

Title	因子空間におけるあいまいさの表現
Author(s)	中森, 義輝; 川中, 愛
Citation	日本ファジィ学会誌, 11(5): 93-103
Issue Date	1999-10-15
Type	Journal Article
Text version	publisher
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/7958">http://hdl.handle.net/10119/7958</a>
Rights	Copyright (C) 1999 日本知能情報ファジィ学会. 中森 義輝, 川中 愛, 日本ファジィ学会誌, 11(5), 1999, 93-103. 本文データは学協会の許諾に基づき CiNiiから複製したものである.
Description	

## 論文

## 因子空間におけるあいまいさの表現†

中森 義輝\*<sup>1</sup> 川中 愛\*<sup>2</sup>

人間が物理的対象に対して抱く印象や感情を翻訳する手法として感性工学、あるいは感性情報処理法が普及している。感性工学手法では、因子分析や数量化理論を用いて感性ワード間の関係、あるいは感性ワードとデザイン要素との関係を抽出する。しかし、商品などの感性評価データは個人の好みを反映して大きな分散を持つ。本研究では、感性ワード間のファジィな距離を因子空間において同定することを試みる。具体的には、平均データにより構成された因子空間に個人のデータを写像することにより、感性ワードを因子空間内のファジィ対象として認識する手法を提案する。この手法は、素データの評定者変動量の比を保存するという特徴を持つ。つぎに、雲のような広がりを持つファジィ対象間の距離の与え方について検討し、そのような対象に対する適切な分類法について考察する。

## 1. はじめに

商品を感性的に評価する問題を考える。評価データは、写真やスライドで示される商品サンプルの各々に対して「かわいらしい」などの感性ワードがどの程度当てはまるかを、何人かの評定者がマークしたものである。このようなデータを収集する目的は、顧客の用いる感性ワードを参考にして商品販売をスムーズに行うことや、製作現場におけるデザインの考案を支援することである。したがって「落ち着きがあって、かつシンプル」というような感性表現が、どのようなデザインを指すのかを言い当てるモデルを構築することが最終目的である。

人間が物理的対象に対して抱くイメージや感情を翻訳する手法として感性工学[1][2]、あるいは感性情報処理法[3]が普及している。感性工学は人間の感性やイメージを物理的なデザイン要素に翻訳して、感性にあった商品を設計するテクノロジーである[1]。つまり、感性情報処理を製品設計支援などに応用する方法論である。感性情報処理という大きな枠組みの中では多変量分析法と位置づけられている[4]。

感性工学手法では、因子分析や数量化理論を用いて感性ワード間の関係、あるいは感性ワードとデザイン要素との関係を抽出する。しかし、商品などの感性評価データは個人の好みを反映して大きな分散を持つ。本稿では、個人の感じ方のあいまい性や不安定性、状況依存性を考慮して、統計的手法に加えて、ファジィ集合を用いてデータの変動をモデル化することを試み

る。ただし、ファジィ数の四則演算を用いなくて、多次元空間にファジィ対象を定義する方法を提案する。

本研究の目的は、感性ワード間のファジィな距離を同定し、ソフトなグルーピング手法を開発することである。まず、平均データにより構成された因子空間に個人のデータを写像することにより、感性ワードを因子空間内のファジィ対象として認識する手法を提案する。この手法は、素データの評定者変動量の比を保存するという特徴を持つ。つぎに、雲のような広がりを持つファジィ対象間の距離の与え方と、そのような対象に適切なクラスタリング法を検討する。

本研究で用いたデータは、30人の評定者(女子大学生)に、40枚のシステムキッチンのスライドを見てもらい、「明るいイメージ-暗いイメージ」などの33個の感性ワード対を用いて、7段階の評定尺度により評価してもらったものである

## 2. 平均データによる分析

意味空間を把握するために多用される手法は因子分析法[5]である。因子分析とは、互いに相関のある変量の持っている情報を少数個の潜在的な因子に縮約する1つの統計的方法である。因子分析では、観測されるデータと少数個の潜在的な因子との間の関係を示す統計モデルを想定し、そのモデルがデータによく適合しているときに、潜在的因子で現象がよく説明できたと考える。因子分析は情緒的意味空間を把握するためのOsgoodによるSemantic Differential Technique(SD法)[6]においても主要な分析手法として用いられている。

† Expression of Vagueness in Factor Space  
Yoshiteru NAKAMORI and Ai KAWANAKA

\*1 北陸先端科学技術大学院大学 知識科学研究科  
Graduate School of Knowledge Science, Japan Advanced  
Institute of Science and Technology

\*2 富士ソフト ABC 株式会社  
Fuji Soft ABC Inc.

## 2.1 データ行列

商品サンプルを  $m=1, 2, \dots, M$ 、感性ワードを  $n=1, 2, \dots, N$ 、評定者を  $k=1, 2, \dots, K$  で表し、各データを

$$x_{mnk} \in \{-P, -P+1, \dots, P-1, P\} \quad (1)$$

とする。ただし、 $P$  は正の整数で、具体例では3としている。まず、データ  $\{x_{mnk}\}$  の評定者平均を求める。

$$y_{mn} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_{mnk} \quad (2)$$

さらに、 $\{y_{mn}\}$  を商品サンプルに関して標準化(平均0、分散1)する。すなわち、

$$\begin{aligned} \bar{y}_n &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M y_{mn}, \\ s_n^2 &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (y_{mn} - \bar{y}_n)^2 \end{aligned} \quad (3)$$

とにおいて、標準化データを求める。

$$z_{mn} = \frac{y_{mn} - \bar{y}_n}{s_n} \quad (4)$$

$M \times N$  データ行列をつぎのように定義する。

$$Z = \begin{pmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{M1} & \cdots & z_{MN} \end{pmatrix} \quad (5)$$

## 2.2 因子分析モデル

因子分析の目的は  $Z$  をつぎのように分解することである。

$$Z = FA^T + UD \quad (6)$$

上式右辺の行列について以下で説明する。

$F$  は因子得点行列である。

$$F = \begin{pmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{M1} & \cdots & f_{ML} \end{pmatrix} \quad (7)$$

$l=1, 2, \dots, L$  は共通因子で、 $L < N$  である。 $f_{ml}$  は共通因子  $l$  の商品サンプル  $m$  の値で、共通因子スコア、因子スコア、因子得点などと呼ばれる。 $F$  の第  $m$  行を

$$\mathbf{f}_m = (f_{m1}, \dots, f_{mL}) \quad (8)$$

とおけば、これは因子空間における商品サンプル  $m$  の座標を与える。

$A$  は因子負荷行列である。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & \cdots & a_{NL} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$a_{nl}$  は共通因子  $l$  と感性ワード  $n$  との関係を表し、因子負荷量と呼ばれる。 $A$  の第  $n$  行を

$$\mathbf{a}_n = (a_{n1}, \dots, a_{nL}) \quad (10)$$

とおけば、これは因子空間における感性ワード  $n$  の座標を与える。

$U$  は独自因子得点行列である。

$$U = \begin{pmatrix} u_{11} & \cdots & u_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{M1} & \cdots & u_{MN} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$u_{mn}$  は感性ワード  $n$  の独自因子の商品サンプル  $m$  の値で、独自因子スコアと呼ばれる。

$D$  は独自因子の荷重行列である。

$$D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_N \end{pmatrix} \quad (12)$$

$d_n$  は感性ワード  $n$  の独自因子の重みであり、 $d_n^2$  は独自性と呼ばれる。

## 2.3 直交性の仮定

分解(6)は一意的ではないので、通常はつぎのような直交解モデルを採用する。すなわち、共通因子と独自因子はそれぞれ平均0分散1で、互いに無相関であるとする。

$$F^T F = MI_L, \quad U^T U = MI_N, \quad F^T U = O_{L \times N} \quad (13)$$

ただし、 $I_L$  は  $L \times L$  単位行列、 $I_N$  は  $N \times N$  単位行列、 $O_{L \times N}$  は  $L \times N$  零行列である。

このとき、モデル式(6)から次式を得る。

$$\frac{1}{M} Z^T Z = AA^T + D^2 \quad (14)$$

データが標準化されているから、上式の左辺は感性ワード間相関行列である。

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{N1} & \cdots & r_{NN} \end{pmatrix} \quad (15)$$

ここで、

$$R^* = R - D^2 = AA^T \quad (16)$$

とおくとき、 $R^*$  の対角成分

$$h_n = 1 - d_n^2, \quad n=1, 2, \dots, N \quad (17)$$

は共通性と呼ばれる。

以下においては、主因子分析法、バリマックス回転などにより、因子軸回転後の因子負荷行列  $A$ 、因子得点行列  $F$ 、および、独自因子  $E = UD$  が求められたものとして議論を進める。

表1 感性ワード対と因子分析結果

感性ワード対 (左のワードの因子負荷量)	因子				共通性
	(第1) 様式	(第2) 価格	(第3) 気分	(第4) 空間	
14 シティ派-カントリー派	-0.9486	-0.0342	-0.1201	-0.1697	0.9442
7 都会的-田園的	-0.8871	0.0068	-0.1379	-0.2359	0.8617
19 アンティーク調-モダン調	0.8785	0.2620	0.0203	0.1709	0.8699
10 自然な-人工的な	0.7984	0.2033	0.4857	-0.1000	0.9246
6 ナチュラルな-ナチュラルでない	0.7058	0.1515	0.5172	-0.3033	0.8806
22 暖かみがある-冷たい感じ	0.6433	0.2926	0.6217	0.1424	0.9062
21 高級感がある-庶民的な感じ	0.2866	0.9396	-0.0011	-0.0931	0.9736
11 豪華そう-豪華そうでない	0.4193	0.8766	0.1417	-0.0131	0.9637
9 斬新な感じ-ありふれた感じ	-0.0550	0.8322	0.2813	0.3161	0.8745
25 格調がある-格調がない	0.5072	0.8157	-0.0155	-0.1431	0.9433
31 素朴な-洗練されている	0.4351	-0.8140	-0.0736	-0.0242	0.8578
26 しゃれてる-ださい	0.2720	0.8104	0.3520	-0.0745	0.8602
16 特色がある-平凡な	0.0138	0.8021	0.2500	0.4621	0.9197
3 個性的-一般的	-0.0480	0.7935	0.1857	0.4611	0.8790
23 変化に富んでいる-型にはまっている	0.1964	0.7811	0.2565	0.4695	0.9350
29 品がある-品がない	0.4790	0.7143	0.1027	-0.4487	0.9516
15 浮き浮きした感じ-暗い感じ	0.0756	0.1841	0.9606	0.1427	0.9827
1 明るいイメージ-暗いイメージ	0.0366	0.0351	0.9429	-0.1067	0.9029
18 華やかな雰囲気-暗い雰囲気	0.1381	0.2988	0.9122	0.0861	0.9480
5 にぎやかな感じ-寂しい感じ	0.3476	0.3373	0.7923	0.2335	0.9168
32 開放的な感じ-閉鎖的な感じ	0.4587	0.2213	0.7910	-0.1571	0.9098
13 さわやかな-さわやかでない	-0.0698	-0.0099	0.7779	-0.4441	0.8074
24 渋い-かわいい	0.0522	0.4483	-0.7476	-0.1861	0.7972
33 親しみやすい-親しみにくい	0.5510	0.1308	0.7301	-0.2614	0.9222
2 団然的-団然的でない	0.4552	0.1815	0.7173	-0.0605	0.7584
30 派手な雰囲気-地味な雰囲気	0.1242	0.5313	0.7135	0.3132	0.9048
12 社交的-社交的でない	0.4483	0.3652	0.6850	-0.0231	0.8041
4 ゆったりしている-きゆうくつそう	0.4371	0.3476	0.6735	-0.3041	0.8580
8 居心地良さそう-落ちつけなさそう	0.5526	0.2781	0.6701	-0.3596	0.9610
27 落ちついた感じ-華やいた感じ	0.2607	0.0354	-0.6404	-0.6212	0.8653
20 使いやすそう-使いにくそう	0.5001	0.1042	0.5931	-0.4739	0.8373
17 すっきりしている-ごちゃごちゃしている	-0.1625	-0.1435	0.2261	-0.8763	0.8660
29 シンプルな-複雑な	-0.3153	-0.3932	0.0410	-0.8291	0.9431

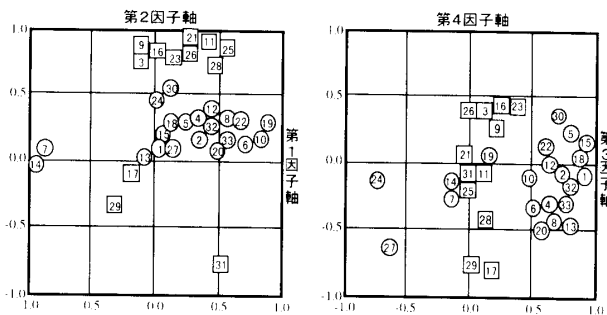


図1 平均データによる因子負荷量のプロット

## 2.4 数値例

SD尺度で用いた感性ワード対と因子分析結果を表1に示す。また、表1の左側の33個の感性ワードに対する因子負荷量のプロットを図1に示す。(15)で与えられる相関行列の固有値で1以上のものが4つであったので、因子数を4としている。

表1では、感性ワード対の左側のワードについて、4次元の因子空間を想定した場合の因子負荷量を示している。それぞれの因子には表の上段に示したような

名前をつけた。また、因子負荷量の絶対値に注目して感性ワードを並べ替え、4つのグループを示している。

図1の2つの図は、4次元の因子空間に表1の左側の感性ワードをプロットし、それぞれ2つの軸からなる平面に射影したものである。また、第1と第3のグループのワード番号を丸で、第2と第4のグループのワード番号を四角で囲んで示している。それぞれ横軸、縦軸に沿って広がっていることがわかる。

このように、平均データを用いた場合、因子空間の次元と軸をうまく選択すれば、ある程度は納得のいくグループ分けができる。また、図1のように感性ワードをプロットすれば互いの位置関係を把握することができる。しかし、本稿で問題としたいことは、これらのプロットが個人によってどの程度揺らぐかということである。

## 3. 因子空間におけるファジィ対象

平均データを用いる解析では、データの散布情報を平均値に集約することによる情報のロスがあり、また、感性ワードに対する個人による意識のズレを取り扱え

ない。平均操作をしないで、感性ワードによるSD尺度値のあいまい性や個人差などの情報を分析の最終段階まで保持することは、個性や感性に応じた商品を提供するためには極めて重要である。ここでは、因子空間内のファジィ対象として感性ワードを布置する方法を提案する。

### 3.1 個人データの因子空間への写像

評定者  $k$  の感性評価データ

$$Z_k = (z_{mnk})_{M \times N} = \left( \frac{x_{mnk} - \bar{y}_n}{S_n} \right)_{M \times N} \quad (18)$$

を因子空間に写像し、評定者  $k$  の個人の因子負荷量  $A_k$  を求めることを考える。ただし、つぎの2点を要求する。

**要求1**：写像データの評定者平均は、評定者平均データの因子負荷量に一致する。

**要求2**：オリジナルデータの評定者変動量の比は、因子空間においても保存される。

これらの要求にある意味で応える写像の1つは

$$A_k = \frac{1}{M} (Z_k - E)^T F \quad (19)$$

である。以下においてこれを示す。

### 3.2 平均値の一致

(19)で与えられる  $A_k$  は**要求1**を満たす。すなわち、

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K A_k = A \quad (20)$$

これを示そう。データの作り方から

$$\begin{aligned} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K z_{mnk} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left( \frac{x_{mnk} - \bar{y}_n}{S_n} \right) \\ &= \frac{\bar{y}_{mn} - \bar{y}_n}{S_n} = z_{mn} \end{aligned} \quad (21)$$

すなわち、

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K Z_k = Z \quad (22)$$

これからつぎが従う。

$$\begin{aligned} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K A_k &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{1}{M} (Z_k - E)^T F \\ &= \frac{1}{M} (Z - E)^T F \\ &= \frac{1}{M} A F^T F = A \end{aligned} \quad (23)$$

### 3.3 評定者変動量の保存

さて、

$$Z_k = F A_k + E, \quad F^T F = M I_L \quad (24)$$

を満たすような  $A_k$  は**要求2**をつぎの意味で満たす。

$$(Z_k - Z)^T (Z_k - Z) = M (A_k - A)^T (A_k - A) \quad (25)$$

これは、3つの等式

$$Z = F A + E, \quad Z_k = F A_k + E, \quad F^T F = M I_L \quad (26)$$

から容易に導かれる。

このとき、評定者  $k$  の感性ワード  $n$  の評価ベクトルと因子負荷ベクトルを

$$\mathbf{z}_{nk} = (z_{1nk}, \dots, z_{Mnk})^T \quad (27)$$

$$\mathbf{a}_{nk} = (a_{n1k}, \dots, a_{nLk}) \quad (28)$$

とおくと、

$$\left\| \mathbf{z}_{nk} - \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{z}_{nk} \right\|^2 = M \left\| \mathbf{a}_{nk} - \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_{nk} \right\|^2 \quad (29)$$

が成立する。

(24)を満たす  $A_k$  の近似解を  $\hat{A}_k$  とし、

$$\hat{Z}_k = F \hat{A}_k + E \quad (30)$$

とおく。このとき、

$$Tr(\hat{Z}_k - Z_k)^T (\hat{Z}_k - Z_k) = \sum_{n=1}^N \|\hat{\mathbf{z}}_n - \mathbf{z}_n\|^2 \quad (31)$$

を最小化するものは

$$\hat{A}_k = \frac{1}{M} (Z_k - E)^T F \quad (32)$$

であることを容易に示すことができる。

### 3.4 数値例

「明るいイメージ」に対する個人データを因子空間に写像したものを図2に示す。黒い丸が30人の位置であり、四角が平均の位置である。

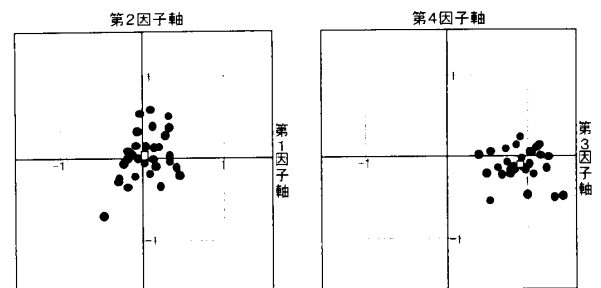


図2 個人データの因子空間への写像

## 4. ファジィ対象の定義

このようにして、感性ワード  $n$  は因子空間において全評定者からなる雲のような広がりを持ったファジィ対象  $O_n$  として認識される。

### 4.1 メンバシップ関数

評定者  $k$  の感性ワード  $n$  の回転後の因子負荷ベクトル

$$\mathbf{a}_{nk} = (a_{n1k}, \dots, a_{nLk}), \quad k=1, 2, \dots, K \quad (33)$$

が  $O_n$  内のデータベクトルであるが、以下において、それぞれの位置によって  $O_n$  への帰属度を定義する。

ファジィ対象  $O_n$  内データベクトル群の重心ベクトルは

$$\mathbf{a}_n = (a_{n1}, \dots, a_{nL}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_{nk} \quad (34)$$

である。 $O_n$  内のデータベクトル集合を  $D_n$  と表す。

$$D_n = \{\mathbf{a}_{n1}, \dots, \mathbf{a}_{nK}\} \quad (35)$$

因子空間を  $X$  で表す。因子空間内の任意の点  $\mathbf{x} \in X$  の  $O_n$  への帰属度を、つぎのメンバシップ関数によって定義する。

$$\mu_{O_n}(\mathbf{x}) = 1 - \min\{1, \|\mathbf{x} - \mathbf{a}_n\|_{O_n}\}, \quad \mathbf{x} \in X \quad (36)$$

ただし、

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{a}_n\|_{O_n}^2 = (\mathbf{x} - \mathbf{a}_n)^T (c_n^2 P_n)^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{a}_n) \quad (37)$$

$P_n$  は  $D_n$  内データベクトル集合  $\{\mathbf{a}_{n1}, \dots, \mathbf{a}_{nK}\}$  の通常分散共分散行列である。 $P_n$  の固有値を  $\lambda_{n1}, \dots, \lambda_{nL}$  とする。

パラメータ  $c_n (>0)$  はメンバシップ関数のひろがり規定するもので、はずれデータなどを考慮して以下のように決定する。

**ステップ1** :  $D_n$  のデータベクトル数  $|D_n|$  の  $\omega\%$  に対して  $\mu_{O_n}(\mathbf{a}_{nk}) > 0$  のときの  $c_n$  を  $c_n(\omega)$  と表す。ここで、 $\omega=80$ 、 $\Delta=100/|D_n|$ 、 $\beta=0.4$  とおく。これらは発見的に定義される量である。

**ステップ2** :  $r_{nl}(\omega) = c_n(\omega) \lambda_{nl}$  を計算する。

$$\delta_n = \sum_{l=1}^L \{r_{nl}(\omega + \Delta) - r_{nl}(\omega)\}$$

を計算する。

**ステップ3** :  $\delta_n \geq \beta$  ならば、 $c_n = c_n(\omega)$  として終了。そうでなければ、 $\omega = \omega + \Delta$  として、ステップ2へ戻る。

### 4.2 $\alpha$ -レベルデータ集合

ファジィ対象  $O_n$  の  $\alpha$ -レベル集合  $[O_n]_\alpha$  はつぎのように定義されるクリスプ集合である。

$$[O_n]_\alpha = \{\mathbf{x} \in X \mid \mu_{O_n}(\mathbf{x}) \geq \alpha\}, \quad 0 < \alpha \leq 1 \quad (38)$$

ここで、 $\alpha$ -レベル集合  $[O_n]_\alpha$  に含まれる感性ワード  $n$  のデータベクトル集合と重心ベクトルとの合併集合を  $[D_n]_\alpha$  で表す。

$$[D_n]_\alpha = \{\mathbf{a}_{nk} \mid \mu_{O_n}(\mathbf{a}_{nk}) \geq \alpha, \forall k\} \cup \{\mathbf{a}_n\} \quad (39)$$

すなわち、いかなる  $\alpha$  に対しても、重心ベクトル  $\mathbf{a}_n$  は  $[D_n]_\alpha$  に含まれるものとする。 $[D_n]_\alpha$  を  $\alpha$ -レベルデータ集合と呼ぶ。

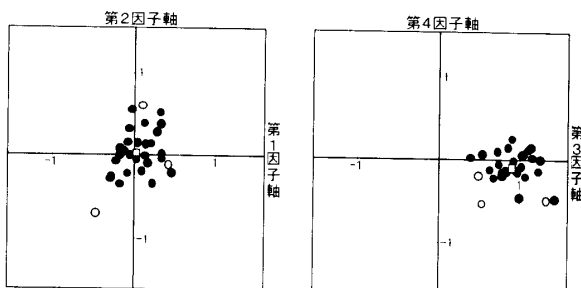


図3(a) 「明るいイメージ」の  $\alpha$ -レベルデータ集合 ( $\alpha \rightarrow 0$ )

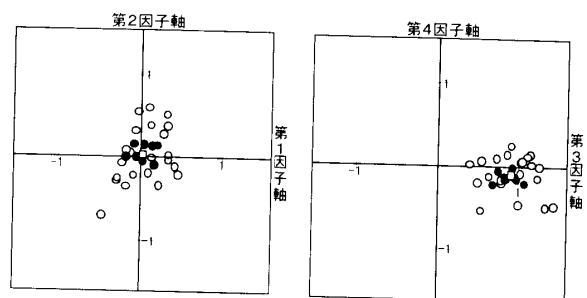


図3(c) 「明るいイメージ」の  $\alpha$ -レベルデータ集合 ( $\alpha=0.5$ )

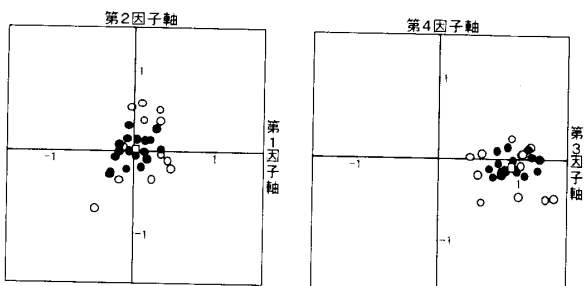


図3(b) 「明るいイメージ」の  $\alpha$ -レベルデータ集合 ( $\alpha=0.2$ )

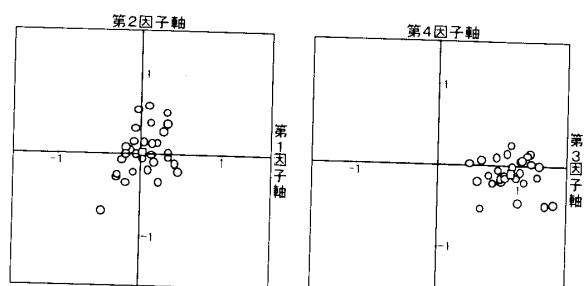


図3(d) 「明るいイメージ」の  $\alpha$ -レベルデータ集合 ( $\alpha=0.8$ )

### 4.3 数値例

「明るいイメージ」に対する  $\alpha$ -レベルデータ集合を図3に示す。黒丸がデータ集合に属するものであり、白丸が除かれたものである。 $\alpha=0.8$ ですべてのデータが除かれている。このように、 $\alpha$ を大きくしていけば  $\alpha$ -レベルデータ集合が空集合になるので、メンバシップ値が1の平均値を常に加えている。

## 5. ファジィ対象間の距離

ファジィ対象間の距離として、(1)クリस्पな数値を与える、(2)ファジィ数を与える、という2つの方法があり、それぞれにおいて、いくつかの異なる与え方ができる。

### 5.1 クリस्प距離

1. ファジィ対象  $O_n, O_{n'}$  の重心間ユークリッド距離がもっとも扱いやすい距離であるが、これを使用することはファジィ対象のひろがりを見捨てることになり、本研究の趣旨に反する。
2. ファジィ対象  $O_n, O_{n'}$  の  $\alpha$ -レベル集合間の最大または最小距離、あるいは、データベクトル集合  $[D_n]_\alpha, [D_{n'}]_\alpha$  の間の最大と最小距離。
3. ファジィ対象  $O_n, O_{n'}$  間の距離を以下のような  $\alpha$ -レベル距離[7]で定義することができる。まず、任意の点  $\mathbf{x} \in X$  と集合  $[O_n]_\alpha$  の距離を

$$d(\mathbf{x}, [O_n]_\alpha) = \inf \{ \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| \mid \mathbf{y} \in [O_n]_\alpha \} \quad (40)$$

と定義する。つぎに、2つの集合間距離を定義する。

$$d_{L(nn')}^\alpha = \sup \{ d(\mathbf{x}, [O_{n'}]_\alpha) \mid \mathbf{x} \in [O_n]_\alpha \} \quad (41)$$

$$d_{R(nn')}^\alpha = \sup \{ d(\mathbf{x}, [O_n]_\alpha) \mid \mathbf{x} \in [O_{n'}]_\alpha \} \quad (42)$$

最後に、 $O_n$  と  $O_{n'}$  の距離を次式で定義する。

$$d^\alpha(O_n, O_{n'}) = \max \{ d_{L(nn')}^\alpha, d_{R(nn')}^\alpha \} \quad (43)$$

データ間距離で  $d^\alpha(D_n, D_{n'})$  を同様に定義することも可能である。

### 5.2 ファジィ距離

1. ファジィ対象  $O_n, O_{n'}$  間のファジィ距離  $\tilde{d}(O_n, O_{n'})$  がつぎのようなメンバシップ関数で定義[8]されている。

$$\mu_{\tilde{d}(O_n, O_{n'})}(\delta) = \sup_{\delta = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|} \min \{ \mu_{O_n}(\mathbf{x}), \mu_{O_{n'}}(\mathbf{y}) \} \quad (44)$$

ここで、 $\delta$  は任意の非負実数である。この距離はファジィ距離として広く認知されているものであるが、本研究の目的からは計算が複雑すぎて実用的

ではない。

2.  $\alpha$ -レベル集合間  $[O_n]_\alpha, [O_{n'}]_\alpha$  の最小および最大距離  $d_{inf(nn')}^\alpha, d_{sup(nn')}^\alpha$  を用いて、区間ファジィ数として定義する。

$$\tilde{d}^\alpha(O_n, O_{n'}) = [d_{inf(nn')}^\alpha, d_{sup(nn')}^\alpha] \quad (45)$$

ただし、この距離を求めるためには複雑な計算が要求される。

3.  $\alpha$ -レベルデータ集合間  $[D_n]_\alpha, [D_{n'}]_\alpha$  の最小および最大距離  $d_{min(nn')}^\alpha, d_{max(nn')}^\alpha$  を用いて、区間ファジィ数として定義することができる。

$$\tilde{d}^\alpha(D_n, D_{n'}) = [d_{min(nn')}^\alpha, d_{max(nn')}^\alpha] \quad (46)$$

この距離は計算も容易で理解しやすい。

### 5.3 数値例

例として、「明るいイメージ」「ゆったりしている」「自然な」「さわやかな」の4つの感性ワード間の  $\alpha=0.2, \alpha=0.5, \alpha=0.8$  の場合の  $\alpha$ -レベルデータ集合間距離を表2に示す。 $\alpha$ を大きくしていけば、区間が縮小していき、平均間距離に収束する。なお、感性ワードとそれ自身の最大距離は感性ワードを表すファジィ集合の直径と考えることができる。

ここで、同じ第3因子から選ばれた「ゆったりしている」と「さわやかな」の間の距離より、「ゆったりしている」と第1因子から選ばれた「自然な」の間の距離が小さいのは、因子分析では4つの因子軸に対してもっとも絶対値の大きい因子負荷量に注目して分類していることによる。したがって、因子空間における距離に基づくクラスタリングでは、一般に因子分析とは異なる結果となる。ある1つの特徴を強調するか、あるいはすべての特徴を用いるかは目的によって使い分ける必要がある。

なお、参考のために  $\alpha=0.5$  の場合の「ゆったりしている」「自然な」「さわやかな」に対する  $\alpha$ -レベルデータ集合を図4に示す。黒く塗りつぶされた点が  $\alpha$ -レベルデータ集合に属する点である。図4を見ても、「ゆったりしている」と「自然な」との間の距離が、「ゆったりしている」と「さわやかな」との間の距離より小さいことが読み取れる。また、「ゆったりしている」は個人差が小さく、「さわやかな」は個人差が大きい感性ワードであることが確認できる。ただし、感性ワードの使い方における個人差なのか、あるいは感性の個人差なのかは、本研究で用いたデータのみでは検証できない。

表2 感性ワード間の  $\alpha$ -レベルデータ集合間距離

$\alpha$	明るいイメージ	ゆったりしている	自然な	さわやかな
$\alpha = 0.2$				
明るいイメージ	[0.0000, 0.8546]	[0.0860, 1.2728]	[0.4221, 1.9645]	[0.1241, 2.1502]
ゆったりしている		[0.0000, 0.7723]	[0.1339, 1.3760]	[0.2607, 2.3880]
自然な			[0.0000, 1.3866]	[0.3257, 3.1871]
さわやかな				[0.0000, 2.6580]
$\alpha = 0.5$				
明るいイメージ	[0.0000, 0.6364]	[0.2173, 0.9488]	[0.5480, 1.3269]	[0.2142, 1.7704]
ゆったりしている		[0.0000, 0.5800]	[0.1339, 0.9983]	[0.3305, 1.6779]
自然な			[0.0000, 0.8499]	[0.4697, 2.0712]
さわやかな				[0.0000, 1.8566]
$\alpha = 0.8$				
明るいイメージ	[0.0000, 0.0000]	[0.6080, 0.6080]	[0.8251, 0.9043]	[0.3930, 0.3930]
ゆったりしている		[0.0000, 0.0000]	[0.3731, 0.4807]	[0.6445, 0.6445]
自然な			[0.0000, 0.1243]	[0.9179, 1.0034]
さわやかな				[0.0000, 0.0000]

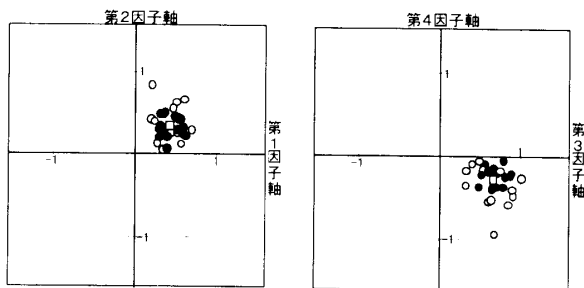


図4(a)「ゆったりしている」の  $\alpha$ -レベルデータ集合 ( $\alpha=0.5$ )

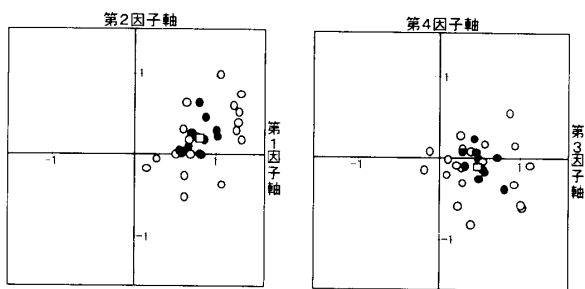


図4(b)「自然な」の  $\alpha$ -レベルデータ集合 ( $\alpha=0.5$ )

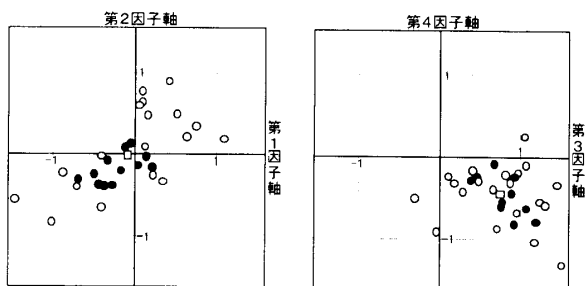


図4(c)「さわやかな」の  $\alpha$ -レベルデータ集合 ( $\alpha=0.5$ )

## 6. ファジィ対象の分類

因子空間上でファジィ対象として定義された感性ワードを分類する方法について考察する。ここでは、代表的なクラスタリング手法を整理し、前述のファジィ対象間の距離関係という情報を有効に利用するための方策を検討する。

### 6.1 階層的分類法

階層クラスタ分析の基本的考えは、距離の近いものから逐次クラスタを形成していくというものである。クラスタ間距離の定義の仕方には以下のような方法がある[16]。

1. 最短距離法 (nearest neighbor method) : 2つのクラスタに属する対象のうち、最も近い対象間の距離をクラスタ間の距離とする。
2. 最長距離法 (furthest neighbor method) : 2つのクラスタに属する対象のうち、最も遠い対象間の距離をクラスタ間の距離とする。
3. 群平均法 (group average method) : 2つのクラスタに属する対象間のすべての組み合わせの平均をクラスタ間の距離とする。
4. 重心法 (centroid method) : 2つのクラスタのそれぞれの重心間の距離をクラスタ間の距離とする。
5. Ward法 (Ward method) : クラスタ内平方和ができるだけ小さいことを望ましいと考え、各段階で可能なクラスタ対のうちで、クラスタを統合することによる平方和の増分がもっとも小さいものを統合



する[9]。

集合間距離しか与えられていない場合は、非類似度による階層的クラスタリング(最短距離法、最長距離法)しか利用できない。Ward法も対象の座標が必要である。

## 6.2 提案

本稿では、 $\alpha$ -レベル集合により確定したデータのグルーピングを初期クラスタとして、Ward法を適用することを提案する。すなわち、ある $\alpha$ を与え、すべての感性ワードの $\alpha$ -レベルデータ集合をつくり、それらがWard法によるクラスタリングの途中経過であるとみなして、クラスタの合併を進めていく。

この方法によれば、極端で直感に合わないクラスタを得るということがなく、評価の個人差を包み込んだ穏やかなクラスタが得られる。ただし、クラスタ内データ数が増加すると合併が抑制される傾向があるから、距離的には最適化されない。

## 6.3 分割最適化型分類法

1. k-means法：クラスタ数を固定し、適当なクラスタ最適化基準を用いて最適な分割の組み合わせを探索する[10]。
2. ISODATA法(Interactive Self-Organizing Data Analysis Technique-A)：分割と併合をそれぞれクラスタ単位で反復しながら、適当なクラスタ最適化基準により最適化を行う[11]。
3. Fuzzy c-Means法：k-means法をファジィ理論で説明する。本質的には重み付き最小2乗法の問題に類似している[12][13]。
4. カバーリング法：感性ワードの重複を許した分類と代表感性ワードを同時に決定するように、整数計画問題として定式化する[14][15]。

ファジィクラスタリングは通常距離を用いたクラスタリングで、データのクラスタへのメンバシップ値を求めるものである。したがって、ファジィクラスタリングを実行するためには、クリスプ距離を用いなければならない。すなわち、ファジィクラスタリング法を用いる場合は、クラスタ間距離ではなく、対象の座標が必要となる。

したがって、重心の座標を用いてクラスタリングを実行するほかない。クラスタ数を仮定すれば、各感性ワードのそれぞれのクラスタへの帰属度を求めることができる。ファジィ集合のファジィクラスタリング法の開発が待たれる。

## 6.4 数値例

ここでは、以下の2つの方法で感性ワードの分類を試みる。第1の方法が6.2節で新たに提案したものである。第2の方法は6.3節で取り上げた既存の方法の1つで、感性ワード間のあいまいな距離を考慮していない。

1. ある $\alpha$ を与え、すべての感性ワードの $\alpha$ -レベルデータ集合をつくり、それらがWard法によるクラスタリングの途中経過であるとみなして、クラスタの合併を進めていく。
2. 平均データベクトル間距離を感性ワード間距離とみなして、Fuzzy c-Means法を適用する。クラスタ数を仮定して、各感性ワードのそれぞれのクラスタへの帰属度を求める。

Ward法によるクラスタリング例を表3に示す。表3ではクラスタ数が7となったところを示している。 $\alpha$ を大きくしていけば平均データによるクラスタリングに近づいていく。逆に、 $\alpha$ を小さくしていけば多くの評定者のデータを考慮したクラスタリングとなる。 $\alpha=0.2$ の場合のWard法によるクラスタリング過程を図5に示す。

平均データを用いたFuzzy c-Means法によるクラスタリング結果を表4に示す。クラスタ数を7と指定し、ファジィネスを表すスムージングパラメータを1.3としている。また、初期分割は乱数で与えている。各感性ワードの横に並んでいる7つの数字は、その感性ワードの7つのクラスタへのメンバシップ値である。表4では、各感性ワードをもっとも大きなメンバシップ値を持つクラスタに帰属するものとして並べ替えている。

表3と比較すると、 $\alpha=0.2$ の場合のWard法によるクラスタリング結果と類似している。Fuzzy c-Means法では、クラスタ数、スムージングパラメータの値によって結果が大きく異なる。表4は表3と似通ったものとなるように調整したものである。

このように、パラメータを試行錯誤的に変更すれば2つの方法で似通った結果が得られることもある。ただし、ここでの数値実験は2つの手法の優劣を見ていくのではない。第2の方法による数値実験は感性ワード間のあいまいな距離を考慮していないので、あくまでも参考のために提示したものである。

## 7. おわりに

本研究においては、感性ワード間のファジィな距離の同定法と、ソフトなグルーピング手法について考察した。平均データにより構成された因子空間に個人のデータを写像することにより、感性ワードを因子空間

表3 Ward法によるクラスタリング例

クラスタ	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.8$
1	1 明るいイメージ 5 にぎやかな感じ 13 さわやかな 15 浮き浮きした感じ 18 華やかな雰囲気 30 派手な雰囲気	1 明るいイメージ 5 にぎやかな感じ 13 さわやかな 15 浮き浮きした感じ 18 華やかな雰囲気 30 派手な雰囲気	1 明るいイメージ 2 団らんの 3 個性的 4 ゆったりしている 6 ナチュラルな 7 都会的 12 社交的
2	2 団らんの 4 ゆったりしている 6 ナチュラルな 8 居心地良さそう 10 自然な 12 社交的 19 アンティーク調 20 使いやすそう 22 暖かみがある 32 開放的な感じ 33 親しみやすい	2 団らんの 4 ゆったりしている 6 ナチュラルな 8 居心地良さそう 10 自然な 12 社交的 20 使いやすそう 22 暖かみがある 32 開放的な感じ 33 親しみやすい	5 にぎやかな感じ 11 豪華そう 13 さわやかな 14 シティ派 16 特色がある 17 すっきりしている 20 使いやすそう 21 高級感がある 24 渋い 26 しゃれてる 29 シンプルな 31 素朴な 32 開放的な感じ 33 親しみやすい
3	3 個性的 9 斬新な感じ 16 特色がある 23 変化に富んでる	3 個性的 9 斬新な感じ 16 特色がある 23 変化に富んでる	8 居心地良さそう 10 自然な
4	7 都会的 14 シティ派	7 都会的 14 シティ派 17 すっきりしている 29 シンプルな	9 斬新な感じ
5	11 豪華そう 21 高級感がある 25 格調がある 26 しゃれてる 28 品がある	11 豪華そう 21 高級感がある 25 格調がある 26 しゃれてる 28 品がある	15 浮き浮きした感じ 18 華やかな雰囲気 25 格調がある 27 落ちついた感じ 28 品がある 30 派手な雰囲気
6	17 すっきりしている 29 シンプルな 31 素朴な	19 アンティーク調 31 素朴な	19 アンティーク調
7	24 渋い 27 落ちついた感じ	24 渋い 27 落ちついた感じ	22 暖かみがある 23 変化に富んでる

内のファジィ対象として認識する手法を開発した。従来法であるファジィデータの因子空間モデル[15]では、評定者変動量を保存することができないが、提案した手法では、これを実現できるのが特徴である。

なお、本稿で扱ったような3相データに対しては3相因子分析手法[16]が提案されているが、寄与率90%以上を考慮しようとするれば40次元以上の空間を考えなければならないという結果となった。これは、評定の個人差があまりにも大きいということを物語っており、

このことが本研究の動機にもなっている。

また、本研究では感性ワード間のあいまいな位置関係をとらえることを目的としたため、因子得点を固定し個人ごとに異なる因子負荷量を求めている。逆に、因子負荷量を共通とし、因子得点異なるような問題設定をすることも可能であり、この場合、商品サンプル間のあいまいな位置関係が因子空間において表現される。

表4 Fuzzy c-Means 法によるクラスタリング例

クラスタ		メンバシップ値						
18	華やかな雰囲気	0.99999	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
15	浮き浮きした感じ	0.99994	0.00005	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1	明るいイメージ	0.99581	0.00392	0.00008	0.00002	0.00006	0.00011	0.00001
5	にぎやかな感じ	0.95732	0.03979	0.00196	0.00001	0.00086	0.00005	0.00002
30	派手な雰囲気	0.82752	0.02114	0.14305	0.00015	0.00782	0.00019	0.00012
13	さわやかな	0.73187	0.16846	0.00381	0.00460	0.00654	0.08324	0.00147
33	親しみやすい	0.00024	0.99975	0.00000	0.00000	0.00001	0.00000	0.00000
8	居心地良さそう	0.00036	0.99955	0.00001	0.00000	0.00007	0.00001	0.00000
6	ナチュラルな	0.00034	0.99940	0.00002	0.00000	0.00021	0.00003	0.00001
10	自然な	0.00131	0.99722	0.00012	0.00000	0.00125	0.00006	0.00003
4	ゆったりしている	0.00287	0.99678	0.00003	0.00000	0.00029	0.00002	0.00000
20	使いやすそう	0.00507	0.99285	0.00011	0.00002	0.00098	0.00089	0.00008
32	開放的な感じ	0.00738	0.99257	0.00001	0.00000	0.00004	0.00001	0.00000
2	団らんの	0.00861	0.99134	0.00001	0.00000	0.00004	0.00001	0.00000
22	暖かみがある	0.02798	0.96703	0.00137	0.00002	0.00345	0.00010	0.00005
12	社交的	0.03839	0.96062	0.00023	0.00000	0.00073	0.00002	0.00001
16	特色がある	0.00000	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	個性的	0.00000	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
9	斬新な感じ	0.00001	0.00000	0.99995	0.00000	0.00004	0.00000	0.00000
23	変化に富んでる	0.00001	0.00001	0.99986	0.00000	0.00012	0.00000	0.00000
7	都会的	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
14	シティ派	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
25	格調がある	0.00000	0.00001	0.00002	0.00000	0.99997	0.00000	0.00000
11	豪華そう	0.00000	0.00001	0.00010	0.00000	0.99989	0.00000	0.00000
21	高級感がある	0.00003	0.00006	0.00117	0.00000	0.99868	0.00000	0.00005
28	品がある	0.00035	0.00345	0.00064	0.00003	0.99468	0.00013	0.00072
26	しゃれてる	0.00130	0.00255	0.01322	0.00002	0.98281	0.00003	0.00007
19	アンティーク調	0.03286	0.42427	0.05322	0.00122	0.45070	0.00790	0.02984
29	シンプルな	0.00006	0.00007	0.00001	0.00079	0.00003	0.99880	0.00024
17	すっきりしている	0.00060	0.00094	0.00009	0.00136	0.00032	0.99574	0.00094
31	素朴な	0.03371	0.07686	0.00907	0.01778	0.01495	0.77903	0.06861
27	落ち着いた感じ	0.00002	0.00005	0.00002	0.00006	0.00014	0.00082	0.99889
24	渋い	0.00002	0.00005	0.00017	0.00015	0.00065	0.00012	0.99883

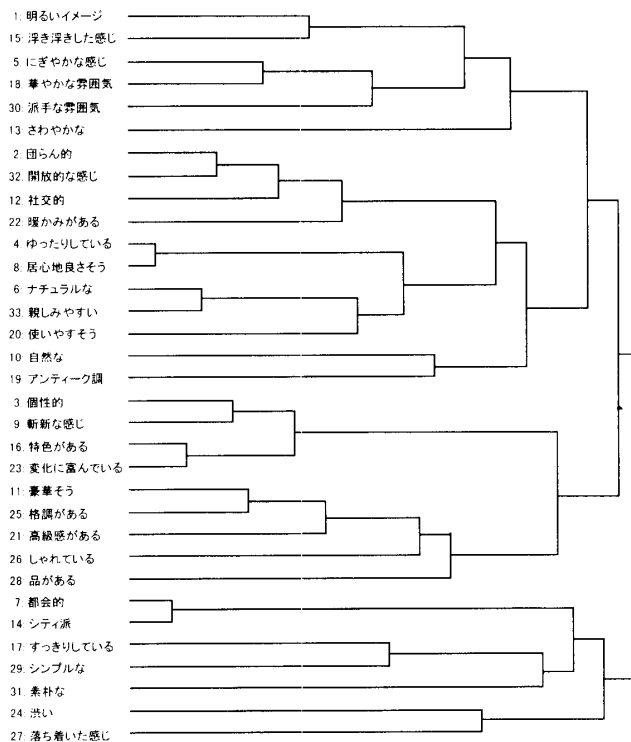


図5 Ward法によるクラスタリング過程 ( $\alpha=0.2$ )

参考文献

[1]長町三生：感性工学-感性をデザインに活かすテクノロジー、海文堂、1989。  
 [2]長町三生：感性商品学-感性工学の基礎と応用、海文堂、1993。  
 [3]井口征士：感性情報とは、電子情報通信学会編「感性情報処理」、pp.1-12、オーム社、1994。  
 [4]辻三郎編：感性の科学-感性情報処理へのアプローチ、サイエンス社、1997。  
 [5]C. Spearman：General intelligence, objectively determined and measured. *American Journal of Psychology*, Vol.15, pp.201-293, 1904。  
 [6]C. E. Osgood, G. J. Suci and P. H. Tannenbaum： *The Measurement of Meaning*. Univ. of Illinois Press, 1957。  
 [7]M. Sato and Y. Sato：Fuzzy clustering model for fuzzy data. In：Proc. of 4th IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems, pp.2123-2128, Yokohama, Japan, March 20-24, 1995。

- [8] D. Dubois and H. Prade : *Fuzzy Sets and Systems-Theory and Applications*. Academic Press, Inc., San Diego, 1980.
- [9] J. H. Ward, Jr. : Hierarchical grouping to optimize an objective function. *J. Amer. Statist. Assoc.*, Vol. 58, pp.236-244, 1963.
- [10] J. B. MacQueen : Some methods for classification and analysis of multivariate observations. Proc. of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, University of California Press, 1967.
- [11] G. H. Ball and D. J. Hall : ISODATA-A novel method of data analysis and pattern classification. Stanford Research Institute, NTIS Report AD699616, 1965.
- [12] J. Dunn : A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters. *J. Cybernetics*, Vol.3, pp.32-57, 1974.
- [13] J. C. Bezdek : *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Plenum Press, 1981.
- [14] 大山達雄 : 最適化モデル分析. 日科技連, 1993.
- [15] 中森義輝・佐藤和明・和多田淳三 : ファジィデータの因子空間モデル. 日本ファジィ学会誌, 第9巻, 第1号, pp.99-107, 1997.
- [16] 圓川隆夫 : 多変量のデータ解析. 朝倉書店, 1988.

(1998年7月22日 受付)  
(1999年5月18日 再受付)

[問い合わせ先]

〒923-1292  
石川県能美郡辰口町旭台1-1  
北陸先端科学技術大学院大学  
知識科学研究科  
中森 義輝  
TEL : 0761-51-1755  
FAX : 0761-51-1149  
E-mail : nakamori@jaist.ac.jp

### 著者紹介

中森 義輝 (なかもり よしてる)

北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科

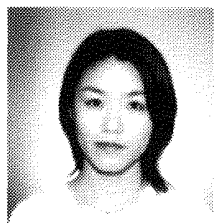
1979年 京都大学大学院工学研究科数理工学専攻博士課程修了。工学博士。甲南大学理学部応用数学科勤務を経て、1998年4月より北陸先端科学技術大学院大学教授。1984年10月より1985年11月まで、国際応用システム解析研究所(オーストラリア)研究員。1986年4月より環境庁国立環境研究所客員研究員。1992年9月より大連理工大学客員教授兼務。日本ファジィ学会、計測自動制御学会、環境科学会、IEEEなどの会員。



川中 愛 (かわなか あい)

富士ソフト ABC 株式会社

1998年3月 甲南大学大学院自然科学研究科情報・システム科学専攻修了。現在、富士ソフト ABC 株式会社において OA 機器関連ツールの開発に従事。



## Expression of Vagueness in Factor Space

by

Yoshiteru NAKAMORI and Ai KAWANAKA

### Abstract :

Kansei Engineering and Kansei Information Processing are often used recently to understand the impression or feeling of people for physical objects. A set of qualitative data obtained by rating a product usually has a large variance reflecting tastes and preferences of individuals. It is sensible to express such fluctuations by fuzzy numbers to treat vagueness and uncertainty of the feeling of individuals. This paper proposes a factor analysis technique for fuzzy data of rating scores measured by words that are mainly adjectives. Fuzzy factor loading is determined as fuzzy numbers through a data mapping technique. Thus, words are identified as fuzzy objects in the factor space. After fuzzy distances between words in the factor space are defined, a number of clustering techniques are examined to obtain a partition of words.

Contact Address : **Yoshiteru NAKAMORI**

Graduate School of Knowledge Science,  
Japan Advanced Institute of Science and Technology  
1-1 Asahidai, Tatsunokuchi, Ishikawa 923-1292, Japan  
TEL : 0761-51-1755  
FAX : 0761-51-1149  
E-mail : nakamori@jaist.ac.jp