$\aleph$ の文脈条件線形化と呼ばれる．

（1） $l' \overset{\text{def}}{=} \xi_1\cdots\xi_m\mathbf{F}(t'_1)\cdots(t'_k)$ を $l \overset{\text{def}}{=} \mathbf{F}(t_1)\cdots(t_k)$ の $x_1,\cdots,x_m$-閉包，$\hat{l}$ を l の $X_1,\cdots,X_m$ による $x_1,\cdots,x_m$-線形化とする．そのとき，$\hat{l}'$ は $\hat{l}$ の $\hat{\sigma}$-閉包である．ここで，$\hat{\sigma}$ は $X_1,\cdots,X_m$ の連接である．

（2） 補題 4.2 より，$r' \stackrel{\mathrm{def}}{=} \eta_1 \cdots \eta_m.a(s'_1)\cdots(s'_n)$ が r の $x_1, \cdots, x_m$ -閉包となるような r が一意に存在する．このとき，$\hat{r}'$ は r の $\hat{\sigma}$ -閉包である．線形化の定義から，任意の $i = 1, \cdots, m$ について x_i は X_i に現れるので，$\hat{r}'$ は閉項となることに注意されたい．

（3） $\hat{\sigma}$ を $z_1, \cdots, z_{\hat{m}}$ と書き直す．Q は以下のように定義される自然数の部分集合の列 $N_1, \cdots, N_m$ である：

$X_i = z_j, \cdots, z_{j+j'}$ ならば $N_i = \{j, \cdots, j+j'\}$.

但し，$1 \leqq i \leqq m$ である．文脈条件線形化規則 $\hat{\aleph} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \hat{l}' \to \hat{r}' \Leftarrow Q$ の Q を条件部分と呼び，$\hat{l}' \to \hat{r}'$ を非条件部分と呼ぶ．

パターン高階書換え系 $\mathcal{H} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \langle \mathcal{A}, \lambda_{\vec{\eta}}, \mathcal{R} \rangle$ と $\mathcal{R}$ の規則の文脈条件線形化の部分集合 $\hat{\mathcal{R}}$ について，任意の $\aleph \in \mathcal{R}$ に対して $\hat{\aleph} \in \hat{\mathcal{R}}$ が存在して $\hat{\aleph}$ は $\aleph$ の文脈条件線形化であるとする．そのとき，$\hat{\mathcal{H}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \langle \mathcal{A}, \lambda_{\vec{\eta}}, \hat{\mathcal{R}} \rangle$ は $\mathcal{H}$ の文脈条件線形化であると言われる． □

定義から明らかに，文脈条件線形化の書換え規則の非条件部分は，左線形パターン規則である．

［例 4.4］ パターン高階書換え規則 $\aleph : \xi.\mathrm{D}(\xi)(\xi) \to \xi.\mathrm{E}(\xi)$ に対して，

$$\xi.\xi'.\mathrm{D}(\xi)(\xi') \to \xi.\xi'\mathrm{E}(\xi) \Leftarrow \{1,2\}$$

$$\xi.\xi'.\mathrm{D}(\xi')(\xi) \to \xi.\xi'\mathrm{E}(\xi) \Leftarrow \{1,2\}$$

$$\xi'.\xi.\mathrm{D}(\xi)(\xi') \to \xi'.\xi\mathrm{E}(\xi) \Leftarrow \{1,2\}$$

$$\xi'.\xi.\mathrm{D}(\xi')(\xi) \to \xi'.\xi\mathrm{E}(\xi) \Leftarrow \{1,2\}$$

などが $\aleph$ の文脈条件線形化である． □

以後 $\hat{\mathcal{H}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \langle \mathcal{A}, \lambda_{\vec{\eta}}, \hat{\mathcal{R}} \rangle$ は，パターン高階書換え系 $\mathcal{H} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \langle \mathcal{A}, \lambda_{\vec{\eta}}, \mathcal{R} \rangle$ の文脈条件線形化を表すと約束する．

［定義 4.5］ $\hat{\aleph} : \hat{l} \to \hat{r} \Leftarrow N_1, \cdots, N_m \in \hat{\mathcal{R}}$ とする．$\hat{\aleph}$ によるランク i の置換 $(i = 0, 1, \cdots)$ $\to_{\hat{\aleph}^i}$ を以下のように帰納的に定義する：

$$\to_{\hat{\aleph}^0} = \emptyset,$$

$$\to_{\hat{\aleph}^{i+1}} = \left\{ (C[\hat{l}], C[\hat{r}]) \,\middle|\, \begin{array}{l} \text{前文脈 } C[\,] \text{ は } \hat{\aleph} \text{ の} \leftrightarrow^*_{\hat{\mathcal{H}}^i}\text{-} \\ \text{文脈条件を満足する．} \end{array} \right\}$$

ここで，$\to_{\hat{\mathcal{R}}^i} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \bigcup_{\beth \in \hat{\mathcal{R}}} \to_{\beth^i}$，$\to_{\hat{\mathcal{H}}^i} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \leftrightarrow^*_{\beta\bar{\eta}} ; \to_{\hat{\mathcal{R}}^i} ; \leftrightarrow^*_{\beta\bar{\eta}}$ であり，$C[\,]$ が $\hat{\aleph}$ の $\leftrightarrow^*_{\hat{\mathcal{H}}^i}$-文脈条件を満足するとは，以下が成立することを言う：

任意の $\psi \in \Box\mathrm{Pos}(C[\,])$ について，

（1） ψ' が存在して，$\psi = \psi'; 0^{\hat{m}}$ かつ $C[\hat{l}]/\psi' = \hat{l}(s_1)\cdots(s_{\hat{m}})$．但し，$\hat{m}$ は $\hat{l}$ の引数の数である．

（2） 任意の N_j $(j = 1, \cdots, m)$ について，$N_j = i, \cdots, i+i'$ ならば $\tilde{s}_i \leftrightarrow^*_{\hat{\mathcal{H}}^i} \cdots \leftrightarrow^*_{\hat{\mathcal{H}}^i} \tilde{s}_{i+i'}$．但し，$\hat{l}(\tilde{s}_1)\cdots(\tilde{s}_{\hat{m}})$ は，原前項 $\hat{l}(s_1)\cdots(s_{\hat{m}})$ の中のすべての未束縛に現れる束縛変数 $\xi_1, \cdots, \xi_k$ をフレッシュな自由変数 $x_1, \cdots, x_k$ で置き換えて得られる前項である．

$\to_{\hat{\mathcal{R}}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \bigcup_i \to_{\hat{\mathcal{R}}^i}$ とし．文脈条件線形化 $\hat{\mathcal{H}}$ の書換え関係は，$\to_{\hat{\mathcal{H}}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \bigcup_i \to_{\hat{\mathcal{H}}^i}$ として定義される． □

定義から明らかに $\to_{\hat{\mathcal{H}}^0} \subseteqq \to_{\hat{\mathcal{H}}^1} \subseteqq \cdots \subseteqq \to_{\hat{\mathcal{H}}}$ なので，$C[\,]$ がある i について $\hat{\aleph}$ の $\leftrightarrow^*_{\hat{\mathcal{H}}^i}$-文脈条件を満足することと，$\leftrightarrow^*_{\hat{\mathcal{H}}}$-文脈条件を満足することは同値である．以後，$\leftrightarrow^*_{\hat{\mathcal{H}}}$-文脈条件を単に文脈条件と呼ぶ．

$\hat{\mathcal{R}}$ の規則の非条件部分の集合を $\bar{\mathcal{R}}$ とすると，$\to_{\hat{\mathcal{R}}}$，$\to_{\hat{\mathcal{H}}}$ は左線形パターン高階書換え系 $\bar{\mathcal{H}} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \langle \mathcal{A}, \lambda_{\vec{\eta}}, \bar{\mathcal{R}} \rangle$ の $\to_{\bar{\mathcal{R}}}$，$\to_{\bar{\mathcal{H}}}$ を文脈条件で制限したものと考えることができる．特に，代入計算 $\lambda_{\vec{\eta}}$ に関しては何ら変わりがない．よって，パターン高階書換え系の代入計算のみに関する概念は，そのまま文脈条件線形化にも定義できる．

パターン高階書換え系のその他の定義，性質等を文脈条件線形化に拡張するためには，その中で用いられるさまざまな“操作”（分割，代入，文脈の書換え）において文脈条件が保存されれなければならない．以下の三つの補題は，それを保証する．

次の補題は，定義から明らかである．

［補題 4.6］（分割） 前文脈 $C[\,]$ に □ が m 回現れるとし，$D[m]$ を $D[\Box, \cdots, \Box] = C[\Box]$ なる線形な前文脈とする．そのとき，$C[\,]$ が $\hat{\aleph} : \hat{l} \to \hat{r} \Leftarrow Q \in \hat{\mathcal{H}}$ の文脈条件を満足することと，任意の $i = 1, \cdots, m$ について $D[\underbrace{\hat{l}, \cdots, \hat{l}}_{i-1}, \Box, \hat{l}, \cdots, \hat{l}]$ が $\hat{\aleph}$ の文脈条件を満足することは同値である． □

［補題 4.7］（代入） 任意の前項 s, t, u と自由変数 x について $s \to_{\hat{\mathcal{H}}} t$ ならば $s\{x := u\} \to_{\hat{\mathcal{H}}} t\{x := u\}$ である．また前文脈 $C[\,]$ が $\aleph$ の文脈条件を満足するならば $C[\,]\{x := u\}$ も $\aleph$ の文脈条件を満足する．

（証明） 定理 3.3 を用いて，ランクの上の帰納法により証明される． □

［補題 4.8］（文脈の書換え） 前文脈 $C[\,]$ が $\hat{\aleph} \in \hat{\mathcal{H}}$ の文脈条件を満足するとする．そのとき，以下が成り立つ．

（1） $C[\,] \to_{\hat{\mathcal{R}}} C'[\,]$ ならば，$C'[\,]$ も $\hat{\aleph}$ の文脈条件を満足する．

（2） $C[\,] \to_{\beta\bar{\eta}} C'[\,]$ ならば，$C'[\,]$ も $\hat{\aleph}$ の文脈条件を満足する．

(証明) (1) $\hat{\mathcal{R}}$ の規則の左辺が閉項であることから，書換え $C[\,] \to_{\hat{\mathcal{R}}} C'[\,]$ は $\Box\mathrm{Pos}(C[\,])$ と独立なところで起こる．よって，文脈条件の定義から明らか．

(2) $\hat{\aleph}$ の左辺の引数の数を $\hat{m}$ とする．$C[\,]$ が $\hat{\aleph}$ の文脈条件を満足することから，任意の $\psi;0^{\hat{m}} \in \Box\mathrm{Pos}(C[\,])$, $k = 0,\cdots,\hat{m}$, $\sqsupset = \beta, \bar{\eta}$ について $C[\,] \to_{\psi;0^k,\sqsupset} C'[\,]$ ではない．よって，$C[\,] \to_{\bar{\eta}} C'[\,]$ のとき，明らか．$C[\,] \to_{\beta} C'[\,]$ のときも，補題 4.7 から明らか． □

以上の性質から，まず以下が導かれる．

[補題 4.9] 定理 3.10 の $\mathcal{H}$, $\mathcal{R}$ を $\hat{\mathcal{H}}$, $\hat{\mathcal{R}}$ に置き換えて得られる主張が成立する．

(証明) [10] の Proposition 3.1.17, 3.1.22 と同様にして証明される．概略のみ示す．

$\mathcal{H}$ の任意の書換え $s \leftrightarrow^*_{\beta\bar{\eta}} C[l'] \to_{\hat{\mathcal{R}}} C[r'] \leftrightarrow^*_{\beta\bar{\eta}} t$ について考える．$C[\,]\!\downarrow$ を $C[\,]$ の $\lambda^{\to}_{\bar{\eta}}$-正規形とすると，$\lambda^{\to}_{\bar{\eta}}$ が完備であること，s, t が $\lambda^{\to}_{\bar{\eta}}$-正規形であること，および補題 4.8 (1) から $s \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} C[l']\!\downarrow \to_{\hat{\mathcal{R}}} C[r']\!\downarrow \to^*_{\beta\bar{\eta}} t$ が成り立つ．

更に，補題 4.6 と補題 4.8 を用いて，置換 $C[l']\!\downarrow \to_{\hat{\mathcal{R}}} C[r']\!\downarrow$ に対して，線形な文脈を用いた逐次的な書換えを対応させることができる．よって，置換のとき用いる文脈は線形なものに制限できる． □

[定義 4.10] 定義 3.12 の

もし $C[\,]$ が存在するならば

を，

もし $C[\,]$ が存在し，かつ $\hat{\aleph}$ の文脈条件を満足するならば

に置き換えたものを文脈条件線形化のリデックスの定義とする． □

パターン高階書換え系の子孫関係および残余の定義は，変更なしに文脈条件線形化に拡張される．

[定義 4.11] 定義 3.16 の $\mathcal{H}$, $\aleph_i : l_i \to r_i$ を $\hat{\mathcal{H}}$, $\hat{\aleph}_i : \hat{l}_i \to \hat{r}_i \Leftarrow Q_i$ に置換え $(i = 1,\cdots,m)$, $C[m]$ の満足すべき条件として，

3. $C[\,]$ の個々の孔の出現は文脈条件を満足する，すなわち $C[\hat{l}_1,\cdots,\hat{l}_{i-1},\Box,\hat{l}_{i+1},\cdots,\hat{l}_m]$ は $\hat{\aleph}_i$ の文脈条件を満足する．

を付け加えたものを，文脈条件線形化のリデックスの同時性の定義とする． □

[定義 4.12] $\hat{\aleph}$, $\hat{\sqsupset}$ を文脈条件線形化規則，$\hat{u} \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\phi, \hat{\aleph})$, $\hat{v} \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\psi, \hat{\sqsupset})$ を項 s の中の相異なるリデックスとし，$\bar{\aleph}$ ($\bar{\sqsupset}$) を $\hat{\aleph}$ ($\hat{\sqsupset}$) の非条件部分とする．u と v がそれぞれ独立である，入れ子する，重なるとは，リデックス $\bar{u} \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\phi, \bar{\aleph})$, $\bar{v} \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\psi, \bar{\sqsupset})$ が独立である，入れ子する，重なることを言う． □

規則が重なる，文脈条件線形化が重なりをもつ，等の概念も定義 3.17 と同様に定められる．

4.2 文脈条件線形化の合流性

文脈条件線形化の合流性の十分条件も，パターン高階書換え系の場合と似た手法で示される．

以下の二つの主張は，ともにパターン高階書換え系に関するものであるが，文脈条件線形化の無曖昧性に関する性質を証明するのに用いられる．

[定理 4.13] ([10] Lemma 3.1.40) $\mathcal{H}$ をパターン高階書換え系，$\aleph_i$ を $\mathcal{H}$ の書換え規則とし $(i = 1,\cdots,n)$, $\mathcal{U} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \{(\phi_i, \aleph_i) \mid i = 1,\cdots,n\}$ を項 s の中の同時的なリデックスの集合とする．任意の $\mathcal{U}$ の抽出 $w_1 : s \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} C_1[l_1,\cdots,l_n]$, $w_2 : s \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} C_2[l_1,\cdots,l_n]$ について，$C_1[\,] \equiv C_2[\,]$.

[補題 4.14] $\aleph : l' \to r'$ をパターン書換え規則とする．l' を $l \stackrel{\mathrm{def}}{=} \mathrm{F}(u_1)\cdots(u_k)$ の $x_1,\cdots,x_m$-閉包とし，x_i の引数の数を m_i とする $(i = 1,\cdots,m)$．更に，$(\phi; 0^k, \aleph)$ を項 s の中のリデックス，$u : s \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} C[l']$ をその抽出とする．そのとき，任意の x_i と任意の $\chi; 0^{m_i} \in x_i\mathrm{Pos}(l)$ について，以下が成り立つ $(i = 1,\cdots,m)$：

(1) $s \leftarrow^*_{(\succeq\phi,\beta)} C[l']$.

(2) $s/\phi;\chi$ と $C[\,]/\phi;0^{m-i};1;0^{m_i}$ は束縛変数の名前替えで等しい．

(3) $\phi;\chi;\omega \in \mathcal{R}\mathrm{Pos}(s)$ ならば，$\phi;\chi;\omega \ \underline{|u|}\ \phi;0^{m-i};1;0^{m_i};\omega$.

(4) $\Box\mathrm{Pos}(C[\,]) = \phi;0^m$.

(証明) 概略のみ示す．定理 3.3 より，$s \leftarrow^*_{\beta} C[l']$．更に，$C[l']$ から s への以下のような正規化系列が存在する．

i) まず，$C[\,]$ の中の $\Box$ の引数の数は m なので，$\Box\mathrm{Pos}(C[\,]) = \phi';0^m$ と表すことができる．$C[\,]/\phi' = \Box(s_1)\cdots(s_m)$ とすると，m ステップの書換え系列 $u_1 : C[l'] \to_{(\phi';0^m,\beta)} \cdots \to_{(\phi';0^1,\beta)} t_1$ によって $C[l']/\phi' = l'(s_1)\cdots(s_m)$ は，$l\{x_i := s_i \mid i = 1,\cdots,m\}$ に書き換えられる．このとき，任意の $\chi;0^{m_i} \in x_i\mathrm{Pos}(l)$ について $\phi';0^{m-i};1;0^{m_i};\omega \ \underline{|u_1|}\ \phi';\chi;0^{m_i};0^{m_i};\omega$ である．

ii) 次に，任意の $\chi_1;0^{m_1} \in x_1\mathrm{Pos}(l)$ を一つ選ぶ．パターンの定義から，$l \to^{*!}_{(\succeq\chi_1,\eta)} g$ ならば相異なる束縛変数 $\xi_1,\cdots,\xi_{m_1}$ が存在して $g/\chi_1 = x_1(\xi_1)\cdots(\xi_{m_1})$．また s_1 の引数の数は m_1 なので，ある $\zeta_1,\cdots\zeta_{m_1}$, $\tilde{s}_1$ が存在して $s_1 \stackrel{\mathrm{def}}{=} \zeta_1.\cdots.\zeta_{m_1}.\tilde{s}_1$ と書ける．よって，

$\phi';\chi_1$ 以下に制限された書換え $u_2 : t_1 \to^{*!}_{(\succeq\phi';\chi_1,\beta)} t_2$ は，$t_0/\phi';\chi_1$ を，$s_1/0^{m_1} = \tilde{s}_1$ の束縛変数を名前替えしたものに書き換えることにほかならない．このとき，$\phi';\chi_1;0^{m_1};0^{m_1};\omega \, |\underline{u_2}| \, \phi';\chi_1;\omega$ である．

iii) ii) と同様のことを，l の中の他の $x_1,\cdots,x_m$ の位置に対しても行う．これら以外の部分で β-書換えは起こり得ないので，正規形 s に到達する．同時に，$\phi' = \phi$ であることもわかる．

更に，定理 3.7 から，補題の主張が導かれる． □

[補題 4.15] $\hat{\mathcal{H}}$ が無曖昧ならば，同時的である．

(証明) まず，$\hat{\mathcal{H}}$ が無曖昧ならば対同時的であることを示す．$\hat{u} \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\phi;0^k,\hat{\aleph})$，$\hat{v} \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\psi;0^j,\hat{\beth})$ を項 s の中の相異なるリデックスとする．但し，k (j) は $\hat{\aleph}$ $(\hat{\beth})$ の頭部記号の引数の数である．

$\hat{\aleph}$, $\hat{\beth}$ の非条件部分をそれぞれ $\bar{\aleph}$, $\bar{\beth}$ とすると，定理 3.18 より $\bar{u} \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\phi;0^k,\bar{\aleph})$，$\bar{v} \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\psi;0^j,\bar{\beth})$ の同時的な抽出 $w : s \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} D[\mathbf{lhs}(\bar{\aleph}),\mathbf{lhs}(\bar{\beth})]$ が存在する．よって，$D[\Box,\mathbf{lhs}(\bar{\beth})]$，$D[\mathbf{lhs}(\bar{\aleph}),\Box]$ がそれぞれ $\hat{\aleph}$, $\hat{\beth}$ の文脈条件を満足することを示せばよい．

1. もし $\hat{u}$ と $\hat{v}$ が独立ならば，補題 4.14 の（1）よりそれらの抽出は独立な位置 ϕ, ψ 以下で起こる．よって，互いに影響を与えないことから明らか．

2. さもなければ，一般性を失うことなく $\hat{u}$ が $\hat{v}$ に入れ子すると仮定できる．更に定理 4.13 より，w は先に $\bar{u}$ を抽出し，後に $\bar{v}$ の子孫を抽出すると仮定してよい．

$\hat{\aleph} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \hat{l}' \to \hat{r}' \Leftarrow Q$ とし，$\hat{l}'$ が $\hat{l} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \mathtt{F}(u_1)\cdots(u_k)$ の $x_1,\cdots,x_{\hat{m}}$-閉包であるとする．更に，x_i の引数の数を m_i とする $(i = 1,\cdots,\hat{m})$．$\bar{u}$ の s からの抽出を $u \stackrel{\mathrm{def}}{=} s \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} C[\hat{l}']$ とする．入れ子の定義から，ある x_i とその $\hat{l}$ の中の位置 χ が存在して，$\phi;\chi;\omega = \psi$．よって，補題 4.14 の（2），（3）から $\psi \, |\underline{u}| \, \phi;0^{\hat{m}-i};1;0^{m_i};\omega$ であり $s/\phi;\chi$ と $C[\,]/\phi;0^{\hat{m}-i};1;0^{m_i}$ は束縛変数の名前替えで等しい．よって，s からの $\hat{v}$ の抽出で行ったのと同じことを $\hat{v}$ の子孫 $\hat{v}' \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\phi;0^{\hat{m}-i};1;0^{m_i};\omega,\bar{\beth})$ の $C[\hat{l}']$ からの抽出でも行うことができる．よって，$D[\mathbf{lhs}(\bar{\aleph}),\Box]$ は $\hat{\beth}$ の文脈条件を満足する．

更に，$\Box\mathbf{Pos}(C[\Box]) = \psi;0^{\hat{m}}$ とし，$C[\Box]/\psi \stackrel{\mathrm{def}}{=} \Box(s_1)\cdots(s_m)$ とすると，$\hat{v}'$ の抽出 $C[\Box_2] \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} D[\Box_2,\mathbf{lhs}(\bar{\beth})]$ の書換えは s_i の "内部" のみで起こる．$C[\,]$ が $\hat{\aleph}$ の文脈条件を満たすので，$D[\Box,\mathbf{lhs}(\bar{\beth})]$ も $\hat{\aleph}$ の文脈条件を満たす．

対同時的ならば同時的であることはパターン高階書換え系の場合と同様に，補題 4.7 を用いてリデックスの集合の大きさの上の帰納法で証明できる． □

[補題 4.16]（文脈条件線形化の有限展開） 文脈条件線形化の同時的なリデックスの集合の展開は必ず停止し，その結果は等しい．

(証明) パターン高階書換え系の場合と基本的に同じようにして示されるが，文脈条件に関する議論を補う必要がある．[11] では，パターン高階書換え系の有限展開定理の証明は以下の 3 段階でなされた．

$\mathcal{U} = \mathcal{V} \cup \{u\}$ を項 s の中のリデックスの集合とし，L (R) を $\mathcal{V}$ で用いられる規則の左辺（右辺）の集合，l (r) を u で用いられる規則の左辺（右辺）とする．

1. $\mathcal{U}$ の展開の最初の書換えでリデックス u が選ばれたとする．そのとき，書換え $s \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} C[l] \to_{C[l\to r]} C[r] \to^*_{\beta\bar{\eta}} s'$ は，$\mathcal{V}$ も同時に抽出したもの，すなわち $s \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} D[L,l] \to_{D[L,l\to r]} D[L,r] \to^*_{\beta\bar{\eta}} s'$ に対応させることができる．

2. $D[\,,r] \to^{*!}_{\beta\bar{\eta}} E[\,]$ とし，$D'[\,]$ を $D'[\Box,\cdots,\Box] \equiv E[\Box]$ なる線形な文脈とする．更に，$D'[L'] \equiv E[L]$ とする．このとき，$s' \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} D'[L']$ は $\mathcal{V}$ の残余の抽出になっている．L' に対応する右辺を R' とする．更に，項と自然数の対の上の順序関係 $\preceq$ を，$\leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}}$ と自然数の上の大小関係 $\leq$ に基づく辞書式順序と定義し，$(t,i) \preceq (t',i')$ かつ $(t,i) \neq (t',i')$ のとき $(t,i) \prec (t',i')$ と書く．そのとき，n, n' を各々 D, D' に孔が現れる回数とすると $(D[R,r],n) \succ (D'[R'],n')$ となる．$\succeq$ は整礎な順序であることから，展開の停止性が導かれる．

3. 順序 $\preceq$ の上の帰納法を用いて以下のことが示される．すなわち，任意の完全な展開は $s \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} D[L,l] \to_{D[L\to R,l\to r]} D[R,r] \to^{*!}_{\beta\bar{\eta}} t$ に対応させることができる．よって，得られる項はすべて t に等しい．

文脈条件線形化の場合に問題になるのは，2 で $D'[L']$ が確かにリデックスの集合の抽出であることを示すことである．このためには，$D'[\,]$ の個々の孔の出現が文脈条件を満足することを示す必要がある．

定義から $D[\,,l]$ の個々の孔の出現は文脈条件を満足する．以後次々に，補題 4.8（1）より $D[\,,r]$，補題 4.8（2）より $E[\,]$，補題 4.6 より $D'[\,]$ の個々の孔の出現は文脈条件を満足することが示される． □

[注意 4.17] [10] でも指摘されているように，厳密には，上の証明の 1 における u の選び方によって結果が変わらないことが示されなければならない．実際，どのような順序で置換を行っても $D[L,l]$ から $D[R,r]$

に到達できることが補題 4.8（1）より示される．

［定理 4.18］ パターン高階書換え系 $\mathcal{H}$ の文脈条件線形化 $\hat{\mathcal{H}}$ が無曖昧ならば，$\hat{\mathcal{H}}$ は合流性をもつ．

(証明) 補題 4.15, 4.16 より導かれる． □

5. パターン高階書換え系の単一正規形性

本章では，先の定理を利用して，パターン高階書換え系が単一正規形性をもつための十分条件を示す．この十分条件は，線形性および停止性を仮定しない．

［補題 5.1］ $\rightarrow_{\mathcal{H}} \subseteq \rightarrow_{\hat{\mathcal{H}}}$.

(証明) $\aleph : l' \rightarrow r' \in \mathcal{H}$ の文脈条件線形化を $\hat{\aleph} : \hat{l}' \rightarrow \hat{r}' \Leftarrow Q \in \hat{\mathcal{H}}$ とすると，定義から明らかに $l' \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}}; \rightarrow_{\hat{\aleph}}; \rightarrow^*_{\beta\bar{\eta}} r'$. よって自明である． □

［補題 5.2］ $\hat{\mathcal{H}}$ が合流性をもつと仮定する．そのとき，$NF_{\mathcal{H}} \subseteq NF_{\hat{\mathcal{H}}}$.

(証明) $NF_{\mathcal{H}} \not\subseteq NF_{\hat{\mathcal{H}}}$ と仮定して矛盾を導く．項 s を，$s \in NF_{\hat{\mathcal{H}}} - NF_{\mathcal{H}}$ であってかつ現れる記号の数が最小のものと仮定する．

s の中の $\hat{\mathcal{H}}$ のリデックスを $\hat{u} \stackrel{\text{def}}{=} (\phi; 0^k, \hat{\aleph})$ とする．$\hat{\aleph} \stackrel{\text{def}}{=} \hat{l}' \rightarrow \hat{r}' \Leftarrow N_1, \cdots, N_m \in \hat{\mathcal{R}}$ を $\aleph \in \mathcal{R}$ の文脈条件線形化，$\hat{m}$ を $\hat{l}'$ の引数の数とし，k を $\hat{l}'$ の頭部記号の引数の数とする．$s \leftarrow^*_{\beta\bar{\eta}} C[\hat{l}']$ を $\hat{u}$ の抽出とする．$s \leftarrow^*_{\geq\phi,\beta} C[\hat{l}']$ なので，原前項 s/ϕ, $C[]/\phi$ の未束縛な束縛変数の出現をフレッシュな自由変数で置き換えて得られる項を s', $C'[]$ とする．そのとき，補題 4.14 の（1）より $s' \leftarrow^*_{\geq\epsilon,\beta} C'[\hat{l}']$ かつ $C'[]$ は $\hat{\aleph}$ の文脈条件を満足する．よって s の最小性から，$\phi = \epsilon$ である．

従って補題 4.14 の（4）より，$C[] \stackrel{\text{def}}{=} \square(s_1)\cdots(s_{\hat{m}})$ と書くことができる．$C[]$ が項であることから，$s_1, \cdots, s_{\hat{m}}$ に未束縛な束縛変数が現れないことに注意されたい．$C[]$ が $\hat{\aleph}$ の文脈条件を満足することから，

任意の N_j $(j = 1, \cdots, m)$ について，

$N_j = i, \cdots, i+i'$ ならば $s_i \leftrightarrow^*_{\hat{\mathcal{H}}} \cdots \leftrightarrow^*_{\hat{\mathcal{H}}} s_{i+i'}$.

更に，補題 4.14 の（2）と s の最小性より $s_i \in NF_{\hat{\mathcal{H}}}$ $(i = 1, \cdots, \hat{m})$ なので，$\rightarrow_{\hat{\mathcal{H}}}$ の合流性から，

任意の N_j $(j = 1, \cdots, m)$ について，

$N_j = i, \cdots, i+i'$ ならば $s_i \equiv \cdots \equiv s_{i+i'}$.

ところがこのとき，文脈条件線形化の作り方から $(0^k, \aleph)$ は s の中の（$\mathcal{H}$ の）リデックスである．これは仮定に矛盾する． □

［定理 5.3］（[1],[2]） 書換え関係 $\rightarrow_0$, $\rightarrow_1$ について，

（1） $\rightarrow_0 \subseteq \rightarrow_1$,

（2） $\rightarrow_1$ は合流性をもつ．

（3） $NF_{\rightarrow_0} \subseteq NF_{\rightarrow_1}$.

そのとき，$\rightarrow_0$ は単一正規形性をもつ．

［定義 5.4］ パターン高階書換え系 $\mathcal{H}$ の文脈条件線形化 $\hat{\mathcal{H}}$ で無曖昧なものが存在するとき，$\mathcal{H}$ は強無曖昧であると言う． □

［定理 5.5］ 強無曖昧なパターン高階書換え系は単一正規形性をもつ．

(証明) 補題 5.1, 5.2, 定理 4.18, 5.3 より明らか． □

［例 5.6］ 型なし λ 計算は，以下のようにしてパターン高階書換え系に翻訳することができる [10]．まず，型のない λ 項を $\mathbb{T}(\mathcal{A})$ の中で表現するため，新たな定数 $\mathtt{abs} : (o \rightarrow o) \rightarrow o$, $\mathtt{app} : o \rightarrow (o \rightarrow o)$ を導入する．このとき，型なし λ 計算の β 規則は，以下のようなパターン高階書換え系の規則に翻訳される．

$$\mathtt{beta} : \xi.\eta.\mathtt{app}(\mathtt{abs}(\zeta.\xi(\zeta)))(\eta) \rightarrow \xi.\eta.\xi(\eta)$$

更に，以下の書換え規則を考える．

$$\mathtt{D} : \xi.\mathtt{app}(\mathtt{app}(D)(\xi))(\xi) \rightarrow \xi.E$$

これは，[4] 等に現れる書換え規則 $Dxx \rightarrow E$ をパターン高階書換え系に翻訳したものである．このとき，$\mathcal{R} = \{\mathtt{beta}, \mathtt{D}\}$ によって定義されるパターン高階書換え系が強無曖昧であることは容易に確かめられる．よって，単一正規形性をもつ．

6. むすび

パターン高階書換え系の単一正規形性の新しい十分条件について述べた．高階書換え系の性質を調べるための手段として文脈条件線形化を導入し，これが合流性をもつための十分条件を示した．その結果に基づき，パターン高階書換え系が強無曖昧ならば単一正規形性をもつことを導いた．この条件は構文的であり，また左線形性，停止性を仮定しない．

左線形性，停止性をもたない高階な書換え系の単一正規形性は，個々の書換え規則の集合について [5] などで論じられている．しかし，ある構文的な条件を満たす高階書換え系のクラスに対して単一正規形性を示した結果は今までなかった．

今後の課題として，強無曖昧という条件を弱めることがある．まず文脈条件線形化の無曖昧という条件を，自明な重なり（trivial overlap [10]）に関しては許容するように弱めても，合流性は保たれると考えられる．それに応じて，強無曖昧という条件も弱められる．また，[1] で 1 階の書換え系に対して導入された

compatibility などの条件を高階書換え系に拡張することが考えられる．そのような拡張によって，さまざまな書換え系の単一正規形性に関する議論を統一的に取り扱うことが可能になると考える．

謝辞 数多くの質問に親切に答えて頂いたアムステルダム自由大学の Vincent van Oostrom に感謝します．また，TRS ミーティングのメンバの活発な議論に感謝します．

文　献

[1] P. Chew, "Unique normal forms in term rewriting systems with repeated variables," 13th STOC, pp.7–18, 1981.

[2] R.C. de Vrijer, "Unique normal forms for combinatory logic with parallel conditional, a case study in conditional rewriting," Technical report, Free University, Amsterdam, 1990.

[3] J.W. Klop, "Combinatory reduction systems, 1980," Ph.D. thesis, Rijks universiteit Utrecht.

[4] J.W. Klop, "Term rewriting systems," in D. Gabbay, S. Abramsky, and T. Maibaum, eds., Handbook of Logic in Computer Science, vol.2, pp.1–112. Oxford University Press, 1992.

[5] J.W. Klop and R.C.de Vrijer, "Unique normal forms for lambda calculas with surjective pairing," Information and Computation, vol.80, pp.97–113, 1989.

[6] K. Mano and M. Ogawa, "A new proof of Chew's theorem," 書き換えシステムとその応用, pp.160–177, 1995. (数解研講究録 918).

[7] T. Nipkow, "Higher-order critical pairs," LICS, pp.342–349, 1991.

[8] Y. Toyama and M. Oyamaguchi, "Church-Rosser property and unique normal form property of non-duplicating term rewriting systems," CTRS '94, pp.316–331, 1994.

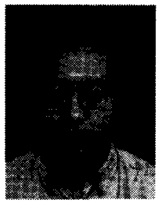
[9] V. van Oostrom, "Confluence by decreasing diagrams," TCS, vol.126, pp.259–280, 1994.

[10] V. van Oostrom, "Confluence for abstract and higher-order rewriting, 1994," PhD thesis, Vrije universiteit, Amsterdam.

[11] V. van Oostrom and F. van Raamsdonk, "Weak orthogonality implies confluence: The higher-order case," 3rd Int. sympo. on Logical Foundations of Computer Science, pp.379–392, 1994.

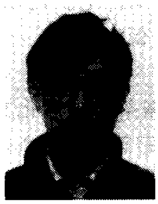
[12] D.A. Wolfram, "The Clausal Theory of Types," Cambridge University Press, 1993.

(平成 8 年 4 月 10 日受付，9 月 11 日再受付)



真野　健　(正員)

1987 名大・工・応用物理卒．1989 同大大学院工学研究科情報工学専攻修士課程了．同年 NTT 基礎研究所入所．現在 NTT コミュニケーション科学研究所．項書き換え系の研究に従事．



小川　瑞史

1983 東大・理・数学卒．1985 同大大学院理学系研究科数学専攻修士課程了．1985 NTT 電気通信研究所入所．現在 NTT 基礎研究所．関数型プログラムの自動解析・検証・合成，および項書換え系の研究に従事．情報処理学会，ソフトウェア科学会各会員．