

Title	エネルギー整形にもとづくマニピュレータのロバスト制御に関する研究
Author(s)	田中, 奈津夫
Citation	
Issue Date	1999-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/873
Rights	
Description	Supervisor: 藤田 政之, 情報科学研究科, 博士

博 士 論 文

**エネルギー整形にもとづく
マニピュレータのロバスト制御に関する研究**

指導教官 藤田 政之 助教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報システム学専攻

田中 奈津夫

1999 年 3 月

Copyright © 1999

by

Natsuo Tanaka

要 旨

機械システムであるロボットマニピュレータの制御において、力学的エネルギーを考慮した制御法は従来研究からも本質的なアプローチであると考えられる。そのひとつである SP-D (Saturated Proportional and Differential) 制御は、フィードバックする誤差の一部に飽和特性を付与する手法であり、マニピュレータシステムのポテンシャルエネルギー関数を整形することによって誘導される。マニピュレータのダイナミクスモデルに含まれるパラメトリックな不確かさや手先に加わる外乱外力に対するロバスト性に注目し、SP-D 制御を発展させているのが本研究の特徴である。

本論文では、まず、フィードバックする誤差変数を再構成し、ダイナミクス補償項を導入することで追従制御問題に対して、従来の定置制御に用いていた SP-D 制御則を適用できるように拡張する。

リンクパラメータの不確かさなど、ダイナミクス補償項にパラメトリックな不確かさが存在する場合には望ましくない摂動が引き起こされるが、この影響は実際のマニピュレータ制御では不可避であり、パラメトリックな不確かさが存在する場合にも所望の追従性能を達成できるロバスト性が必要となる。そこで、本研究ではエネルギー整形にもとづいたロバスト軌道追従 SP-D 制御則を提案する。この制御則は、大きさが既知の不確かさが引き起こす望ましくない摂動を抑制するように、補助入力を加えた制御則となっている。提案する制御則によって構成される閉ループ系は、追従誤差をある有界な大きさに抑え、一様終局的有界性を満足することが示される。

さらに、手先に力センサを備えたマニピュレータが環境(対象物体)に接触する場合の力制御問題について考える。接平面の法線方向に関して弾性的な環境に手先が点接触する場合の力/位置制御問題と接平面上の軌道追従制御問題を同時に達成する SP-D 制御則が、本論文の2つ目の主要結果である。ダイナミクス補償項に含まれるパラメトリックな不確かさに対し、提案する制御則はロボット特有の適応制御により対処する。また、手先に加えられる外乱外力から位置、速度、力の各誤差で構成される被制御量までの系の誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲインが有界な値で抑えられ、外乱外力に対するロバスト性(外乱抑制性能)を有することを示す。

これら提案される各制御則の有効性は、水平2自由度ダイレクトドライブマニピュレータを使った実験により検証を行っている。

目次

要旨	i
記号表	iv
1 はじめに	1
1.1 研究の意義, 背景	2
1.2 研究の目的, 範囲	4
1.3 本論文の構成	5
2 実験装置の構成	7
2.1 マニピュレータシステム	8
2.2 弾性環境	11
2.3 本章のまとめ	11
3 マニピュレータのダイナミクスモデルと不確かさ	12
3.1 マニピュレータのダイナミクスモデルとその性質	13
3.2 モデルに含まれるパラメトリックな不確かさ	14
3.3 弾性環境モデル	15
3.4 本章のまとめ	16
4 エネルギー整形と飽和関数	17
4.1 整形されたエネルギー関数と飽和関数の関係	18
4.2 飽和関数の具体例	23
4.3 本章のまとめ	26
5 ノミナル軌道追従 SP-D 制御	27
5.1 ノミナル軌道追従 SP-D 制御則	28

5.2	漸近安定性	30
5.3	ノミナル追従制御実験	34
5.4	本章のまとめ	48
6	ロバスト軌道追従 SP-D 制御	49
6.1	パラメトリックな不確かさの影響	50
6.2	ロバスト軌道追従 SP-D 制御則	57
6.3	一様終局的有界性	58
6.4	ロバスト追従制御実験	64
6.5	本章のまとめ	77
7	弾性環境に接触するマニピュレータの力制御	78
7.1	制御問題の定式化	79
7.2	適応 H_∞ アプローチによる SP-D 制御	83
7.3	安定性解析	84
7.4	外乱抑制性能解析	88
7.5	力/位置制御および追従制御実験	93
7.6	本章のまとめ	109
8	おわりに	110
8.1	まとめ	110
8.2	今後の展望	112
	謝辞	113
	参考文献	114
	本研究に関する発表論文	117

記号表

$\mathfrak{R}$	実数空間
$\mathfrak{R}^n$	実数で構成される n 次のベクトル空間
$\mathcal{C}^n$	n 階連続微分可能な関数空間 ($n = 1, \dots, \infty$)
$:=$	定義する
$\in$	属す
$(\boldsymbol{x})_i$	ベクトル $\boldsymbol{x}$ の第 i 要素
$\text{diag}\{a_1, \dots, a_n\}$	$a_1, \dots, a_n$ を要素とする対角行列
$\boldsymbol{A}^T$	行列 $\boldsymbol{A}$ の転置行列
$\boldsymbol{A}^{-1}$	行列 $\boldsymbol{A}$ の逆行列
$\det(\boldsymbol{A})$	行列 $\boldsymbol{A}$ の行列式
$\lambda_{\min}(\boldsymbol{A})$	行列 $\boldsymbol{A}$ の最小固有値
$\lambda_{\max}(\boldsymbol{A})$	行列 $\boldsymbol{A}$ の最大固有値
$ \cdot $	絶対値
$\ \cdot\ $	ユークリッド ノルム
$\ \cdot\ _2$	$\mathcal{L}_2$ ノルム
$\ \cdot\ _{i2}$	$\mathcal{L}_2$ ノルムによる系の誘導 $\mathcal{L}_2$ ノルム

第 1 章

はじめに

ロボットマニピュレータがはじめて世の中に現れた 1960 年代以降，70 年代は実用化に，80 年代はその普及にと努力が注がれてきた．その結果，溶接，塗装，組み立てなどの作業を行うロボットが産業界に受け入れられた．90 年代は，土木・建設，警備・監視，医療・福祉といった分野への応用に期待がかけられ研究が行われてきたが，現実には従来ほどの発展がみられていない．これら新たな分野への応用には今まで以上のロボットの高性能・高知能化が要求されるためであり，今後は現在までに欠けていたロボット制御技術を開発していく必要がある．その技術の幾つかは理論的考察の上に築かれると考えられ，それ故，ロボット制御理論を補強することは重要である．ここに本研究の出発点があり，力学的エネルギーの点からマニピュレータ制御を考え直す．

以下では，本研究の意義および関連する従来研究 (背景) を紹介し，研究の目的および本研究で扱う範囲について述べる．

1.1 研究の意義，背景

従来，ロボットマニピュレータは自動車産業を中心とする産業界で溶接，塗装，組み立てなどの作業に多く使われてきた．近年では，警備・監視，医療・福祉の分野などで応用が期待されている．しかし，現実には従来ほどの発展が見られず，新たな分野への応用は停滞していると言える．

1995 年度に始まった文部省科学研究費重点領域プロジェクト「感覚と行動の統合による機械知能発現機構の研究」は，行き詰まりの感があるロボット応用においてブレークスルーとなり得るひとつの方針を提示している [1, 2]．このプロジェクトに参加するある研究者グループは，「技量の力学的理解」と名づけられた課題の下，マニピュレータのダイナミクス表現を通じて作業がスムーズに運ぶプロセスを探求し，力学的エネルギーの点からマニピュレータ制御を見直している [3]．機械システムであるマニピュレータを制御する場合，その力学的エネルギーに注目することは，文献 [4, 5, 6, 7, 8] などに紹介される従来の制御方法からも本質的であると思われる．力学的エネルギーの観点から考察したマニピュレータ制御に関する研究で，興味深いものを以下に紹介する．

1981 年，複雑な非線形性と干渉性をもつ垂直多関節型マニピュレータの位置決め問題 (定置制御問題) において，重力項さえ補償すれば簡単な各関節ごとの PD 制御で構成される閉ループ系の平衡点は大域的に漸近安定となることが示された [9]．リアルタイムの重力項補償でなく，目標位置 (姿勢) での重力項を補償した PD 制御による平衡点の大域的漸近安定性についても Kelly [10] によってまとめられている．しかし，リンクの重心位置，慣性モーメントなどリンクパラメータの不確かさや手先に加えられる負荷変動などの理由により正確な重力項モデルが未知の場合，完全に重力項を補償することができない．この場合，構成される閉ループ系は (誤差を零とする) 目的とは異なる状態で平衡し，定常偏差 (オフセット) が残る．この定常偏差を取り除くには積分動作が有効であり PID 制御法が期待されたが，1984 年，有本・宮崎によって行われた PID 制御による安定性解析では，平衡点の局所的漸近安定性しか保証されていない [11]．

1994 年，フィードバックする位置誤差に飽和特性を与える SP-D (Saturated Proportional and Differential) 制御によって構成される閉ループ系に関して，速度と飽和特性をもつ位置誤差の線形和からなる出力とトルク入力の間を受動性が成立することが見出される [12, 13] と，この性質を用いた PID 型の制御則は積分動作を含みながらも平衡点の大域的漸近安定性を保証することが示された．平衡点の漸近安定性が大域的となる要因は，線形 PID 制御

則が位置誤差に関する2次形式のポテンシャルエネルギーを用いているのに対して、この制御則は「整形された」ポテンシャルエネルギーを利用していることに起因する [12, 13]. 1996 年、エネルギー整形にもとづくこの制御法は、マニピュレータの動特性を電気回路網的に捉える新たな理論的枠組を与える制御法として紹介されるようになっている [14, 15].

最近のロボットに関する最大の国際会議 IEEE International Conference on Robotics and Automation でも、Motion Control や Robot Systems Control と称されるセッションが存在し、エネルギー整形にもとづいた制御法が扱われている。また、リアプノフベース法や受動性にもとづく方法などエネルギーに着目したマニピュレータの制御法は、文献 [5, 7, 8, 15] などでも重要な制御法として取り上げられている。

文献 [12, 13, 15, 16] などのエネルギー整形から誘導される SP-D 制御に関する従来研究の多くは、関節空間の定置制御問題における安定性解析に注目している。マニピュレータのダイナミクス表現を用いた安定性解析は、この制御法の本質を見出すために有効である。しかし、定置制御問題の安定性解析だけでエネルギー整形にもとづいた SP-D 制御を十分に研究しているとは言えないところもある。マニピュレータの作業によっては目標値が変化する追従制御問題が考えられ、この場合、良好な追従性能を得るためにダイナミクスモデルを使って動特性補償を行うモデルベース制御との融合が有効である。そこで、定置制御問題で提案された SP-D 制御則を拡張し、マニピュレータのダイナミクス補償項を加えた軌道追従 SP-D 制御則を考える。

次に、積分動作を導入する原因ともなった、ダイナミクスモデルに含まれる不確かさの問題に対処する必要がある。リンクの重心位置や回転モーメントなどのリンクパラメータは、同定実験を繰り返しても計測精度によるパラメトリックな不確かさが存在する。また、手先効果器の交換などの負荷変動によってもマニピュレータの動特性は変化し、モデルベース制御ではダイナミクスモデルに含まれるこれらの不確かさの影響を避けることができない。パラメトリックな不確かさがダイナミクスモデルに存在する場合でも良好な追従が行われるように、マニピュレータ特有の適応制御 [5, 7, 8, 17] やロバスト制御 [8, 18, 19] などを利用することが必要となる。適応制御の手法を加えた SP-D 制御則 [15] は提案されているが、ロバスト制御 [8, 19] と関連させたものは調べる限り見当たらず、この研究を行うことでエネルギー整形にもとづいたマニピュレータ制御理論の補強に役立つものと考えられる。また、不確かさに対するロバスト性の考慮は、エネルギー整形にもとづく SP-D 制御則を実際のマニピュレータに適用する際に有効なひとつの手法として期待できる。

さらに、追従制御問題だけでなく力制御問題に対する SP-D 制御の適用についても考えられる。文献 [15] にはマニピュレータの手先が剛体環境に拘束される場合について主に考察されているが、本論文では弾性環境に接触する場合を扱う。手先が環境と点接触する場合に、接平面の法線方向に弾性的な環境を一定の力で押しつつ、接平面上の目標軌道を追従する制御問題 [20, 21] について考える。この制御問題では、法線方向に沿った力/位置制御と接平面上の追従制御を同時に達成する制御則を構成する必要がある。環境に接触する手先には、備え付けられた力センサによって測定される外力の他に、センサ部以外の手先部分に加えられる外力やセンサノイズ等に起因する外乱外力が存在し得る。測定可能な外力に対しては、これを補償するような関節トルクを構成し補償すればよいが、観測できない外乱外力に対してロバスト性を考慮しておく必要がある。

1.2 研究の目的，範囲

本論文では、まず、従来研究で扱われてきた定置制御問題に対する SP-D 制御則を参考に、フィードバックする誤差変数を構成し直し、マニピュレータダイナミクスの補償項を追加して追従制御問題に適用できるように拡張する。ダイナミクスモデルに不確かさが存在しないと仮定した場合、拡張したノミナル軌道追従 SP-D 制御則によって構成される閉ループ系の平衡点が大域的に漸近安定となることを示す。そして、提案した制御則により追従が可能であることを実際のマニピュレータを使った実験で確認する。

次に、ダイナミクスモデルに含まれるパラメトリックな不確かさに対するロバスト制御を考える。不確かさの情報を積極的に利用するロバスト制御 [8, 19] の考え方をノミナル軌道追従 SP-D 制御則に導入する。ここでは、パラメトリックな不確かさがダイナミクスモデルに存在する場合でも所望の制御性能を達成するように、追従誤差に依存する補助入力を用いた制御則を提案する。この制御則は不確かさが正確に分からないまでもその大きさが既知である場合に有効であり、ロバスト性解析において要求される追従性能と不確かさの関係について述べる。

また、マニピュレータの手先が弾性環境と接触する場合の力制御問題に対する SP-D 制御について考える。接平面の法線方向に対して一定の力で手先を押付けながら、接平面上の他方向に対して軌道追従させる動作を制御問題とする。すなわち、接平面の法線方向に関して力/位置制御を、接平面上では追従制御を同時に達成する制御則を構成する。この制

御問題では外乱外力やヤコビ行列に含まれる不確かさが存在するため、前述のロバスト制御の手法は適用できない。そこで、マニピュレータダイナミクスに含まれるパラメトリックな不確かさについてはロボット特有の適応制御により対処する。さらに、手先に加わる外乱外力に対するロバスト性 (外乱抑制性能) に関して、制御系の誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲイン [22, 23] を用いた $\mathcal{H}_\infty$ 制御のアプローチ [24] を SP-D 制御に適用し考察を行う。具体的には、運動エネルギーと整形されたポテンシャルエネルギーで構成された制御系のエネルギー関数がハミルトンヤコビ不等式を満足し、外乱外力が追従誤差で構成される被制御量に及ぼす影響を有界な値に抑制することを示す。

これらの制御問題に対し、エネルギー整形にもとづいて構成した各制御則を、水平 2 自由度ダイレクトドライブマニピュレータに実装し、実験的にその有効性を検証する。

1.3 本論文の構成

本論文は次の 8 章から構成される (図 1.1 参照)。

第 1 章は、エネルギー整形にもとづく SP-D 制御法のロボット制御における位置づけおよび従来研究について述べ、本研究の方向性を示している。

第 2 章では物理的イメージを捉える意味で、本研究で利用する実験装置について先に説明する。その後、制御対象とする一般的なロボットのダイナミクスおよびその性質、またダイナミクスモデルに含まれるパラメトリックな不確かさについて第 3 章でまとめる。

第 4 章は本研究の鍵となる整形されたエネルギーと飽和特性をもつ関数の性質についてまとめ、その関数の具体例を挙げる。

第 5 章では、定置制御に用いられていた従来の SP-D 制御則を軌道追従制御問題に利用できるように拡張する。ダイナミクスモデルに不確かさがないと仮定した場合、提案する制御則が閉ループ系の平衡点を大域的漸近安定とすることを、前章の整形されたエネルギー関数を使って示す。また、第 2 章で紹介した実験装置により、その有効性を検討する。

第 6 章は、パラメトリックな不確かさにより生ずる望ましくない摂動を抑制するように、補助入力を加えたロバスト軌道追従 SP-D 制御則を提案する。提案する制御則により、構成される閉ループ系が一様終局的有界性を満足することを示す。また、実験により提案する制御則の有効性を検証する。

第 7 章では、手先が弾性環境に接触する場合の力制御問題を扱う。制御問題を接平面上

の軌道追従制御と接平面の法線方向に沿った力/位置制御と捉え、これらを同時に満足する SP-D 制御則を考える。このとき、マニピュレータシステムの整形されたエネルギー関数がハミルトンヤコビ不等式を満足し、手先に加えられる外乱外力に対する外乱抑制性能を有することを示す。これより、外乱外力が位置、速度および力の誤差を含む被制御量の大きさを有界に抑える (系の誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲインが有界となる) ことを示す。パラメトリックな不確かさに対しては適応制御を併用し、第 6 章と同様に実験により提案する制御則の有効性を検証する。

最後に、第 8 章で本研究で得られた結果についてまとめ、問題点や今後の展望などについて述べる。

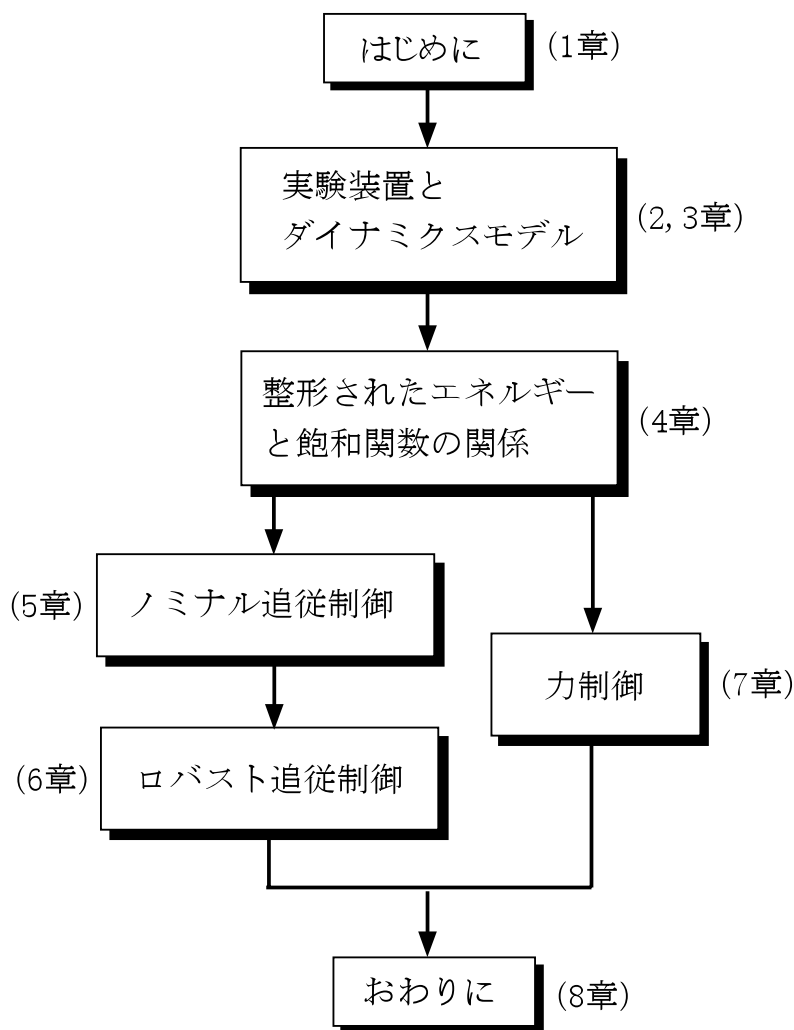


図 1.1: 本論文の構成

第 2 章

実験装置の構成

この章では，本研究で用いる実験装置について説明し，最初に制御対象の物理的イメージを与える．実験装置は，概ね以下に示す構成となっている．

- マニピュレータシステム
 - － ホストコンピュータ
 - － DSP (Digital Signal Processor) システム
 - － 信号増幅装置
 - － 水平 2 自由度ダイレクトドライブ (Direct Drive, DD) マニピュレータ
- 弾性環境

第 5 章，第 6 章の追従制御実験ではマニピュレータシステムのみを利用し，第 7 章の力制御実験で弾性環境を併用する．

2.1 マニピュレータシステム

図 2.1 にマニピュレータシステムの構成図を示す。マニピュレータシステムは、大きく次の4ブロック (ホストコンピュータ, DSP システム, 信号増幅装置, DD マニピュレータ) で構成される。以下に各ブロックについて説明する。

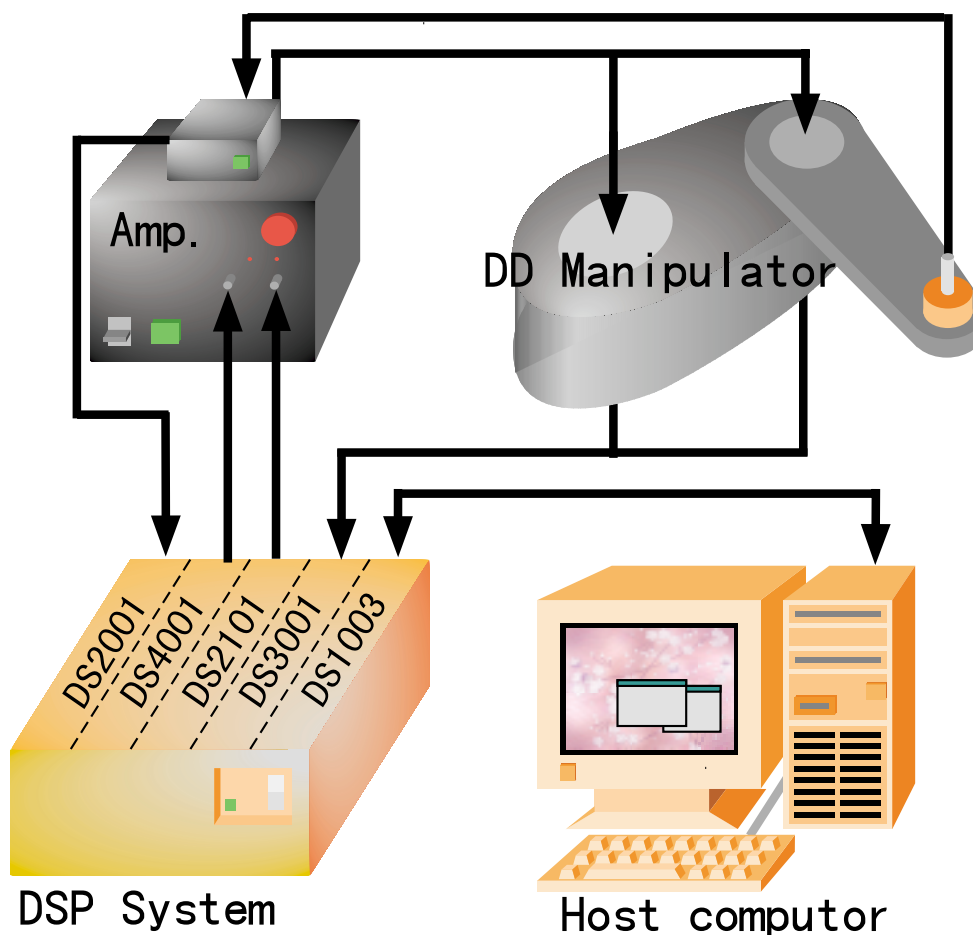


図 2.1: マニピュレータシステム

ホスト コンピュータ

PC/AT 互換機を使用し, DSP システムとバス接続 (PC-AT Bus) されている。ホストコンピュータ上では, C 言語によりコントローラのプログラミングを行う。作成したソースコードを (TI C compiler により) コンパイルし, 次に説明する DSP システムにダウンロードする。また, DSP システムからタイマ割り込みにより送り出される信号を, 信号解析

ツール Trace40w (dSPACE 製) を用いて表示・保存する.

DSP (Digital Signal Processor) システム

ロボットマニピュレータのリアルタイムディジタルコントローラである. 次の各ボードから構成される.

- **DS1003 Parallel DSP Board** (dSPACE 製)

TMS320C40 浮動小数点 DSP(Texas Instrument 製) を搭載するプロセッサボードである. 本実験装置におけるコントローラのメインボードであり, 32bit, 40MHz で動作する.

- **DS2001 High Resolution ADC Board** (dSPACE 製)

マニピュレータの手先に取り付けられた力/トルクセンサからのアナログ信号をディジタル信号に変換する A/D 変換ボードである. 5 チャンネルパラレル独立 A/D 変換, 分解能 16bit, 変換時間 $5 \mu\text{s}$, 入力レンジ $\pm 10 \text{ V}$.

- **DS2101 D/A Converter Board** (dSPACE 製)

コントローラからアクチュエータアンプへ制御入力信号を伝達するときの D/A 変換ボードである. 5 チャンネルパラレル独立 D/A 変換, 分解能 12bit, 静定時間 $3 \mu\text{s}$, 出力レンジ $\pm 10 \text{ V}$.

- **DS3001 Incremental Encoder Board** (dSPACE 製)

マニピュレータの関節角度を測定するためのインクリメンタルエンコーダインタフェースボードである. 増分式位置センサ直結用 5 独立チャンネル, 分解能 24bit.

- **DS4001 Digital I/O and Timer Board** (dSPACE 製)

外部割込みにより非常停止信号や速度/トルク制御切換え信号の取得を行うタイマ, デジタル I/O ボードである. デジタル入出力 32bit, 8bit 毎のグループで入出力設定可能.

信号増幅装置

アクチュエータアンプ (東芝製) と力センサアンプ (ビー・エル・オートテック製) から構成される. アクチュエータアンプは DS2101 D/A Converter Board からアクチュエータへの制御入力信号を, 力センサアンプは力/トルクセンサから DS2001 High Resolution ADC Board へのセンサ信号を増幅する.

ダイレクトドライブマニピュレータ

水平2自由度DDマニピュレータ SR-402DD(s) (東芝製). 台座側から第1関節, 第2関節としたとき, DR1070E00, DR1015B00 (横河プレシジョン製) がそれぞれの関節を駆動するACサーボモータとなっている. 関節ごとにエンコーダが取付けられ, DS3001 Incremental Encoder Board を通して各関節角度を測定できる.

また, マニピュレータの手先にはビー・エル・オートテック製の力/トルクセンサ 5/50 HSS (図 2.2 参照) が取り付けられ, 手先に加えられた力およびトルクを力センサアンプおよび DS2001 High Resolution ADC Board を介して測定できる. この力/トルクセンサの分解性能を表 2.1 に示しておく.

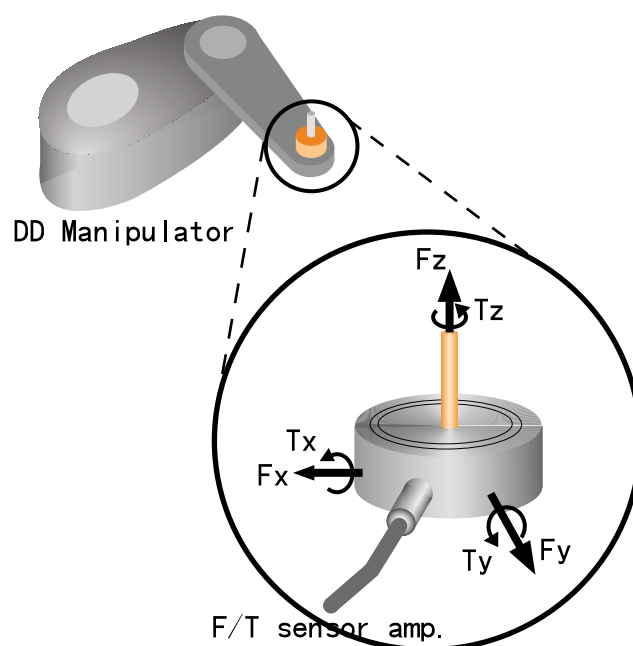


図 2.2: 力/トルクセンサ 5/50 HSS

表 2.1: 力/トルクセンサの分解性能 [28]

方向	精度
F_x, F_y	0.049 N
F_z	0.147 N
T_x, T_y, T_z	0.00294 Nm

2.2 弾性環境

図 2.3 に表すように，可動バンパ部 (movable plate) とそれを支える土台から構成される．バンパ部は図中 X 軸方向の 1 自由度を有し，バンパ部と土台の間はバネで接続されている．

バンパを支える接続部は，X 軸方向の摩擦による抵抗を小さくするようにスライドベアリングを用いて作られている．Y 軸方向に対しても摩擦を小さくするため，バンパ部と接触するマニピュレータの手先部分にベアリングを取り付ける．この弾性環境を用いて，第 7 章の力/位置制御を X 軸方向に，接平面上の軌道追従制御を Y 軸方向に沿って行う．

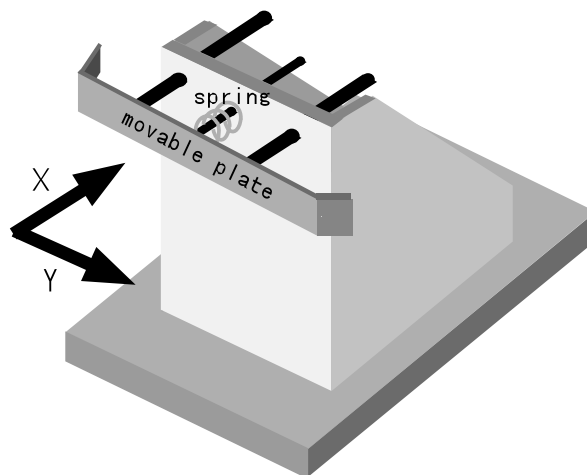


図 2.3: 弾性環境

2.3 本章のまとめ

この章では各章で使用する実験装置について説明し，ロボットマニピュレータの具体的なイメージを与えた．ここで扱うマニピュレータは回転型関節だけで構成され，2 自由度しか有していないが，本論文で提案する制御則の検証に必要な仕様を満足している．

第 3 章

マニピュレータのダイナミクスモデルと不確かさ

本章では n 自由度を有する垂直多関節型のマニピュレータのダイナミクスモデルについて説明し，以下のことについて記述する．

- マニピュレータのダイナミクスモデルとその性質
- ダイナミクスモデルに含まれるパラメトリックな不確かさ
- 弾性環境モデル

3.1 マニピュレータのダイナミクスモデルとその性質

空間の自由度に対して関節の数が冗長とならない次式の n 自由度マニピュレータについて考える.

$$\underbrace{M(q)\ddot{q}}_{\text{慣性力項}} + \underbrace{C(q, \dot{q})\dot{q}}_{\text{コリオリ・遠心力項}} + \underbrace{g(q)}_{\text{重力項}} = \underbrace{\tau}_{\text{関節トルク}} \quad (3.1)$$

ここで, $q \in \mathbb{R}^n$ および $\tau \in \mathbb{R}^n$ は, それぞれ関節角度ベクトルおよび関節トルクベクトルである. 記号 $\dot{\cdot}$ および記号 $\ddot{\cdot}$ は時間微分を意味し, 本研究では関節角速度が測定できるものと仮定する. また, 左辺の $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$, $g(q) \in \mathbb{R}^n$ は, それぞれ慣性行列, コリオリ・遠心力項ベクトル, 重力項ベクトルを表し, 次の性質をもつことが知られている [5, 7, 8].

(P1) 任意の q に対して $M(q)$ は正定対称.

(P2) 任意の $q, \dot{q}$ に対して $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ は歪み対称.

これらの性質は安定性解析に有効な性質である.

また, (3.1) 式の左辺は, 適切に定められたリグレッサ $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ と各リンクの質量, 長さ, 重心位置, 重心位置まわりの慣性モーメントなどのリンクパラメータで構成される物理パラメータベクトル $\theta \in \mathbb{R}^m$ により

$$(P3) \quad M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta$$

と表わせることも知られている. このリグレッサ表現は一意でなく任意性がある [8].

なお, 図 2.1 の水平 2 自由度マニピュレータでは, リグレッサ $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ や物理パラメータ θ を次のようにとることができる.

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) := \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 & \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 & (2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \cos(q_2) - (\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) \sin(q_2) \\ 0 & \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 & \ddot{q}_1 \cos(q_2) + \dot{q}_1^2 \sin(q_2) \end{bmatrix}$$

$$\theta := \begin{bmatrix} m_1 l_{g1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 \\ m_2 l_{g2}^2 + I_2 \\ m_2 l_1 l_{g2} \end{bmatrix}$$

ただし, m_i, l_i, l_{gi}, I_i ($i = 1, 2$) はそれぞれ台座側から第 i リンクの質量, 長さ, 重心位置, 重心位置まわりの慣性モーメントである (図 3.1 参照).

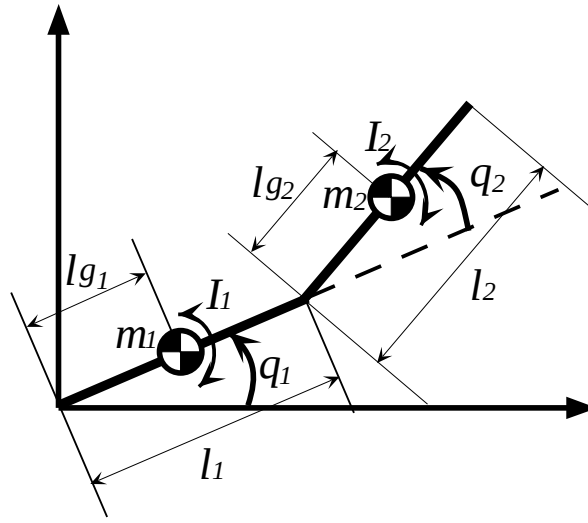


図 3.1: リンクパラメータ

3.2 モデルに含まれるパラメトリックな不確かさ

前述の物理パラメータ θ は各リンクパラメータが結合されたものである。したがって、各リンクの質量、長さ、重心位置、慣性モーメントなどを同定し計算すればその数値が得られる。あるいは、もっと直接的に物理パラメータを同定する方法も紹介されている [8, 25].

しかし、どちらの同定を行ったとしても、マニピュレータの手先に負荷変動が生ずるだけで同定した θ の値は不正確となる。また、負荷変動がない場合に精密な測定を試みたとしても、測定器の精度上、厳密に正確な物理パラメータを得ることはできない。すなわち、実際のマニピュレータの動特性が (3.1) 式で表されたとしても、我々が利用できるマニピュレータのモデル (公称モデル) は、パラメトリックな不確かさ $\tilde{\theta} \in \mathbb{R}^m$ を含むものとなる。この問題は実際のマニピュレータを扱う場合には避けて通ることができず、不確かさに対するロバスト性 (頑強性) が重要になる。当然のことながら実際のマニピュレータには、パラメトリックな不確かさだけでなく、摩擦、バックラッシュ、不感帯、柔軟性などのモデル化されない不確かさや、外乱、ノイズなどが存在し、不確かさは多岐にわたる。しかし、全ての不確かさをモデル化することは困難であり、仮にモデル化できたとしても取り扱いが不便な煩雑なものになってしまう。そこで、本研究ではまずパラメトリックな不確かさのみに注目することとする。

(3.1) 式で表されるマニピュレータダイナミクスに対し、パラメトリックな不確かさを含

む公称モデルを次式で表す.

$$\hat{M}(q)\ddot{q} + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{g}(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\hat{\theta} = \tau \quad (3.2)$$

ただし, 記号 $\hat{\cdot}$ は公称値を意味する. また, $M(q), C(q, \dot{q}), g(q)$ の各不確かさを

$$\begin{aligned} \tilde{M}(q) &:= \hat{M}(q) - M(q) \\ \tilde{C}(q, \dot{q}) &:= \hat{C}(q, \dot{q}) - C(q, \dot{q}) \\ \tilde{g}(q) &:= \hat{g}(q) - g(q) \end{aligned}$$

で定義し, 記号 $\sim$ で表す. マニピュレータダイナミクスの性質 (P3) を用いて表す場合, パラメトリックな不確かさは物理パラメータ θ に集約され,

$$\tilde{\theta} := \hat{\theta} - \theta \quad (3.3)$$

となる. ここで, $\hat{\theta} \in \mathbb{R}^m$ は公称物理パラメータである.

パラメトリックな不確かさの正確な値を得ることは困難であるが, 幾度か同定を行うことで不確かさの大きさを得ることは可能である. パラメトリックな不確かさの各要素を $\tilde{\theta}_i$ ($i = 1, \dots, m$) で表わすと, 各不確かさの大きさ $|\tilde{\theta}_i|$ が既知の定数 ρ_i で抑えられる. すなわち,

$$|\tilde{\theta}_i| \leq \rho_i \quad (3.4)$$

であると仮定できる. この定数 ρ_i は第6章で紹介するロバスト制御で用いられる.

3.3 弾性環境モデル

図2.3にある弾性環境を例にとりて, その数式モデルについて述べる. ばねの弾性係数を $k_{eX}(>0)$ とし, 可動バンパと土台の間の摩擦がないと仮定する. 添字 X は X 軸方向を意味する. 図2.3の X 軸方向に沿って力 f_X が可動バンパ部に加えられたときのバンパの位置 p_X と力加えられていない状態での可動バンパ部の位置 p_{0X} の間には

$$f_X = k_{eX}(p_X - p_{0X}) \quad (3.5)$$

の関係が成立する. 一般に, 弾性係数を対角行列 $K_e \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 手先位置を $p \in \mathbb{R}^n$, 手先に加えられる接触力を $f \in \mathbb{R}^n$ で表せば, 弾性環境モデルは次式のようになる.

$$f = K_e(p - p_0) \quad (3.6)$$

ただし, $p_0 \in \mathbb{R}^n$ は, 接触力が零となる手先位置である.

マニピュレータの手先が接触する環境によって弾性係数は異なり, 正確な環境モデルを得ることは困難である. しかし, 環境モデルの不確かさの影響は接触する手先に加えられ, これを外乱外力として取り扱うことができる. したがって, 本研究の力制御では弾性係数に含まれる不確かさに対するロバスト性は手先に加えられる外乱外力に対するロバスト性として考慮することとし, 上式の弾性環境モデル (3.6) 式を利用する.

3.4 本章のまとめ

本章では, マニピュレータのダイナミクスモデルを示し, その性質についてまとめた. また, マニピュレータの不確かさについて言及し, ダイナミクスモデルに含まれるパラメトリックな不確かさについて記述した. 手先が接触する弾性環境のモデル化も行い, 弾性係数の不確かさなどによる影響を外乱外力として捉えることとした.

第 4 章

エネルギー整形と飽和関数

本研究の鍵である，SP-D 制御に用いる飽和特性を有する関数 (以後，飽和関数と呼ぶ) とエネルギー関数の性質およびその関係について本章で記述する．

第 5 章以降で構成される閉ループ系では，そのポテンシャルエネルギー関数の整形によりフィードバックする誤差の一部に飽和特性を与える SP-D 制御が誘導される．そこで，整形されたエネルギー関数と飽和関数について先にまとめておく．特に，

- 整形されたエネルギー関数の性質
- 飽和関数の性質
- 整形されたエネルギー関数と飽和関数の関係

が明らかになるようにし，具体例を示しておく．

4.1 整形されたエネルギー関数と飽和関数の関係

整形されたエネルギー関数を $U(\cdot)$, 飽和関数を $\varphi(\cdot)$ で表し, その関係についてまとめる.

(エネルギー関数 U の性質)

- $U(\mathbf{x}) \in \mathcal{C}^2$ (4.1)

- $U(\mathbf{x}) > 0 \quad (\forall \mathbf{x} \neq \mathbf{0}), \quad U(\mathbf{0}) = 0$ (4.2)

(飽和関数 φ の性質)

- $\varphi(x_i) \in \mathcal{C}^1$ (4.3)

- $\begin{cases} \frac{\partial \varphi(x_i)}{\partial x_i} > 0 & (x_i: \text{非飽和時}) \\ \frac{\partial \varphi(x_i)}{\partial x_i} = 0 & (x_i: \text{飽和時}) \end{cases}, \quad \varphi(0) = 0$ (4.4)

(関数 U と関数 φ の関係)

- $\frac{\partial^T U(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{K} \varphi(\mathbf{x})$ (4.5)

ただし, $\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} := \left[\frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n} \right],$
 $\varphi(\mathbf{x}) := [\varphi(x_1), \dots, \varphi(x_n)]^T$ である.

ここで, $\mathbf{x} := [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ および $\mathbf{K} := \text{diag}\{k_1, \dots, k_n\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ($k_i > 0, i = 1, \dots, n$) は, それぞれ $U(\mathbf{x})$ と $\varphi(\mathbf{x})$ の関係を説明するため, 一時的に設けたベクトルおよび行列である.

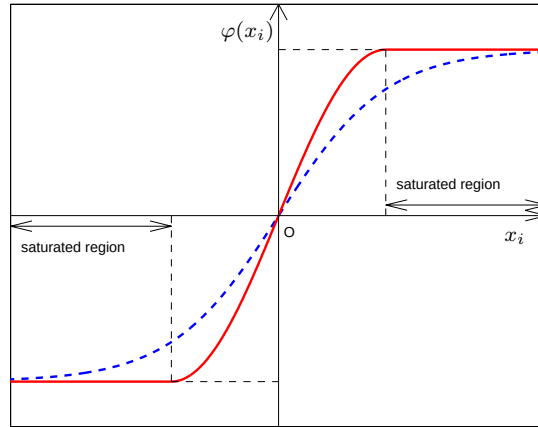


図 4.1: 飽和関数 $\varphi(x_i)$ の概形

図 4.1 の実線が (4.4) 式の性質を満足する関数 (例えば飽和型三角関数 $\text{Sin}(x_i)$ [12]) の概

形である．(4.4) 式のかわりに，

$$\bullet \quad \frac{\partial \varphi(x_i)}{\partial x_i} > 0, \quad \varphi(0) = 0 \quad (4.6)$$

とすることもできる．このとき，関数 φ の概形は図 4.1 の破線のようになり，増加関数でありながら上下に有界な飽和特性を有する非線形関数 (例えば $\tanh(x_i)$ 関数) となる．

(4.1) 式～(4.6) 式の各性質および関係の説明

これらの条件は，SP-D 制御に利用される飽和関数が有すべき性質についてまとめたものである．すなわち，リアプノフの定理にもとづいて閉ループ系平衡点の安定性解析を行うとき，上の各条件はリアプノフの安定性理論で要求される条件を満足するために必要となる性質や関係である．

リアプノフ関数候補となるエネルギー関数 $V(\mathbf{x})$ の中で，ポテンシャルエネルギーを表す関数 $U(\mathbf{x})$ を整形することで SP-D 制御が誘導される．したがって，エネルギー整形にもとづく制御法では，最初にポテンシャルエネルギー関数 $U(\mathbf{x})$ の連続微分可能性についても注意しておく必要がある．(4.1) 式および (4.3) 式の 2 つの条件は， $U(\mathbf{x})$ や $\varphi(\mathbf{x})$ 関数を使って構成されるリアプノフ関数候補 $V(\mathbf{x})$ および閉ループ系の「連続性」を保証するものである．リアプノフの直接法はこれらの関数に無限階の連続微分可能性を要求しているわけではない．ポテンシャルエネルギー関数 $U(\mathbf{x})$ に関して少なくとも 1 階偏微分した関数が連続であれば，(運動エネルギーを表す関数を誤差変数の 2 次形式で構成したとして) 連続な $\partial V / \partial \mathbf{x}$ が存在し，対象とする閉ループ系が連続なのでリアプノフ関数候補の時間微分 $\dot{V}(\mathbf{x})$ の連続性を満足する．したがって，(4.1) 式は $U(\mathbf{x}) \in \mathcal{C}^1$ でも許されるように思われる．しかし，連続な閉ループ系となるような制御則を構成する際 (第 5 章の注意 1 で具体的に示すが，正確には制御則に利用する仮想目標軌道を構成する際) に， φ 関数の連続微分可能性 (4.3) 式が要求される．また，飽和特性をもたせた誤差フィードバックの誘導に (4.5) 式の関係も必要となるので $U(\mathbf{x}) \in \mathcal{C}^2$ となる．

この (4.5) 式の条件が，SP-D フィードバックと整形されたポテンシャルエネルギーを結び付ける直接的要因である．線形の PD コントローラを誘導する 2 次形式のポテンシャルエネルギー $U_l(\mathbf{x})$ では，次の関係

$$\frac{\partial^T U_l(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{K} \mathbf{x}$$

が (4.5) 式にとって代わる．右辺に飽和関数 φ が現れない点が異なる．この飽和関数の導入

は、摩擦による定常偏差の補償に関して実践的に役立つ特徴ともなる。すなわち、摩擦力が大きいと位置誤差の収束は図 4.1 の原点付近でとまる。摩擦による定常偏差を補償するため位置ゲインを大きく設定する場合、位置誤差が大きいときにはアクチュエータの能力以上の関節トルクを要求し平衡点の安定性が保証されなくなる。摩擦補償の実験ではないが、実際に実験装置のマニピュレータに定置制御を行わせた場合の PD 制御則および SP-D 制御則の要求トルクとアクチュエータの出力トルクについて、簡単な比較実験を行った。図 4.2 にコントローラの要求する関節トルク (上側のグラフ) と実際にアクチュエータが出力している関節トルク (下側のグラフ) を示す。実線が SP-D 制御則を使った場合の結果であり、破線が PD 制御則を使った場合の結果である。点線はアクチュエータの能力 (出力) 限界である。また、図 4.3 に目標値 (点線) と PD 制御則を使った場合 (破線) と SP-D 制御則を使った場合 (実線) の実験結果を示す。

制御性能は PD 制御則の方が良い (図 4.3 参照) が、PD コントローラが要求するトルクはアクチュエータの能力限界を超えている (図 4.2 参照)。実際に出力されている関節トルクは PD コントローラが要求するものとは異なるため、PD 制御則では漸近安定性の保証が怪しくなり、アクチュエータの能力限界を超過しないようにすることが望まれる。SP-D コントローラを用いた場合、図 4.2 のグラフではコントローラの要求トルクとアクチュエータの出力トルクは一致し、アクチュエータの能力を超えていない。すなわち、位置誤差に飽和特性を付与した SP-D 制御は、位置誤差が大きい場合でも誤差補償のための関節トルクの大きさを有界とし、平衡点の漸近安定性を保証しやすくする[†]。したがって、定常偏差の摩擦補償において位置ゲインを大きくする場合の目安とでき、(4.5) 式のエネルギー関数の整形から誘導される SP-D 制御は実践的に役立つ特徴を有していると言える。

次に、(4.2) 式の条件は $U(x)$ の正定性を表している。変数 x を位置誤差と考えれば、自ずと (4.2) 式の意味が分かり、零にしたい誤差が残っている時に閉ループ系のポテンシャルエネルギーが存在することを表している。さらに、条件 (4.4) 式または (4.6) 式は、変数 x の収束性を保証する条件である。図 4.1 から分かるように飽和関数 $\varphi(x_i)$ はグラフの第 1 象限および第 3 象限に存在し、 x_i の符号と $\varphi(x_i)$ の符号が同じとなる。これより、関数 φ を用いたフィードバック誤差の符号が反転することはない。ただし、本研究では飽和関数

[†] SP-D コントローラは、速度誤差フィードバックに関して飽和特性を付与しているわけではないので、要求する入力トルクを必ずアクチュエータの能力以下に抑えるというわけではない。したがって、速度誤差の補償項と合計した総トルク (ダイナミクス補償項がある場合にはこれも加える) がアクチュエータの能力を超える場合には漸近安定性の保証が怪しくなる点は変わらない。

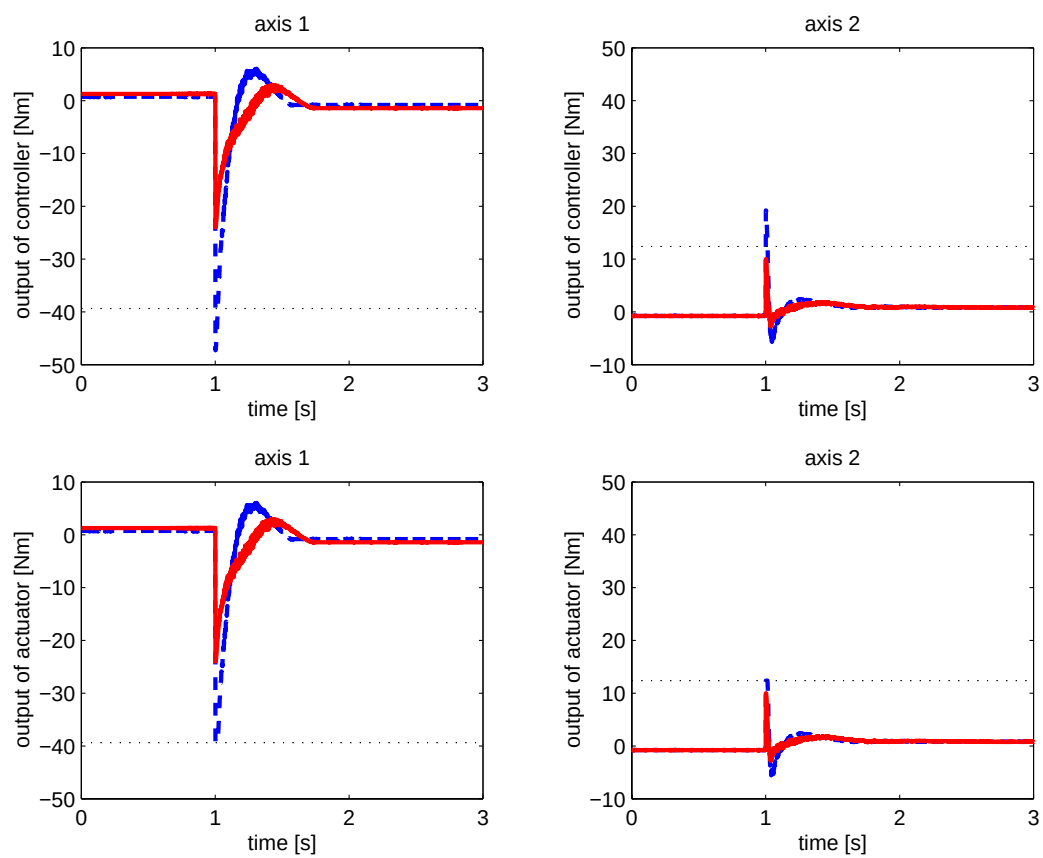


図 4.2: コントローラの要求トルクとアクチュエータの出力トルク (実線：SP-D 制御，破線：PD 制御)

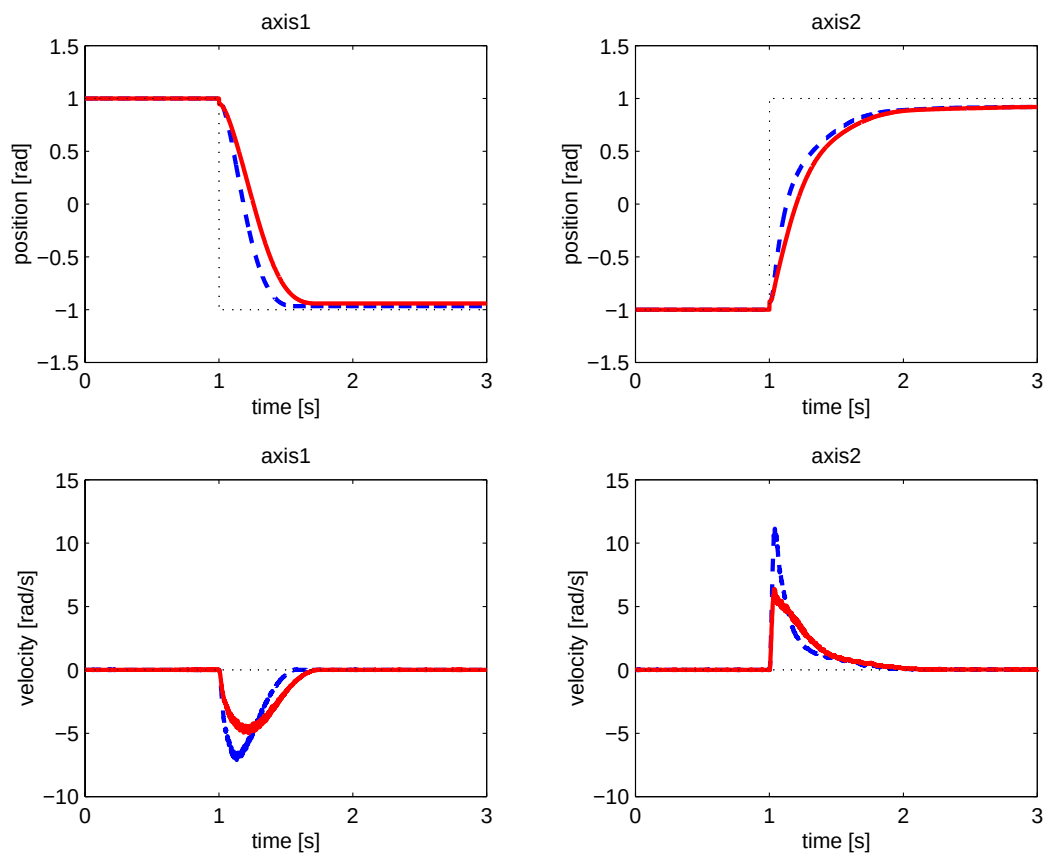


図 4.3: PD 制御と SP-D 制御の制御性能 (実線: SP-D 制御, 破線: PD 制御)

$\varphi(x_i)$ は第1象限および第3象限にさえ存在すればよしとはせず，原点付近で増加の性質をもつ関数に限定している．(4.4) 式または (4.6) 式の条件は保守的であり，セクタ条件を満足すれば安定性を示すのに十分であることは，ルーリエ系の制御問題として知られている [27]．敢えて，原点を含むある領域で増加関数の条件を加えているのは，図 4.4 のような関数では，斜線部分の範囲での動作が不自然となるからである．すなわち，図の位置 A 点において位置誤差が x_i であったとする．SP-D コントローラは誤差 x_i を小さくするために $\varphi(x_i)$ を用いて誤差のフィードバック補償を行い，次の時刻には B 点 x'_i に移動する．しかし，斜線部分の範囲では A 点の x_i よりも B 点の x'_i の方が小さいのに，フィードバックする $\varphi(x_i)$ の大きさは B 点の方が大きいことになる．これは，誤差が小さいときの方が制御入力である関節トルクが大きくなって速く動くことになりマニピュレータの自然な動きに適さないと考えられる．したがって，本研究では上下に有界な飽和特性をもつ増加関数としている．

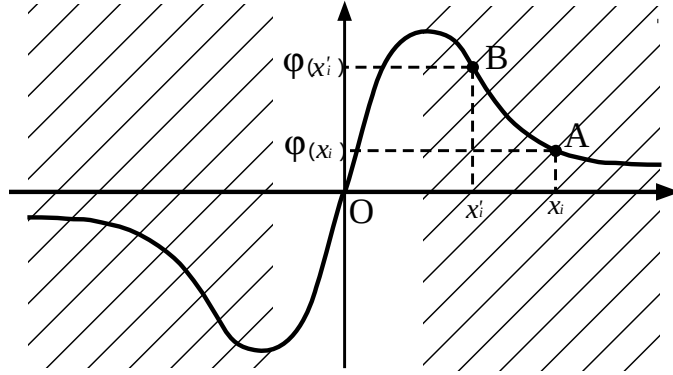


図 4.4: 関数 $\varphi(x_i)$ が増加関数でない場合

4.2 飽和関数の具体例

(飽和関数の具体例 1)

飽和関数として，次式の飽和型三角関数を挙げる．

$$\text{Sin}(x_i) := \begin{cases} \frac{1}{\alpha}, & x_i \geq \frac{\alpha\pi}{2} \\ \frac{1}{\alpha} \sin\left(\frac{x_i}{\alpha}\right), & |x_i| < \frac{\alpha\pi}{2} \\ -\frac{1}{\alpha}, & x_i \leq -\frac{\alpha\pi}{2} \end{cases} \quad (4.7)$$

$$\text{Cos}(x_i) := \begin{cases} -\frac{x_i}{\alpha} + \frac{\pi}{2}, & x_i \geq \frac{\alpha\pi}{2} \\ \cos\left(\frac{x_i}{\alpha}\right), & |x_i| < \frac{\alpha\pi}{2} \\ \frac{x_i}{\alpha} + \frac{\pi}{2}, & x_i \leq -\frac{\alpha\pi}{2}. \end{cases} \quad (4.8)$$

ただし, $\alpha > 0$ である.

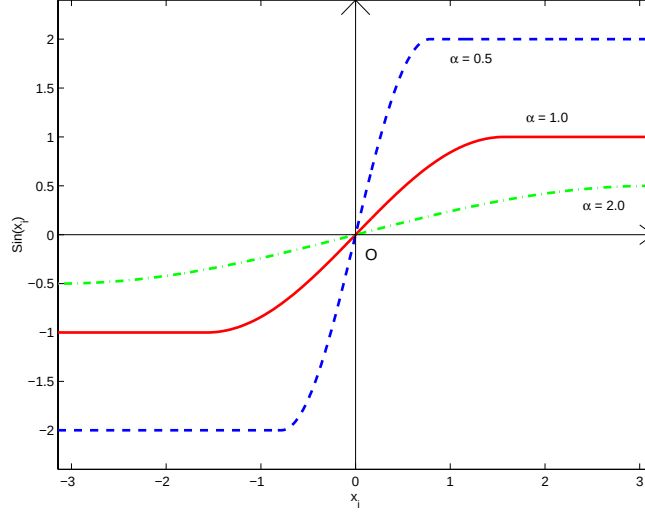


図 4.5: 飽和型三角関数 $\text{Sin}(x_i)$

パラメータ α を 1 としたとき, 文献 [12, 13] で紹介されている飽和型三角関数 Sin に一致し, α を導入したことで飽和関数は拡張されている. パラメータ α の役割は, 関数のプロファイル (輪郭, 概形) の調整に導入した. α を 1 未満の値に設定すれば, 原点近傍での非飽和領域が狭くなり, 傾きは大きくなる (図 4.5 参照). 飽和した値がパラメータ α によって $\frac{1}{\alpha}$ (または $-\frac{1}{\alpha}$) と変化するが, これは関数自体に乗ずるゲインで調整することができる.

もう一方の関数 Cos を用いて, ポテンシャルエネルギーを次式で構成する.

$$U(x_i) = k_i \{1 - \text{Cos}(x_i)\} \quad (4.9)$$

この関数 $U(x_i)$ は線形 PD 制御則を誘導する 2 次形式のエネルギー関数 $\frac{1}{2}x_i^2$ とは異なり, 整形されたエネルギー関数となっている. しかし, その概形は図 4.6 の実線のように 2 次形式のエネルギー関数と類似した形となる. また, 図 4.6 の破線は $\alpha = 1$ のときの飽和関数 Sin を示している.

(4.9) 式の関数 $U(x_i)$ は, 半径方向に非有界

$$|x_i| \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad U(x_i) \rightarrow \infty$$

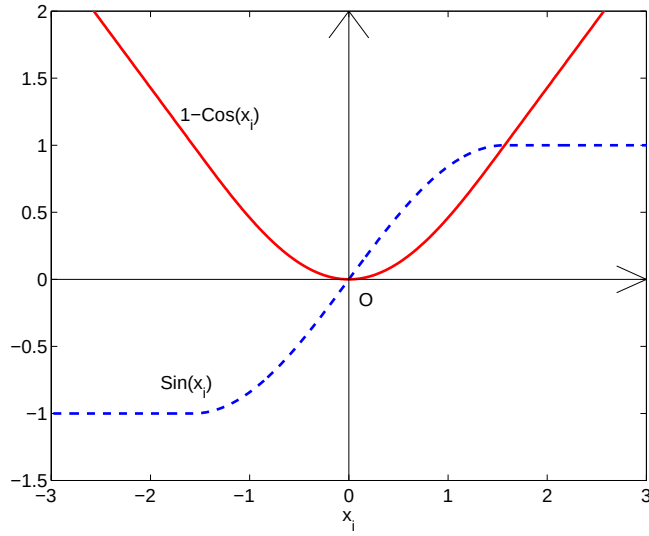


図 4.6: 飽和型三角関数を使った $U(x_i)$ と $\varphi(x_i)$ ($\alpha = 1$ の場合)

であることを指摘しておく.

また, 一般にベクトル $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ に対して, 飽和関数を適用させる場合には,

$$\varphi(\mathbf{x}) = [\text{Sin}(x_1), \dots, \text{Sin}(x_n)]^T \quad (4.10)$$

とし, 整形されたポテンシャルエネルギーは

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n k_i \{1 - \text{Cos}(x_i)\} \quad (4.11)$$

とする. この場合も (4.1) 式～(4.4) 式の条件を満足する.

(飽和関数の具体例 2)

文献 [16] に紹介されている整形されたポテンシャルエネルギーと飽和関数を図 4.7 に示す. ポテンシャルエネルギー $U(\mathbf{x})$ は

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n k_i \log \{\cosh(x_i)\} \quad (4.12)$$

であり, 飽和関数は

$$\varphi(\mathbf{x}) = [\tanh(x_1), \dots, \tanh(x_n)]^T \quad (4.13)$$

である. 関数 $\cosh(\cdot)$ は (4.1) 式の条件を満足し, 関数 $\tanh(\cdot)$ は (4.3) 式を満足する. また, その他の (4.2) 式, (4.5) 式および (4.6) 式の条件を満足することも簡単な計算により確認できる. 図 4.7 に双曲線関数を使った $U(x_i)$ と $\varphi(x_i)$ のグラフを示す. また, 飽和型三角関数の場合と同様に $U(x_i)$ 関数が半径方向に非有界となっている.

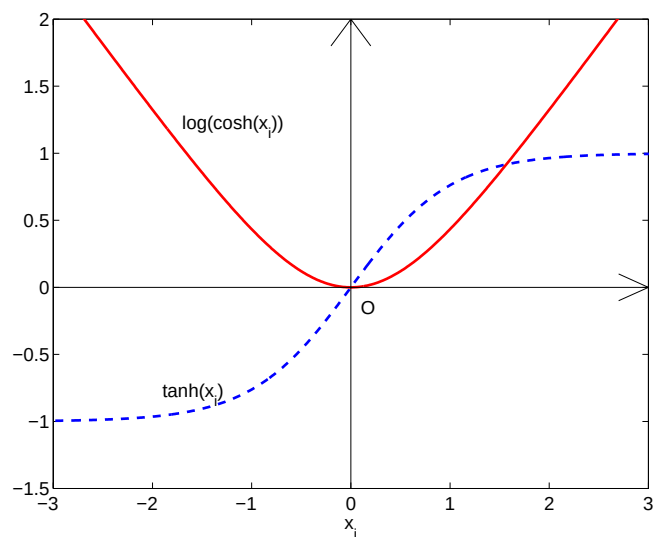


図 4.7: 双曲線関数を使った $U(x_i)$ と $\varphi(x_i)$

4.3 本章のまとめ

本章では，飽和特性を持たせた誤差のフィードバックに用いる関数の性質，および整形されたエネルギー関数の性質についてまとめ，これらの関係を示した．また，SP-D 制御を用いる実践的な利点について記述した．さらに，拡張した飽和型三角関数や双曲線関数を用いた飽和関数と整形されたポテンシャルエネルギー関数を具体的に示した．力学的エネルギーにもとづく制御法では，これらの性質が誤差のフィードバック則に影響を与えることを認識しておくことが大切である．

第 5 章

ノミナル軌道追従 SP-D 制御

マニピュレータの基本的動作である位置決め (定置) 制御問題に対する SP-D 制御の考察は、文献 [15, 16] などが詳しい。しかし、マニピュレータに行わせようとするすべての作業が定置制御だけで実現できるわけではない。溶接や塗装などの作業を達成する場合には、軌道追従制御を考える必要がある。

本章では、定置制御に用いられていた従来の SP-D 制御法を、軌道追従制御問題に適用できるように拡張する。一般に、追従制御問題では誤差のフィードバック補償だけを行うよりも、モデルを使ったダイナミクス補償項を加えた制御則の方が良好な追従を期待できる。第 3 章で述べたようにダイナミクスモデルにはモデル化されない動特性やパラメトリックな不確かさの問題があるが、本章ではこれらの不確かさが存在しない仮定の下、ダイナミクス補償項を加えたノミナル軌道追従 SP-D 制御則を提案し、その有効性を実験的に検証する。

5.1 ノミナル軌道追従 SP-D 制御則

マニピュレータダイナミクスにパラメトリックな不確かさが存在しない，すなわち $\tilde{\theta} = 0$ の仮定の下，2階連続微分可能な目標軌道 $\mathbf{q}_d \in \mathbb{R}^n$ が与えられるとする．また，位置誤差および速度誤差をそれぞれ次のように定義する．

$$\mathbf{e} := \mathbf{q} - \mathbf{q}_d, \quad \dot{\mathbf{e}} := \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_d$$

(制御目的)

時刻 t が $t \rightarrow \infty$ のとき，位置誤差 $\mathbf{e}$ および速度誤差 $\dot{\mathbf{e}}$ を

$$\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0} \quad \text{かつ} \quad \dot{\mathbf{e}} \rightarrow \mathbf{0}$$

とすることである．

(ノミナル軌道追従 SP-D 制御則)

ノミナル軌道追従 SP-D 制御則を次式で与える．

$$\boldsymbol{\tau} = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_s + \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_s + \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{q}) - \mathbf{K}\mathbf{s} \quad (5.1)$$

マニピュレータダイナミクスの性質 (P3) を用いると，上式は

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}_s, \ddot{\mathbf{q}}_s)\hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{K}\mathbf{s} \quad (5.2)$$

と簡単に記述できる．ただし， $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta}$ であり，仮想目標軌道を次式で定義する．

$$\dot{\mathbf{q}}_s := \dot{\mathbf{q}}_d - \boldsymbol{\Lambda}\varphi(\mathbf{e}) \quad (5.3)$$

右辺の第2項に非線形な飽和関数 φ を含む点が，従来の仮想目標軌道と異なる．また，行列 $\mathbf{K}$ および $\boldsymbol{\Lambda}$ は，

$$\mathbf{K} := \text{diag}\{k_1, \dots, k_n\}, \quad k_i > 0$$

$$\boldsymbol{\Lambda} := \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}, \quad \lambda_i > 0$$

で定義されるゲイン行列である．

さらに，仮想目標軌道との誤差を補助変数

$$\mathbf{s} := \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}}_s \quad (5.4)$$

で定義する．(5.4) 式の $\dot{q}_s$ に仮想目標軌道 (5.3) 式を代入すると，補助変数には次の関係があることが分かる．

$$s = \dot{e} + \Lambda\varphi(e) \quad (5.5)$$

上式は補助変数に非線形な飽和関数を含むことを表しており，この関係式が本研究の基本的アイデアとなっている．ノミナル軌道追従 SP-D 制御則 (5.2) 式は，右辺の第 1 項がマニピュレータのダイナミクス補償項，第 2 項が追従誤差のフィードバックである．(5.5) 式を第 2 項 Ks に代入すれば，位置ゲインが $K\Lambda$ ，速度ゲインが K のフィードバックとなっており，PD 制御を基盤にした簡単な構造であることが分かる．(5.5) 式は変数 s が飽和特性を有する位置誤差 $\varphi(e)$ と速度誤差 $\dot{e}$ で構成されることも表している． $\dot{e}$ を $\dot{q}$ に置き換えれば，従来の定置制御 [12, 13] で用いられていた誤差変数に一致する．

注意 1 前章の (4.3) 式で表すように $\varphi(e)$ は C^1 級の関数であり， $\frac{\partial\varphi(e)}{\partial e}$ が連続となるから

$$\ddot{q}_s = \ddot{q}_d - \Lambda \frac{\partial\varphi(e)}{\partial e} \dot{e} \quad (5.6)$$

は連続である．むしろ，制御則を含めた閉ループ系が連続であるための条件が (4.3) 式として表れていると言える． $\square$

次に，制御則 (5.1) 式をマニピュレータの運動方程式 (3.1) 式に代入して，閉ループ系を構成する (図 5.1 参照)．

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \hat{M}(q)\ddot{q}_s + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_s + \hat{g}(q) - Ks$$

いま，不確かさが存在しない，すなわち， $\hat{M}(q) = M(q)$ ， $\hat{C}(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})$ ， $\hat{g}(q) = g(q)$ と仮定しているので

$$M(q)(\ddot{q} - \ddot{q}_s) + C(q, \dot{q})(\dot{q} - \dot{q}_s) + Ks = 0$$

となる．ここで，(5.4) 式を上式の第 2 項に

$$\begin{aligned} \dot{q} - \dot{q}_s &= (\dot{q} - \dot{q}_d) + \Lambda \frac{\partial\varphi(e)}{\partial e} \dot{e} \\ &= \ddot{e} + \Lambda \frac{\partial\varphi(e)}{\partial e} \dot{e} \\ &= \dot{s} \end{aligned}$$

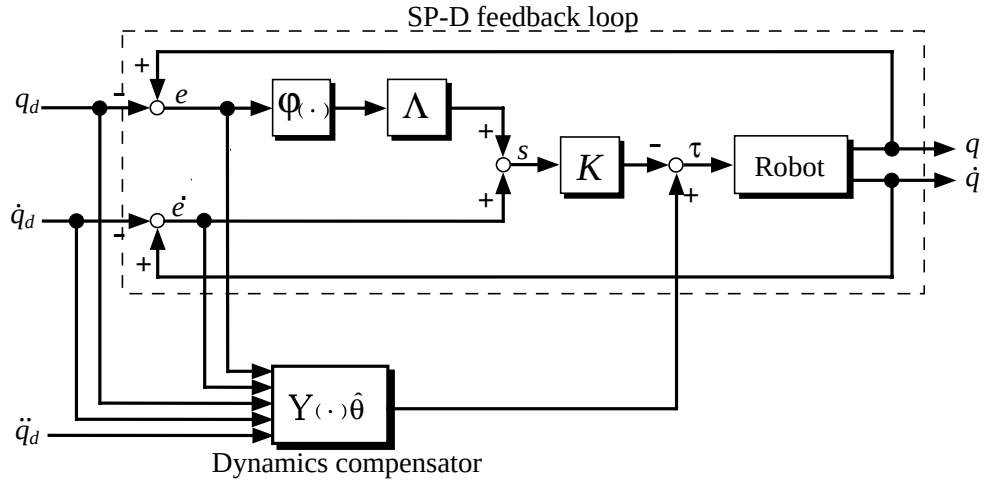


図 5.1: ノミナル軌道追従 SP-D 制御 (ブロック図)

の関係を第 1 項に代入すれば，次式の閉ループ系が得られる．

$$M(q)\dot{s} + \{C(q, \dot{q}) + K\}s = 0 \quad (5.7)$$

補助変数 s は (5.5) 式のように $\dot{e}$ と e で構成されるので，上式は

$$M(e + q_d) \left(\ddot{e} + \Lambda \frac{\partial \varphi(e)}{\partial e} \dot{e} \right) + \{C(e + q_d, \dot{e} + \dot{q}_d) + K\} (\dot{e} + \Lambda \varphi(e)) = 0 \quad (5.8)$$

と変形できる．目標軌道 $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$ が入力であり，ある時刻においてこれらが零のとき， e と $\dot{e}$ が定まればその後の運動が定まるので，変数 e と $\dot{e}$ を閉ループ系の状態と考えることができる．

5.2 漸近安定性

閉ループ系 (5.7) 式の平衡点 $s = 0$ ，すなわち $\dot{e} + \Lambda \varphi(e) = 0$ を満足する点 $(e, \dot{e})$ であるが，閉ループ系を (5.8) 式のように展開して考えれば，

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}e &= \dot{e} \\ \frac{d}{dt}\dot{e} &= \left\{ -\Lambda \frac{\partial \varphi(e)}{\partial e} - M^{-1}(C + K) \right\} \dot{e} - M^{-1}\Lambda \varphi(e) \end{aligned}$$

で表せることから，点 $(e, \dot{e}) = (0, 0)$ が唯一の平衡点であることがわかる．ただし， $M = M(q)$ ， $C = C(q, \dot{q})$ である．この平衡点に対して，つぎの定理を示すことができる．

定理 1 (漸近安定性) (3.1) 式で表されるマニピュレータに対して，ノミナル軌道追従 SP-D 制御則 (5.1) 式～(5.6) 式を適用した閉ループ系 (5.7) 式について考える．パラメトリックな不確かさが無い ($\tilde{\theta} = \mathbf{0}$) 場合，閉ループ系の平衡点 $(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$ は漸近安定である． ◇

(証明)

平衡点 $(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$ の漸近安定性の証明には，リアプノフの安定性理論 (リアプノフの直接法) を利用する．リアプノフ関数候補として，次式のエネルギー関数 $V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}})$ を用いる． $\mathbf{e}$ と $\dot{\mathbf{e}}$ で構成される変数 $\mathbf{s}$ に関する運動エネルギー $\frac{1}{2}\mathbf{s}^T \mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{s}$ と， $\mathbf{e}$ に関するポテンシャルエネルギー $U(\mathbf{e})$ で

$$V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) := \frac{1}{2}\mathbf{s}^T \mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{s} + U(\mathbf{e}) \quad (5.9)$$

を構成する．ただし，この $U(\mathbf{e})$ は整形されたポテンシャルエネルギー関数であり，(4.2) 式のエネルギー関数の性質，および (4.5) 式に対応する

$$\frac{\partial^T U(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} = 2\mathbf{K}\Lambda\varphi(\mathbf{e})$$

の関係を満足するように選ぶ．

(5.9) 式の右辺第 1 項に (5.5) 式を代入すると

$$V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) = \frac{1}{2} \{ \dot{\mathbf{e}} + \Lambda\varphi(\mathbf{e}) \}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \{ \dot{\mathbf{e}} + \Lambda\varphi(\mathbf{e}) \} + U(\mathbf{e}) \quad (5.10)$$

となる．マニピュレータダイナミクスの性質 (P1)，およびポテンシャルエネルギーの条件 (4.2) 式から，平衡点 $(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$ 以外の点で $V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}})$ 関数は

$$V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) > 0 \quad (5.11)$$

である．(平衡点以外の第 1 項が零となる $\dot{\mathbf{e}} = -\Lambda\varphi(\mathbf{e})$ のときでも， $\mathbf{e} \neq \mathbf{0}$ ならば第 2 項が $U(\mathbf{e}) > 0$ である．)

閉ループ系 (5.7) 式の解軌道に沿って，(5.9) 式の $V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}})$ 関数を時間微分すると

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) &= \mathbf{s}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{s}} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{M}} \mathbf{s} + \frac{\partial U(\mathbf{e})}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{e}} \\ &= \mathbf{s}^T [-(\mathbf{C} + \mathbf{K}) \mathbf{s}] + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{M}} \mathbf{s} + 2\varphi(\mathbf{e})^T \mathbf{K} \Lambda \dot{\mathbf{e}} \\ &= -\mathbf{s}^T \mathbf{K} \mathbf{s} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T (\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C}) \mathbf{s} + 2\varphi(\mathbf{e})^T \mathbf{K} \Lambda \dot{\mathbf{e}} \end{aligned}$$

となる．マニピュレータダイナミクスの性質 (P2) から右辺第 2 項が零となり，第 1 項の s に (5.5) 式を代入すると

$$\begin{aligned}\dot{V}(e, \dot{e}) &= -\{\dot{e} + \Lambda\varphi(e)\}^T K \{\dot{e} + \Lambda\varphi(e)\} + 2\varphi(e)^T K \Lambda \dot{e} \\ &= -\dot{e}^T K \dot{e} - \varphi(e)^T \Lambda^T K \Lambda \varphi(e)\end{aligned}\quad (5.12)$$

を得る．ここで， $\Lambda^T K = K \Lambda$ を利用した．

行列 K および $\Lambda^T K \Lambda$ は各要素が正数の対角行列であるから， $\dot{e}$ と $\varphi(e)$ に関して $\dot{V}$ 関数の負定性が示される．ただし，飽和関数 $\varphi(e)$ は $e = 0$ のとき唯一 $\varphi(e) = 0$ である (図 4.1 参照)．したがって，上式第 2 項は変数 e に関する性質と考えることができ，リアプノフの安定性理論より平衡点 $(e, \dot{e}) = (0, 0)$ は漸近安定である．

(証明終)

定理 1 で漸近安定性を示した平衡点 $(e, \dot{e}) = (0, 0)$ は，大域的に漸近安定となる．

定理 2 (大域的漸近安定性) 閉ループ系 (5.7) 式について考える． $\tilde{\theta} = 0$ の場合，漸近安定な平衡点 $(e, \dot{e}) = (0, 0)$ は大域的である． $\diamond$

(証明)

大域性を示すために，エネルギー関数 $V(e, \dot{e})$ が $e, \dot{e}$ に関して半径方向に非有界，

$$\left\| \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} \right\| \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad V(e, \dot{e}) \rightarrow \infty$$

となることを示す．ただし， $V(e, \dot{e})$ 関数を構成する際，ポテンシャルエネルギー関数 $U(e)$ が

$$\|e\| \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad U(e) \rightarrow \infty \quad (5.13)$$

を満足する条件を加える．前章の飽和型三角関数や双曲線関数を使った図 4.6 や図 4.7 のポテンシャルエネルギー (実線) は，この条件を満足している．

(5.10) 式をみると，速度誤差 $\dot{e}$ が

$$\|\dot{e}\| \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad V(e, \dot{e}) \rightarrow \infty$$

となるのは，運動エネルギー成分 (右辺第 1 項) が $\{\dot{e} + \Lambda\varphi(e)\}$ の 2 次形式 (マニピュレータダイナミクスの性質 (P1) より $M(q)$ は正定) となっていることから明らかである．ま

た, 位置誤差 $\mathbf{e}$ が $\|\mathbf{e}\| \rightarrow \infty$ のとき, $\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{\Lambda}\varphi(\mathbf{e}) = \mathbf{0}$ が成立する場合でも, (5.13) 式から $U(\mathbf{e}) \rightarrow \infty$ である. したがって, $V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}})$ 関数は半径方向に非有界であり, リアプノフの安定性定理から平衡点 $(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$ の漸近安定性は大域的である.

(証明終)

以上により, 平衡点 $(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) = (\mathbf{0}, \mathbf{0})$ の漸近安定性が示され, 任意の初期値をもつ位置誤差および速度誤差が零に向かって漸近収束し, 制御目的が達成される.

注意 2 フィードバックする誤差変数に関する性質が (5.5) 式ではなく,

$$\mathbf{r} = \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{\Lambda}\mathbf{e} \quad (5.14)$$

のように線形な関係だけで表される場合, Passivity based method [7] により,

$$\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}} \rightarrow \mathbf{0} \quad \text{as} \quad t \rightarrow \infty$$

を示すことができる. この制御法は, 次の定理 (文献 [7] の Theorem 2.1) に依存して, $\mathbf{e}$ および $\dot{\mathbf{e}}$ の収束を示している.

Consider the following differential equation

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{r}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\mathbf{r} + \mathbf{K}\mathbf{r} = \boldsymbol{\psi} \quad (5.15)$$

where, as before $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ is the inertia matrix and $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ is a matrix chosen so that property (P2) holds, $\mathbf{K}$ is a symmetric positive definite matrix, and the vector $\mathbf{r}$ is given by

$$\mathbf{r} = F^{-1}(\cdot)\mathbf{e} \quad (5.16)$$

where $F(\cdot)$ is the transfer function of a strictly proper, stable linear operator (filter), and the mapping $-\mathbf{r} \mapsto \boldsymbol{\psi}$ is passive relative V_1 , i.e., $\int_0^t -\mathbf{r}(\tau)^T \boldsymbol{\psi}(\tau) d\tau = V_1(t) - V_1(0)$ for all $t \geq 0$. Then $\mathbf{e} \in \mathcal{L}_2^n \cap \mathcal{L}_\infty^n$, $\dot{\mathbf{e}} \in \mathcal{L}_2^n$, $\mathbf{e}$ is continuous and tends to zero asymptotically. In addition, if $\boldsymbol{\psi}$ is bounded, then $\mathbf{r}$ and consequently $\dot{\mathbf{e}}$ also tend to zero asymptotically.

しかし, (5.5) 式には非線形関数 φ が含まれており, 一般に条件を満足する伝達関数 $F(\cdot)$ を構成できない. そこで, 上記の定理に依存せず誤差の収束を保証するように, 定理 1 お

よび定理2では $\dot{V}$ の中に e (正確には $\varphi(e)$) と $\dot{e}$ が現れるようなエネルギー関数 V を構成し, 直接的に e と $\dot{e}$ の収束を示した. その際, e と $\dot{e}$ の導出に関して, $U(e)$ によるエネルギーの整形が重要な役割を果たしていることを注意しておく. $\square$

5.3 ノミナル追従制御実験

提案するノミナル軌道追従 SP-D 制御則の有効性を, 第2章で説明した実験装置を用いて実験的に検証する. 典型的な異なる目標軌道を与えた場合に, 提案する制御則で追従が達成されているか確認する (実験1). また, 制御則に追加されたダイナミクス補償項の有効性を検証する (実験2).

(実験1)

目標軌道として, 各関節を連続に振り続ける軌道 (目標軌道1), およびある位置から別の位置までの移動する軌道 (目標軌道2) の2つの目標軌道を与える. 目標軌道1は, (目標軌道2の場合よりも) マニピュレータの動特性が追従誤差に影響を与える軌道である. 一方, 目標軌道2は摩擦などの静特性が支配的な目標軌道である. これら2つの典型的な目標軌道を用いて, 提案した制御則 (5.2) 式の有効性を実験的に評価する.

目標軌道1 (図5.2 参照):

$$q_{di} = \sin(\pi t), \quad \dot{q}_{di} = \pi \cos(\pi t), \quad \ddot{q}_{di} = -\pi^2 \sin(\pi t)$$

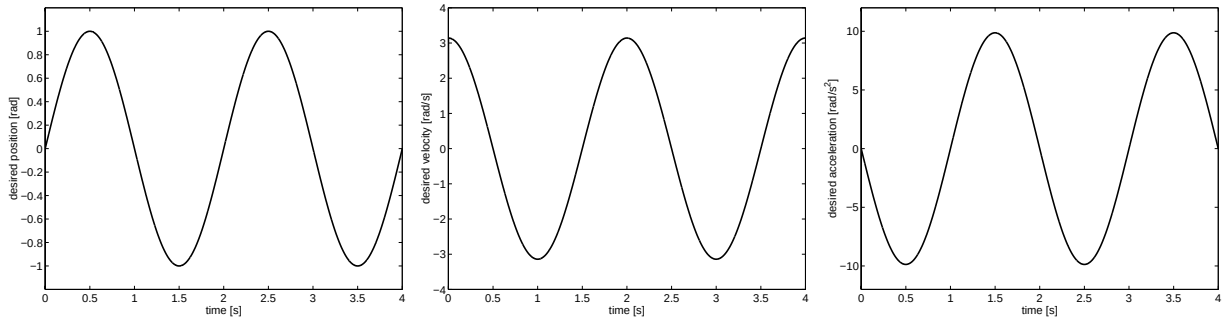


図 5.2: 目標軌道1 (左から目標位置, 目標速度, 目標加速度)

目標軌道 2 (図 5.3 参照) :

$$q_{di} = 2\pi t^5 - 5\pi t^4 + \frac{10\pi}{3}t^3, \quad \dot{q}_{di} = 10\pi t^4 - 20\pi t^3 + 10\pi t^2, \quad \ddot{q}_{di} = 40\pi t^3 - 60\pi t^2 + 20\pi t$$

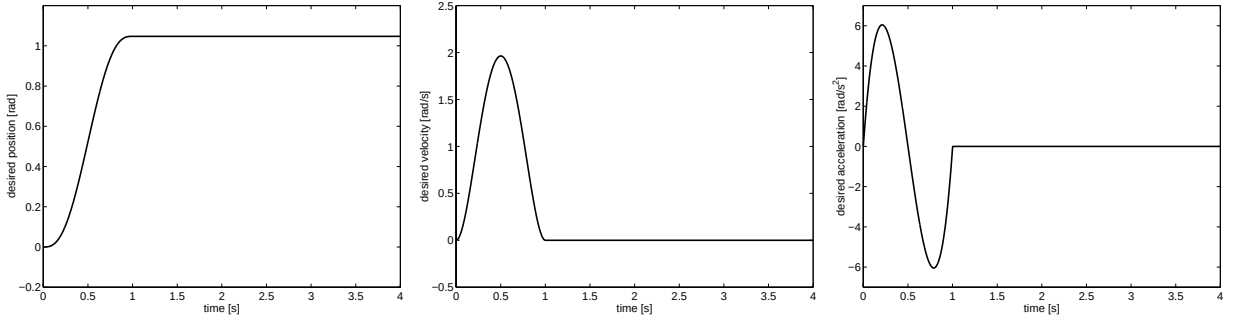


図 5.3: 目標軌道 2 (左から目標位置, 目標速度, 目標加速度)

ただし, マニピュレータの関節は台座側から第 1 関節, 第 2 関節 ($i = 1, 2$) である.

制御則に用いる水平 2 自由度マニピュレータの物理パラメータを表 5.1 に示す. これらの値は同時同定法 [8] により得られたものである.

表 5.1: マニピュレータの公称物理パラメータ $\hat{\theta}$

$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$
3.84×10^{-2}	1.54×10^{-2}	1.22×10^{-2}

飽和関数 φ としては第 4.2 節で挙げた飽和型三角関数 $\text{Sin}(\alpha = 1)$ を利用する. また, 各フィードバックゲインを $\mathbf{K} = \text{diag}\{5.0, 5.0\}$, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{20.0, 10.0\}$ ように設定した. ゲインの各値は, PD コントローラで良好な追従が行われるように設定したものである.

(実験結果)

目標軌道 1 に対する実験結果を図 5.4~図 5.6 に示す. 図 5.4 および図 5.5 が位置 (関節角度) と速度 (関節角速度) を表す. 上側のグラフが第 1 関節, 下側のグラフが第 2 関節を表し, それぞれ実線が測定値を, 破線が目標値を表している. 図 5.6 は追従誤差 (位置誤差および速度誤差) を表すグラフである. 上側のグラフが位置誤差を, 下側のグラフが速度誤差を表す. 図 5.6 のグラフでは実線が第 1 関節の追従誤差であり, 破線が第 2 関節の追従誤差を意味する.

目標軌道1では両方の関節を ± 1 rad の振幅で振らせているが、位置誤差は(最初の 0.5 秒間を除き) およそ ± 0.05 rad の範囲で収まっていることが図 5.6 から分かる。動作開始直後の 0.5 秒間は第 1 関節の動特性がダイナミクスモデルで十分に補償されず位置誤差が大きく現れているが、すぐにダイナミクス補償項も適切に機能し、位置誤差は小さくなっている。第 2 関節のダイナミクス補償は最初から適切であり、動作開始直後の位置誤差も ± 0.05 rad の範囲に抑えられている。速度誤差に関しては静止状態からマニピュレータが動き始めるのに対して、速度目標値が π rad/s から与えられるため初期誤差が大きい。しかし、0.5 秒後には零を中心に零付近の値となっていることが確認できる。速度誤差についても第 1 関節のダイナミクス補償が適切でなかった影響があり、0.2 秒のときにオーバーシュートを起こしている。周期的な目標軌道が与えられるため両関節の追従誤差も周期的となっているが、結果的には目標軌道への追従は行われていると言える。ただし、図 5.4 と図 5.5 の位置と速度、どちらの追従もその値がピークとなる時点で目標値とのずれが大きくなっている。目標値がピークとなるときに追従誤差が大きくなるのは、制御則に利用しているダイナミクスモデルが完全でなく、これに含まれる不確かさが原因のひとつと考えられる。

目標軌道2に対する追従誤差を図 5.7～図 5.9 に示す。図 5.7 と図 5.8 が、目標軌道に対する位置と速度の追従を表している。また、図 5.9 が追従誤差を表す。各グラフの実線および破線は目標軌道1に対するグラフと同じである。

目標軌道2に対する実験でも、図 5.7 や図 5.8 のグラフから目標値への追従が行われていることは確認できる。目標軌道1の結果に対して追従誤差の大きさは全体的に小さい(オーダーが 1桁小さい)が、図 5.8 の第 1 関節の結果のようにピーク値付近で目標値とのずれが大きくなっていることをこの実験結果でも確認できる。目標軌道2の実験で特徴的なのは、図 5.7 にあるように目標値が一定となったとき定常偏差を評価できることである。図 5.9 から、第 1 関節では 0.008 rad、第 2 関節では 0.011 rad の定常偏差が残っている。この定常偏差は位置ゲインを高くすればもっと小さくできるが、それよりもこの誤差を生じさせる主たる原因を確認することができる。スカラ型マニピュレータでは重力項の影響がなく、また、1.3 秒以降はほぼ静止しているため、慣性力やコリオリ力・遠心力もほとんど生じていないと考えられる。したがって、定常偏差は摩擦が主な原因と考えられる。図 5.10 にコントローラの出力である関節トルクを示すグラフを示す。この定常偏差を減少させようとコントローラが関節トルクを出力しつづけているが、摩擦に勝てないためマニピュレー

タは動かない状況となっている．最後の 1 秒間の位置誤差平均を求めると第 1 関節の定常偏差が約 0.0079 rad, 第 2 関節の誤差が約 0.0113 rad であり, これが $-K\Lambda$ 倍されると -0.79 Nm, -0.565 Nm となる．図 5.10 を見ると, 各関節トルクはおよそ -0.786 Nm および -0.566 Nm であり, 数値的にも摩擦が主な原因として考えられる．

(考察)

- マニピュレータのダイナミクス補償について

マニピュレータダイナミクスを補償しているにもかかわらず追従誤差があり, 目標軌道の周期に合わせて変動している．正確なダイナミクス補償が行われていればこのような結果とはならず, 理論的には追従誤差は零になるはずである．これには, 物理パラメータの不確かさ, 摩擦やモデル化されてない不確かさに起因する不正確なダイナミクス補償が原因のひとつと考えられる．

- 飽和特性をもつ位置誤差フィードバックについて

目標軌道 2 に対する実験で定常偏差を減少させるための簡単な方法として, 位置誤差に関するフィードバックゲインを高く設定すればよい．しかし, 追従誤差の補償に線形 PD 制御を用いている場合, 位置誤差が大きいときにはアクチュエータの能力以上の関節トルクをコントローラは要求し, 安定性が保証されなくなる．最悪の場合には, アクチュエータを破壊する可能性もある．SP-D 制御の適用は, 関節トルクの位置誤差補償の成分が飽和関数によって抑制されるので位置ゲインを高く設定してもトルク飽和の問題を回避でき, なおかつ摩擦による位置誤差を減少させられる [26]．エネルギー整形にもとづく SP-D 制御の物理的な利点と言える．

ただし, 利用する飽和関数を適切に定める点に注意が必要である．すなわち, ある決まったフィードバックゲインに対して飽和関数の傾きがなだらか過ぎると, 大きな位置誤差があるにもかかわらずマニピュレータへの入力トルクが抑制されてしまって追従性能が劣化する．あるいは, Bang-Bang 制御のように誤差が零となる時関節トルクの符号の切り換えが起こるだけの, 言い換えれば飽和関数の傾きが無限大となるような関数を選べば, 閉ループ系の連続性が保証されなくなる．どのような飽和関数が最適かということは, 制御対象や制御目的により異なり一概に述べることはできない．

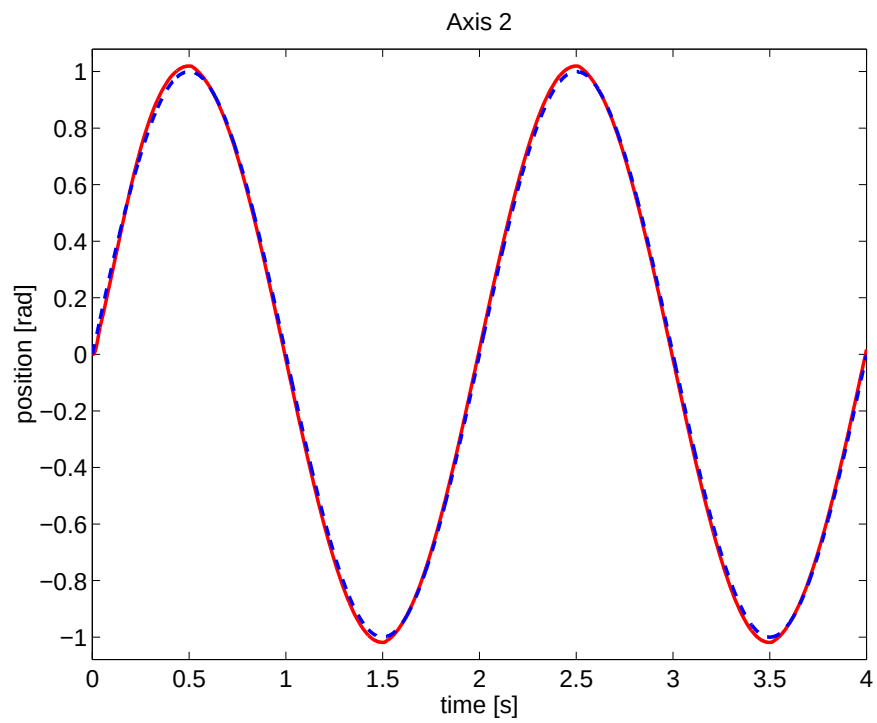
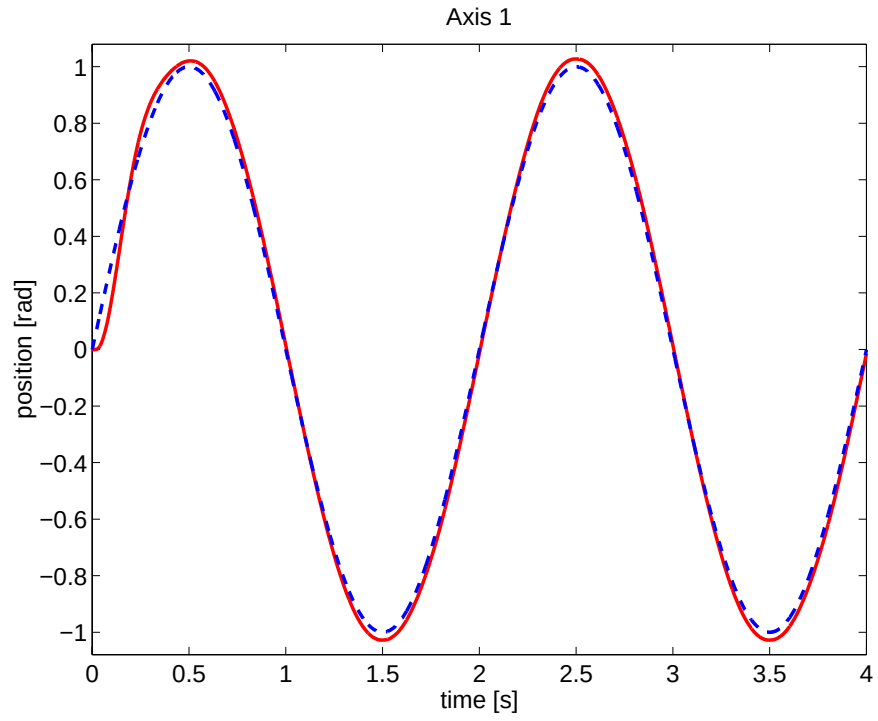


図 5.4: 目標軌道 1 に対する関節角度 (実線：測定値, 破線：目標値)

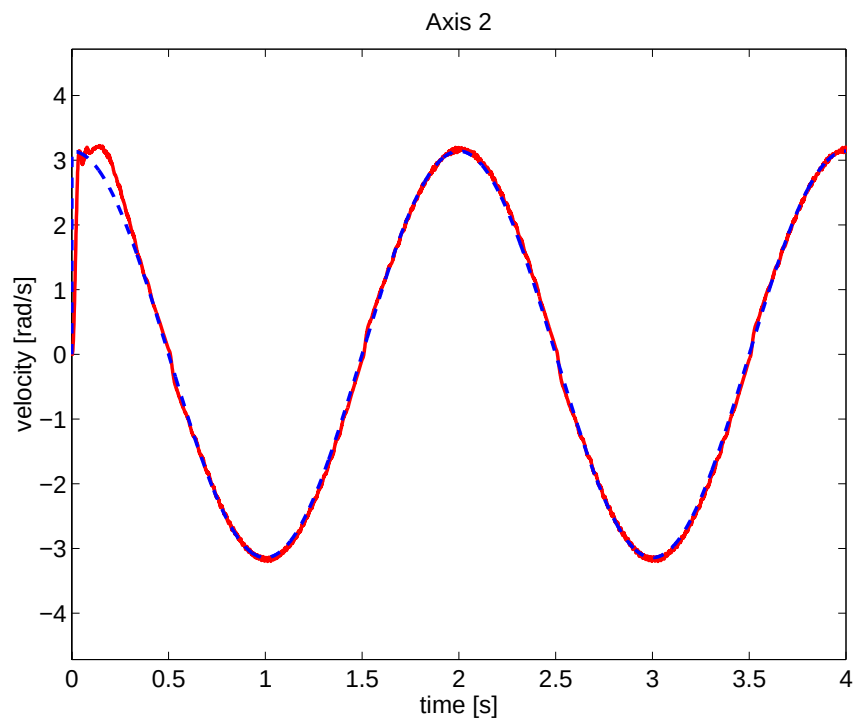
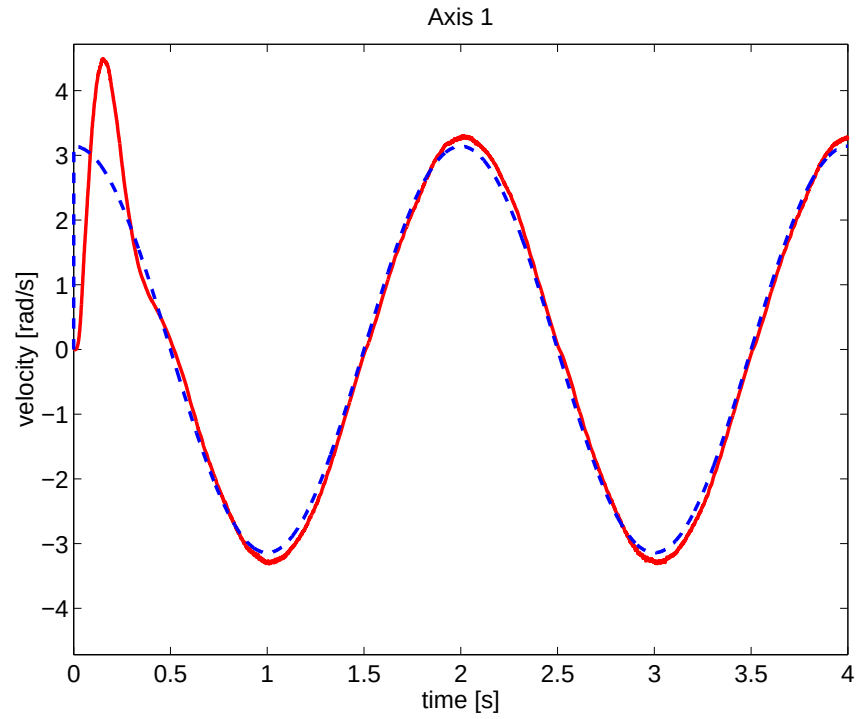


図 5.5: 目標軌道 1 に対する関節角速度 (実線: 測定値, 破線: 目標値)

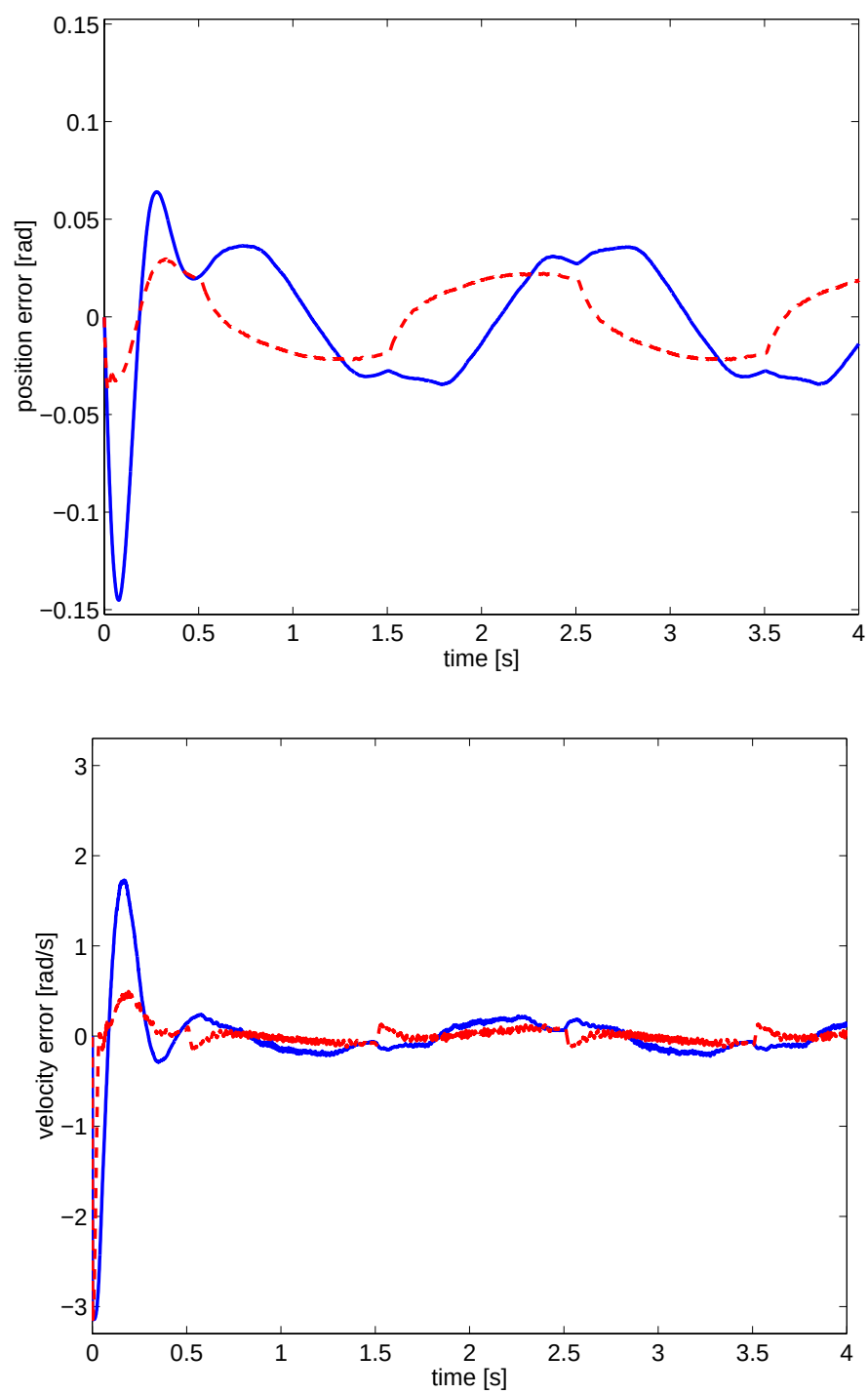


図 5.6: 目標軌道 1 に対する位置誤差 (上), 速度誤差 (下) (実線: 第 1 関節, 破線: 第 2 関節)

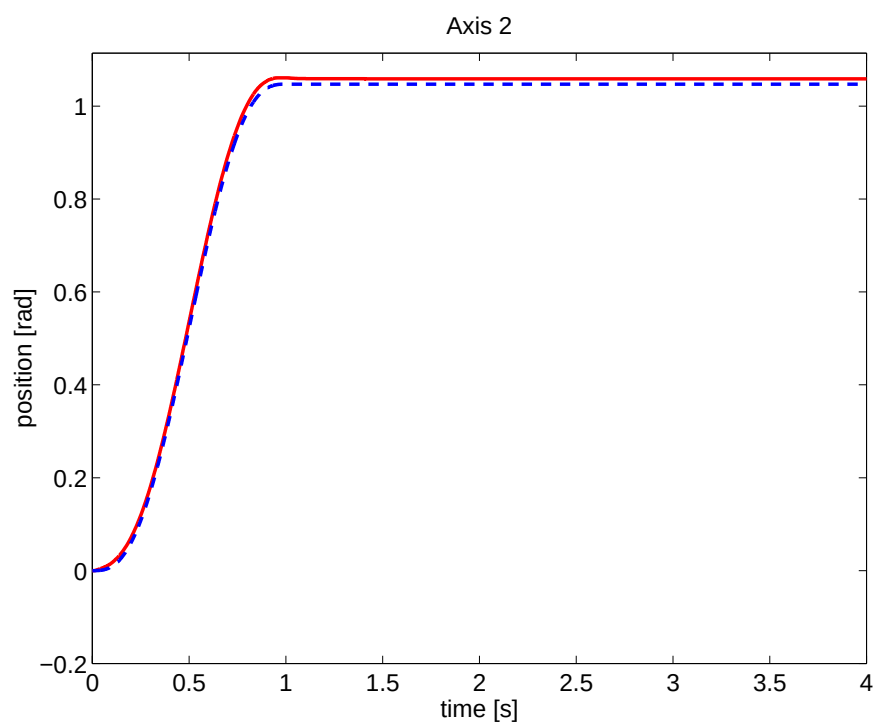
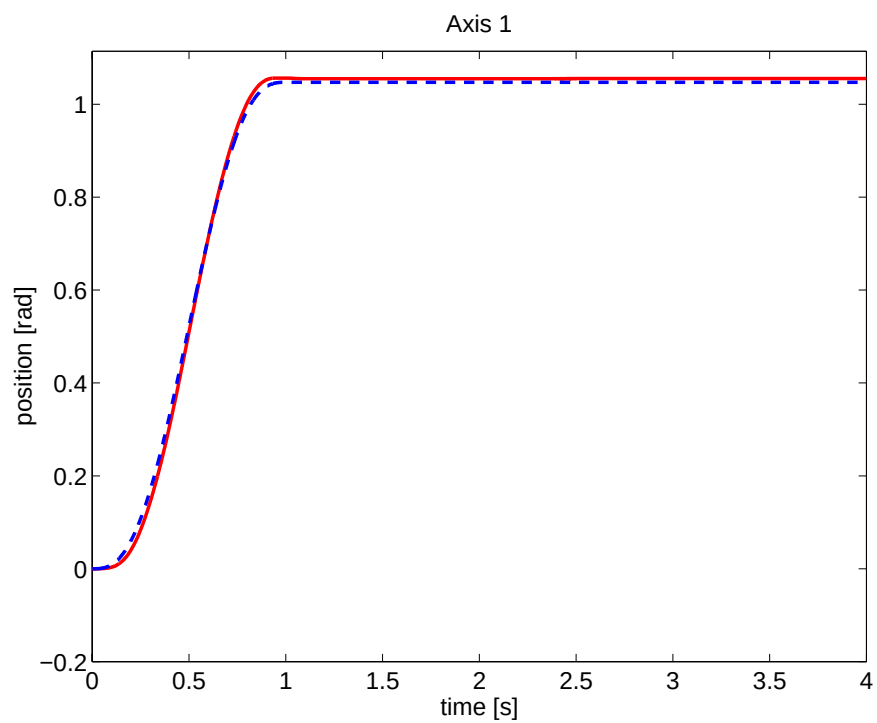


図 5.7: 目標軌道 2 に対する関節角度 (実線: 測定値, 破線: 目標値)

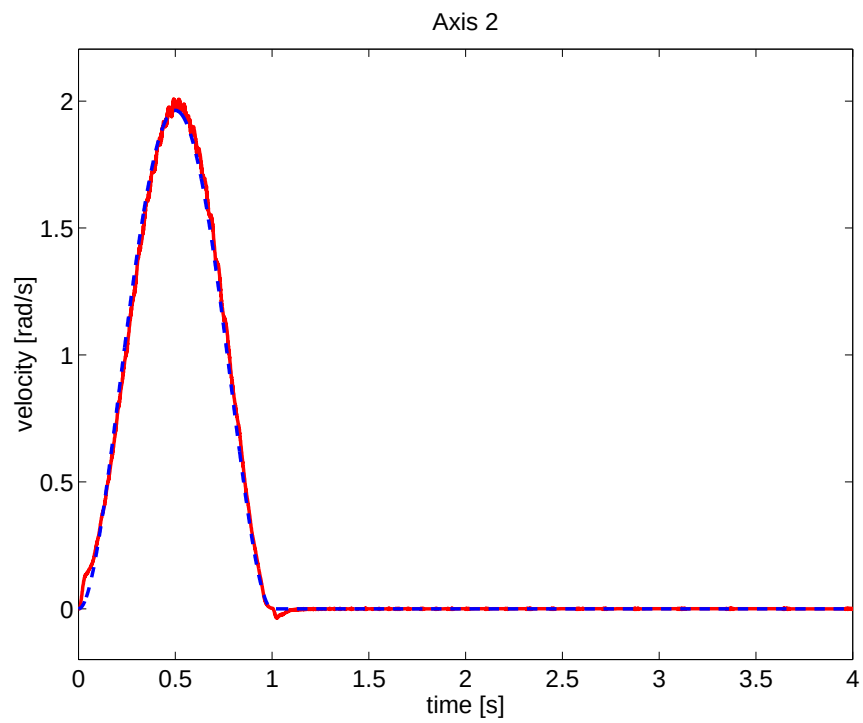
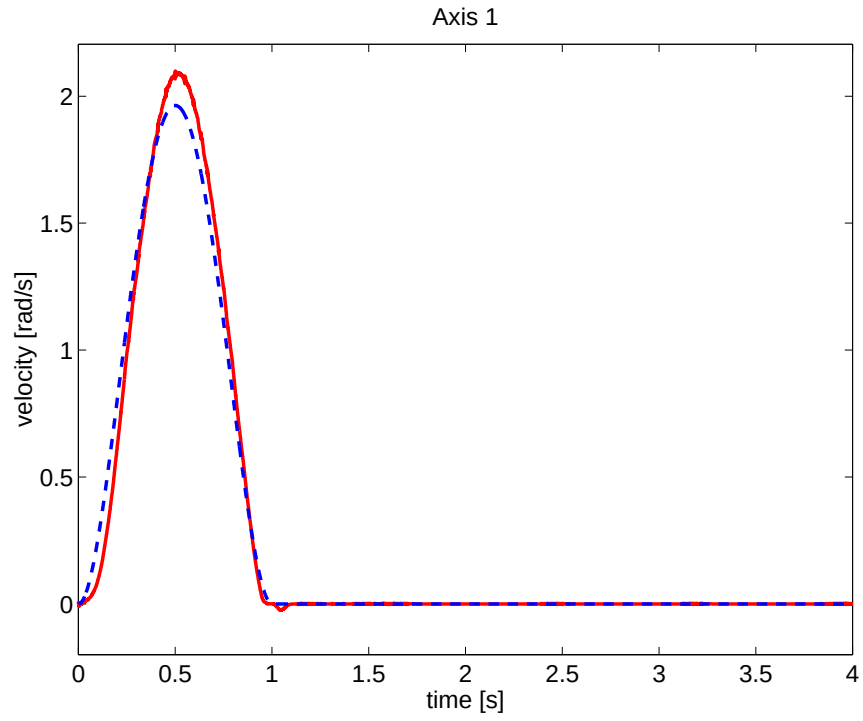


図 5.8: 目標軌道 2 に対する関節角速度 (実線: 測定値, 破線: 目標値)

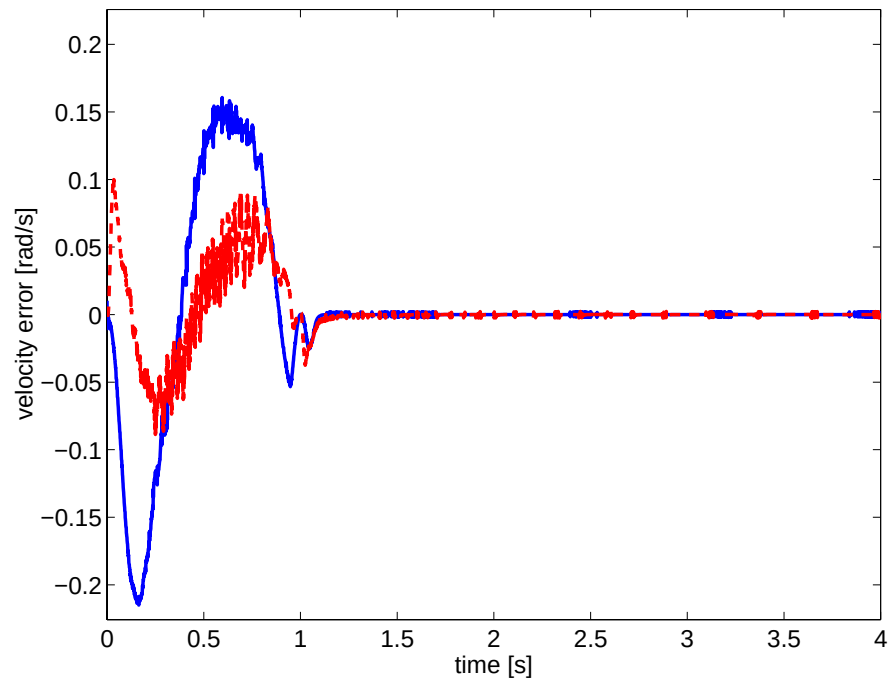
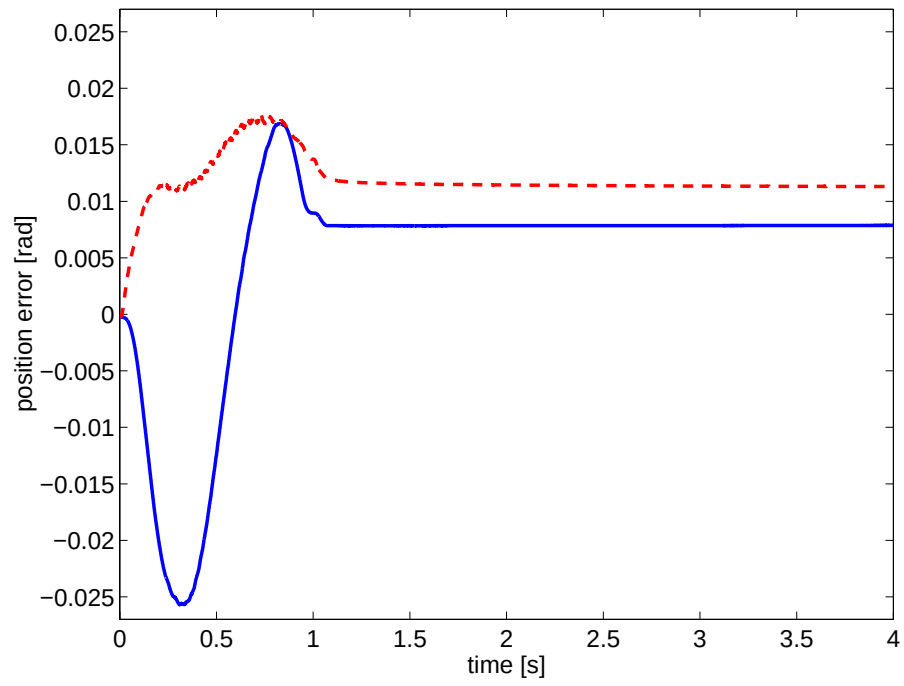


図 5.9: 目標軌道 2 に対する位置誤差 (上), 速度誤差 (下) (実線: 第 1 関節, 破線: 第 2 関節)

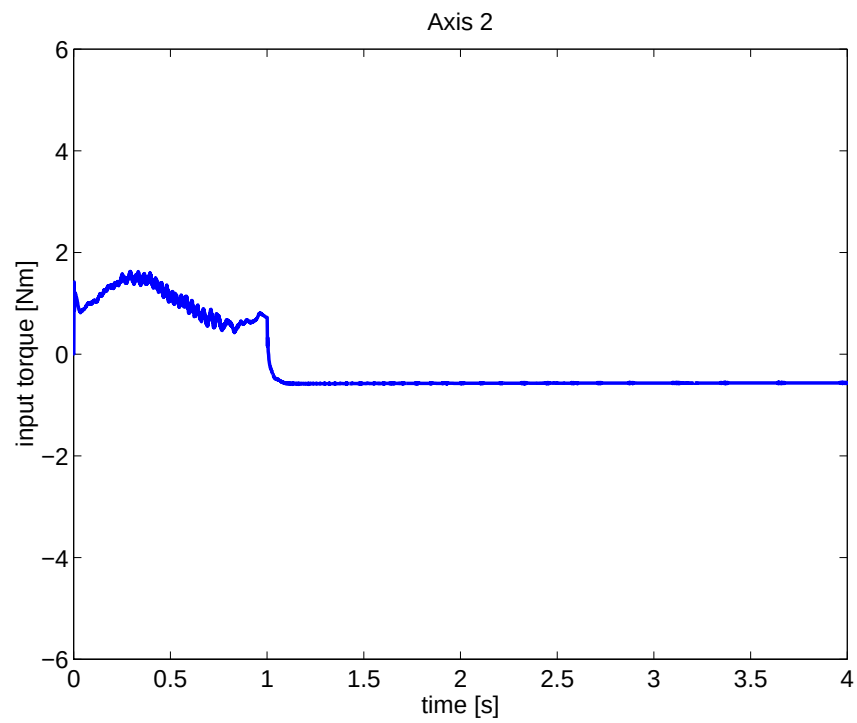
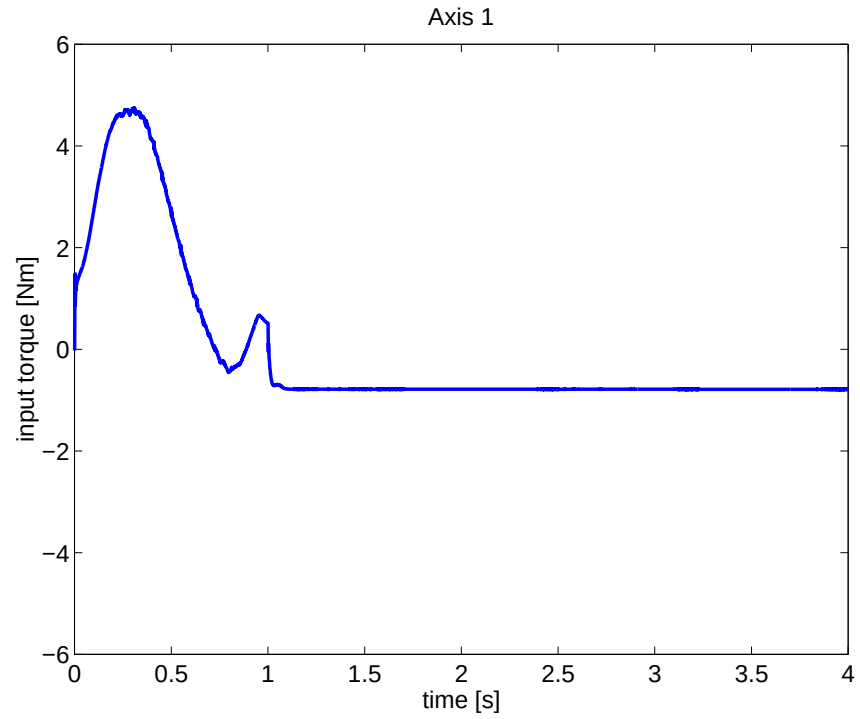


図 5.10: 目標軌道 2 に対する関節トルク (上: 第 1 関節, 下: 第 2 関節)

(実験 2)

(実験 1) ではノミナル軌道追従 SP-D 制御則で実際に追従が行われることを確認し、ダイナミクスモデルに含まれる不確かさの影響が誤差を大きくする原因のひとつであることを確かめた。しかし、不確かさが存在したとしても、ある程度同定を行った物理パラメータを用いればダイナミクス補償項を加えた方が良好な追従が期待できることを確認しておく必要がある。目標軌道 1 に対してダイナミクス補償項を含む場合の制御則と含まない場合の制御則により追従を行わせる。なお、ゲイン $\mathbf{K}$ および $\mathbf{\Lambda}$ は (実験 1) と同じにした。

(結果および考察)

図 5.11 および図 5.12 が、それぞれ位置誤差、速度誤差を表すグラフである。実線がダイナミクス補償を含む制御則による結果であり、破線がダイナミクス補償を含まない制御則による結果を表している。

速度誤差および位置誤差のピーク値が小さく抑えられていることが各関節の実験結果から確認できる。特に、第 2 関節について位置誤差はほぼ零を達成しており (図 5.11 の下グラフ参照)、ダイナミクス補償が非常に効果的に機能している様子を表している。第 3.1 節にある、2 自由度マニピュレータの物理パラメータ

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} m_1 l_{g1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 \\ m_2 l_{g2}^2 + I_2 \\ m_2 l_1 l_{g2} \end{bmatrix}$$

の内容をみれば分かるように、第 1 関節の位置誤差は第 1 リンクだけでなく第 2 リンクのリンクパラメータも影響しているため、物理パラメータには不確かさが含まれやすい。実際、ダイナミクス補償を行わない場合の結果よりも誤差のピーク値が小さく抑えられている。この実験結果より、制御則にダイナミクス補償項を追加した場合の有効性を確認できた。

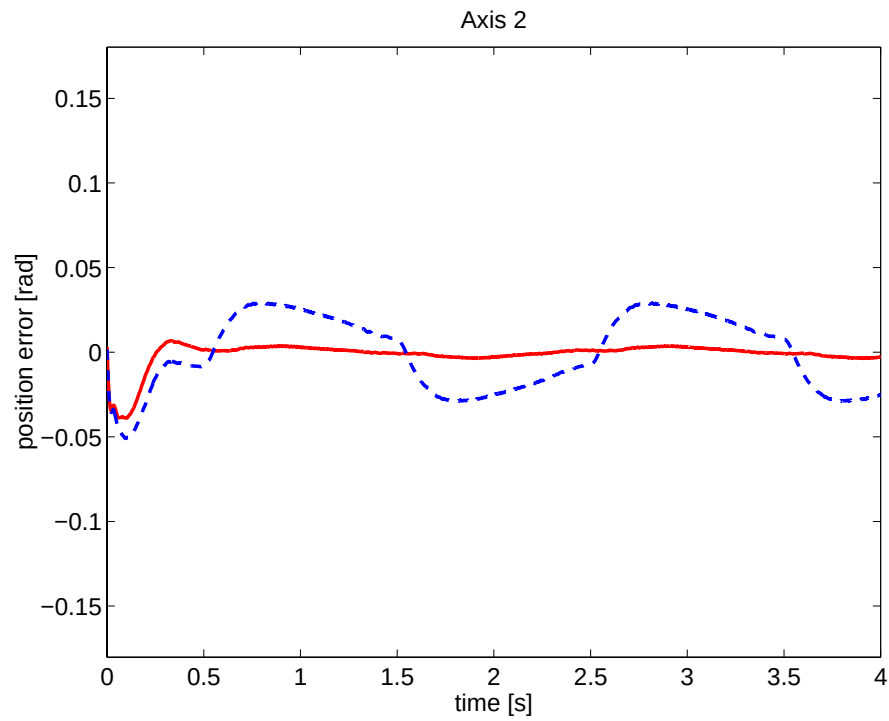
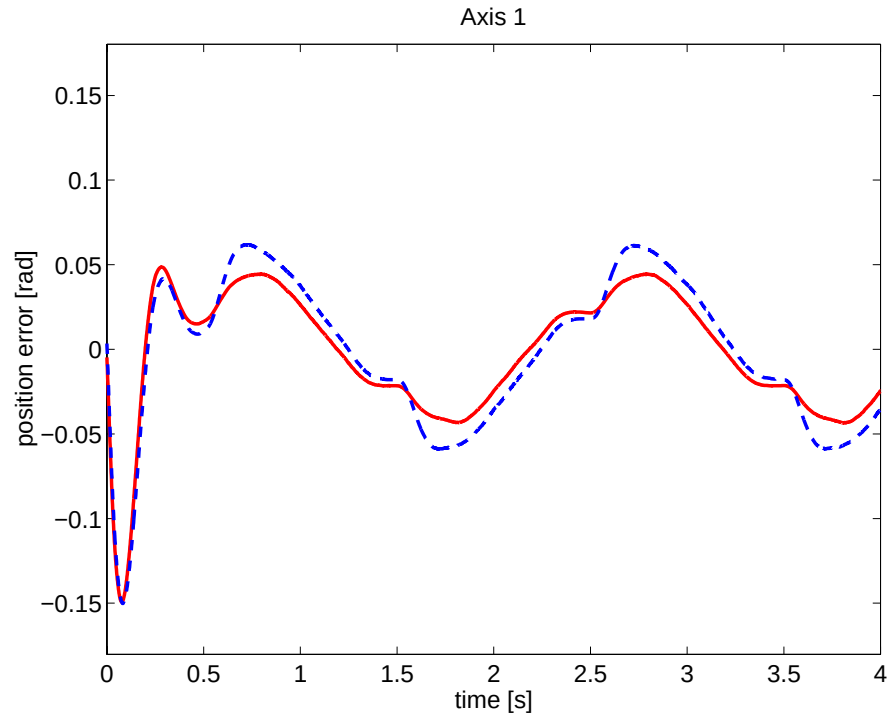


図 5.11: 位置誤差 (実線: ダイナミクス補償あり, 破線: ダイナミクス補償なし)

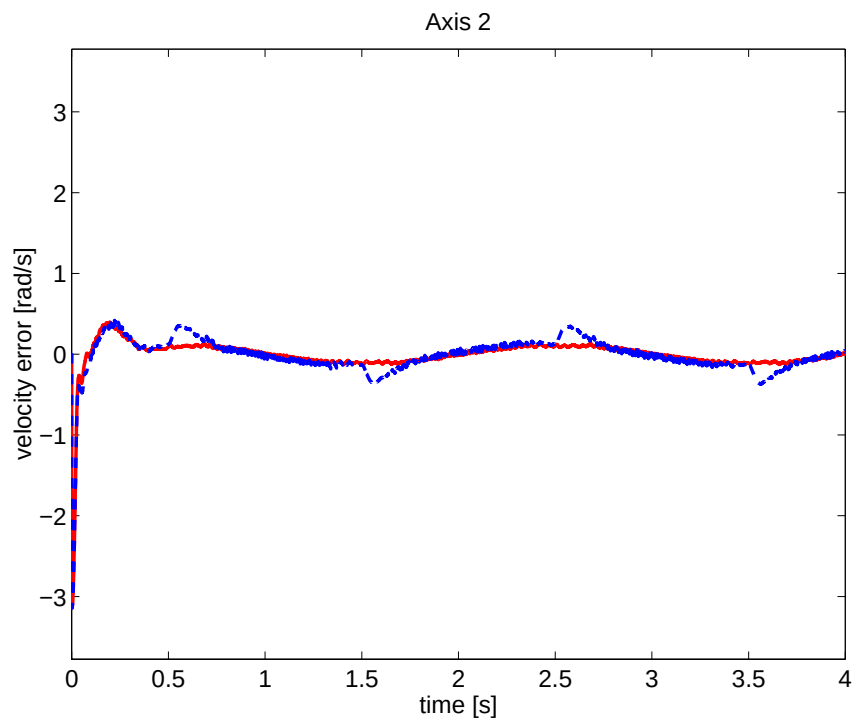
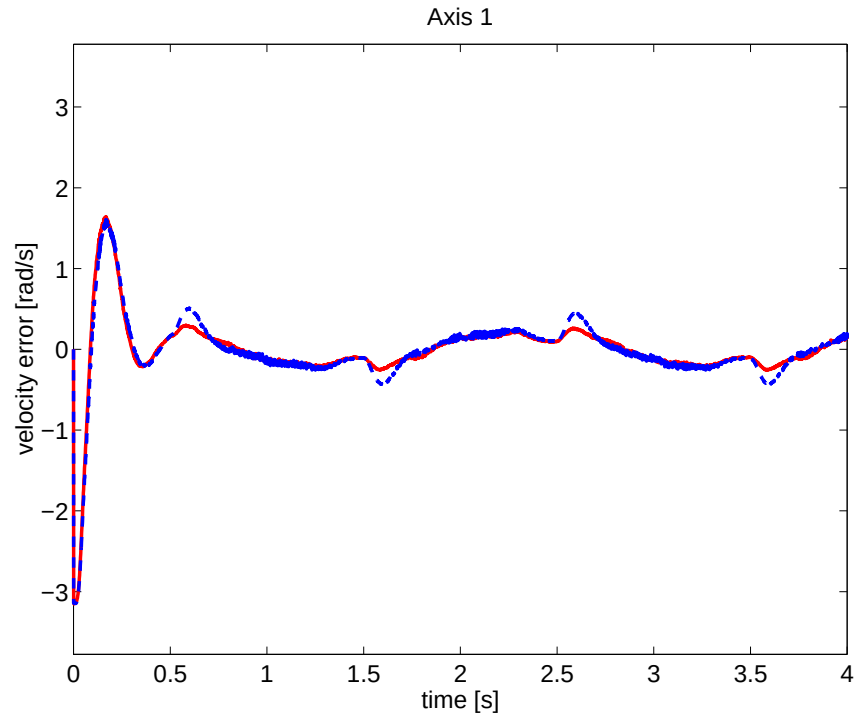


図 5.12: 速度誤差 (実線：ダイナミクス補償あり，破線：ダイナミクス補償なし)

5.4 本章のまとめ

本章では，マニピュレータダイナミクスに不確かさがないと仮定した場合にノミナル軌道追従 SP-D 制御則を提案した．提案した制御則は，定置制御に用いられていた SP-D 制御則の補助変数を再構成し，マニピュレータのダイナミクス補償項を加えたことによって，追従制御に利用できるように拡張した．また，この制御則で構成される閉ループ系の平衡点が大域的に漸近安定となることを示した．実際のマニピュレータを使った実験では追従が行われることを確認し，提案した制御則に対する考察を行った．また，制御則に導入したダイナミクス補償項が有効であることも実験により確認した．

実験 1 の目標軌道 1 に対する実験結果は目標軌道 2 の実験結果よりも誤差のオーダーが大きく，追従制御問題ではダイナミクスモデルに含まれる不確かさに対する配慮がより必要と言える．追従誤差を生じさせる原因のひとつである物理パラメータの不確かさは，実際のマニピュレータを制御する場合には避けることのできないものであり，不確かさが存在する場合にも要求される制御性能を達成できるようにロバスト (頑強) な制御が必要となる．次章ではパラメトリックな不確かさに対するロバスト制御について考える．

第 6 章

ロバスト 軌道追従 SP-D 制御

本章では，ダイナミクスモデルの物理パラメータに含まれるパラメトリックな不確かさに対するロバスト性を考慮した SP-D 制御について考える．ここで提案するロバスト軌道追従 SP-D 制御則は，不確かさの情報を積極的に利用し，不確かさが存在する場合にも要求される制御性能を達成する．フィードバックする位置誤差に飽和特性を与えている点が従来のロバスト制御則 [19] と異なり，前章のエネルギー整形にもとづいたノミナル軌道追従 SP-D 制御則を自然に拡張したものとなっている．

本章は，次のことについて述べる．

- ダイナミクスモデルにパラメトリックな不確かさが生じた場合，前章のノミナル軌道追従 SP-D 制御では制御性能が悪くなることを確認し，ロバスト性の重要性を最初に認識する．
- 次に，パラメトリックな不確かさの影響を抑制する補助入力を加え，不確かさに対してロバストな SP-D 制御則を提案する．
- 提案する制御則が閉ループ系を一様終局的有界とすることを示す．
- 実験的に提案したロバスト軌道追従 SP-D 制御則の有効性を検証する．

6.1 パラメトリックな不確かさの影響

マニピュレータダイナミクスにパラメトリックな不確かさが存在する場合、前章で紹介したノミナル軌道追従 SP-D 制御則による追従制御実験の結果を最初に示す。実験結果からこの不確かさの影響を確認し、ロバスト性を考慮する重要性を認識する。

マニピュレータの手先に作業ツールが取り付けられ、物理パラメータが変動する (パラメトリックな不確かさが生ずる) 場合について考える。実験ではマニピュレータの手先に負荷を取り付け不確かさを生じさせる。不確かさを含む状態で、表 5.1 の公称物理パラメータを用いてノミナル軌道追従 SP-D 制御則 (5.2) 式により追従を行わせる。目標軌道、飽和関数およびフィードバックゲイン $\mathbf{K}, \mathbf{\Lambda}$ は、ノミナル追従制御実験の場合と同じ値とする。

パラメトリックな不確かさがある (負荷あり) 場合と不確かさがない (負荷なし) 場合の実験結果 (前章の実験結果) をグラフに示す。図 6.1～図 6.4 は各目標軌道に対する各関節毎の追従誤差である。横軸が時刻を、縦軸がそれぞれの誤差を表している。破線が不確かさを含まない場合の追従誤差であり、実線が不確かさを含む場合の結果である (図 5.6 や図 5.9 と縦軸のスケールが異なるので注意)。両目標軌道に対して各関節の位置誤差、速度誤差ともに不確かさが含まれる場合の追従誤差の方が大きくなっていることを各グラフからすぐに分かる。図 6.1 および図 6.2 では、追従誤差はダイナミクス補償項で十分に補償できない動作開始直後だけでなく、動作の途中においても不確かさがある場合の方が大きく現れているのが顕著である。目標軌道 2 に対しても動作開始直後の追従誤差の方が、不確かさが存在する場合に著しく大きくなっていることが図 6.3 および図 6.4 から確認できる。ただし、図 6.3 の上グラフ (第 1 関節の位置誤差) について、誤差が静定した後 (およそ 1.3 秒以降) の定常偏差 (実線) が破線で表される誤差より小さい結果となった。予想に反するこの結果は、手先に取付けた負荷により慣性力が大きくなり、妨げとなっていた摩擦力に打ち勝って位置誤差を減少させる方向に働いたためと考えられる。このように各関節ごとの評価では十分でないところもあるので、全関節の誤差をまとめて評価できるように自乗平均誤差 (Root-Mean-Squared error, RMS error)

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{e}(t) \\ \dot{\mathbf{e}}(t) \end{bmatrix} \right\| := \sqrt{e_1(t)^2 + e_2(t)^2 + \dot{e}_1(t)^2 + \dot{e}_2(t)^2} \quad (6.1)$$

を利用した結果も示しておく。

図 6.5 は上側のグラフが目標軌道 1 に対する自乗平均誤差 $\|[\mathbf{e}^T, \dot{\mathbf{e}}^T]^T\|$ であり，下側のグラフが目標軌道 2 に対するものである．また，実線は不確かさが存在する場合の結果であり，破線は不確かさが存在しない場合の結果である．図 6.5 のように自乗平均誤差で全関節の追従誤差をまとめた場合，パラメトリックな不確かさが追従誤差に与える影響を定量的に評価できる．ほとんどの時刻において実線が破線よりも大きく，その最大値は表 6.1 のとおりである．

表 6.1: 自乗平均誤差 $\|[\mathbf{e}^T, \dot{\mathbf{e}}^T]^T\|$ の最大値

	不確かさあり (実線)	不確かさなし (破線)
目標軌道 1	4.44	4.44
目標軌道 2	7.85×10^{-1}	2.18×10^{-1}

ただし，目標軌道 1 に対する自乗平均誤差の最大値は関節速度の初期誤差によるものであるため，不確かさの有無にかかわらず同じ値である．また，(実験結果の測定時間に左右されるが) 自乗平均誤差の 4 秒間の時間積分値 (サンプリング時間 1ms で各時刻における自乗平均誤差の和を計算した値) でも不確かさが存在する場合，追従誤差に大きく影響してくることが分かる (表 6.2 参照)．

表 6.2: 自乗平均誤差 $\|[\mathbf{e}^T, \dot{\mathbf{e}}^T]^T\|$ の時間積分値 (サンプリング時間: 1 ms)

	不確かさあり (実線)	不確かさなし (破線)
目標軌道 1	3.00×10^3	9.51×10^2
目標軌道 2	4.89×10^2	1.58×10^2

以上のように，マニピュレータダイナミクスにパラメトリックな不確かさが存在する場合，ノミナル軌道追従 SP-D 制御則 (5.2) 式では劣化する追従性能に対して何もできない．次節では，不確かさ $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ の大きさが分かる場合に要求される追従性能を得られるように，パラメトリックな不確かさに対してロバストな SP-D 制御則を構成する．

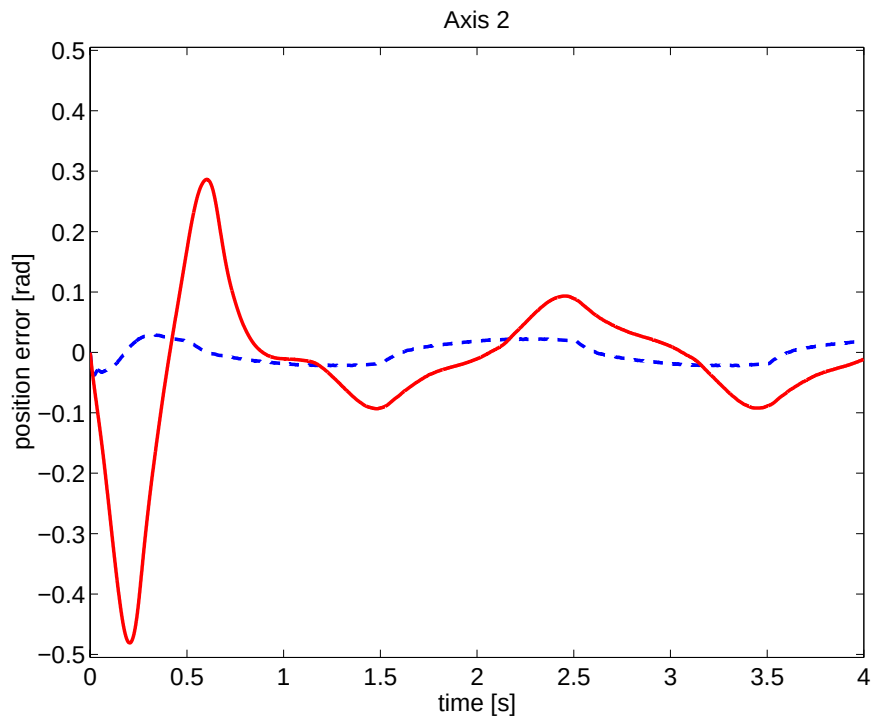
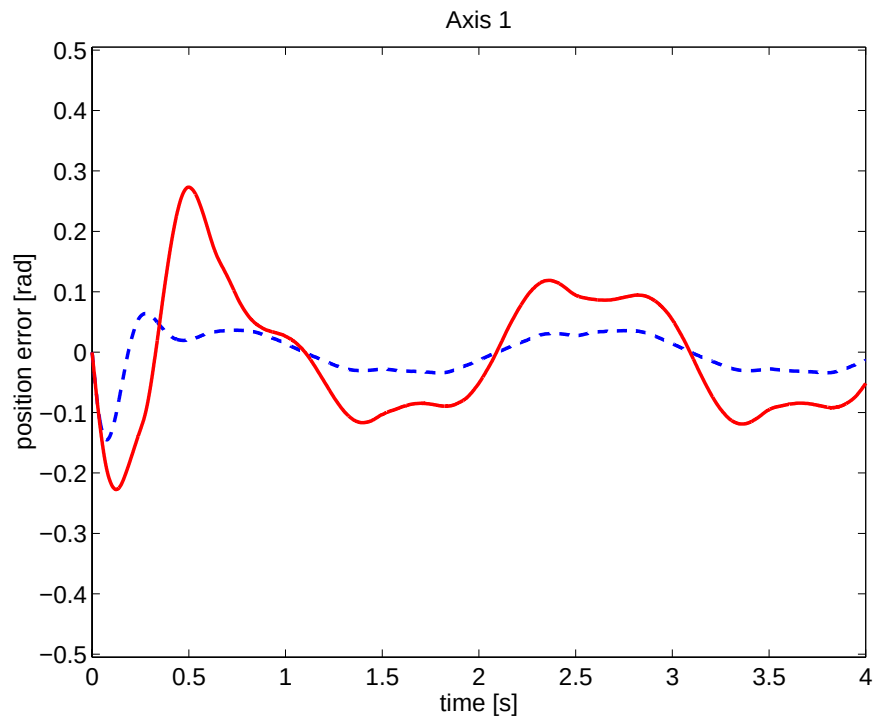


図 6.1: ノミナル軌道追従 SP-D 制御則による目標軌道 1 に対する位置誤差 (実線: $\tilde{\theta} \neq 0$, 破線: $\tilde{\theta} = 0$)

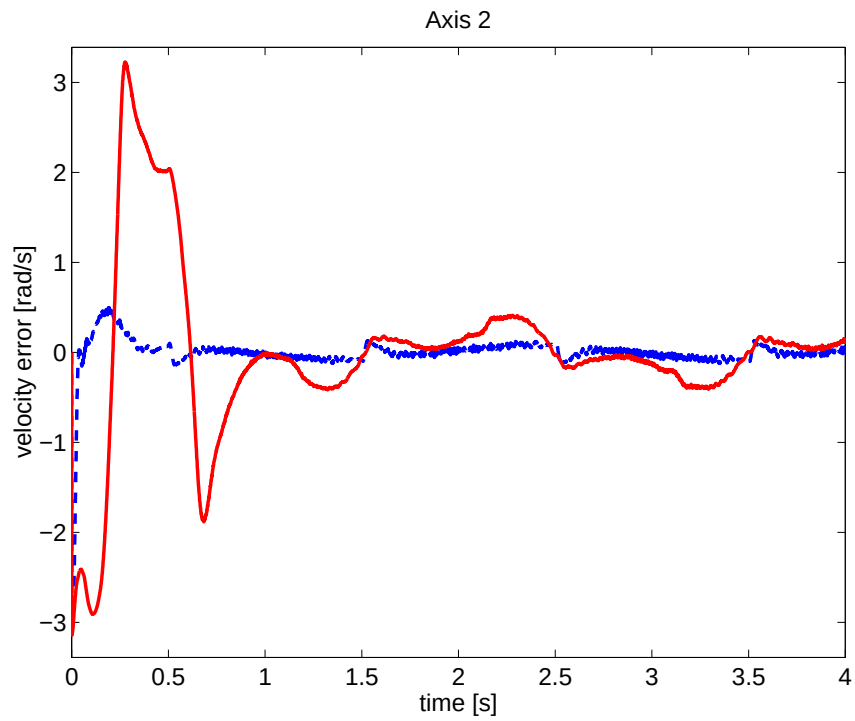
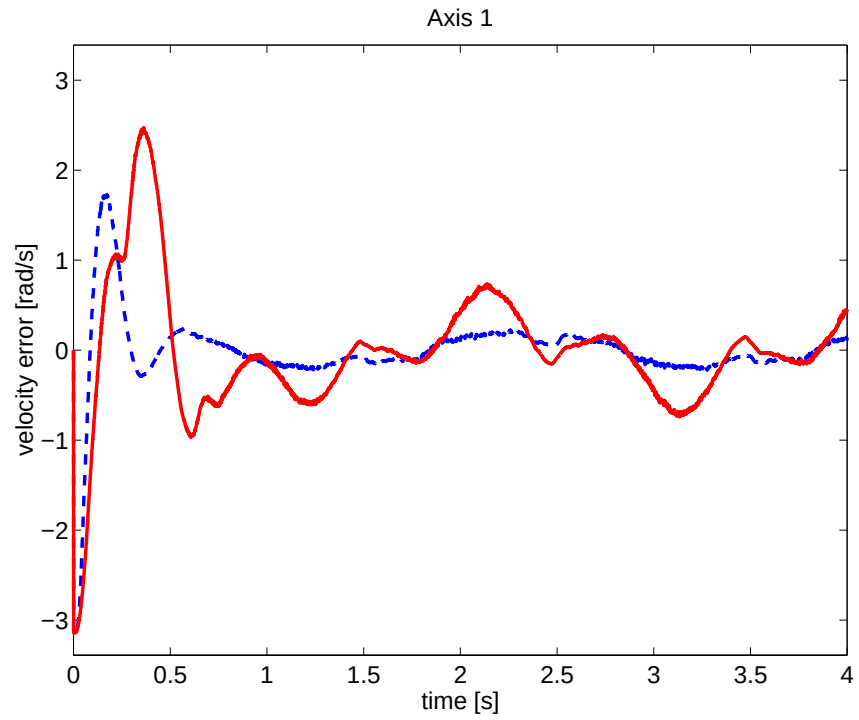


図 6.2: ノミナル軌道追従 SP-D 制御則による目標軌道 1 に対する速度誤差 (実線: $\tilde{\theta} \neq 0$, 破線: $\tilde{\theta} = 0$)

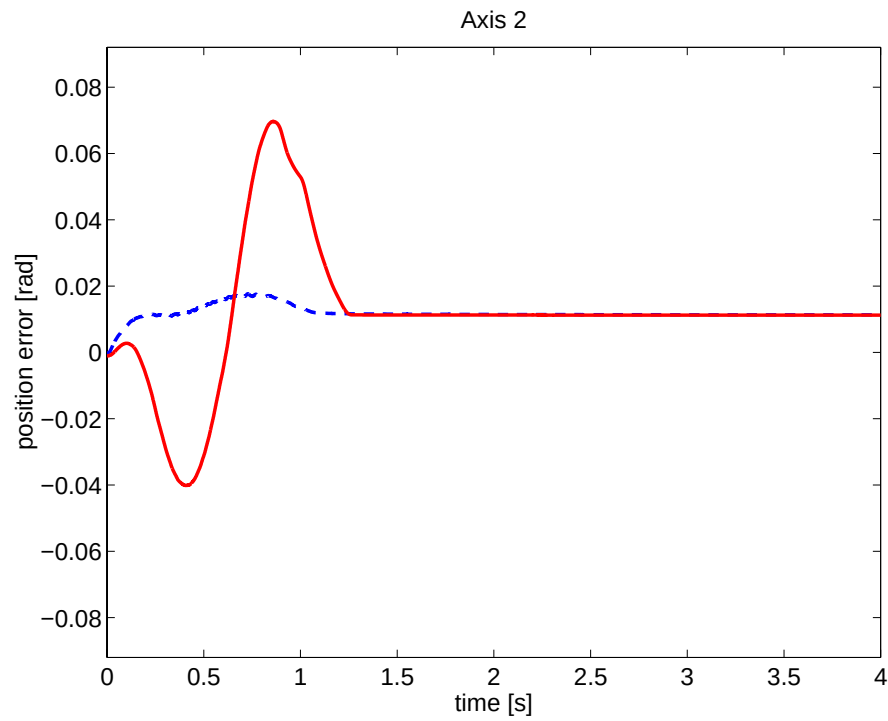
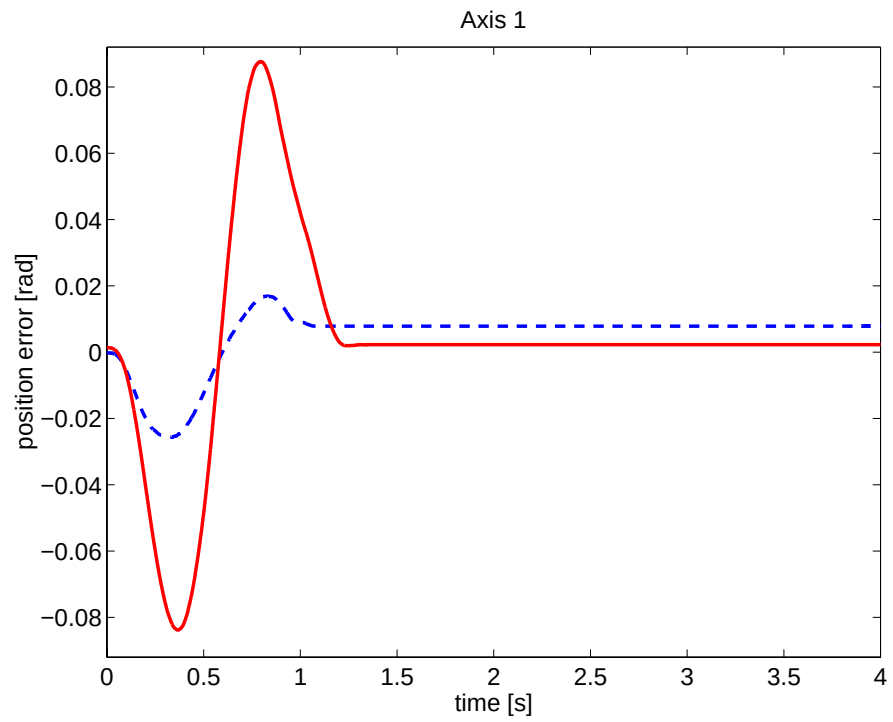


図 6.3: ノミナル軌道追従 SP-D 制御則による目標軌道 2 に対する位置誤差 (実線: $\tilde{\theta} \neq 0$, 破線: $\tilde{\theta} = 0$)

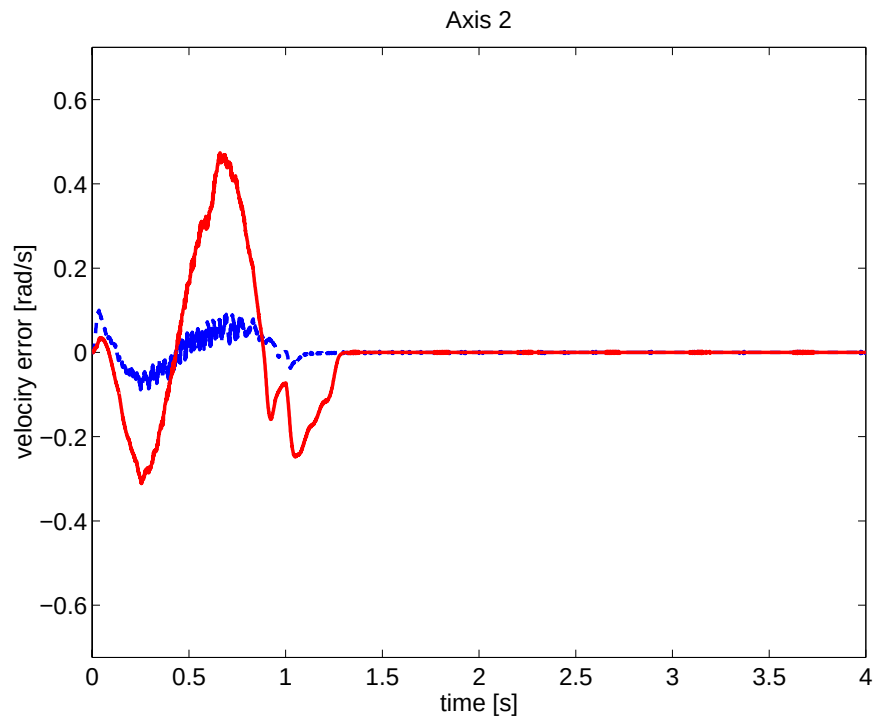
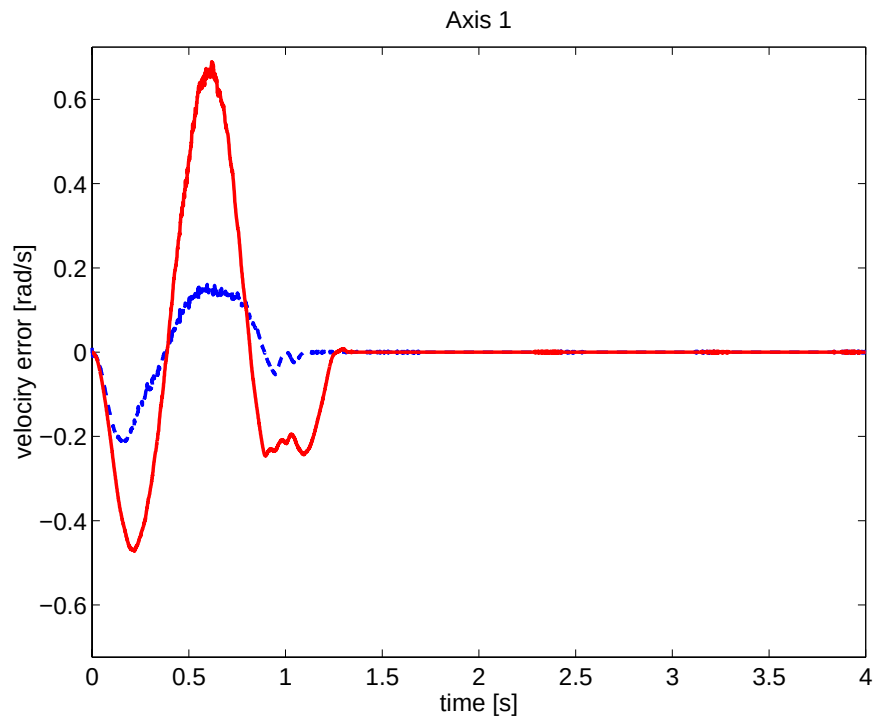


図 6.4: ノミナル軌道追従 SP-D 制御則による目標軌道 2 に対する速度誤差 (実線: $\tilde{\theta} \neq 0$, 破線: $\tilde{\theta} = 0$)

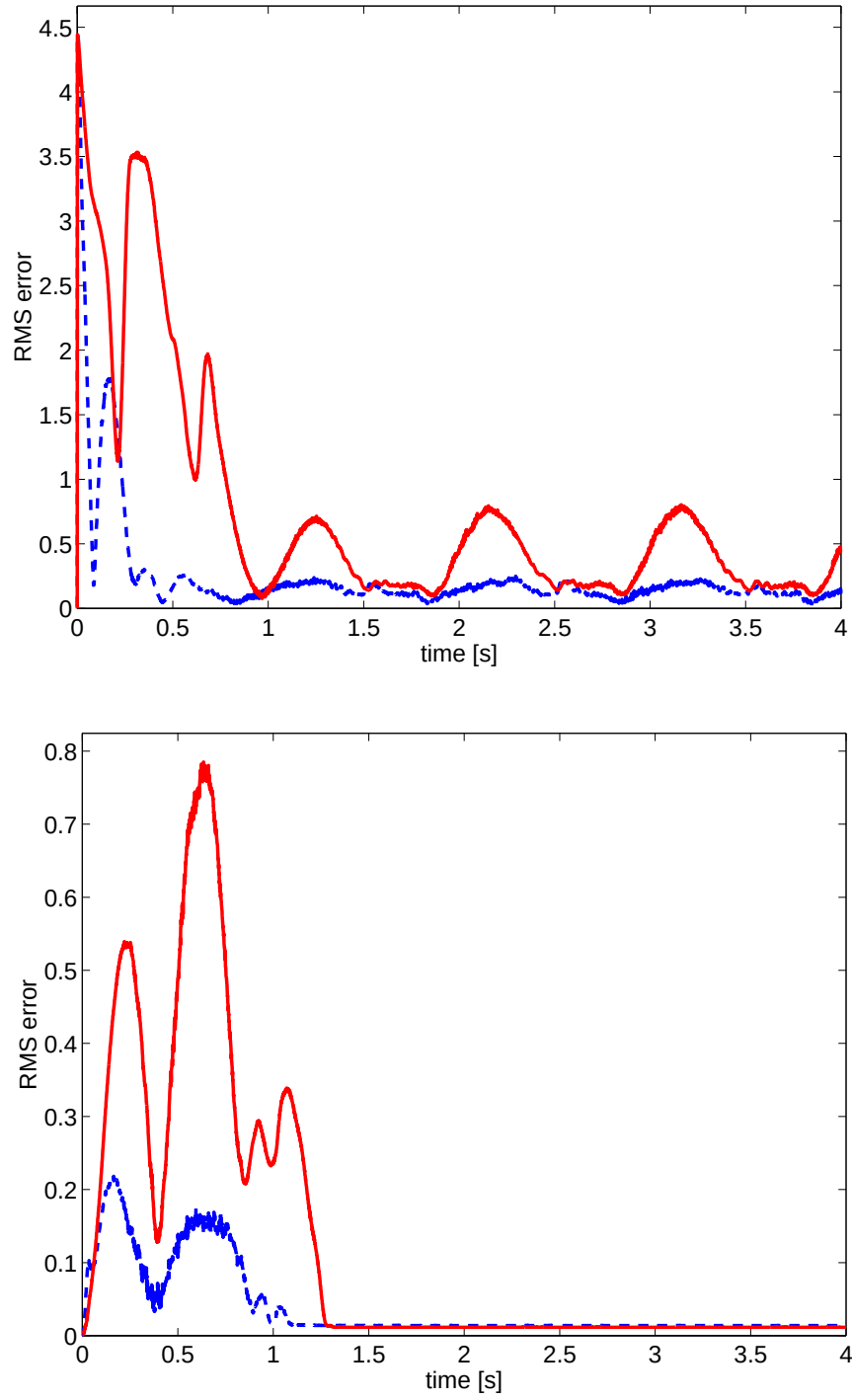


図 6.5: 自乗平均誤差 $\|[\mathbf{e}^T, \dot{\mathbf{e}}^T]^T\|$ (上: 目標軌道 1, 下: 目標軌道 2; 実線: $\tilde{\theta} \neq 0$, 破線: $\tilde{\theta} = 0$)

6.2 ロバスト 軌道追従 SP-D 制御則

前節の実験では不確かさ $\tilde{\theta}$ が存在する場合に正確なダイナミクス補償が行われなため、ノミナル軌道追従 SP-D 制御則では追従誤差が大きくなることが確認された。しかし、パラメトリックな不確かさに関して全く未知でなく、不確かさの大きさが分かるような場合にはその情報を積極的に活用して、所望の制御性能を達成するロバスト制御則を構成できる。文献 [8, 19] で紹介される制御則は、不確かさによって生ずる望ましくない摂動を抑制するように、マニピュレータのダイナミクス補償項に補助入力を加えている。本節ではこの手法をノミナル軌道追従 SP-D 制御則に導入し、拡張したロバスト制御則を提案する。

(ロバスト 軌道追従 SP-D 制御則)

パラメトリックな不確かさ $\tilde{\theta}$ が有界すなわち (3.4) 式を満足し、その上界 ρ_i ($i = 1, \dots, m$) が既知であると仮定する。マニピュレータ (3.1) 式に対して次式の制御則を提案する (図 6.6 参照)。

$$\begin{aligned}\tau &= \hat{M}(q)\ddot{q}_s + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_s + \hat{g}(q) - Ks + Y(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)u \\ &= Y(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)(\hat{\theta} + u) - Ks\end{aligned}\quad (6.2)$$

ここで、 $\dot{q}_s$ および $\ddot{q}_s$ は仮想目標軌道であり、(5.3) 式 および (5.6) 式で与えられるものと同じである。また、補助変数 s も (5.4) 式と同様に定義される。したがって、補助変数の性質

$$s = \dot{e} + \Lambda\varphi(e)$$

も成立する。

不確かさ $\tilde{\theta}$ による望ましくない摂動を抑制するための補助入力ベクトル $u \in \mathbb{R}^m$ の各要素は次式で定義される。

$$u_i := \begin{cases} -\rho_i \frac{(Y^T s)_i}{|(Y^T s)_i|}, & |(Y^T s)_i| > \varepsilon_i \\ -\frac{\rho_i}{\varepsilon_i} (Y^T s)_i, & |(Y^T s)_i| \leq \varepsilon_i \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (6.3)$$

ただし、 $(Y^T s)_i$ はベクトル $Y(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)^T s$ の第 i 要素であり、 ε_i (> 0) は制御仕様を達成するように適切に選ばれるパラメータである。パラメータ ε_i は、次節で示す終局的有界性に関連する閉集合の大きさを調節するので、boundary layer parameters と呼ばれることがある [29]。

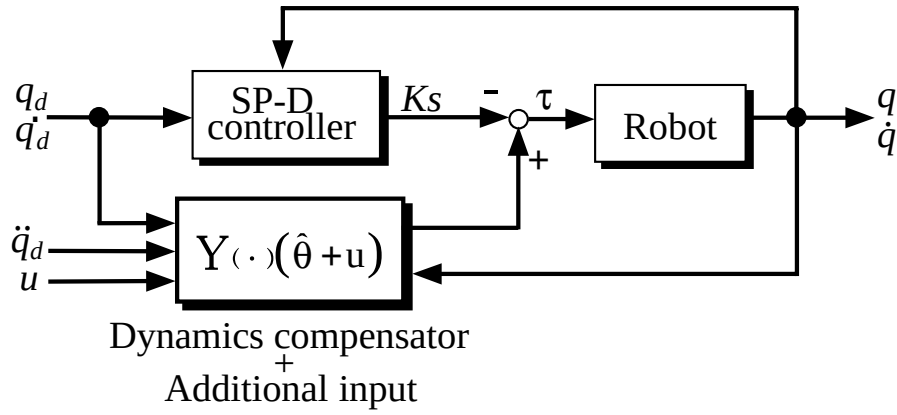


図 6.6: ロバスト軌道追従 SP-D 制御則により構成される閉ループ系 (ブロック図)

制御則 (6.2) 式は補助入力 u を取り除くとノミナル軌道追従 SP-D 制御則 (5.2) 式に一致する. この補助入力 (6.3) 式が, 不確かさによる望ましくない摂動がある有界の大きさに抑える働きをする. フィードバックゲイン K, Λ とパラメータ ε_i の調整により, 所望の制御性能を得られるように, 追従誤差がその中に押しとどめられる有界な領域の大きさを調整することが可能である[†]. したがって, 制御則 (6.2) 式および (6.3) 式は, フィードバックゲインを必要以上に高く設定することなく, 所望の制御性能を達成できる.

ロバスト SP-D 制御則 (6.2) 式および (6.3) 式をマニピュレータダイナミクス (3.1) 式に代入すると, 次式の閉ループ系を得る.

$$M\dot{s} + \{C + K\}s = Y(\tilde{\theta} + u) \quad (6.4)$$

ただし, $Y = Y(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)$ である.

不確かさ $\tilde{\theta}$ が存在するため上式の右辺は零とならず, 補助入力 u を加えることで不確かさによる望ましくない摂動を引き起こす原因 $Y\tilde{\theta}$ を抑制しようとしている考え方が上式から察することができる.

6.3 一様終局的有界性

閉ループ系 (6.4) 式はパラメトリックな不確かさが存在するため, 平衡点の漸近安定性を示すことは難しい. 代わりに, 次に定義する終局的有界性を示すことができる.

[†] 一様終局的有界性の証明の際に有界な領域の大きさとフィードバックゲインとパラメータの関係を示す.

定義 1 (終局的有界性) [7]

次式で表される系

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{x}(t) : [t_0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (6.5)$$

について考える (図 6.7 参照). ただし, $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ は時刻 t における系の状態であり, 添字の 0 は初期値を意味する. 閉集合 $B \subset \mathbb{R}^n$ に関して, ある時刻

$$t'(\mathbf{x}_0, B, t_0) < \infty \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{x}(t) \in B, \quad \forall t \geq t_0 + t'(\mathbf{x}_0, B, t_0) \quad (6.6)$$

が存在するとき, 系 (6.5) 式は**終局的有界**であるという. また, 時刻 $t'(\mathbf{x}_0, B, t_0)$ が初期時刻 t_0 に依存しないとき, **一様終局的有界**であるという. $\square$

終局的有界性は, 実用的安定性 (practical stability) [7] と関係する制御系の性質である. ある有限な時刻 t' が経過した後, 状態 $\mathbf{x}$ が平衡点近傍の集合 B に入り, それ以降その中にとどまりつづけることを意味する. この集合 B が十分に小さければ, 実用的に制御目的を達成できたとみなすことができる.

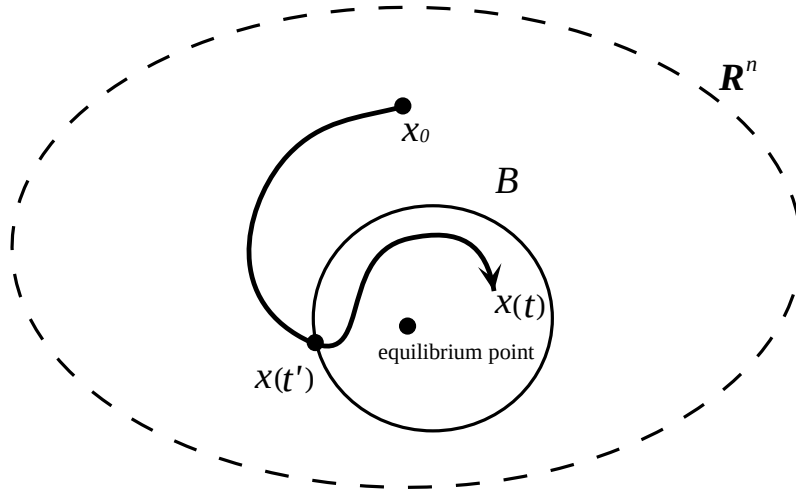


図 6.7: 終局的有界性

定理 3 (一様終局的有界性) マニピュレータダイナミクス (3.1) 式について考える. 不確かさ $\tilde{\theta}$ の各要素毎の上界 $\rho := [\rho_1, \dots, \rho_m]^T$ が既知, すなわち $|\theta_i| \leq \rho_i$ ($i = 1, \dots, m$) を満足する ρ_i が既知であり, パラメータ $\varepsilon := [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m]^T$ ($\varepsilon_i > 0$) が与えられるとする. ロ

バスト軌道追従 SP-D 制御則 (6.2) 式および (6.3) 式により構成される閉ループ系 (6.4) 式は、領域 $B(\boldsymbol{\rho}, \varepsilon, \mathbf{K}, \boldsymbol{\Lambda})$ に関して一様終局的有界である。◇

(証明)

エネルギー関数

$$V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) := \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{M} \mathbf{s} + U(\mathbf{e}) \quad (6.7)$$

を定義する。エネルギー関数 V は、ノミナル制御の場合のリアプノフ関数 (5.9) 式と同じである。対象である閉ループ系が (5.7) 式の場合と異なるため、閉ループ系 (6.4) 式の解軌道に沿って関数 V を時間微分すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\mathbf{s}^T \mathbf{K} \mathbf{s} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T (\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C}) \mathbf{s} + \frac{\partial U}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{e}} + (\mathbf{Y}^T \mathbf{s})^T (\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{u}) \\ &= -\dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{K} \dot{\mathbf{e}} - \varphi(\mathbf{e})^T \boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Lambda} \varphi(\mathbf{e}) + (\mathbf{Y}^T \mathbf{s})^T (\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{u}) \end{aligned}$$

ただし、マニピュレータダイナミクスの性質 (P2)、ポテンシャルエネルギーの性質 (4.5) 式、および補助変数の性質 (5.5) 式を用いた。右辺第3項に関して Cauchy-Schwartz の不等式を適用し、不確かさの上界を考えあわせると

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \sum_{i=1}^m |(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i| |\tilde{\theta}_i| + \sum_{i=1}^m (\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i u_i \\ &\leq -\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \sum_{i=1}^m |(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i| \rho_i + \sum_{i=1}^m (\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i u_i \end{aligned} \quad (6.8)$$

となる。ただし、

$$\mathbf{x} := \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ \varphi(\mathbf{e}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} := \begin{bmatrix} \mathbf{K} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Lambda} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

である。

次に、 $|(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i|$ で場合分けをして補助入力 u_i を代入する。

(i) すべての i に対して $|(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i| > \varepsilon_i$ を満足する場合:

(6.3) 式より補助入力 $u_i = -\rho_i \frac{(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i}{|(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i|}$ となる。したがって、 V 関数の時間微分は

$$\dot{V} \leq -\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} \quad (6.10)$$

となる。 $\mathbf{Q}$ が正定行列であり、 $\dot{\mathbf{e}} \neq \mathbf{0}$ または $\varphi(\mathbf{e}) \neq \mathbf{0}$ であるので $\dot{V} < 0$ である。

(ii) $r (< m)$ 個の $(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i$ が $|(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i| \leq \varepsilon_i$ を満足する場合:

表現上, $i = 1, \dots, r$ に関して, $|(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i| \leq \varepsilon_i$ が成立するとする. 実際には m 個のうち r 個であればよく, 順序は関係ない.

このとき補助入力

$$\begin{aligned} u_i &= -\frac{\rho_i}{\varepsilon_i} (\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i \quad (i \leq r) \\ u_i &= -\rho_i \frac{(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i}{|(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i|} \quad (i > r) \end{aligned}$$

であり, これらを (6.8) 式に代入すると

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \sum_{i=1}^r \rho_i |(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i| - \sum_{i=1}^r \frac{\rho_i}{\varepsilon_i} (\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i^2 + \sum_{j=r+1}^m \rho_j |(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_j| - \sum_{j=r+1}^m \rho_j \frac{(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_j^2}{|(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_j|} \\ &= -\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \sum_{i=1}^r \rho_i |(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i| - \sum_{i=1}^r \frac{\rho_i}{\varepsilon_i} (\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i^2 \\ &= -\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} - \sum_{i=1}^r \frac{\rho_i}{\varepsilon_i} \left(|(\mathbf{Y}^T \mathbf{s})_i| - \frac{\varepsilon_i}{2} \right)^2 + \sum_{i=1}^r \frac{\varepsilon_i \rho_i}{4} \\ &\leq -\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \sum_{i=1}^r \frac{\varepsilon_i \rho_i}{4} \\ &\leq -\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{x}\|^2 + \sum_{i=1}^r \frac{\varepsilon_i \rho_i}{4} \end{aligned} \tag{6.11}$$

を得る. ただし, $\lambda_{\min}(\mathbf{Q})$ は行列 $\mathbf{Q}$ の最小固有値である.

したがって,

$$\|\mathbf{x}\| > \omega \quad \text{のとき} \quad \dot{V} < 0 \tag{6.12}$$

$$\text{ただし,} \quad \omega := \left(\frac{\sum_{i=1}^r \varepsilon_i \rho_i}{4\lambda_{\min}(\mathbf{Q})} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{6.13}$$

であり, 平衡点近傍の領域

$$B(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{K}, \boldsymbol{\Lambda}) := \{(e, \dot{e}) \mid \|\mathbf{x}\| \leq \omega\} \tag{6.14}$$

に関して, 閉ループ系の一樣終局的有界性が示される.

(証明終)

また, この一樣終局的有界性は e と $\dot{e}$ で構成される空間に関して大域的であることが示せる.

定理 4 (大域的一樣終局的有界性) 閉ループ系 (6.4) 式は, 領域 $B(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{K}, \boldsymbol{\Lambda})$ に関して大域的に一樣終局的有界である. $\diamond$

(証明)

大域性を示すために, $V(e, \dot{e})$ 関数が $e, \dot{e}$ に関して半径方向に非有界, *i.e.*,

$$\left\| \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} \right\| \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad V(e, \dot{e}) \rightarrow \infty$$

となること示す. ただし, $V(e, \dot{e})$ 関数を構成する際, ポテンシャルエネルギー関数 $U(e)$ が

$$\|e\| \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad U(e) \rightarrow \infty \quad (6.15)$$

を満足する条件を加える.

関数 V は

$$V(e, \dot{e}) = \frac{1}{2} \{\dot{e} + \Lambda \varphi(e)\}^T M(q) \{\dot{e} + \Lambda \varphi(e)\} + U(e)$$

と表せるように, $\|[e^T, \dot{e}^T]^T\| \rightarrow \infty$ のとき $V \rightarrow \infty$ であり, 半径方向に非有界である. したがって, 領域 $B(\rho, \varepsilon, K, \Lambda)$ に関する閉ループ系の一樣終局的有界性は大域的である. あとは, 前述の定理の証明と同様に示すことができる.

(証明終)

これらの定理は, 閉ループ系 (6.4) 式に不確かさ $\tilde{\theta}$ が存在しても, 追従誤差 $e, \dot{e}$ は平衡点 $(e, \dot{e}) = (0, 0)$ 近傍の領域 $B(\rho, \varepsilon, K, \Lambda)$ に収束し, その中にとどまり続けることを保証している. したがって, 領域 $B(\rho, \varepsilon, K, \Lambda)$ が小さくなるように, 追従誤差の大きさを規定する ω の値を小さくすれば[†] 良好な追従が達成されることを意味する.

注意 3 領域 $B(\rho, \varepsilon, K, \Lambda)$ の境界上では $\dot{V} = 0$ となり, これ以上の平衡点への収束を保証できないが, $\|x\| \leq \omega$ は達成される. したがって, 要求される制御性能として ω が与えられれば, この領域内での不確かさ $\tilde{\theta}$ に起因する摂動は許されるものであり, 所望の制御仕様を満足することになる.

注意 4 この手法は, 位置誤差と速度誤差で構成されるベクトル x の大きさが ω 以下になるような制御仕様の与え方である. したがって, 位置誤差, 速度誤差の大きさがそれぞれある大きさ以下となるような要求に対しては, 要求の厳しい方を達成するように ω の値を小さく保守的に設定することになる. ただし, 収束領域の形を変えることで, 位置誤差と

[†] 通常, この ω の値は e_i と $\varphi(e_i)$ が 1 対 1 の関係を満足する程度には小さく設定する. したがって, $|\varphi(e_i)|$ が小さいならば $|e_i|$ も小さいと考えられる.

速度誤差に関する要求の差違を若干考慮することができる (図 6.8 参照). すなわち, (6.11) 式を展開すると

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{K}) \left\{ \lambda_{\min}(\mathbf{\Lambda})^2 \|\varphi(\mathbf{e})\|^2 + \|\dot{\mathbf{e}}\|^2 \right\} + \sum_{i=1}^r \frac{\varepsilon_i \rho_i}{4}$$

である. $\dot{V} < 0$ の条件から

$$\lambda_{\min}(\mathbf{\Lambda})^2 \|\varphi(\mathbf{e})\|^2 + \|\dot{\mathbf{e}}\|^2 > \omega'^2, \quad \text{ただし} \quad \omega' := \left(\frac{\sum_{i=1}^r \varepsilon_i \rho_i}{4\lambda_{\min}(\mathbf{K})} \right)^{\frac{1}{2}}$$

となる. ゲイン $\mathbf{\Lambda}$ の調整により破線で囲まれる収束領域を図 6.8 の斜線を掛けた領域のように変形でき, 位置誤差に対する要求制御性能と速度誤差に対する要求制御性能に差をつけることができる.

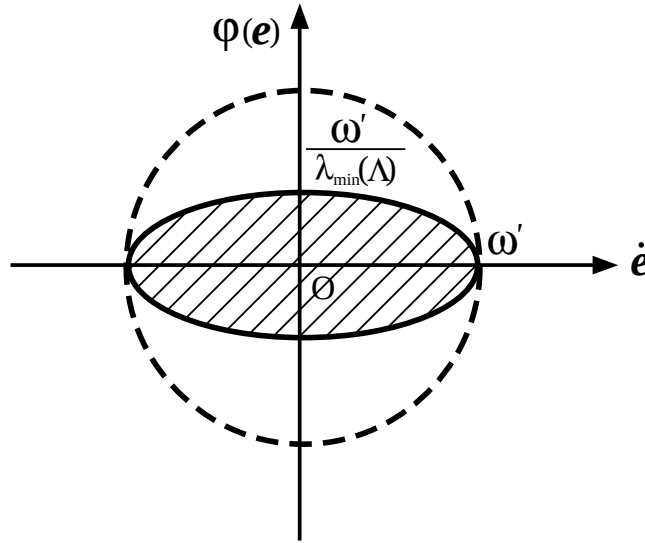


図 6.8: 収束領域の調整

注意 5 パラメトリックな不確かさ $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ の大きさを規定する $\boldsymbol{\rho}$ について考察する.

補助入力 $\mathbf{u}$ によって不確かさ $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ を完全に打ち消すことが可能と仮定するならば, すなわち $\boldsymbol{\rho} = -\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ が成立する場合, 閉ループ系 (6.4) 式はノミナル制御の場合と同じになり, 平衡点の漸近安定性を示すことができるようになる. しかし, 一般に $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ を正確に得ることができない. そこで, $\boldsymbol{\rho}$ の各値を大きく設定した場合, すなわち閉ループ系 (6.4) 式の右辺が $\|\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{u}\| > \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|$ となるような場合, 補助入力が逆に悪影響を与えることになる. また, $\rho_i < |\tilde{\theta}_i|$ となる程 $\boldsymbol{\rho}$ の各値を小さく設定した場合, 領域 B に入った後も $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ による摂動を抑制しきれない場合も起こり得ることになり, 終局的有界性を保証できなくなる.

6.4 ロバスト 追従制御実験

提案した制御則がパラメトリックな不確かさに対してロバスト，すなわち不確かさの影響がある場合にも要求される追従性能が得られることを示し，その有効性を実験により確認する．

(実験方法)

第6.1節に示した実験と同じように，異なる2つの目標軌道に対して手先に負荷を取付けパラメトリックな不確かさを与えた場合の追従制御実験を行う．なお，飽和関数およびフィードバックゲインは先ほどと同じく，飽和型三角関数 $\text{Sin}(\alpha = 1)$ および $\mathbf{K} = \text{diag}\{5.0, 5.0\}$ ， $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{20.0, 10.0\}$ とする．また，パラメトリックな不確かさの上界 $\boldsymbol{\rho}$ を表6.3に示す．同定実験[†]により得た $\boldsymbol{\rho}$ の各値は $\tilde{\theta}_i$ の大きさを抑えるように設定してある．パラメータ ε_i ($i = 1, \dots, m$) については，目標軌道1に対して3.0，目標軌道2に対して1.0とした．これら ε_i の値は図6.5を参考にし，手先に負荷が取り付けられた場合でも追従誤差の大きさが目標軌道1に対しては0.6程度に，目標軌道2に対しては0.35程度に抑えられるように制御性能 ω が要求されたと想定して設定した．

表 6.3: パラメータ $\boldsymbol{\rho}$ (不確かさの上限)

ρ_1	ρ_2	ρ_3
1.85×10^{-3}	6.54×10^{-2}	2.12×10^{-2}

(実験結果)

位置誤差，速度誤差に関する実験結果を図6.9～図6.17に示す．図6.9および図6.10が，目標軌道1に対する位置とその目標値および位置誤差を表している．図6.9の実線が測定値，破線が目標値であり，図6.10の実線が提案するロバスト軌道追従 SP-D 制御則 (6.2) 式および (6.3) 式を用いた位置誤差である．比較の為に，ノミナル軌道追従 SP-D 制御則 (5.2) 式による位置誤差を破線で示してある．同様に，速度および速度誤差についても図6.11および図6.12に示す．各図の実線と破線の意味は図6.9および図6.10の場合と同じである．

図6.9や図6.11ではまだ追従誤差が残っているものの図6.10や図6.12を見ると，位置誤差や速度誤差のピーク値 (0.5秒以降) はノミナル制御則 (5.2) 式の結果よりもロバスト軌道

[†] 手先に負荷を取り付けた場合と取り付けない場合の物理パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ を求め，その差を $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ とし，これを抑えるようにパラメータ $\boldsymbol{\rho}$ を設定した．

追従 SP-D 制御則 (6.2) 式および (6.3) 式の方が小さくなっている。目標軌道 2 の実験結果 (図 6.13～図 6.16) に対しても同様のことが言える。目標軌道 2 に対する実験では静特性が支配的になる場合に注目していたが、マニピュレータの手先に取りつけられた負荷により、最初の動作時に無視できない大きさになった動特性にも注意を払う必要がある。図 6.14 や図 6.16 の実験結果にあるように、最初の 1.5 秒間の追従誤差はロバスト SP-D 制御則による結果の方が (ノミナル軌道追従 SP-D 制御則による結果よりも) 著しく抑制されていることが確認できた。

各時刻の自乗平均誤差[†]

$$\|x\| := \sqrt{\varphi(e_1)(t)^2 + \varphi(e_2)(t)^2 + \dot{e}_1(t)^2 + \dot{e}_2(t)^2} \quad (6.16)$$

をプロットすると図 6.17 のようになる。

上側のグラフが目標軌道 1 に対する $\|x\|$ であり、下側のグラフが目標軌道 2 に対するものである。また、実線および破線は他のグラフと同様、それぞれロバスト軌道追従 SP-D 制御則による結果、ノミナル軌道追従 SP-D 制御則による実験結果を上式で計算しなおしたものである。水平に走っている点線は、(6.13) 式で定義される ω の値を表している。

目標軌道 1 に対する上側のグラフでは、実線の $\|x\|$ は一旦 $\omega = 0.55$ 以下となったならばそれ以降 ω より大きな値を取っておらず、一様終局的有界性を満足していることが確認できる。一方、同じフィードバックゲインであっても破線の自乗平均誤差 $\|x\|$ は、一旦 ω 以下の値となった後に ω より大きな値となっている。これらは、不確かさによって生じた摂動の影響を抑えきれず $\|x\| > \omega$ となったと考えらる。これらの結果から、パラメトリックな不確かさ $\tilde{\theta}$ に対する補助入力 u の効果を確認できた。

目標軌道 2 に対する下側のグラフでは、最初から自乗平均誤差 $\|x\| \leq \omega$ ($\omega = 0.33$) となっている場合の結果を表している。実線は ω 以下の値のままであるが、破線は 0.2～0.4 s, 0.5～0.8 s および 1.2 s 付近の結果が ω の値を超えている。目標軌道 2 に対する結果からもロバスト軌道追従 SP-D コントローラの効果を確認できた。

[†] 位置誤差に飽和関数がかかっている点が先ほどの自乗平均誤差と異なっている。終局的有界性を満足していることを示すため変えてある。

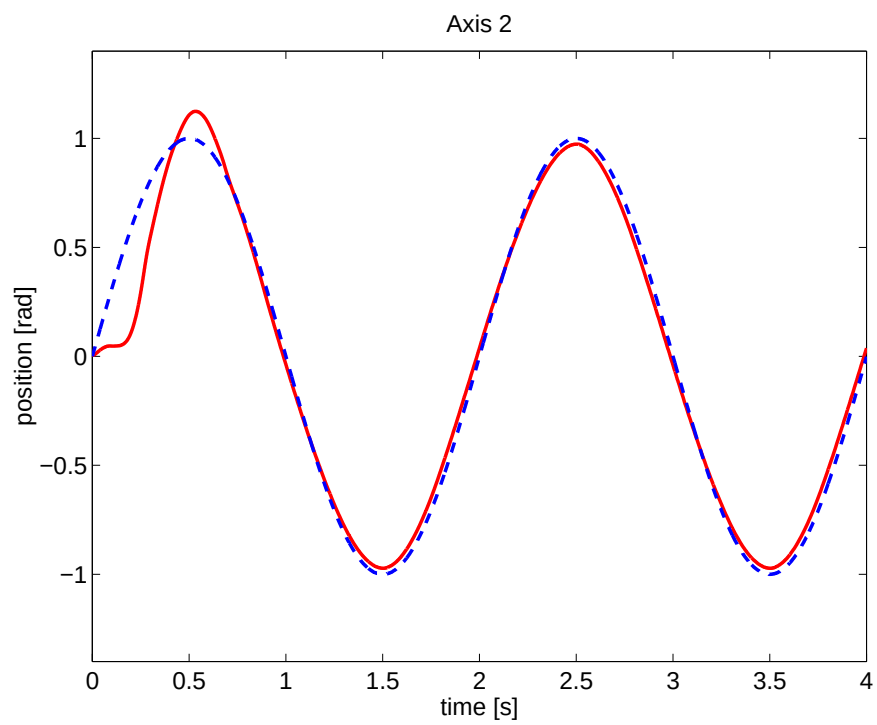
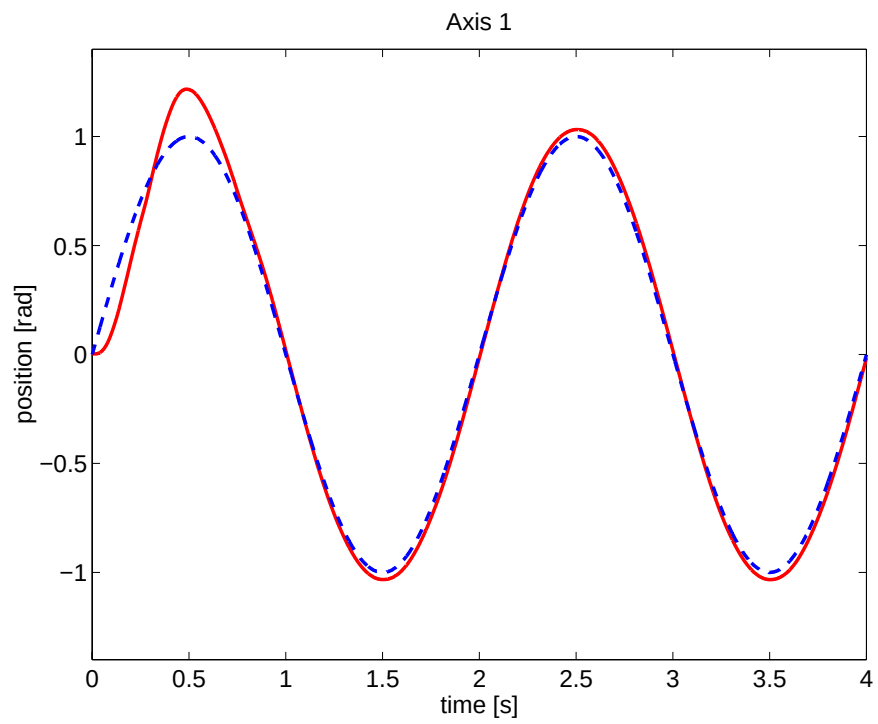


図 6.9: 目標軌道 1 に対する位置 (実線: 測定値, 破線: 目標値)

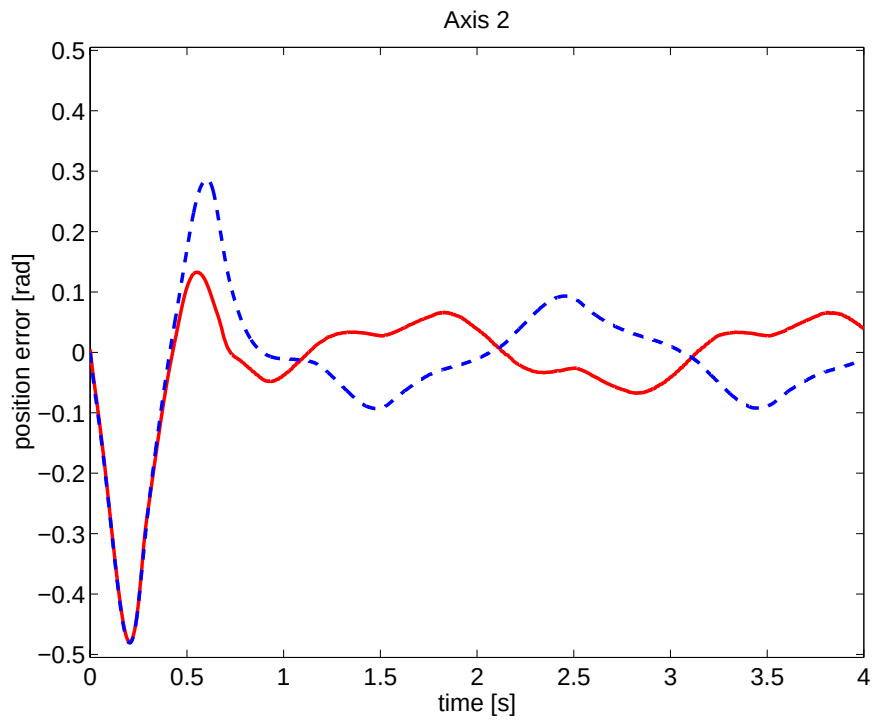
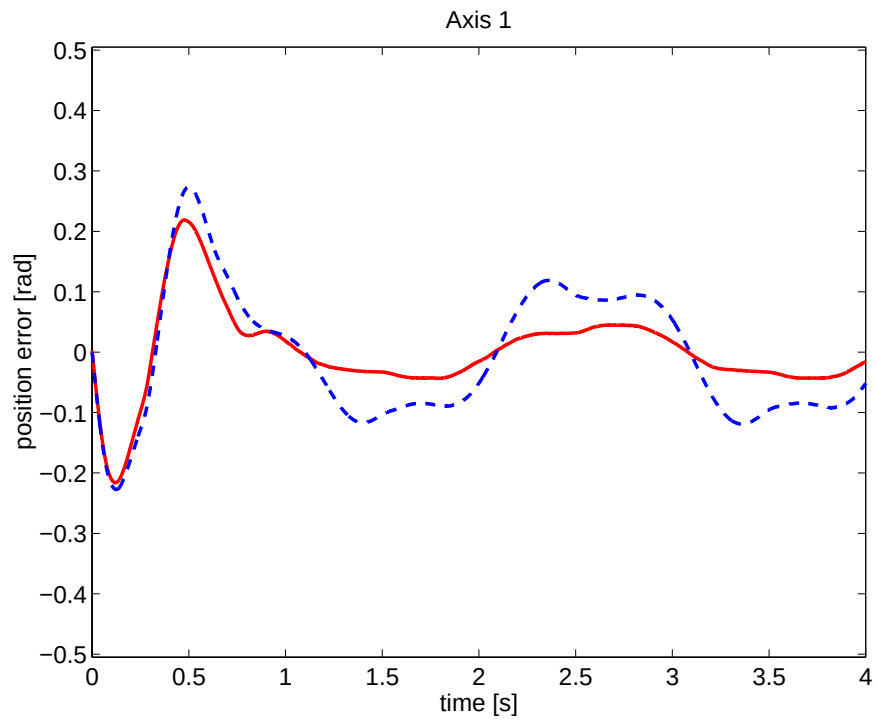


図 6.10: 目標軌道 1 に対する位置誤差 (実線: ロバスト SP-D 制御則, 破線: ノミナル SP-D 制御則)

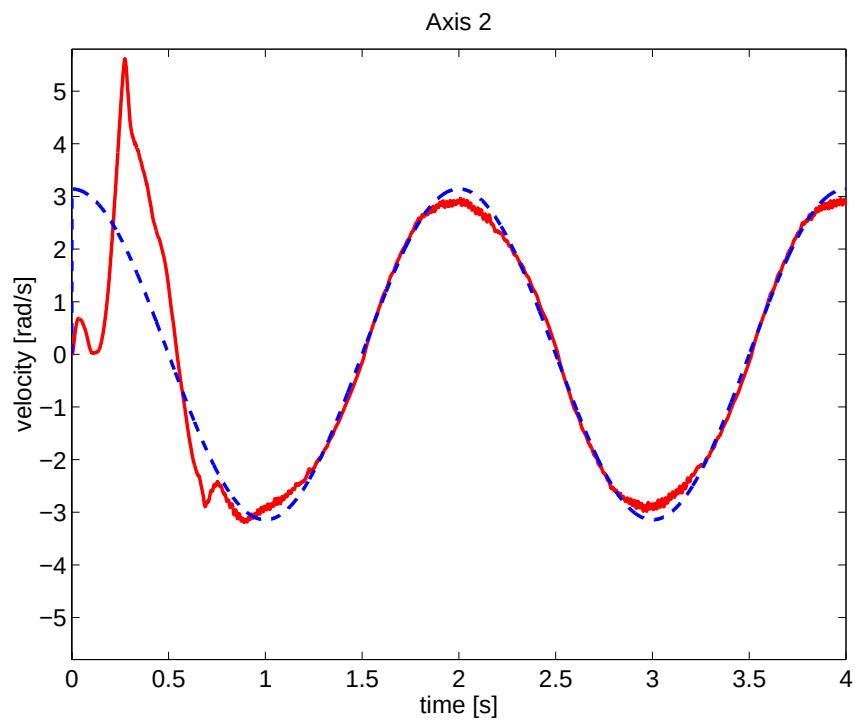
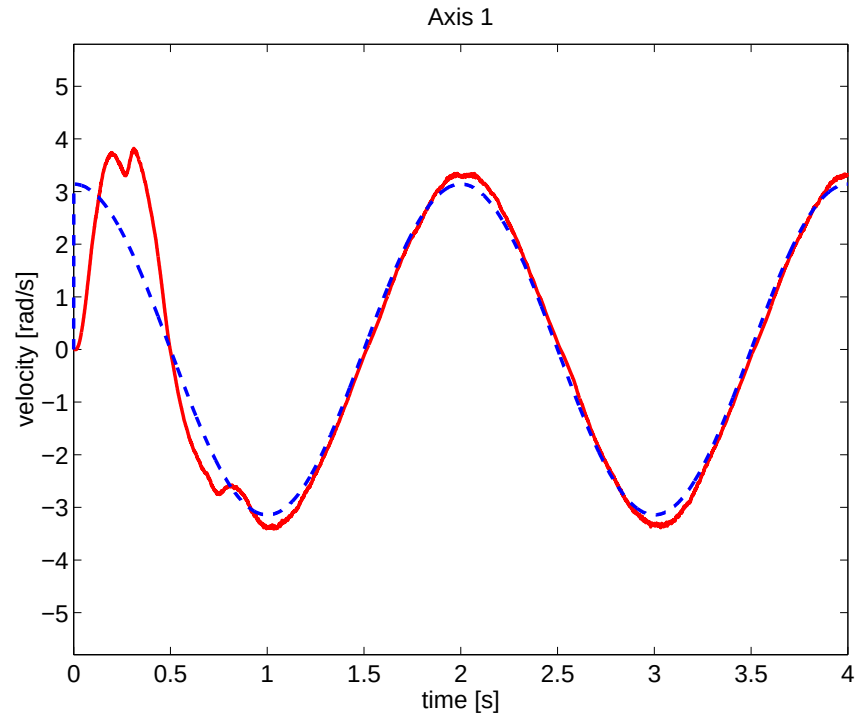


図 6.11: 目標軌道 1 に対する速度 (実線：測定値, 破線：目標値)

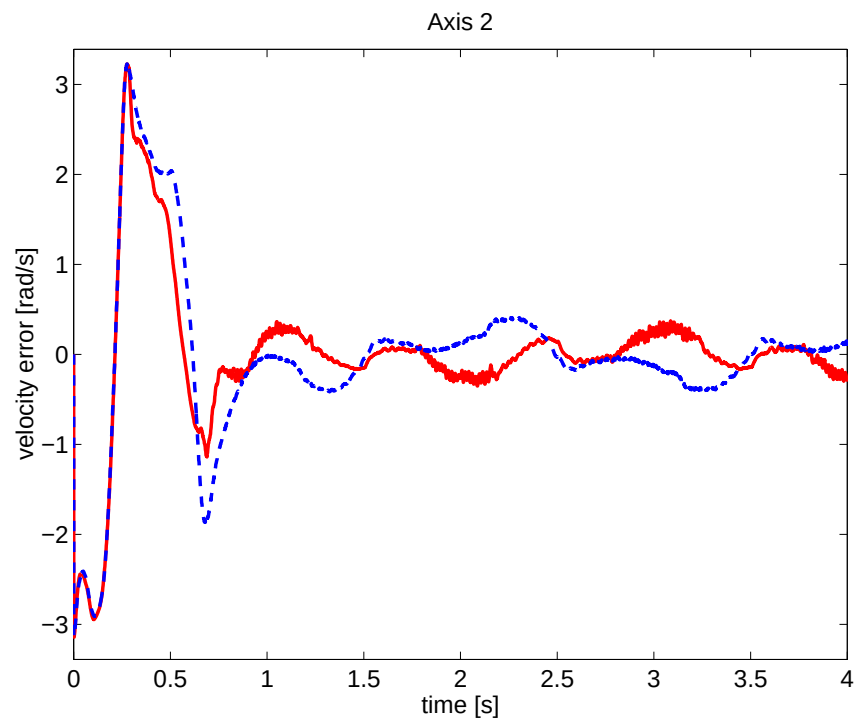
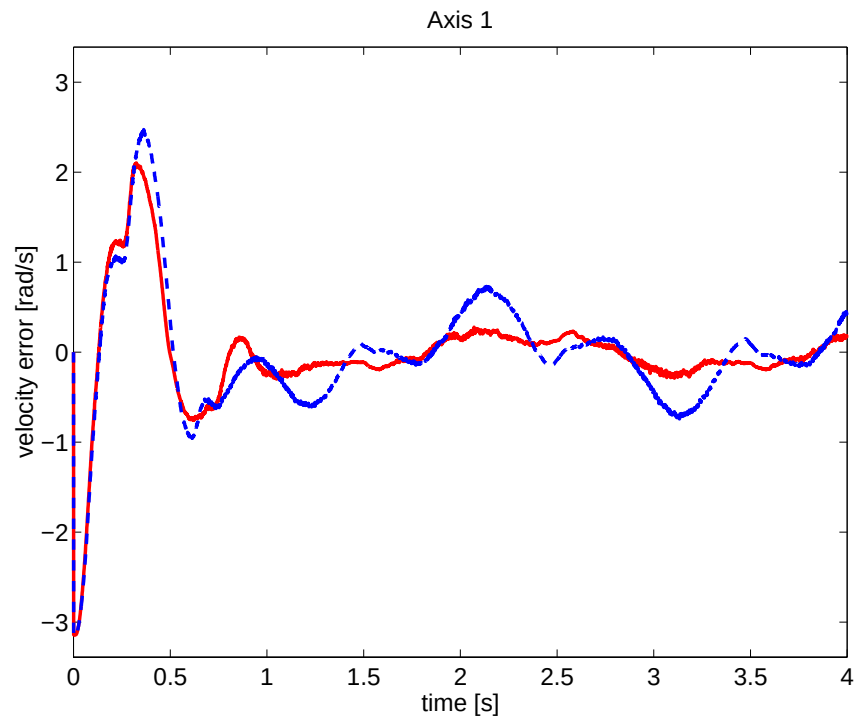


図 6.12: 目標軌道 1 に対する速度誤差 (実線: ロバスト SP-D 制御則, 破線: ノミナル SP-D 制御則)

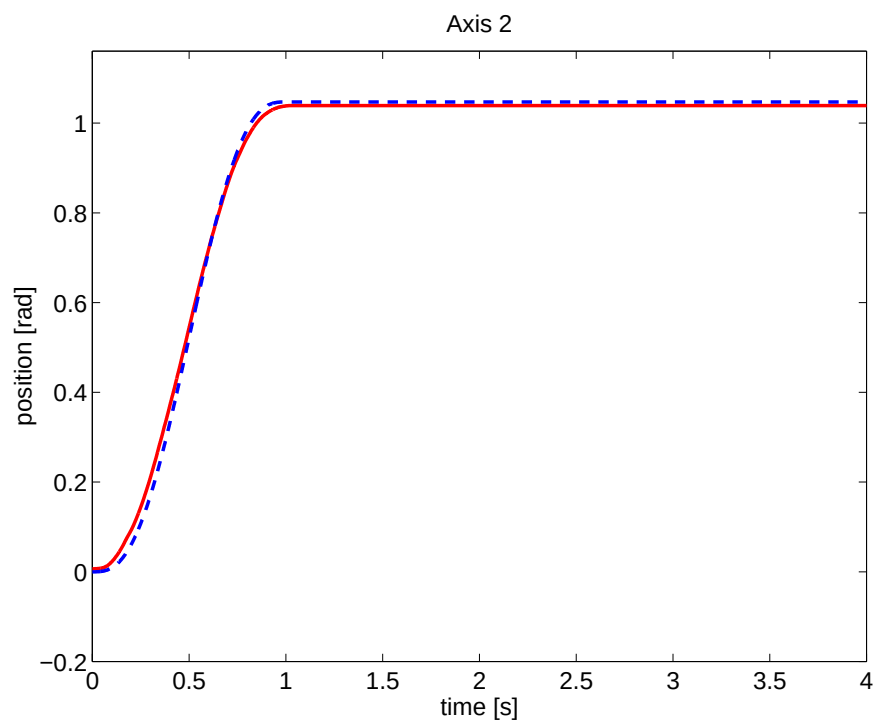
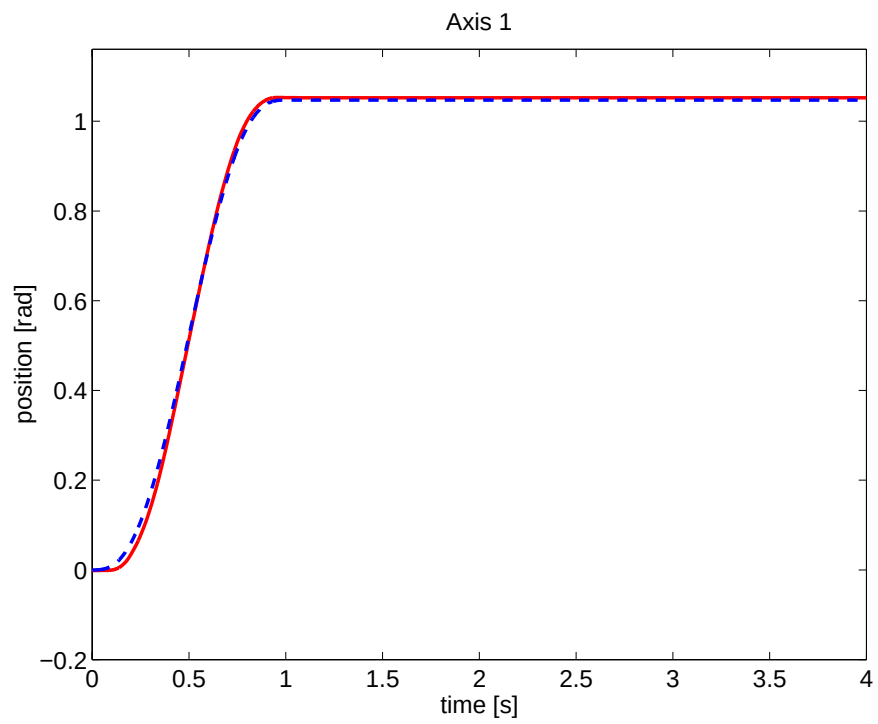


図 6.13: 目標軌道 2 に対する位置 (実線: 測定値, 破線: 目標値)

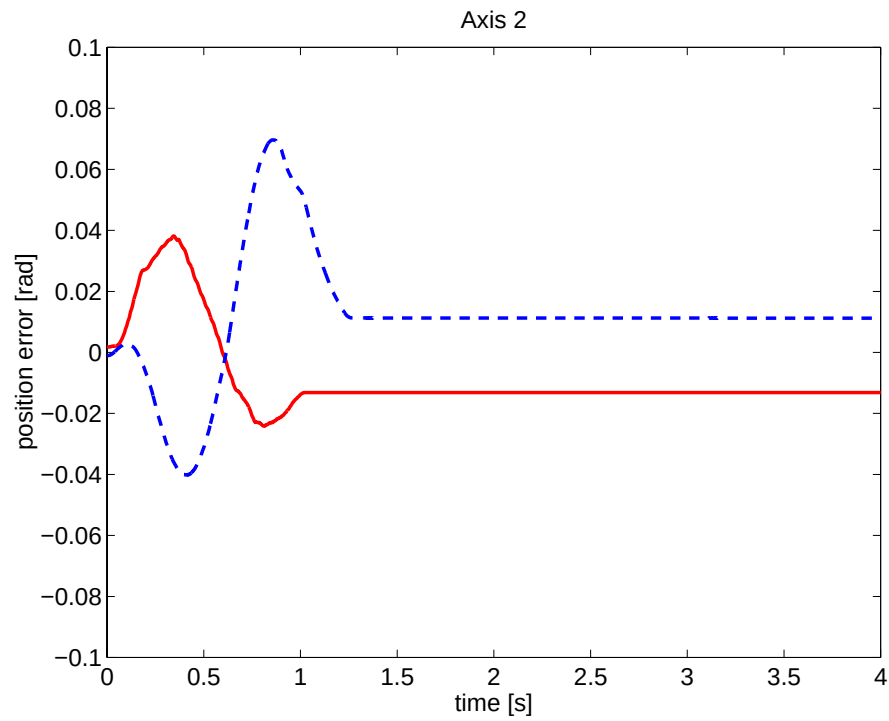
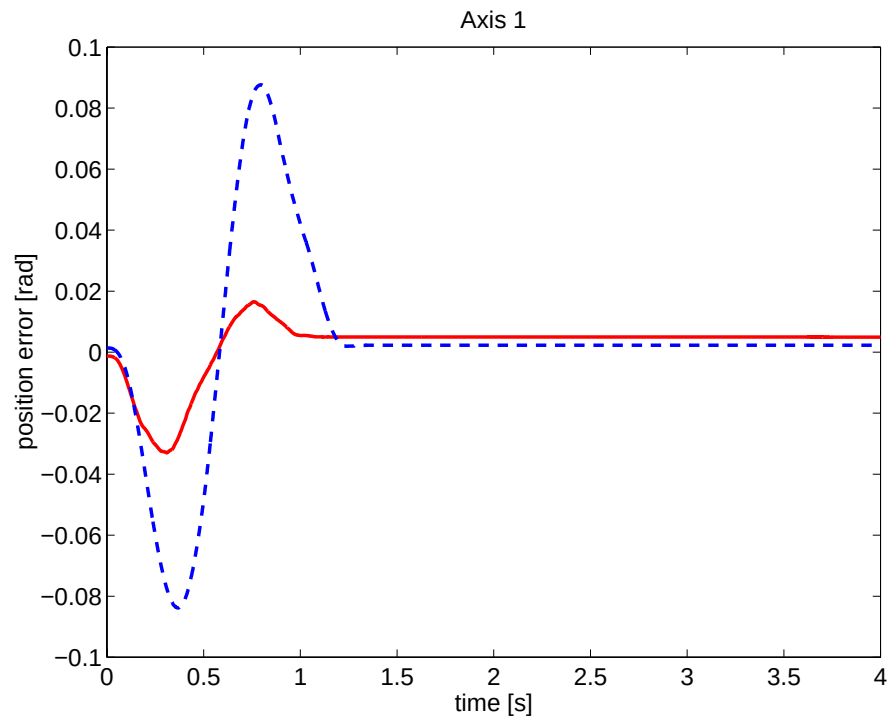


図 6.14: 目標軌道 2 に対する位置誤差 (実線: ロバスト SP-D 制御則, 破線: ノミナル SP-D 制御則)

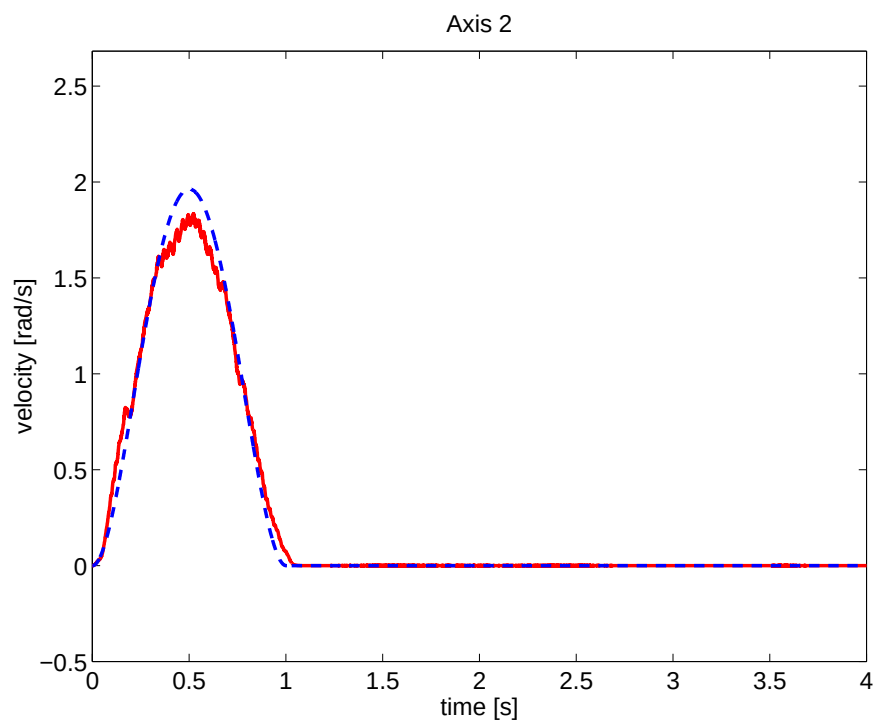
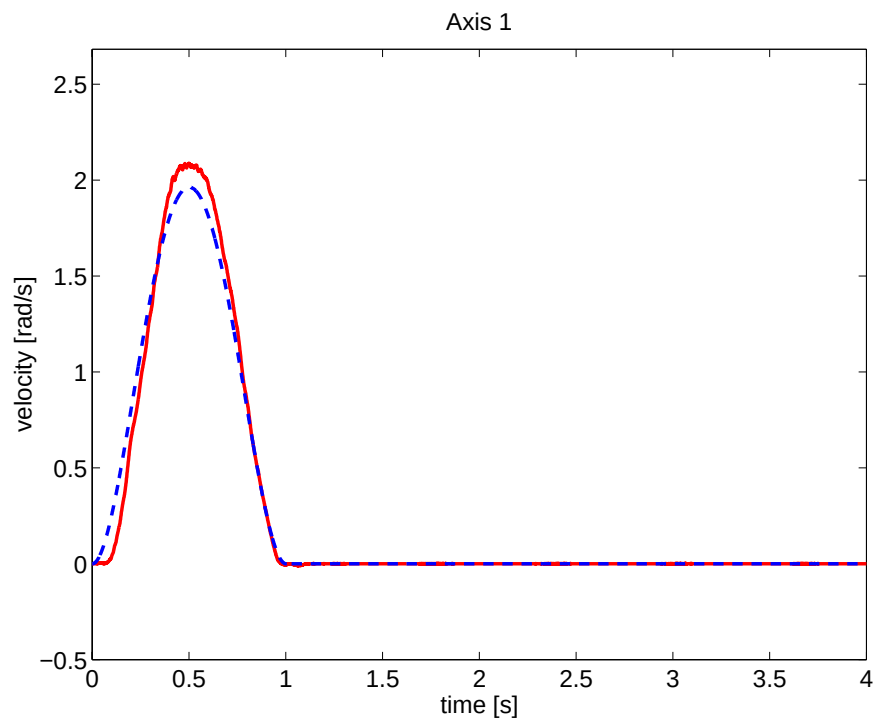


図 6.15: 目標軌道 2 に対する速度 (実線: 測定値, 破線: 目標値)

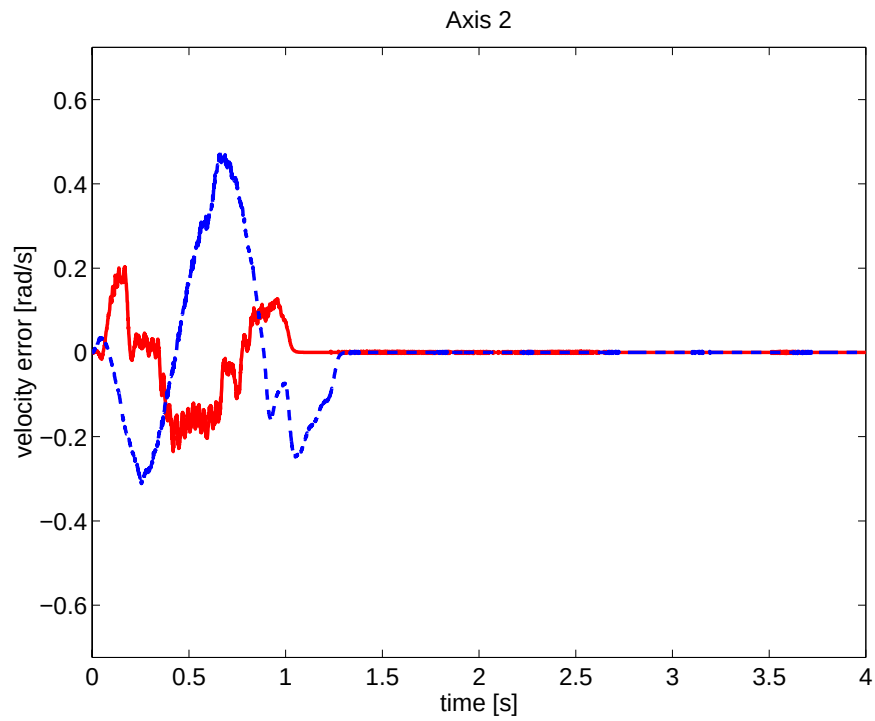
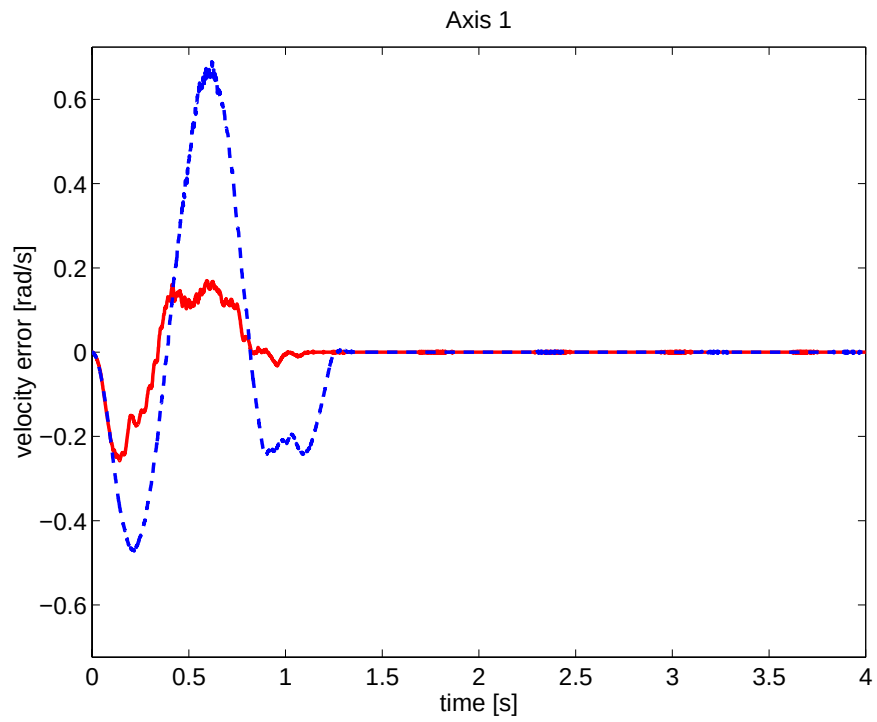


図 6.16: 目標軌道 2 に対する速度誤差 (実線: ロバスト SP-D 制御則, 破線: ノミナル SP-D 制御則)

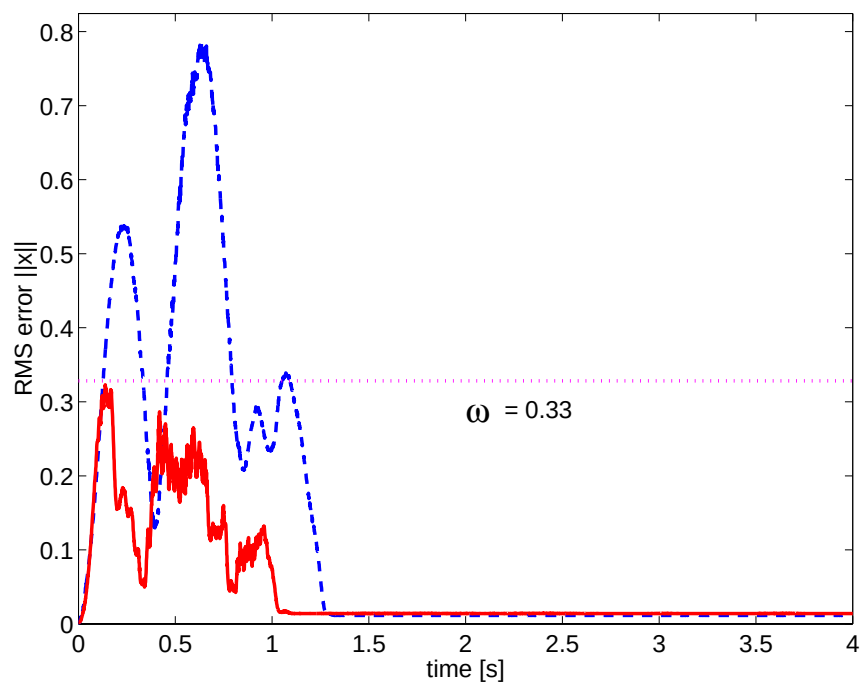
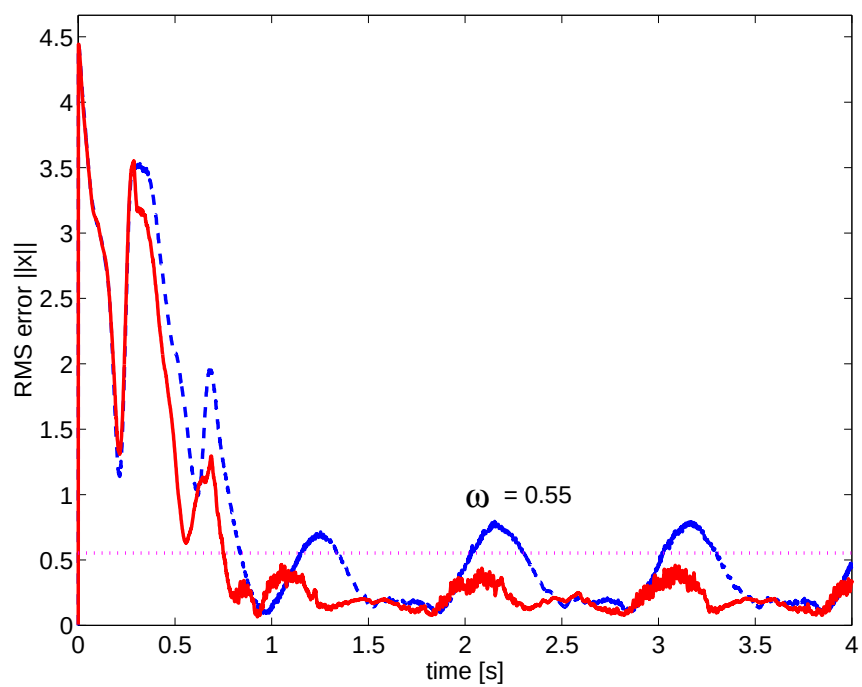


図 6.17: 自乗平均誤差 $\|x\|$ (上: 目標軌道 1, 下: 目標軌道 2)

注意 6 同じパラメータ ρ (表 6.3 の値) を用いたロバスト軌道追従制御則を使って、手先に負荷がない状態 (ρ を定めた時の $\tilde{\theta}$ とは異なる状態) で同じ追従制御実験を行った。この実験は、想定する大きさ以内の不確かさ $\tilde{\theta}$ であるならば、要求される追従性能 ($\|x\| \leq \omega$) を満足することを確認するためである。ただし、フィードバックゲインは同じである。

このときの実験結果を図 6.18 に示す。グラフ (上側) が目標軌道 1 に対する $\|x\|$ であり、グラフ (下側) が目標軌道 2 に対するものである。実線がロバスト軌道追従制御則を使って手先負荷を取り除いたときの結果、破線が (利用しているパラメータ ρ に対応する) 手先負荷が存在するときの結果である。実験結果は不確かさ $\tilde{\theta}$ の大きさにかかわらず要求された制御性能を達成することをあらわしている。ただし、不確かさの大きさが小さくなったから追従誤差も小さくなるとは限らないことも示している (注意 5 に関連)。

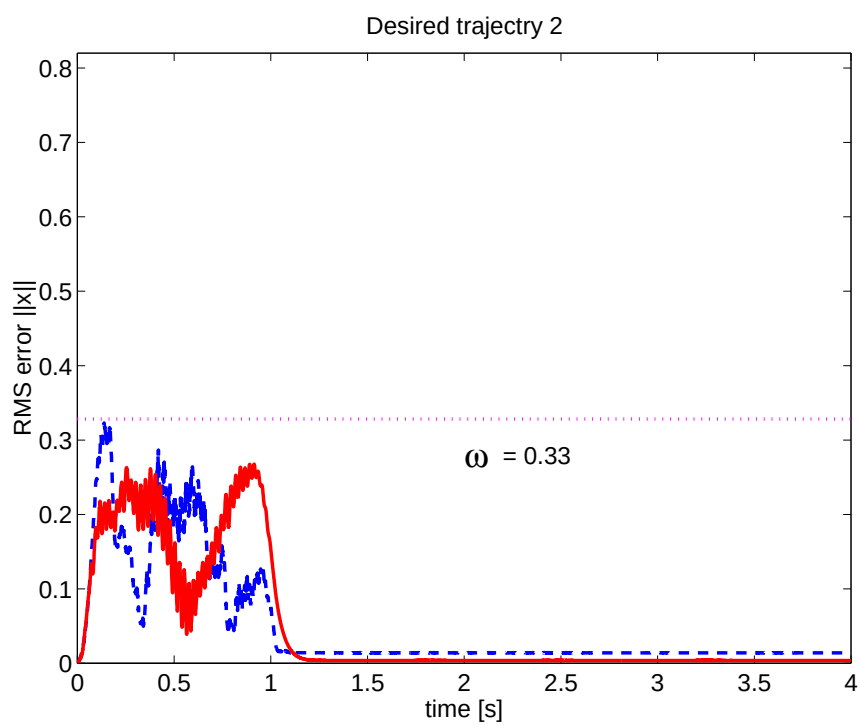
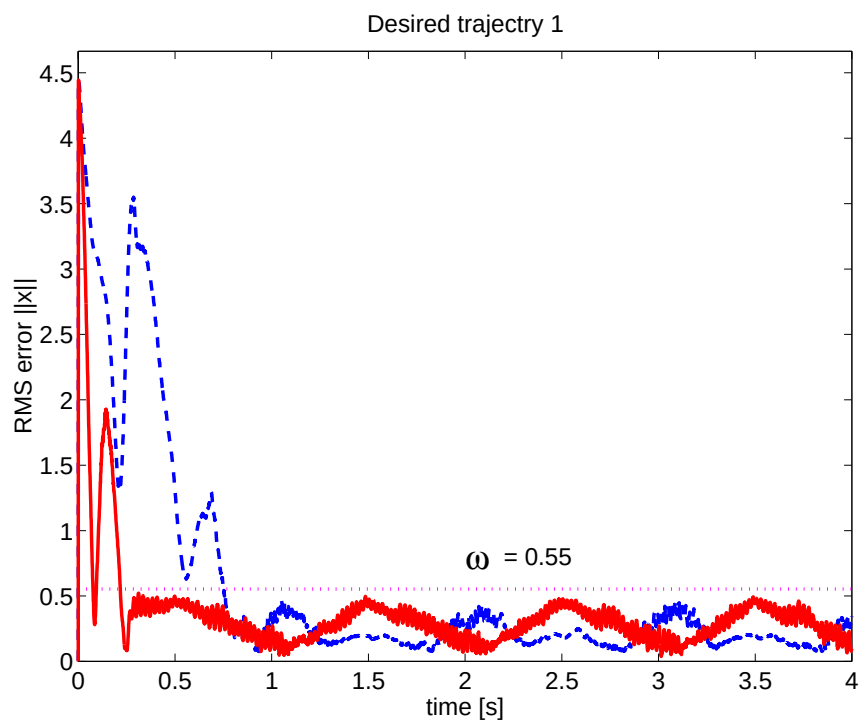


図 6.18: 自乗平均誤差 $\|x\|$ (実線：負荷あり，破線：負荷なし)

6.5 本章のまとめ

本章ではエネルギー整形から誘導されてきたノミナル軌道追従 SP-D 制御則を，マニピュレータダイナミクスに含まれるパラメトリックな不確かさに対してロバストとなるように拡張した．

具体的に以下のことを行った．

- パラメトリックな不確かさが追従性能に及ぼす影響を調べ，ロバスト性の重要性を認識した．
- 補助入力を用いてこの不確かさに対するロバスト軌道追従 SP-D 制御則を提案した．
- 構成される閉ループ系が大域的に一様終局的有界性を満足することを示した．
- 実験により提案した制御則の有効性を確認した．

提案したロバスト軌道追従 SP-D 制御則はパラメトリックな不確かさの影響を避けられない実際のマニピュレータ制御に対して，エネルギー整形から誘導される SP-D 制御法を適用するのに有効であると言える．

第 7 章

弾性環境に接触するマニピュレータの力制御

第 5 章および第 6 章では自由空間におけるマニピュレータの制御問題を扱ってきた。しかし、マニピュレータに行わせる作業には手先が物体 (環境) と接触し、動作に拘束が生ずる場合がある。文献 [15] では剛体環境により拘束を受ける場合の SP-D 制御を使った力制御について主に調べられている。本章ではマニピュレータの手先が弾性環境に接触する場合の力制御問題に対して SP-D 制御の適用を考える。研磨やバリ取りなど、ある方向に一定の力で押さえつつ他方向に目標軌道を描かせる作業を想定する。このとき、マニピュレータの動作は接平面から拘束を受ける方向の力/位置制御問題、接平面から拘束を受けない方向の軌道追従制御問題として捉えることができる [20, 21]。これら 2 つの制御問題を同時に達成するようなエネルギー整形にもとづいた SP-D 制御則を提案する。提案する制御則は、ダイナミクスモデルに含まれるパラメトリックな不確かさに対してロボット特有の適応制御を利用して対処する。また、環境と接触する手先に加わる外乱外力に対して、制御系の誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲインを用いたロバスト性 (外乱抑制性能) を解析する。

7.1 制御問題の定式化

マニピュレータの手先が弾性環境に接触する場合 (図 7.1 参照) の制御問題を明確にしておく。本章では、問題を簡単にするため $n \leq 3$ とする。このとき、手先に加わる回転力に関する成分は考慮しなくて済む。6 自由度を扱う場合は、手先位置姿勢の表現形式によって幾何学的ヤコビ行列と解析的ヤコビ行列を意識し、両ヤコビ行列の対応関係を把握しておく必要がある [4, 7]。

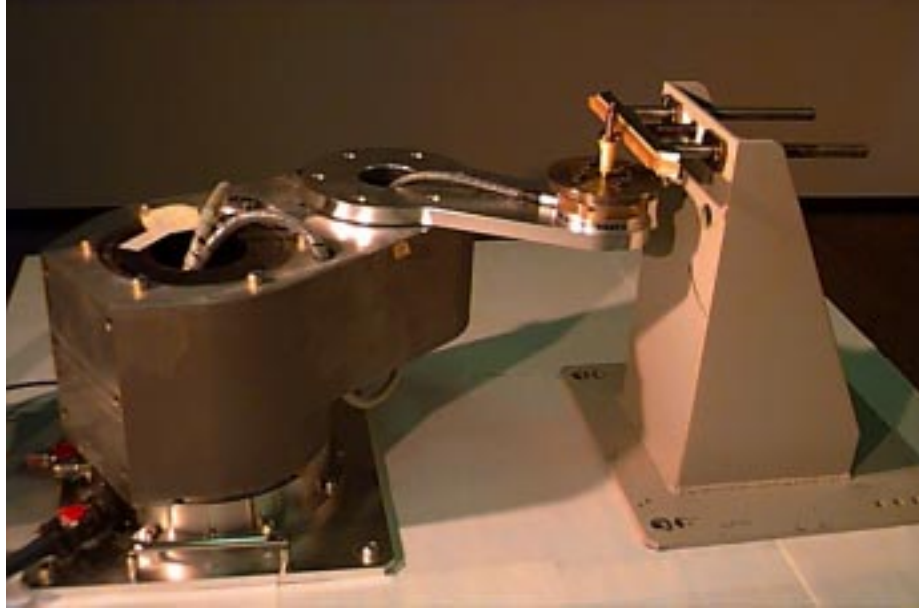


図 7.1: 弾性環境に接触する 2 自由度マニピュレータ

マニピュレータの台座に設定した基準座標から見た外力 $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ や外乱としての外力 $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$ が位置 $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$ にある手先に働く場合、マニピュレータのダイナミクスモデルは次式となる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}(\mathbf{q})^T (\mathbf{f} + \mathbf{w}) \quad (7.1)$$

ただし、右辺第 2 項の $\mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は手先の速度 $\dot{\mathbf{p}}$ と関節角速度 $\dot{\mathbf{q}}$ を関連付けるヤコビ行列[†]である。右辺第 2 項は手先に備え付けられた力センサにより測定可能な外力 $\mathbf{f}$ とセンサ部以外の手先に加えられる外力などの外乱外力 $\mathbf{w}$ が仮想仕事の原理により各関節のトルクとして加えられていることを意味している。また、位置 $\mathbf{p}$ において弾性係数 $\mathbf{K}_e$ (各

[†] ここでは $n \leq 3$ としているので幾何学的ヤコビ行列と解析的ヤコビ行列が一致し、問題が簡単化される。

要素が非負の $n \times n$ 対角行列) の環境と点接触し、接平面上で摩擦が生じないものと仮定する。このとき、マニピュレータの制御問題は次のように考えることができる。

- 接平面により拘束を受ける方向 (法線方向) の力/位置制御問題 (force/position regulation problem)
- 接平面により拘束を受けない方向 (接平面上) の軌道追従制御問題 (trajectory tracking problem)

それぞれの方向に関する制御問題を具体的に示す。

(力/位置制御問題)

接平面により拘束を受ける方向の力/位置制御に関して、基準座標系から見た目標接触力 $\mathbf{f}_{dn} \in \mathbb{R}^l$ が与えられるとする。環境と接触を保持する手先は (3.6) 式の関係があるので、従属的に目標接触位置 $\mathbf{p}_{dn} \in \mathbb{R}^l$ が定まる。ただし、 $l \leq n$ である。一定の力で押さえつけることを目的としているので、目標速度 $\dot{\mathbf{p}}_{dn}$ は l 次の零ベクトルである。法線方向の制御目標は $t \rightarrow \infty$ のとき接触力の法線方向成分 $\mathbf{f}_n \in \mathbb{R}^l$ を $\mathbf{f}_n \rightarrow \mathbf{f}_{dn}$ に、したがって、手先位置 $\mathbf{p}_n \in \mathbb{R}^l$ を $\mathbf{p}_n \rightarrow \mathbf{p}_{dn}$ にすることである。また、速度に関しては手先速度の法線方向成分 $\dot{\mathbf{p}}_n \in \mathbb{R}^l$ を $\dot{\mathbf{p}}_n \rightarrow \dot{\mathbf{p}}_{dn}(= \mathbf{0})$ とすることである。ただし、 $\mathbf{0}$ は適切な次数の零ベクトルである。

(軌道追従制御問題)

接平面から拘束を受けない方向の軌道追従制御では、目標位置 $\mathbf{p}_{dp} \in \mathbb{R}^{(n-l)}$ 、目標速度 $\dot{\mathbf{p}}_{dp} \in \mathbb{R}^{(n-l)}$ が与えられる。接平面上では摩擦はないと仮定しているので、接触力 $\mathbf{f}_p \in \mathbb{R}^{(n-l)}$ は $\mathbf{0}$ である。したがって、目標接触力 $\mathbf{f}_{dp} \in \mathbb{R}^{(n-l)}$ も $\mathbf{0}$ と設定するのが妥当であり、拘束を受けない方向の制御目標は $t \rightarrow \infty$ のとき $\mathbf{p}_p \rightarrow \mathbf{p}_{dp}$ 、 $\dot{\mathbf{p}}_p \rightarrow \dot{\mathbf{p}}_{dp}$ となる。

これら 2 つの制御問題を同時に達成する SP-D 制御則を構成するため、制御問題をまとめる。接平面に拘束を受ける方向成分 (n 成分) と拘束を受けない成分 (p 成分) をまとめて、手先位置、速度および接触力を次のように記述する。

$$\mathbf{p} := \begin{bmatrix} \mathbf{p}_n \\ \mathbf{p}_p \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{p}} := \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_n \\ \dot{\mathbf{p}}_p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} := \begin{bmatrix} \mathbf{f}_n \\ \mathbf{f}_p \end{bmatrix}$$

同様に、各目標値に関しても

$$\mathbf{p}_d := \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{dn} \\ \mathbf{p}_{dp} \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{p}}_d := \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{dn} \\ \dot{\mathbf{p}}_{dp} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_d := \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{dn} \\ \mathbf{f}_{dp} \end{bmatrix}$$

と記述する．手先位置は直接観測できるわけではないが関節角度から計算でき (順運動学)，各変数の時間微分に関しても計算により得られるものと仮定する．また， $\mathbf{p}_{dn}$ と $\mathbf{f}_{dn}$ は一定で， $\mathbf{p}_{dn}$ は $\mathbf{f}_{dn}$ より従属的に定まり $\mathbf{f}_p = \mathbf{f}_{dp} = \dot{\mathbf{p}}_{dn} = \mathbf{0}$ である．

マニピュレータの手先が接触する環境についても，ブロック対角行列

$$\mathbf{K}_e = \text{block diag}\{\mathbf{k}_{en}, \mathbf{k}_{ep}\}$$

でまとめて弾性係数を記述しておく．ただし，各ブロック要素も対角行列となっており，拘束を受ける方向成分は $\mathbf{k}_{en} \in \mathbb{R}^{l \times l}$ (各要素が正数の対角行列)，拘束を受けない成分 $\mathbf{k}_{ep}$ は $(n-l) \times (n-l)$ の零行列として表される．このとき，前述の2つの制御問題は

$$t \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad \begin{cases} \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}_d, \\ \dot{\mathbf{p}} \rightarrow \dot{\mathbf{p}}_d, \\ \mathbf{f} \rightarrow \mathbf{f}_d \end{cases}$$

とまとめて記述できる．

図7.1にある2自由度マニピュレータでは，図7.2のようにマニピュレータ台座部に設定した座標系のX軸方向 (接平面により拘束を受ける n 成分) に関して力/位置制御，Y軸方向 (接平面により拘束を受けない p 成分) に関して軌道追従制御，すなわち，

$$t \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad \begin{bmatrix} p_X \\ p_Y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} p_{dX} \\ p_{dY} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dot{p}_X \\ \dot{p}_Y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{p}_{dY} \end{bmatrix}, \quad f_X \rightarrow f_{dX}$$

を達成することが制御目標となる．

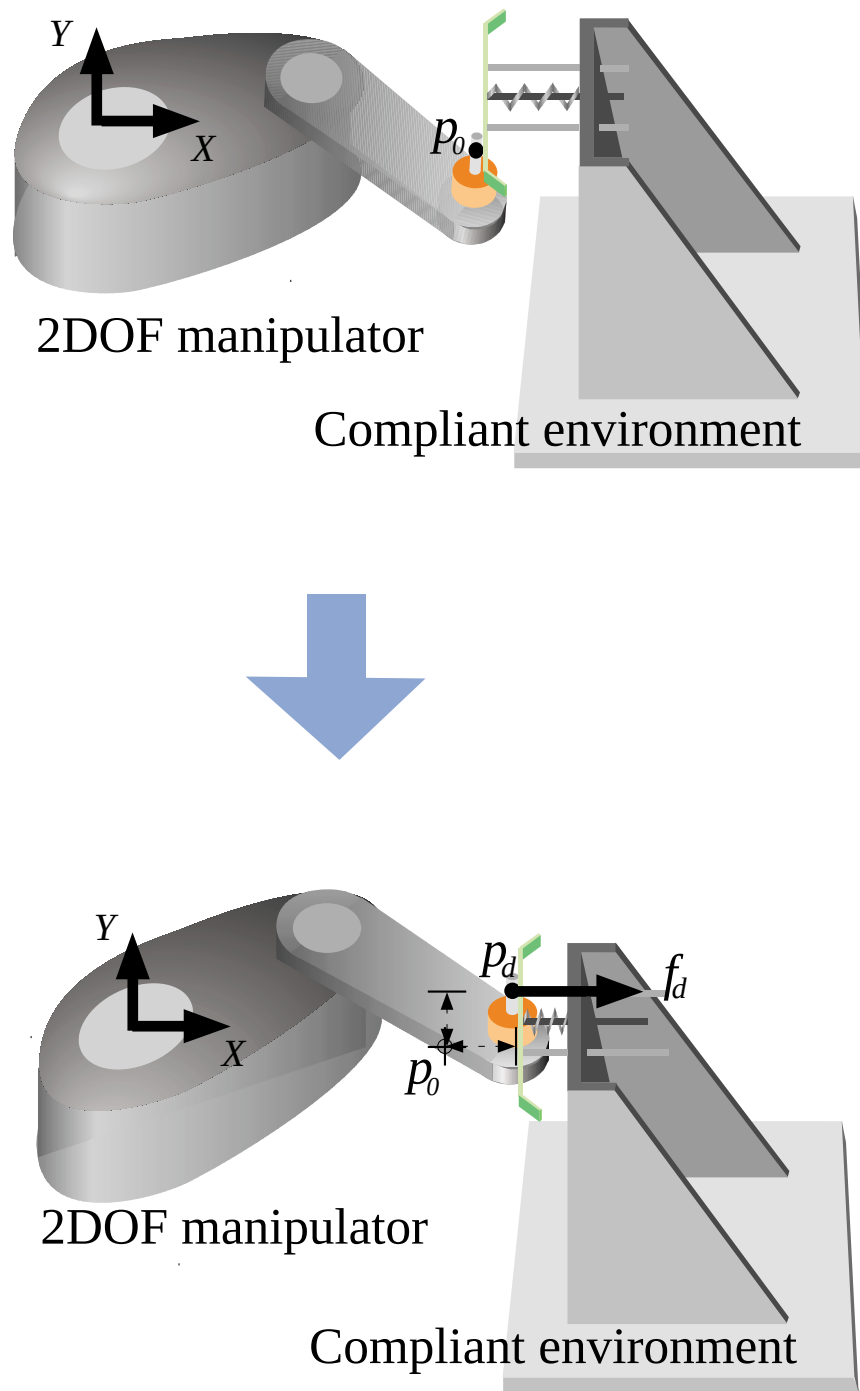


図 7.2: 水平 2 自由度マニピュレータによる力/位置制御 (X 方向) と軌道追従制御 (Y 方向)

7.2 適応 $\mathcal{H}_\infty$ アプローチによる SP-D 制御

前節の制御問題を達成するエネルギー整形にもとづいた制御則を考える．マニピュレータダイナミクス (7.1) 式にはパラメトリックな不確かさ $\tilde{\theta}$ の他に，ヤコビ行列 $J(q)$ にもリンクパラメータの不確かさに起因するパラメトリックな不確かさが存在する．また，手先には外乱としての外力 w も加えられる．したがって，前章に示したロバスト制御のアプローチを行うことは困難であり，ここでは適応制御のアプローチを行う．

マニピュレータ特有の適応制御は物理パラメータを直接更新することによって，パラメトリックな不確かさに対処する．ただし，この手法は制御則に用いる物理パラメータ $\hat{\theta}$ を真のパラメータ θ とすることを保証するわけではなく，追従誤差を零に漸近させることを保証するだけである [5, 7]．

また，本節で提案する制御則は外乱としての外力が各誤差で構成される被制御量に及ぼす影響を評価し，外乱外力に対するロバスト性 (外乱抑制性能) を考慮する．線形システムの制御では伝達関数の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムを利用する $\mathcal{H}_\infty$ 制御が有名であるが，非線形なマニピュレータ制御にはそのまま利用することができない．その考え方だけを利用して，入出力信号の $\mathcal{L}_2$ ノルムを用いた $\mathcal{H}_\infty$ アプローチを行う．

本節では，力/位置制御および軌道追従制御問題に対する適応 $\mathcal{H}_\infty$ アプローチによる SP-D 制御則について記述する．

(適応 $\mathcal{H}_\infty$ アプローチによる SP-D 制御則)

マニピュレータ (7.1) 式に対して，次の制御則を提案する．

$$\tau = Y\hat{\theta} - K_1 s - J^T K_2 \varphi(\xi) - J^T f \quad (7.2)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma^{-1} Y^T s \quad (7.3)$$

ここで，変数 ξ は，位置誤差 $\tilde{p} := p - p_d$ ，力誤差 $\tilde{f} := f - f_d$ により

$$\xi := \tilde{p} + \Lambda_f \int_0^t \tilde{f}(\tau) d\tau \quad (7.4)$$

で定義される．マニピュレータの手先は弾性環境に接触し続けるので弾性環境モデル (3.6) 式から導かれる次式

$$\tilde{f} = K_e \tilde{p} \quad (7.5)$$

の関係を利用すると

$$\xi = \tilde{p} + \Lambda_f K_e \int_0^t \tilde{p}(\tau) d\tau$$

となる[†]．補助変数 s は，第5章，第6章と同じく

$$s := \dot{q} - \dot{q}_s \quad (7.6)$$

である．ただし， $\dot{q}_s$ は仮想目標軌道であり次式で与えられる．

$$\dot{q}_s := J^{-1} \left\{ \dot{p}_d - \Lambda_f \tilde{f} - \Lambda \varphi(\xi) \right\} \quad (7.7)$$

また， $J = J(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ であり， $\det(J) \neq 0$ を満足する領域の動作を仮定している．さらに， $K_1, K_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}, \Lambda_f \in \mathbb{R}^{l \times l}, \Gamma \in \mathbb{R}^{m \times m}$ は各要素が正数の対角行列である．

(7.2) 式の右辺第1項がマニピュレータダイナミクスを補償する成分であり，物理パラメータ $\hat{\theta}$ を (7.3) 式に従ってパラメータ更新する．(7.2) 式の第2項および第3項が位置誤差，速度誤差および力誤差のフィードバック補償項である．(7.6) 式の $\dot{q}_s$ に (7.7) 式を代入すると

$$s = J^{-1} \left\{ \dot{\xi} + \Lambda \varphi(\xi) \right\} \quad (7.8)$$

を得る．上式の誤差変数 ξ を含む補助変数 s の構成方法が独創的である．(7.5) 式を考え併せれば内容的に積分項を含む誤差変数

$$s = J^{-1} \left\{ \dot{\tilde{p}} + \Lambda_f K_e \tilde{p} + \Lambda \varphi \left(\tilde{p} + \Lambda_f K_e \int \tilde{p} dt \right) \right\}$$

となっており，積分動作によるオフセット除去の効果が期待できるとともに，トルク飽和については φ 関数により考慮されている．一方，(7.2) 式の第2項，第3項は，

$$-(K_1 J^{-1}) \dot{\xi} - (K_1 J^{-1} \Lambda + J^T K_2) \varphi(\xi)$$

となり，変数 ξ に関して簡単な SP-D フィードバック制御の構造を保持している．

7.3 安定性解析

制御則 (7.2) 式を (7.1) 式に代入すると次式の閉ループ系を得る．

$$M \dot{s} + (C + K_1) s + J^T K_2 \varphi(\xi) + Y \tilde{\theta} = J^T w \quad (7.9)$$

[†] 変数 ξ の次元は，(7.5) 式の関係から位置と同じ次元で解釈される．

外乱外力がない ($\mathbf{w} = \mathbf{0}$) 場合に, 閉ループ系 (7.9) 式の平衡点の安定性について調べる. エネルギー関数として

$$V(\mathbf{x}) := \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{M} \mathbf{s} + U(\boldsymbol{\xi}) + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Gamma} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \quad (7.10)$$

を定義する. ただし, $\mathbf{x} := [\mathbf{s}^T, \boldsymbol{\xi}^T, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T]^T$ である. 右辺第1項は, (7.8) 式から位置誤差, 速度誤差, 力誤差およびその積分値の各誤差で構成される補助変数 $\mathbf{s}$ に関するエネルギーを意味している. また, 右辺の第2項 $U(\boldsymbol{\xi}) \in \mathcal{C}^2$ が整形されたポテンシャルエネルギーであり,

$$\bullet \quad U(\mathbf{0}) = 0, \quad U(\boldsymbol{\xi}) > 0 \quad (\boldsymbol{\xi} \neq \mathbf{0}) \quad (7.11)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial^T U(\boldsymbol{\xi})}{\partial \boldsymbol{\xi}} = \mathbf{K}_2 \varphi(\boldsymbol{\xi}) \quad (7.12)$$

を満足する.

マニピュレータダイナミクスの性質 (P1) より, 任意の関節角 $\mathbf{q}$ に対して慣性行列 $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ の正定性が保証されている. V 関数の第1項は $\mathbf{s}$ に関する2次形式となっているので $\mathbf{s} \neq \mathbf{0}$ のとき非負である. また, 第3項についても $\boldsymbol{\Gamma}$ が正定行列であり, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ に関して2次形式となっているので非負である. したがって $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ のとき $V(\mathbf{x}) > 0$ である.

閉ループ系の解軌道に沿って, $V(\mathbf{x})$ 関数を時間微分すると

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= \mathbf{s}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{s}} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{M}} \mathbf{s} + \frac{\partial U(\boldsymbol{\xi})}{\partial \boldsymbol{\xi}} \dot{\boldsymbol{\xi}} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Gamma} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} \\ &= (\mathbf{J} \mathbf{s})^T \mathbf{w} - \mathbf{s}^T \mathbf{K}_1 \mathbf{s} + \frac{1}{2} \mathbf{s}^T (\dot{\mathbf{M}} - 2\mathbf{C}) \mathbf{s} \\ &\quad - (\mathbf{J} \mathbf{s})^T \mathbf{K}_2 \varphi(\boldsymbol{\xi}) - \mathbf{s}^T \mathbf{Y} \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \frac{\partial U(\boldsymbol{\xi})}{\partial \boldsymbol{\xi}} \dot{\boldsymbol{\xi}} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Gamma} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} \end{aligned}$$

となる. マニピュレータダイナミクスの性質 (P2) を第3項に, (7.8) 式の関係を保第4項に, (7.12) 式を保第6項に代入する. 真のパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ は一定であるから (7.3) 式を保時間微分して得られる $\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{s}$ の関係を最終項に代入すると,

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = (\mathbf{J} \mathbf{s})^T \mathbf{w} - \mathbf{s}^T \mathbf{K}_1 \mathbf{s} - \varphi(\boldsymbol{\xi})^T \boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{K}_2 \varphi(\boldsymbol{\xi}) \quad (7.13)$$

を得る. いま, 外乱外力がない ($\mathbf{w} = \mathbf{0}$) としているので,

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_1 \mathbf{s} - \varphi(\boldsymbol{\xi})^T \boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{K}_2 \varphi(\boldsymbol{\xi}) \quad (7.14)$$

である.

上式では $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ のとき $\dot{V}(\mathbf{x}) \leq 0$ となって等号が存在する。したがって、リアプノフの定理では平衡点の安定性を示すことができても平衡点への収束、すなわち平衡点の漸近安定性を保証することができない。言い換えれば、手先の接触位置や接触力が目標値と異なる初期値であった場合、制御目標の達成を保証できないことになる。そこで、次の補題を利用して変数 $\mathbf{s}$ および $\boldsymbol{\xi}$ が零に収束することを示し、制御目標を達成させる。

補題 1 (Barbalat's lemma) Let $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be a uniformly continuous function on a time interval $t \in [0, \infty)$. Suppose that $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \phi(\tau) d\tau$ exists and is finite. Then,

$$\phi(t) \rightarrow 0 \quad \text{as} \quad t \rightarrow \infty.$$

(Proof) 文献 [27] 参照. □

時間区間 $t \in [0, \infty)$ において $\dot{V}(\mathbf{x})$ が非正であるから、時間 $t \rightarrow \infty$ で系 (7.9) 式が平衡になるとき $V(\mathbf{x}) \rightarrow \text{const.}$ となる。したがって、(7.10) 式の $V(\mathbf{x})$ は下に有界である。

関数 $\varphi(\cdot)$ は連続であり、 $\dot{\boldsymbol{\xi}} = \dot{\tilde{\mathbf{p}}} + \Lambda_f \tilde{\mathbf{f}}$ から変数 $\boldsymbol{\xi}$ も一様連続である。また、(7.9) 式および $\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \Gamma^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{s}$ より変数 $\mathbf{s}$ および $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ も一様に連続である。したがって、 $\dot{V}(\mathbf{x})$ は時間区間 $[0, \infty)$ 上で一様に連続となり、上記の補題から

$$t \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad \dot{V}(\mathbf{x}) \rightarrow 0$$

が保証される。

(7.14) 式から分かるように $\dot{V}(\mathbf{x})$ が変数 $\mathbf{s}$ と $\varphi(\boldsymbol{\xi})$ の 2 次形式なので、関数 $\varphi(\cdot)$ の性質 (図 4.1 参照) を考え併せると、 $\dot{V}(\mathbf{x})$ の零への収束は

$$t \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad \mathbf{s} \rightarrow \mathbf{0} \quad \text{かつ} \quad \boldsymbol{\xi} \rightarrow \mathbf{0} \quad (7.15)$$

を意味している。 $\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{0}$ であるのでパラメータ更新則 (7.3) 式から $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ は一定となることが示される[†]。

さらに、 $\det(\mathbf{J}) \neq 0$ の仮定から $\mathbf{J}^{-1}$ が零行列である可能性が否定される ($\mathbf{J}\mathbf{J}^{-1} = \mathbf{I}$ が成立しない。 $\mathbf{I}$: 単位行列) ので (7.8) 式より

$$t \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad \dot{\boldsymbol{\xi}} \rightarrow \mathbf{0} \quad (7.16)$$

[†] 変数 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ については零への収束を保証していない。ただし、系が平衡になったとき、すなわち $\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{0}$ のとき (7.3) 式の時間微分 $\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \Gamma^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{s}$ から $\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} \rightarrow \mathbf{0}$ であり、 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ の各要素はある一定値に収束する。

である。したがって、 ξ の定義 (7.4) 式から

$$\begin{cases} \tilde{p} = -\Lambda_f \int_0^t \tilde{f}(\tau) d\tau + \xi \\ \dot{\tilde{p}} = -\Lambda_f \tilde{f} + \dot{\xi} \end{cases} \quad \text{ただし, } \xi, \dot{\xi} \rightarrow 0 \quad (7.17)$$

を得る。

接触面に拘束を受ける方向成分 (n 成分) と拘束を受けない方向成分 (p 成分) に分け、具体的に考える。

(拘束を受ける n 方向成分)

(7.5) 式の n 成分

$$\tilde{f}_n = k_{en} \tilde{p}_n \quad (k_{en}: \text{各要素が正数の対角行列}) \quad (7.18)$$

を (7.17) 式に代入すると,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \int_0^t \tilde{f}_n(\tau) d\tau \\ \tilde{f}_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{en} \Lambda_{fn} & 0 \\ 0 & k_{en} \Lambda_{fn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int_0^t \tilde{f}_n(\tau) d\tau \\ \tilde{f}_n \end{bmatrix} + k_{en} \begin{bmatrix} \xi_n \\ \dot{\xi}_n \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

となる。ただし、 ξ_n は、 ξ の n 成分 (拘束を受ける方向の成分) である。入力になっている $\xi_n, \dot{\xi}_n$ が、(7.15) 式および (7.16) 式により零に収束していくことが保証されているので $\xi_n, \dot{\xi}_n \in \mathcal{L}_2^n$ である。よく知られた線形系の定理 (文献 [30], p59) より、 $t \rightarrow \infty$ のとき $\tilde{f}_n \rightarrow 0$ が満足される。(7.18) 式の関係から $\tilde{p}_n \rightarrow 0$ でもあり、力/位置制御 (force/position regulation) が達成される。

(拘束を受けない p 方向成分)

接触面に拘束を受けない方向成分では、弾性係数の p 成分 k_{ep} は零行列である。したがって、

$$\begin{cases} \tilde{p}_p = \xi_p \\ \dot{\tilde{p}}_p = \dot{\xi}_p \end{cases} \quad (7.20)$$

となる。ただし、 ξ_p は ξ の p 成分 (拘束を受けない方向の成分) である。(7.15) 式および (7.16) 式から ξ_p および $\dot{\xi}_p$ が零に収束することが判っているので

$$t \rightarrow \infty \quad \text{のとき} \quad \tilde{p}_p \rightarrow 0 \quad \text{かつ} \quad \dot{\tilde{p}}_p \rightarrow 0 \quad (7.21)$$

が示され、軌道追従制御 (trajectory tracking) を達成している。

以上により、外乱外力が $w = 0$ であれば、力/位置制御と軌道追従制御が同時に達成されることが示される。

注意 7 弾性係数は力誤差と位置誤差を関係付けるためだけに利用していることが分かる。したがって、弾性係数の力/位置制御に関係する成分が正数であれば、制御目標を達成できる。

弾性係数が増加する場合、例えば接触している環境の材質が(不連続的に)異なる部分がある場合などでは、閉ループ系やエネルギー関数の連続性の条件が破られることになる。すなわち、変数 ξ が不連続となるため制御目標を達成することを保証できなくなる。

7.4 外乱抑制性能解析

本節では、あるクラスに属する外乱外力 w が存在するときの外乱抑制性能、すなわち w に対する制御系のロバスト性について述べる。

外乱外力 w に対するロバスト性を考慮するにあたり、いくつか定義を行っておく。

定義 2 ($\mathcal{L}_p$ 空間) [22]

全ての $p \in \{1, 2, \dots\}$ に対して、

$$\int_0^\infty |u(t)|^p dt < \infty \quad (7.22)$$

を満足する信号 $u(t) \in \mathfrak{R}$ で構成される集合を $\mathcal{L}_p$ 空間と呼ぶ。また、

$$\sup_{t \in [0, \infty)} |u(t)| < \infty \quad (7.23)$$

を満足する信号 $u(t) \in \mathfrak{R}$ で構成される集合を $\mathcal{L}_\infty$ 空間と呼ぶ。 $\square$

定義 3 ($\mathcal{L}_p$ ノルム) [22]

信号 $u(t) \in \mathfrak{R}$ の $\mathcal{L}_p$ ノルムを次式で定義する。

$$\begin{aligned} \|u\|_p &:= \left(\int_0^\infty |u(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}, \quad p = 1, 2, \dots \\ \|u\|_\infty &:= \sup_{t \in [0, \infty)} |u(t)| \end{aligned}$$

また、 $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_n]^T$ ($u_i \in \mathcal{L}_p$) に対する $\mathcal{L}_p$ ノルムは

$$\|\mathbf{u}\|_p := \left[\sum_{i=1}^n \|u_i\|_p^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad p = 1, 2, \dots, \infty \quad (7.24)$$

で定義する。したがって、

$$\|\mathbf{u}\|_p < \infty, \quad p = 1, 2, \dots, \infty$$

となるとき、信号 $\mathbf{u}$ は $\mathcal{L}_p^n$ 空間に属するという。 $\square$

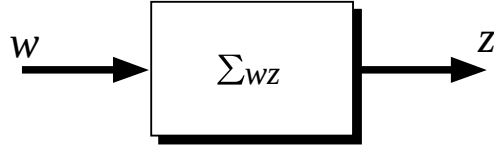


図 7.3: 制御系 $\Sigma_{wz}: w \mapsto z$

外乱外力 $w \in \mathcal{L}_2^n$ から被制御量 z までの系 (図 7.3 参照)

$$\Sigma_{wz} : w \mapsto z \quad (7.25)$$

を構成する. ただし, 被制御量 z として変数

$$z := \left[\dot{\xi}^T, \varphi(\xi)^T \right]^T \quad (7.26)$$

を定義する.

被制御量 z は, (7.4) 式から手先の位置誤差, 速度誤差, 力誤差, およびその積分値を含んだ変数であることがわかり, 外乱外力 w が被制御量 z に及ぼす影響を評価することで w が各誤差に及ぼす影響を考慮する.

系 Σ_{wz} を具体的に記述する.

$$\Sigma_{wz} : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)w \\ z = h(x) \end{cases} \quad (7.27)$$

ただし,

$$f(x) := \begin{bmatrix} -M^{-1}\{(C + K_1)s + J^T K_2 \varphi(\xi) + Y\tilde{\theta}\} \\ Js - \Lambda \varphi(\xi) \\ \Gamma^{-1} Y^T s \end{bmatrix}$$

$$g(x) := \begin{bmatrix} M^{-1} J^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad h(x) := \begin{bmatrix} Js - \Lambda \varphi(\xi) \\ \varphi(\xi) \end{bmatrix}$$

である. 系 Σ_{wz} は前節の閉ループ系 (7.9) 式, (7.8) 式および $\dot{\tilde{\theta}} = \Gamma^{-1} Y^T s$ を並べた状態方程式に, 出力が z となるような出力方程式 $z = h(x)$ を加えたものとなっており, $h(x)$ の選定に (7.8) 式を利用している.

系 Σ_{wz} に対して次の定理が成立する.

定理 5 (外乱抑制性能) 正数 ε, γ が与えられるとする. (7.10) 式で定義されるエネルギー関数 $V(\mathbf{x})$ の初期値が $V(\mathbf{x}(0)) \leq \varepsilon$ であり, フィードバックゲイン $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$ に関して

$$(i) \quad \lambda_{\min}(\mathbf{K}_1) \geq \left(\frac{1}{2\gamma^2} + 1 \right) \lambda_{\max}(\mathbf{J}^T \mathbf{J}) \quad (7.28)$$

$$(ii) \quad \lambda_{\min}(\mathbf{K}_2) \geq \frac{1}{\lambda_{\min}(\mathbf{\Lambda})} \left(\frac{1}{2} + \lambda_{\max}(\mathbf{\Lambda}^T \mathbf{\Lambda}) \right) \quad (7.29)$$

が満足されるとき. このとき, 系 Σ_{wz} の誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲイン

$$\|\Sigma_{wz}\|_{i2} := \sup_{\mathbf{w} \in \mathcal{L}_2^n} \frac{\|\mathbf{z}\|_2}{\|\mathbf{w}\|_2} \quad (7.30)$$

は, $\mathbf{w} \in \mathcal{L}_2^n$ に対して有界, すなわち

$$\|\Sigma_{wz}\|_{i2} \leq \left(\gamma^2 + \frac{2\varepsilon}{\|\mathbf{w}\|_2^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7.31)$$

となる. $\diamond$

入出力信号が $\mathcal{L}_2$ 空間に属する線形系では, 伝達関数の $\mathcal{H}_\infty$ ノルムを利用するのは自然である. $\mathcal{H}_\infty$ 制御は制御系の伝達関数のゲインを有限な大きさに抑えられるようにコントローラを設計する. しかし, ここで扱っている制御系 Σ_{wz} は非線形であり一般に伝達関数を定義できないため, 入出力信号の $\mathcal{L}_2$ ノルムから誘導される誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲイン (7.30) 式を利用している. 本論文では, この意味で提案する制御則を適応 $\mathcal{H}_\infty$ SP-D 制御則と呼ぶことがある. この誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲインが 1 未満の値となると, 外乱 $\mathbf{w}$ が被制御量 $\mathbf{z}$ に与える影響が抑制され, 外乱に対するロバスト性 (外乱抑制性能) を有していることを意味する.

(証明)

(7.10) 式で定義される $V(\mathbf{x})$ 関数を, (7.27) 式の解軌道に沿って時間微分する.

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{x}) &= \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} \\ &= \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x}) \mathbf{w} \end{aligned} \quad (7.32)$$

一方で, $\dot{V}(\mathbf{x})$ を実際に計算したものは (7.13) 式, すなわち,

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = (\mathbf{J}\mathbf{s})^T \mathbf{w} - \mathbf{s}^T \mathbf{K}_1 \mathbf{s} - \varphi(\boldsymbol{\xi})^T \mathbf{\Lambda}^T \mathbf{K}_2 \varphi(\boldsymbol{\xi})$$

である. これらの式は, 外乱外力 $\mathbf{w}$ に関して恒等的に

$$\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}) = -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_1 \mathbf{s} - \varphi(\boldsymbol{\xi})^T \mathbf{\Lambda}^T \mathbf{K}_2 \varphi(\boldsymbol{\xi}) \quad (7.33)$$

$$\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x}) = (\mathbf{J}\mathbf{s})^T \quad (7.34)$$

が成り立つ．これらの関係を使うと $V(\mathbf{x})$ 関数は，ハミルトンヤコビ不等式

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x}) g(\mathbf{x})^T \frac{\partial^T V}{\partial \mathbf{x}} + \frac{1}{2} h(\mathbf{x})^T h(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (7.35)$$

を満足する．

実際，ハミルトンヤコビ不等式の左辺に，(7.33) 式および (7.34) 式を代入すると

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x}) g(\mathbf{x})^T \frac{\partial^T V}{\partial \mathbf{x}} + \frac{1}{2} h(\mathbf{x})^T h(\mathbf{x}) \\ &= -\mathbf{s}^T \mathbf{K}_1 \mathbf{s} - \varphi(\boldsymbol{\xi})^T \boldsymbol{\Lambda}^T \mathbf{K}_2 \varphi(\boldsymbol{\xi}) + \frac{1}{2\gamma^2} \mathbf{s}^T (\mathbf{J}^T \mathbf{J}) \mathbf{s} + \frac{1}{2} \|\mathbf{z}\|^2 \end{aligned} \quad (7.36)$$

を得る．上式の右辺最終項は，

$$\begin{aligned} \|\mathbf{z}\|^2 &= \|\dot{\boldsymbol{\xi}}\|^2 + \|\varphi(\boldsymbol{\xi})\|^2 \\ (7.8) \text{ 式から} \\ &= \|\mathbf{J}\mathbf{s} - \boldsymbol{\Lambda}\varphi(\boldsymbol{\xi})\|^2 + \|\varphi(\boldsymbol{\xi})\|^2 \\ &= \|\mathbf{J}\mathbf{s}\|^2 - (\mathbf{J}\mathbf{s})^T (\boldsymbol{\Lambda}\varphi(\boldsymbol{\xi})) - (\boldsymbol{\Lambda}\varphi(\boldsymbol{\xi}))^T (\mathbf{J}\mathbf{s}) + \|\boldsymbol{\Lambda}\varphi(\boldsymbol{\xi})\|^2 + \|\varphi(\boldsymbol{\xi})\|^2 \end{aligned}$$

と変形でき，右辺第2項および第3項に対して次式の関係式

$$\begin{aligned} \|\mathbf{J}\mathbf{s} + \boldsymbol{\Lambda}\varphi(\boldsymbol{\xi})\|^2 &= \|\mathbf{J}\mathbf{s}\|^2 + (\mathbf{J}\mathbf{s})^T (\boldsymbol{\Lambda}\varphi(\boldsymbol{\xi})) + (\boldsymbol{\Lambda}\varphi(\boldsymbol{\xi}))^T (\mathbf{J}\mathbf{s}) + \|\boldsymbol{\Lambda}\varphi(\boldsymbol{\xi})\|^2 \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

を利用すると，

$$\begin{aligned} \|\mathbf{z}\|^2 &\leq 2\|\mathbf{J}\mathbf{s}\|^2 + 2\|\boldsymbol{\Lambda}\varphi(\boldsymbol{\xi})\|^2 + \|\varphi(\boldsymbol{\xi})\|^2 \\ &\leq 2\lambda_{\max}(\mathbf{J}^T \mathbf{J}) \|\mathbf{s}\|^2 + \left\{ 2\lambda_{\max}(\boldsymbol{\Lambda}^T \boldsymbol{\Lambda}) + 1 \right\} \|\varphi(\boldsymbol{\xi})\|^2 \end{aligned} \quad (7.37)$$

となる．したがって，(7.36) 式は

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x}) g(\mathbf{x})^T \frac{\partial^T V}{\partial \mathbf{x}} + \frac{1}{2} h(\mathbf{x})^T h(\mathbf{x}) \\ &\leq -\left\{ \lambda_{\min}(\mathbf{K}_1) - \left(\frac{1}{2\gamma^2} + 1 \right) \lambda_{\max}(\mathbf{J}^T \mathbf{J}) \right\} \|\mathbf{s}\|^2 \\ &\quad - \lambda_{\min}(\boldsymbol{\Lambda}) \left\{ \lambda_{\min}(\mathbf{K}_2) - \frac{1}{\lambda_{\min}(\boldsymbol{\Lambda})} \left(\frac{1}{2} + \lambda_{\max}(\boldsymbol{\Lambda}^T \boldsymbol{\Lambda}) \right) \right\} \|\varphi(\boldsymbol{\xi})\|^2 \end{aligned} \quad (7.38)$$

と変形でき、定理5の条件 (i) および (ii) よりハミルトンヤコビ不等式 (7.35) 式を満足することが分かる．

平方完成によって (7.32) 式を次のように変形し，

$$\begin{aligned}\dot{V}(\mathbf{x}) = & -\frac{1}{2}\gamma^2 \left\| \mathbf{w} - \frac{1}{\gamma^2} g(\mathbf{x})^T \frac{\partial^T V}{\partial \mathbf{x}} \right\|^2 + \frac{1}{2}\gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 \\ & + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x}) g(\mathbf{x})^T \frac{\partial^T V}{\partial \mathbf{x}}\end{aligned}$$

右辺の第3項および第4項に，ハミルトンヤコビ不等式 (7.35) 式を適用すると

$$\begin{aligned}\dot{V}(\mathbf{x}) & \leq \frac{1}{2}\gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 - \frac{1}{2}\|\mathbf{z}\|^2 - \frac{1}{2}\gamma^2 \left\| \mathbf{w} - \frac{1}{\gamma^2} g(\mathbf{x})^T \frac{\partial^T V}{\partial \mathbf{x}} \right\|^2 \\ & \leq \frac{1}{2}\gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 - \frac{1}{2}\|\mathbf{z}\|^2\end{aligned}\tag{7.39}$$

を得る．上式は，系 Σ_{wz} のエネルギー供給率 $\dot{V}(\mathbf{x})$ が $\frac{1}{2}\gamma^2 \|\mathbf{w}\|^2 - \frac{1}{2}\|\mathbf{z}\|^2$ で抑えられており，系 Σ_{wz} が消散システム [22, 23] であることを表している．

両辺を時間積分すれば，

$$V(\mathbf{x}(t)) - V(\mathbf{x}(0)) \leq \frac{1}{2}\gamma^2 \int_0^t \|\mathbf{w}(\tau)\|^2 d\tau - \frac{1}{2} \int_0^t \|\mathbf{z}(\tau)\|^2 d\tau$$

となり，任意の $\mathbf{x}$ で $V(\mathbf{x}) \geq 0$ であるから

$$\int_0^t \|\mathbf{z}(\tau)\|^2 d\tau \leq \gamma^2 \int_0^t \|\mathbf{w}(\tau)\|^2 d\tau + 2V(\mathbf{x}(0))\tag{7.40}$$

となる．条件 $V(\mathbf{x}(0)) \leq \varepsilon$ より

$$\|\mathbf{z}\|_2^2 \leq \gamma^2 \|\mathbf{w}\|_2^2 + 2\varepsilon$$

となり， $\mathbf{w}$ に対する誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲイン $\|\Sigma_{wz}\|_{i2}$ の有界性 (7.31) 式が示される． (証明終)

(7.31) 式は右辺の値が小さいほど外乱が被制御量に及ぼす影響が小さいことを意味し，1未満の値ならば外乱抑制性能を有することを表している[†]．

[†] パラメータ γ は外乱抑制性能をどの程度効かせるかを定めるパラメータであるが，(7.31) 式右辺の値は外乱 $\mathbf{w}$ と初期誤差に関するパラメータ ε によって変化する．したがって，ロバストなコントローラを設計する立場では $\mathbf{w}$ や ε が必要であり，対象とする外乱 $\mathbf{w}$ や初期状態の $V(\mathbf{x}(0))$ についての知識が必要となる．

注意 8 条件 (ii) に関して各要素 (関節) 毎に分けて考えれば, ゲイン $\mathbf{K}_2$ に対する保守性を軽減できる. すなわち, 条件 (ii) を

$$(ii)' \quad k_{2i} \geq \lambda_i + \frac{1}{2\lambda_i} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (7.41)$$

とできる. ただし, k_{2i} および λ_i は, それぞれ対角行列 $\mathbf{K}_2$ および $\mathbf{\Lambda}$ の第 i 要素である. 条件 (ii)' を使ったとき, (7.37) 式が

$$\|\mathbf{z}\|^2 \leq 2\lambda_{\max}(\mathbf{J}^T \mathbf{J}) \|\mathbf{s}\|^2 + \sum_{i=1}^n (2\lambda_i^2 + 1) \varphi(\xi_i)^2 \quad (7.42)$$

となり, ハミルトンヤコビ不等式を満足させる条件 (7.38) 式が

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \frac{1}{2\gamma^2} \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} g(\mathbf{x}) g(\mathbf{x})^T \frac{\partial^T V}{\partial \mathbf{x}} + \frac{1}{2} h(\mathbf{x})^T h(\mathbf{x}) \\ & \leq - \left\{ \lambda_{\min}(\mathbf{K}_1) - \left(\frac{1}{2\gamma^2} + 1 \right) \lambda_{\max}(\mathbf{J}^T \mathbf{J}) \right\} \|\mathbf{s}\|^2 \\ & \quad - \sum_{i=1}^n \lambda_i \left\{ k_{2i} - \lambda_i - \frac{1}{2\lambda_i} \right\} \varphi(\xi_i)^2 \end{aligned} \quad (7.43)$$

となる. 以上のように, 条件 (ii) を各関節毎の条件とすることで保守性を軽減できる. ただし, 条件 (i) に関してはヤコビ行列が関わるので (ii) の場合ほど容易にゲイン $\mathbf{K}_1$ に対する保守性を軽減できない.

7.5 力/位置制御および追従制御実験

提案した制御法の有効性を確認するため, 以下のことに着目して実験を行う.

- 外乱外力 $\mathbf{w}$ がない場合の平衡点の漸近安定性
- 適応則によるパラメータ更新の効果
- 外乱外力 $\mathbf{w}$ に対する外乱抑制性能解析 ($\mathbf{w}$ に対する系 Σ_{wz} のロバスト性解析)

(実験方法)

図 7.2 に示すように, マニピュレータの手先は位置 $\mathbf{p}_0 = [3.38 \times 10^{-1}, -5.13 \times 10^{-2}]^T$ m において接触力 $f_x = 0.0$ N で弾性環境に接しているとする. 手先は X 方向に一定の接触力 $f_{dn} = 2.90 \times 10^1$ N で接平面を押すように目標接触力 f_{dX} と従属的に定まる目標手先位置 $p_{dX} = 3.45 \times 10^{-1}$ m を与える. X 方向には, その位置で静止するように $\dot{p}_{dX} = 0.0$

m/s とする．また，Y 方向には初期位置から移動して 5 秒後に目標位置 $p_{dY} = 0.0$ m の到達し，その後目標位置で静止するように目標軌道を与える．

15 秒間の実験を行うものとし，次の 2 つの実験を行う．

● 実験 1

外乱外力がない場合，変数 s と ξ が零に収束し，物理パラメータ $\hat{\theta}$ が一定となることを確認する．その時の位置誤差，速度誤差および力誤差も調べ，制御目的が達成されることを確認する．

● 実験 2

6～7 秒の 1 秒間，外乱外力として X 方向に -1.0×10^1 N の力を加える．このとき，外乱外力と被制御量の $\mathcal{L}_2$ ノルムから得られる制御系の誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲインが 1 未満の値となり，外乱抑制性能を有することを確認する．

ただし，制御則の各ゲインを $K_1 = \text{diag}\{1, 1\}$ ， $K_2 = \text{diag}\{10, 70\}$ ， $\Lambda = \text{diag}\{1, 7\}$ ， $\Lambda_f = \text{diag}\{0.1, 0.05\}$ ， $\Gamma = \text{diag}\{1, 1\}$ のように設定した．これらの値は，パラメータ更新を行わない制御則で誤差が小さくなるように設定した．

(実験 1 の結果)

実験 1 の結果を図 7.4～図 7.8 に示す．外乱外力がない場合の変数 s ， ξ および物理パラメータ $\hat{\theta}$ の実験結果が図 7.4 である．各グラフの実線および破線がそれぞれ各ベクトルの第 1 要素および第 2 要素を表す．物理パラメータを表すグラフ (下段グラフ) の鎖線は $\hat{\theta}$ の第 3 要素である．

上段のグラフより，変数 s は第 1 要素 s_1 ，第 2 要素 s_2 とともに零に向かって収束しており，およそ 6 秒以降では零に近い値となっていることが確認できる．中段のグラフからは変数 ξ も零に向かって収束している様子が見られる．ただし，Y 方向成分を表す破線 (ξ_2) が最初から零に近い値であるのに対して，X 方向成分である実線 (ξ_1) は収束に時間がかかっている．環境から外力を受けていることや力誤差の積分値 ((7.4) 式参照) を含んでいることなどの影響が原因と考えられる．物理パラメータ $\hat{\theta}$ はおよそ 10 秒過ぎからその変化は小さくなり，ほぼ一定の値に落ち着く様子が下段のグラフから分かる．以上により，第 7.3

節で行った安定性解析で得られる結果を確認することができた。

更に、本来の目的である手先の位置、速度および接触力に関する実験結果を図 7.5～図 7.8 に示す。図 7.5 は手先位置とその目標値を、図 7.6 は手先速度とその目標値を、図 7.7 は接触力とその目標値を表す。実線が実験値であり、破線が目標値である。また、図 7.8 は手先の位置誤差 $\tilde{\mathbf{p}}$ 、速度誤差 $\dot{\tilde{\mathbf{p}}}$ および接触力の誤差 $\tilde{\mathbf{f}}_X$ を表す。実線が各誤差の X 方向成分、破線が Y 方向成分を表している。力誤差に関しては、力制御が X 方向成分のみに対して行われることになるので実線だけを示している。

図 7.8 より、 $\tilde{\mathbf{p}}$ 、 $\dot{\tilde{\mathbf{p}}}$ および $\tilde{\mathbf{f}}_X$ が零に向かって小さくなっていき X 方向の力/位置制御および Y 方向の軌道追従制御が達成されていることが確認できる。ただし、 $\tilde{\mathbf{p}}$ の X 成分だけは (値は小さいが) 定常偏差が残り零に一致していない。これは、力の目標値 $\mathbf{f}_{dX}$ から従属的に定まる位置の目標値 $\mathbf{p}_{dX}$ が厳密に適切でなかったためと考えられる。

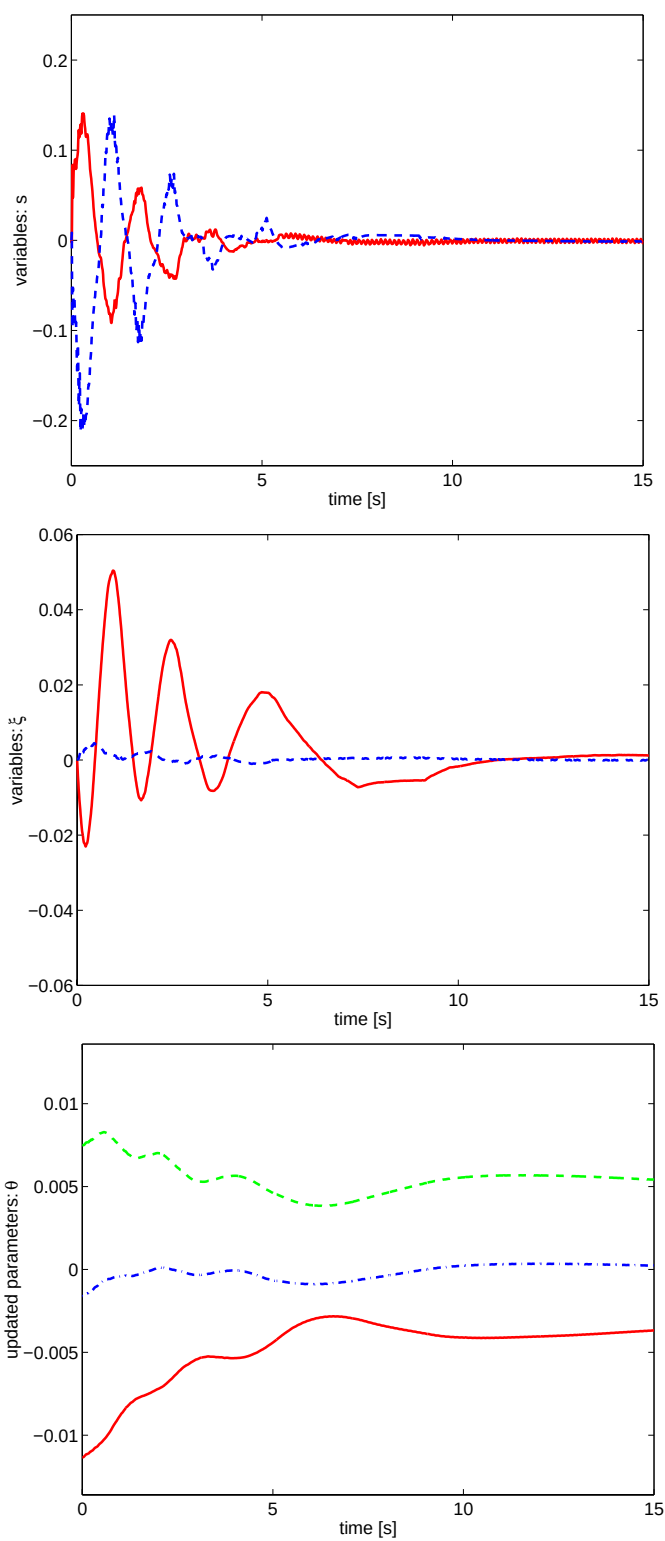


図 7.4: 外乱外力がない場合の変数 s , ξ , 物理パラメータ $\hat{\theta}$ (実線：第 1 要素, 破線：第 2 要素, 鎖線：第 3 要素)

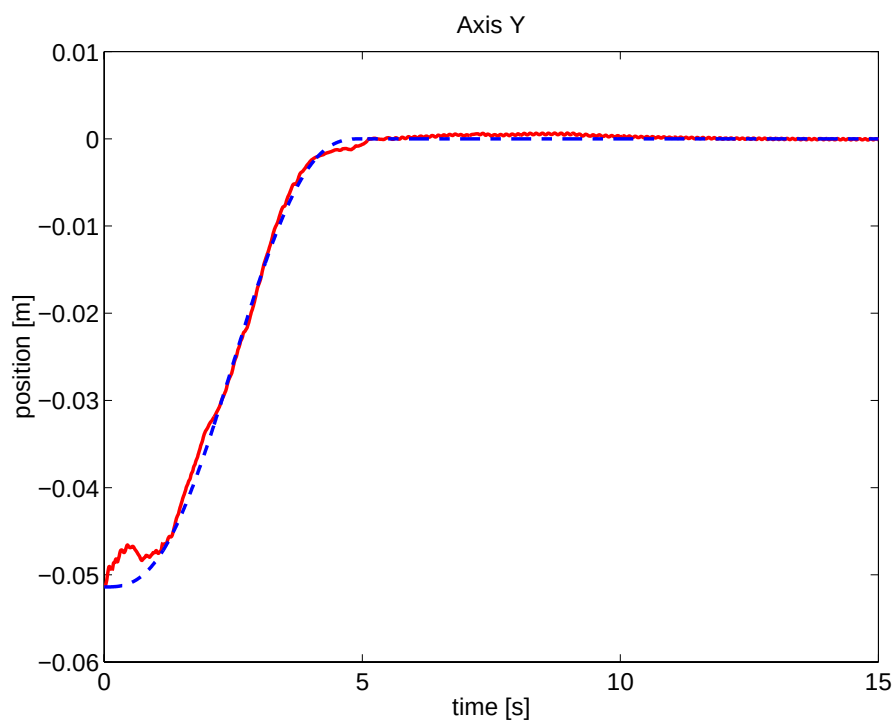
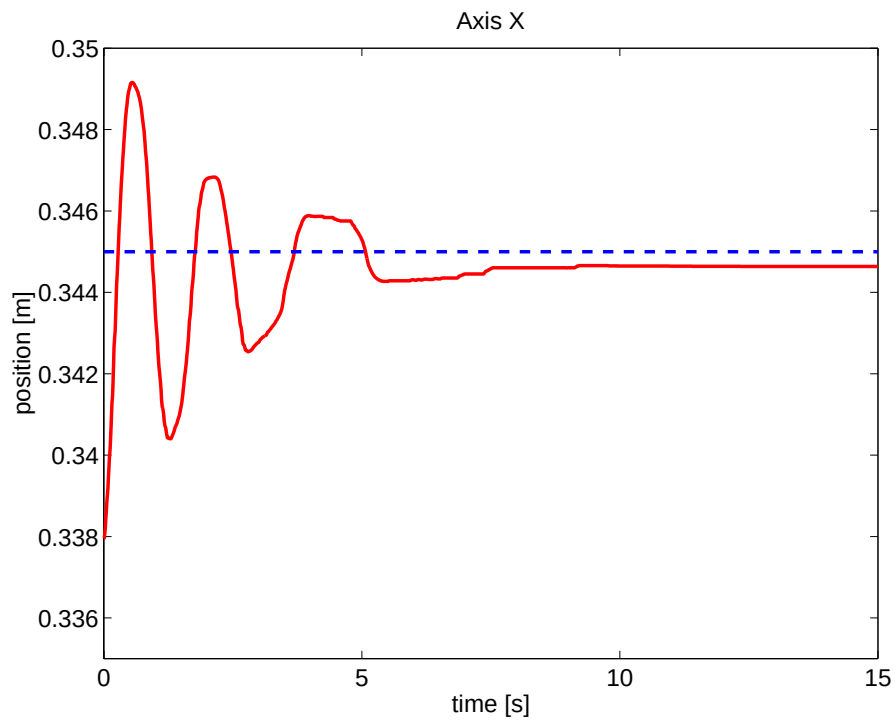


図 7.5: 外乱外力がない場合の手先位置 (実線：実験値, 破線：目標値)

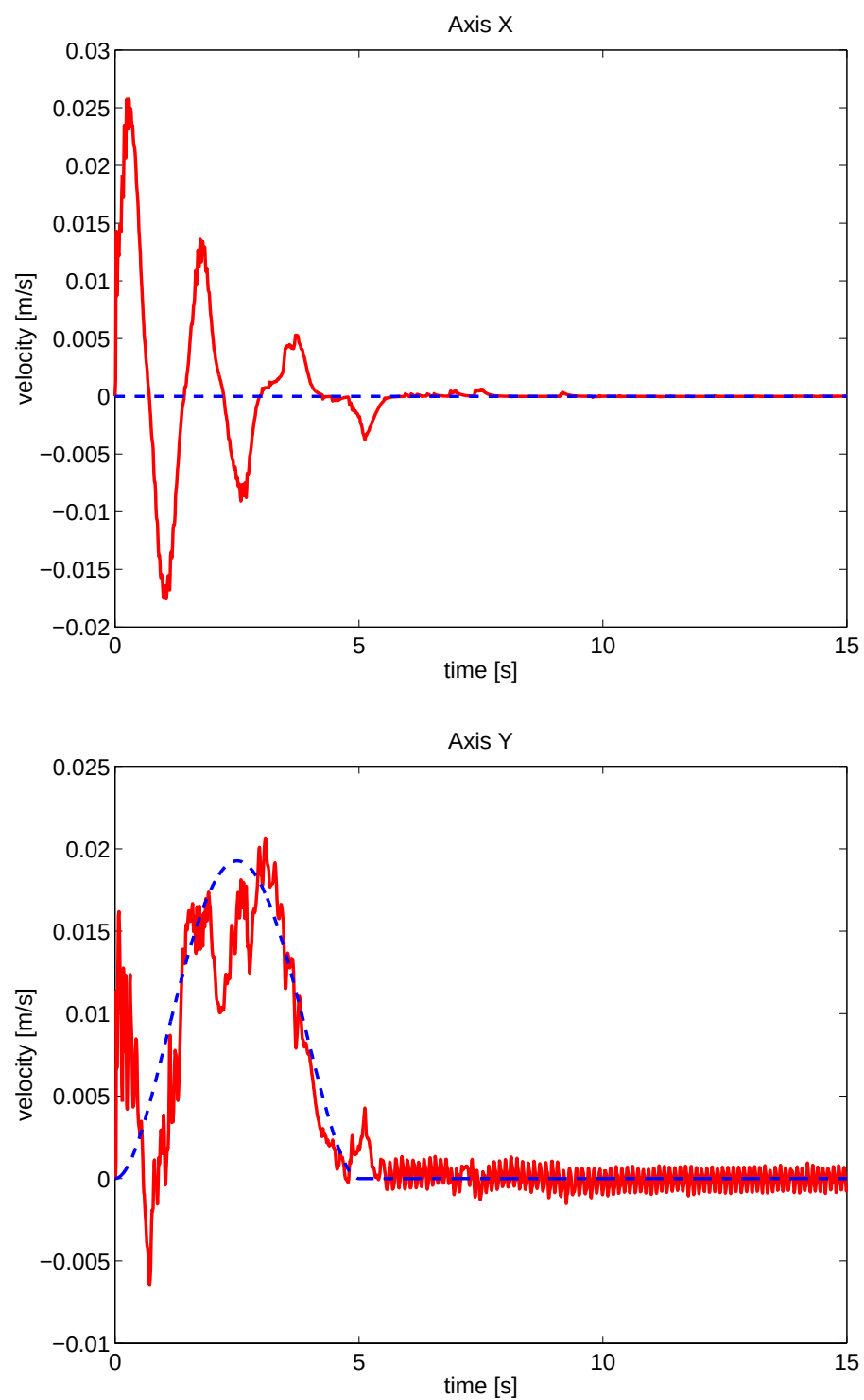


図 7.6: 外乱外力がない場合の手先速度 (実線：実験値, 破線：目標値)

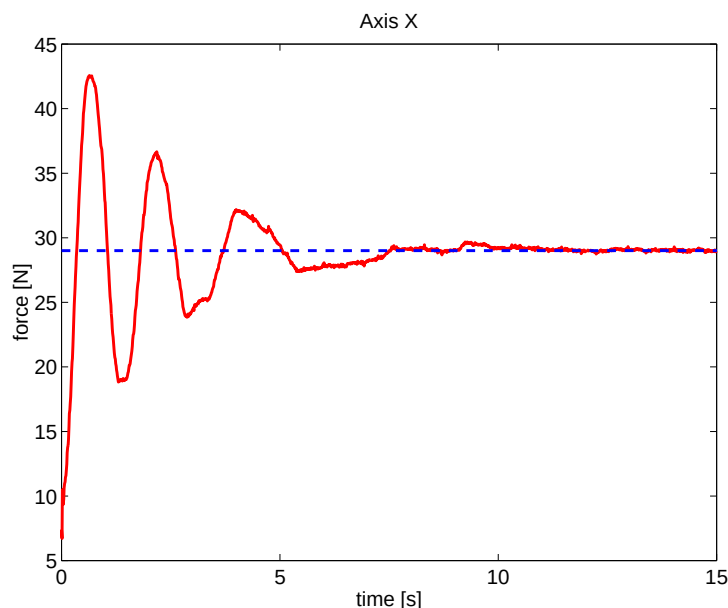


図 7.7: 外乱外力がない場合の接触力 (実線：実験値, 破線：目標値)

注意 9 (パラメータ更新の効果) (7.3) 式による物理パラメータの更新を行う場合と行わない場合の実験を行い、パラメータ更新の効果を確認しておく。実験結果を図 7.9 および図 7.10 に示す。図 7.9 は上段のグラフが位置誤差、下段のグラフが速度誤差を表している。左側のグラフが X 方向成分、右側のグラフが Y 方向成分である。また、図 7.10 は上段のグラフが力誤差を表し、下段のグラフがパラメータ更新を行った場合の物理パラメータを示している。位置誤差、速度誤差および力誤差のグラフは、実線が適応則によりパラメータ更新を行った場合の結果であり、破線がパラメータ更新を行わなかった場合の結果である。物理パラメータのグラフは、実線、破線、鎖線がそれぞれ $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$, $\hat{\theta}_3$ を意味する。

この実験では X 方向の目標位置を適切に与えたので、X 方向の位置誤差もほぼ零となっている。この実験で注目すべき点は、Y 方向の位置誤差 (上右グラフ) の 6 秒以降の動作である。パラメータの更新を行っていない場合の結果は、位置誤差が残ったままとなっているのに対し、パラメータ更新した結果 (実線) は誤差が零に収束している。Y 方向は弾性係数 k_{ep} が零となることから、積分動作の効果が表れず誤差が残ったものと考えられる。しかし、物理パラメータの更新が機能する場合にはパラメータ更新の効果が表れ、位置誤差を減少させているものと考えられる。このときの物理パラメータ $\hat{\theta}$ を見ると、6 秒以降の物理パラメータが徐々に更新され一定となるのに対応している。

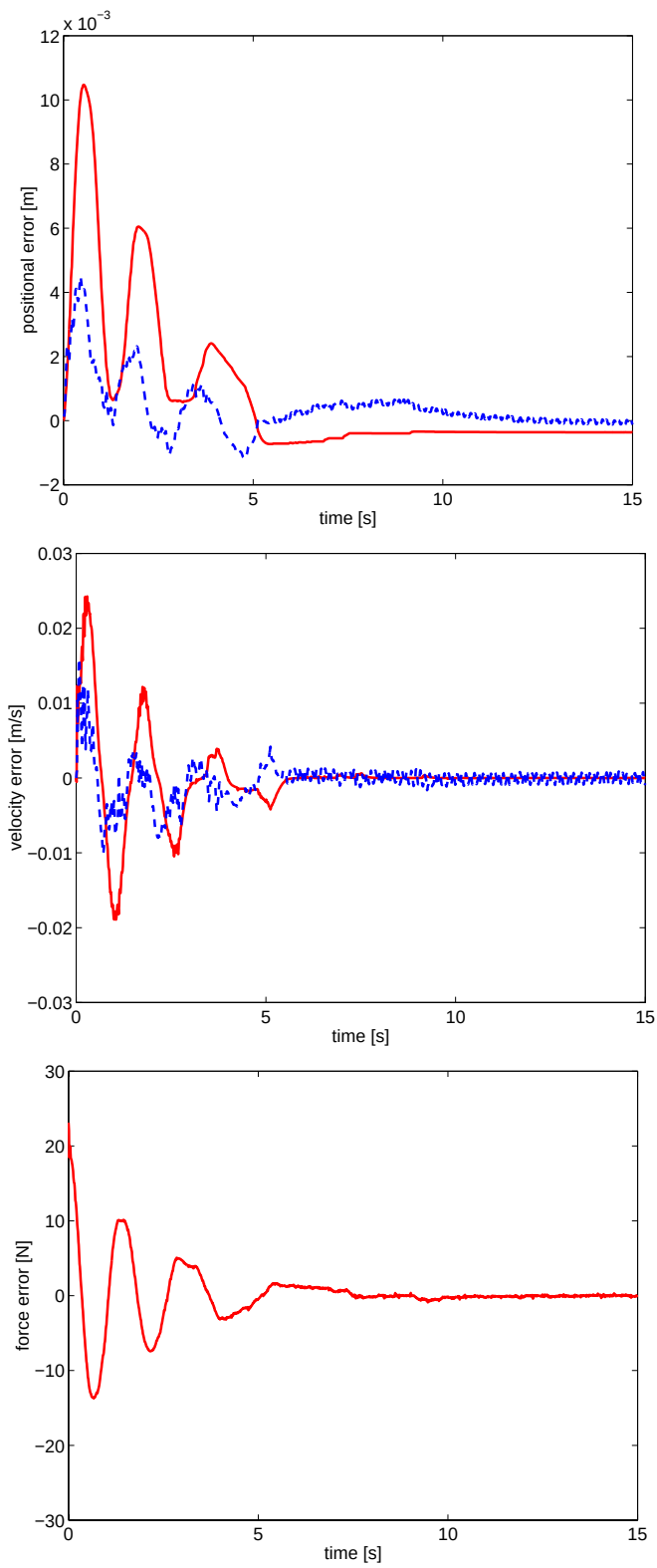


図 7.8: 外乱外力がない場合の位置誤差 $\tilde{\mathbf{p}}$ (上), 速度誤差 $\dot{\tilde{\mathbf{p}}}$ (中), 力誤差 $\tilde{f}_x$ (下) (実線 : X 成分, 破線 : Y 成分)

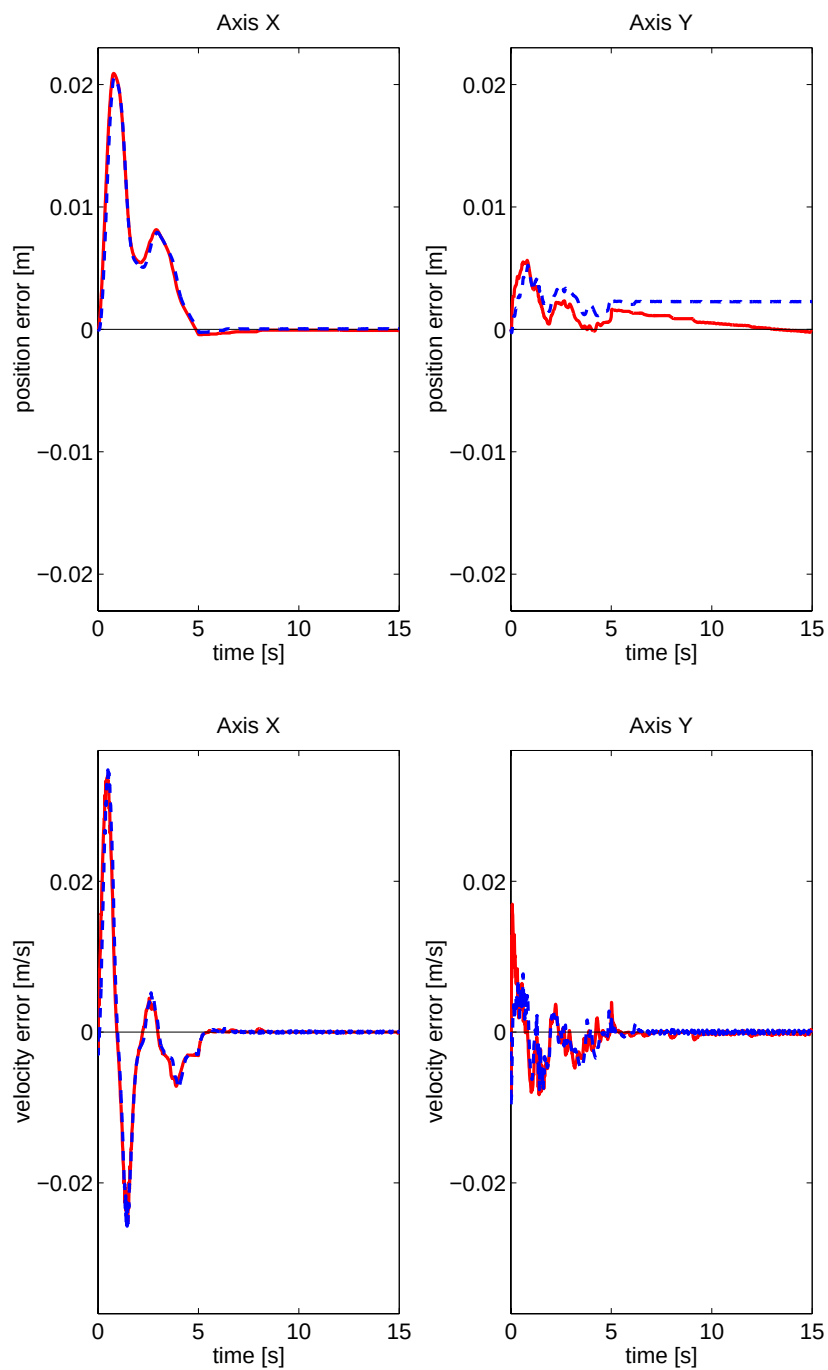


図 7.9: 物理パラメータ更新の効果 (実線: パラメータ更新あり, 破線: パラメータ更新なし)

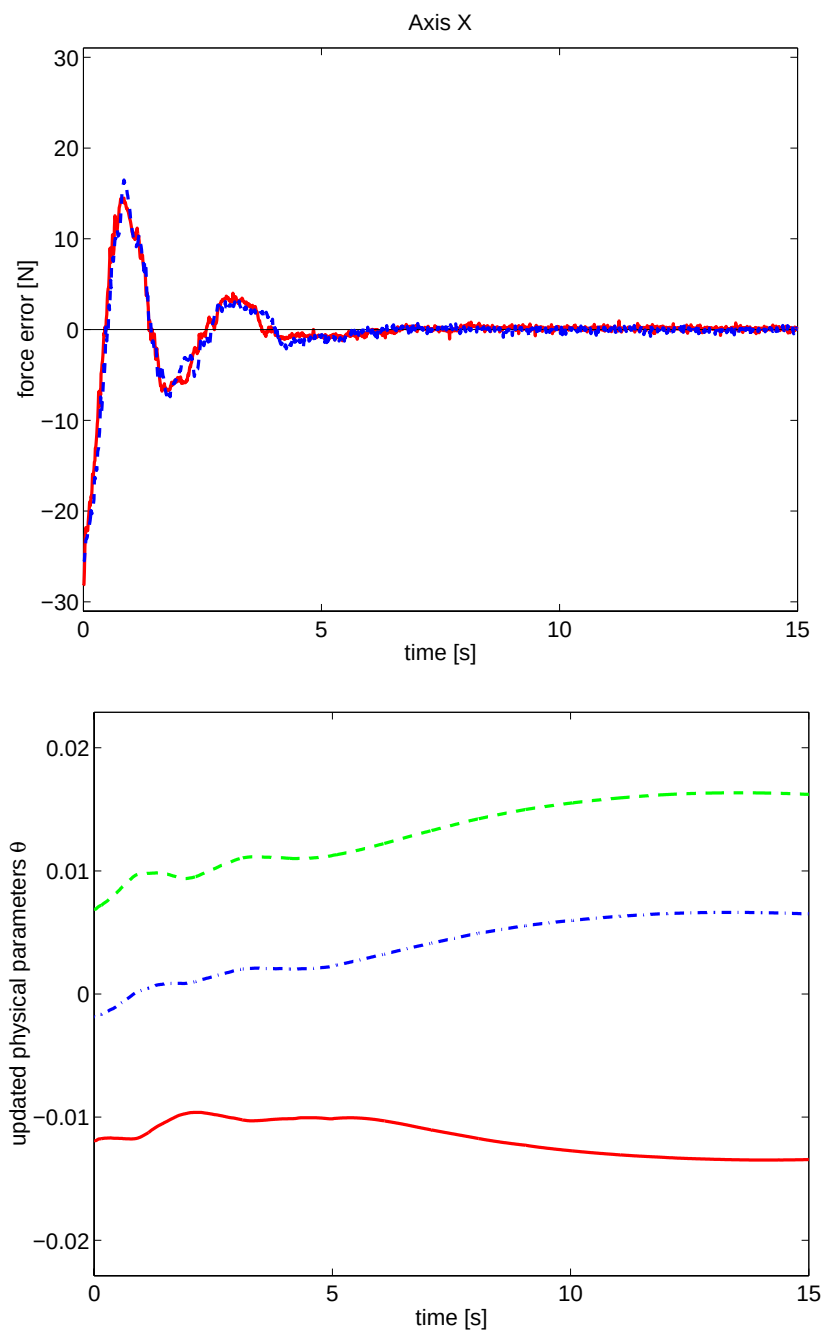


図 7.10: 物理パラメータ更新の効果 (上: 力誤差 $\tilde{f}_X$, 下: 物理パラメータ $\hat{\theta}$)

(実験 2 の結果)

外乱外力 w を加えたときの実験結果を図 7.11～図 7.15 に示す．図 7.11 が制御系 Σ_{wz} の変数 s , ξ および物理パラメータ $\hat{\theta}$ を表すグラフである．実線，破線および鎖線がそれぞれ第 1 要素，第 2 要素，第 3 要素を意味する．また，図 7.12～図 7.14 が手先位置，速度，接触力および各目標値を表すグラフである．実線が実験値であり，破線が目標値である．これらを誤差で表したグラフが図 7.15 である．図 7.15 では実線が X 成分，破線が Y 成分を意味する．

実験開始後 6～7 秒の間に外乱外力が加えられたため，変数 s や ξ が時刻 6 秒と 7 秒のときに大きくなっている．しかし，その後 s および ξ とともに振幅が小さくなっていくのが図 7.11 より確認できる．また，変数 s の変動はパラメータ更新則により $\hat{\theta}$ も変化させることになるので物理パラメータ $\hat{\theta}$ にも振動を引き起こす．外乱外力がないときのように 15 秒以内で一定となる様子はなかったが，約 13 秒後には変数 s が零に近い値となっており，さらに時間が経過すれば物理パラメータ $\hat{\theta}$ も落ち着くものと考えられる．手先の位置，速度および接触力に対する外乱 w の影響は，図 7.12～図 7.14 および図 7.15 により確認できる．

外乱外力 w の $\mathcal{L}_2$ ノルム $\|w\|_2$ と被制御量 z の $\mathcal{L}_2$ ノルム $\|z\|_2$ を計算し，系 Σ_{wz} の誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲイン $\|\Sigma_{wz}\|_{i2}$ を求めると 0.46 となった．外乱外力の各誤差で構成される被制御量に与える影響を

$$\|\Sigma_{wz}\|_{i2} < 1$$

としており，外乱抑制性能を示していることが確認できた．

最後にフィードバックゲインの条件を確認しておく．各時刻の $\lambda_{\max}(\mathbf{J}^T \mathbf{J})$ は図 7.16 のとおりであり，実験中における最大値は 0.157 であった．したがって，この実験では γ が 0.316 以上ならばこの実験のゲイン条件 (i) を満足している．また， $\mathbf{K}_2$ および $\mathbf{\Lambda}$ の各値から，ゲイン $\mathbf{K}_2$ が条件 (7.41) 式を満足していることが確認できた．

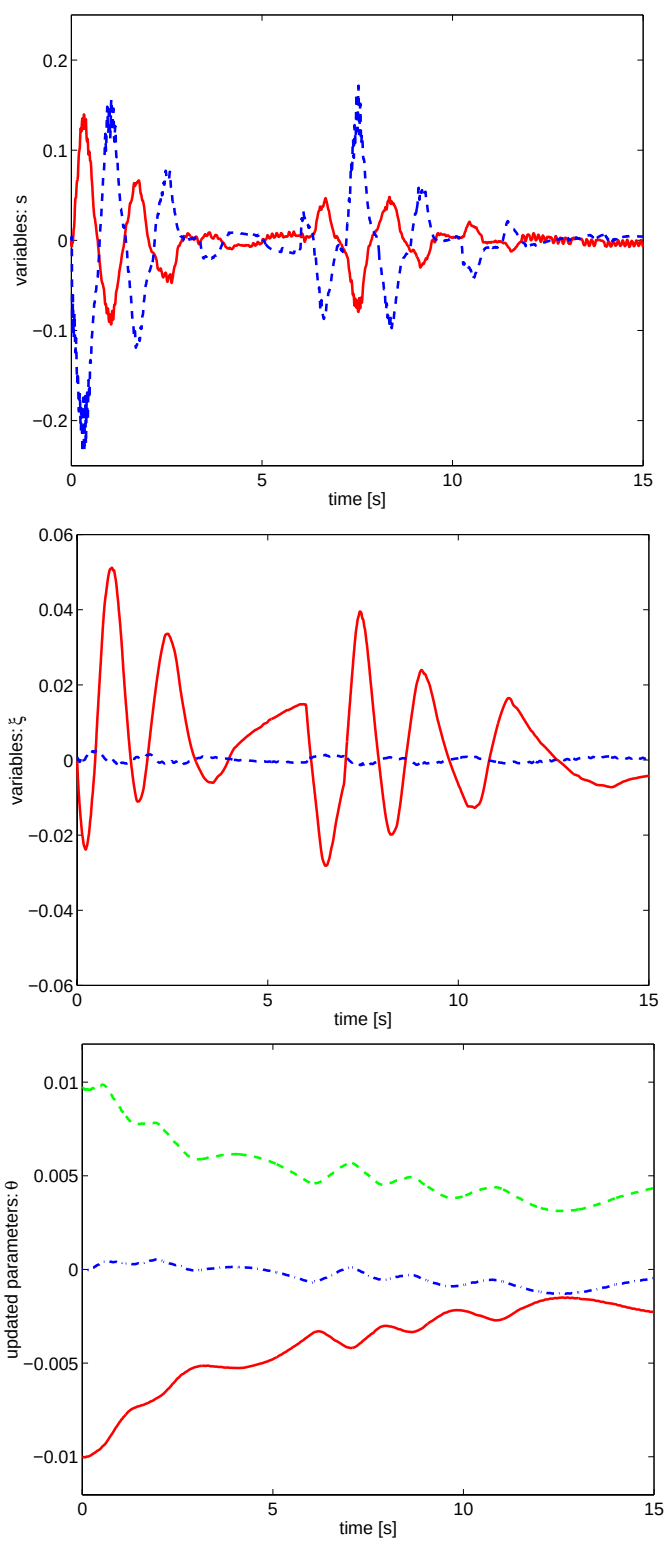


図 7.11: 外乱外力 w を加えた場合の変数 s , ξ , 物理パラメータ $\hat{\theta}$ (実線：第 1 要素, 破線：第 2 要素, 鎖線：第 3 要素)

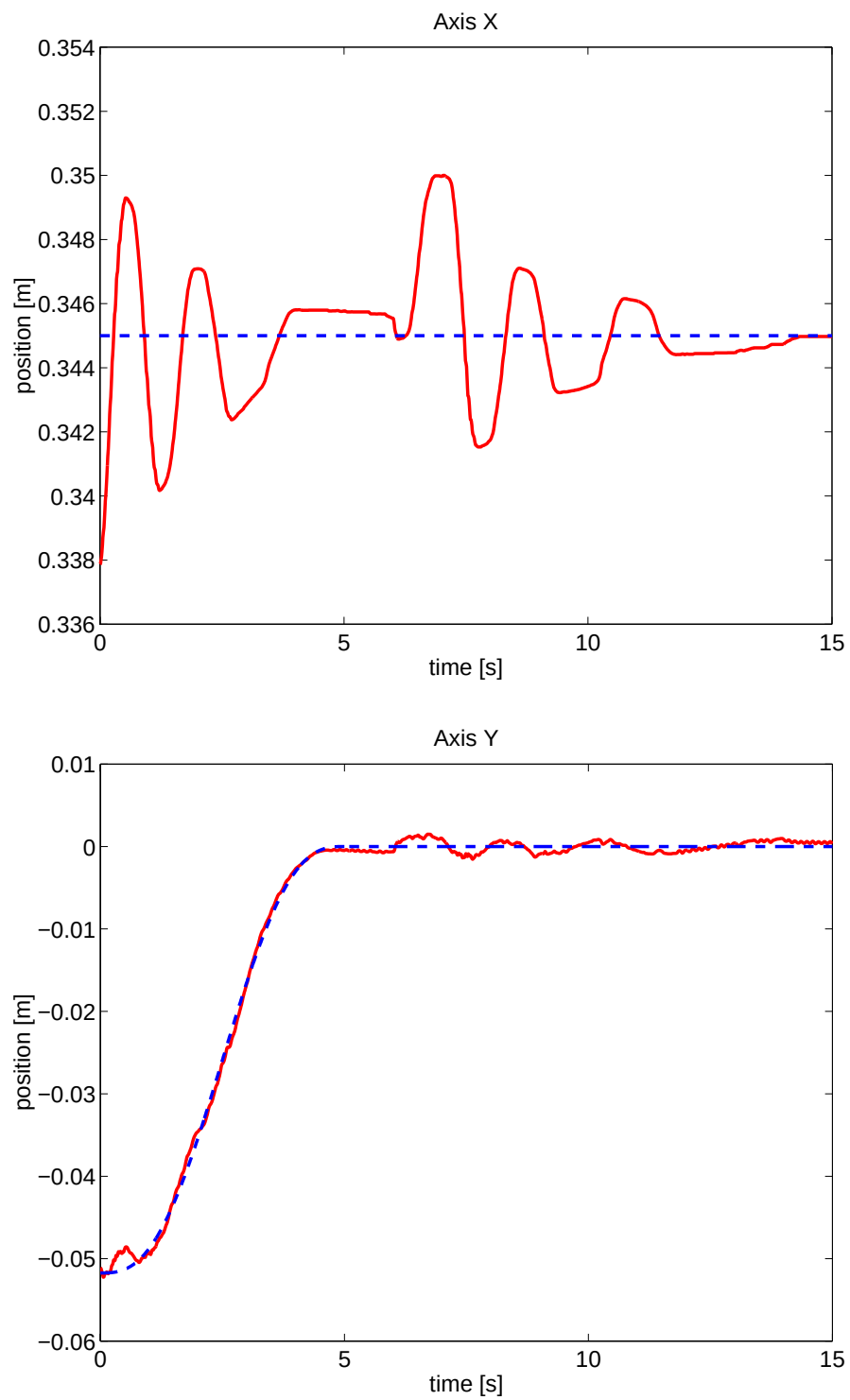


図 7.12: 外乱外力 w を加えた場合の手先位置 (実線：実験値, 破線：目標値)

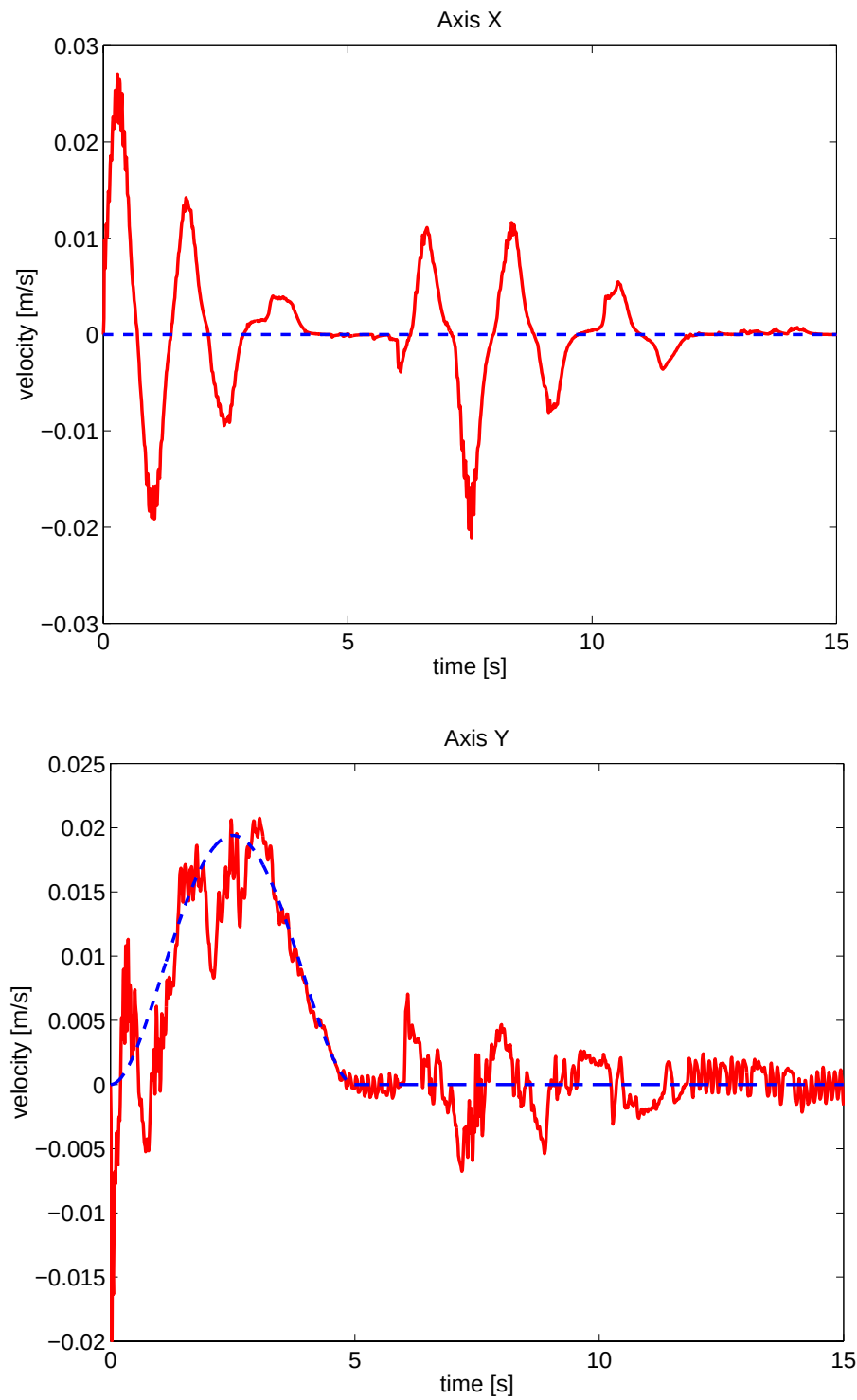


図 7.13: 外乱外力 w を加えた場合の手先速度 (実線：実験値, 破線：目標値)

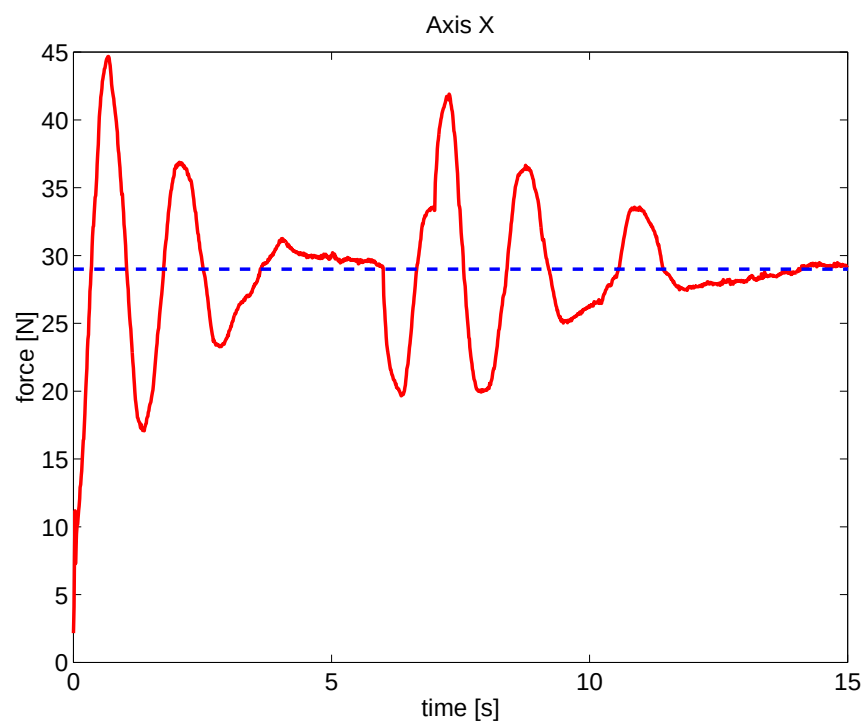


図 7.14: 外乱外力 w を加えた場合の接触力 (実線：実験値, 破線：目標値)

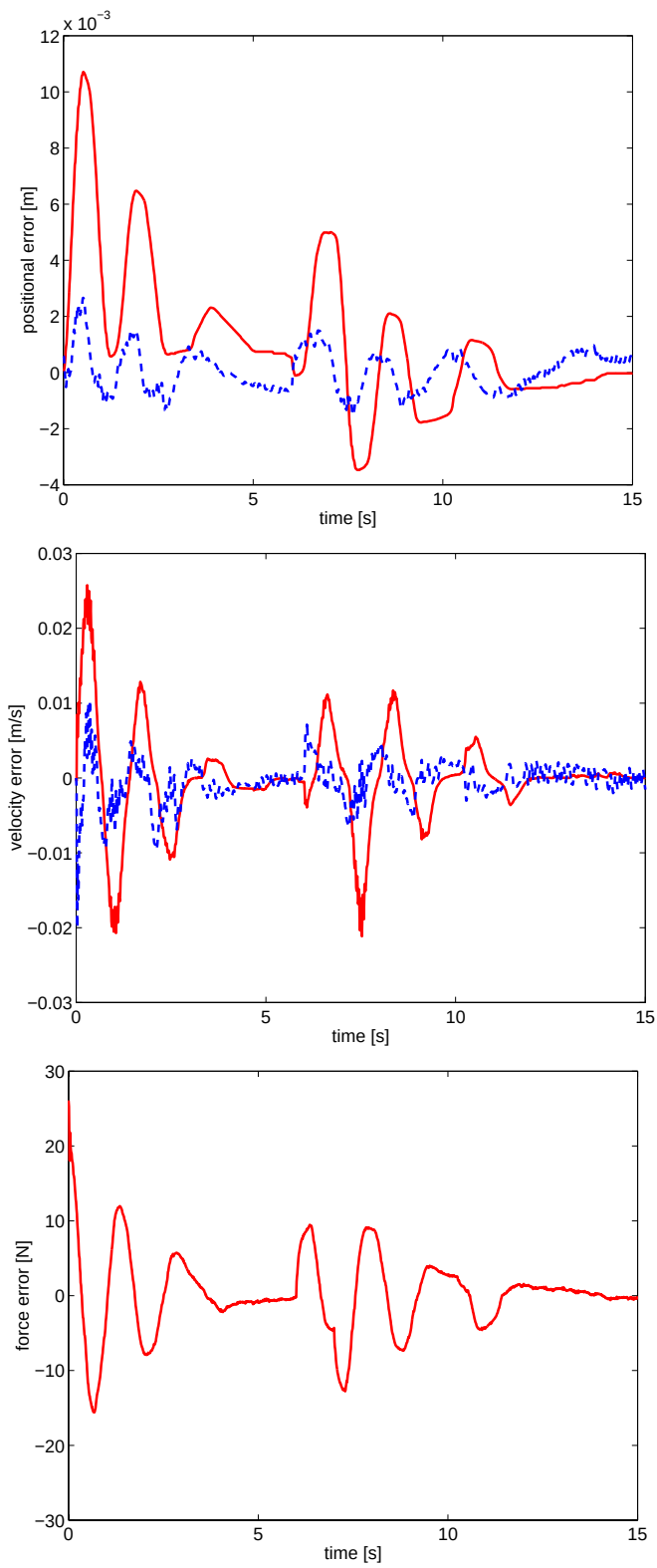


図 7.15: 外乱外力 $\mathbf{w}$ を加えた場合の位置誤差 $\tilde{\mathbf{p}}$ (上), 速度誤差 $\dot{\tilde{\mathbf{p}}}$ (中), 力誤差 $\tilde{f}_x$ (下)
(実線: X 成分, 破線: Y 成分)

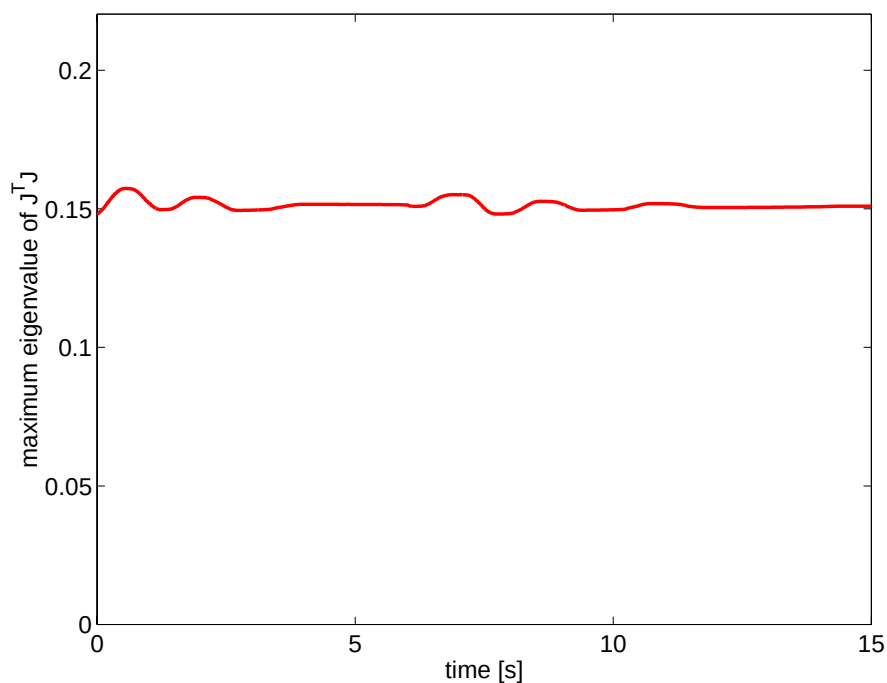


図 7.16: ヤコビ行列 J の $\lambda_{\max}(J^T J)$

7.6 本章のまとめ

本章では，手先が弾性環境に接触するマニピュレータに対して，エネルギー整形の考えにもとづいた制御則の適応 $\mathcal{H}_\infty$ アプローチを提案した．提案した制御則はパラメトリックな不確かさに対して有効であることが確認できた．また，手先に加わる外乱外力に関して外乱抑制性能を有していることを解析し，実験により提案した制御則の有効性を検証した．

外乱抑制性能とフィードバックゲインの関係を定理で示しているが，外乱に対してロバスト性を保証する制御則を構成するためには，外乱 w や初期誤差に関するパラメータ ε の知識が要求される．また，提案した制御則は力の目標値と位置の目標値を独立に設定できていないことや，望ましいインピーダンスを実現したい場合の制御則についても考えていく必要がある．これらの問題は今後の課題である．

第 8 章

おわりに

8.1 まとめ

力学的エネルギーの観点からマニピュレータ制御を考え直す意味でエネルギー整形により誘導される SP-D 制御に注目し、特に不確かさや外乱に対するロバスト性を意識して拡張を行ってきた。

以下に、本研究で得られた結果を総括する。

- (追従制御問題への SP-D 制御則の拡張)

補助変数の再構成とダイナミクス補償項の導入により従来の定置 SP-D 制御則を拡張し、追従制御問題へ適用した。ダイナミクスモデルに不確かさが存在しないと仮定した場合、提案するノミナル軌道追従 SP-D 制御則は、構成する閉ループ系の平衡点を大域的に漸近安定とすることを示した。また、実際のマニピュレータを使った実験では目標軌道の追従が行われることを確認し、提案した制御則が有効であることを検証した。

- (パラメトリックな不確かさに対するロバスト化)

マニピュレータのダイナミクスモデルにパラメトリックな不確かさが存在する場合、ノミナル軌道追従 SP-D 制御則では不確かさに起因する影響を著しく被ることを確認した。そこで、実際のマニピュレータ制御では不確かさに対するロバスト性が重要であることを認識し、パラメトリックな不確かさに対するロバストな SP-D 制御則を提案した。提案した軌道追従 SP-D 制御則は、不確かさに起因する望ましくない摂動が生ずる場合でも構成される閉ループ系を大域的に一様終局的有界とし、所望の

制御性能を達成することを示した。また、検証実験では補助入力が見えにくい振動を抑え、ノミナル軌道追従 SP-D 制御則を使った場合よりも追従誤差を小さく抑制することを確認した。

● (弾性環境に対する力制御問題への適用と外乱抑制性能解析)

関節空間の軌道追従制御問題だけでなく、手先が弾性環境に接触する場合の力制御問題に対する制御則を提案した。提案した適応 H_∞ アプローチによる SP-D 制御則は、ダイナミクスモデルに含まれるパラメトリックな不確かさに対して物理パラメータの更新により対処する。また、手先に加えられる外乱外力に対しては、外乱外力から位置誤差、速度誤差、力誤差で構成される被制御量までの制御系の誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲインを有界とすることを示し、外乱抑制性能を有していることを表した。提案した制御則の有効性を確認する実験では、外乱外力がない場合に制御目標を達成することを確認し、またパラメータ更新則の効果を確かめた。さらに、外乱外力から被制御量までの系の誘導 $\mathcal{L}_2$ ゲインが 1 未満に抑えられ、外乱抑制を達成していることを検証した。

各制御問題に対する漸近安定性、一様終局的有界性および外乱抑制性能の証明に、共通して 2 次形式とは異なる整形されたポテンシャルエネルギー関数を用いている。第 4 章でまとめたエネルギー関数と飽和関数の性質および関係がその根底にあり、非線形な**補助変数の構成**が本研究の独創的かつ重要な鍵となっている。

この論文で議論した制御法では、整形されたポテンシャルエネルギー関数が非線形な SP-D フィードバック制御を誘導することを認識することが大切であり、力学的エネルギーの点から考慮したマニピュレータ制御の理解を深める上で有効である。力学的エネルギーを表す関数をリアプノフ関数としその安定性理論に依存したマニピュレータ制御法(リアプノフベース法)は、今となっては古臭いところがあることは否めない。しかし、伝統的であるが故に周知の手法であり、十分にまとめられ理解容易な制御法であるとも言える。リアプノフベース法を出発点に進めてきた本研究は、力学的エネルギーを考慮した他の手法、受動性にもとづいた制御法の理解を深める上でも役立つと思われるところがある。特に、注目してきたパラメトリックな不確かさや外乱に対するロバスト性についてはエネルギー整形から誘導される SP-D 制御理論を補強し、実際にマニピュレータを制御する場合に避けることのできない不確かさの問題に対する有効な制御法のひとつとして期待できる。

8.2 今後の展望

エネルギー整形の概念がマニピュレータの制御にどのように影響するか考察することは、力学的エネルギーにもとづいた制御法を発展させていく手段のひとつとして有効である。そこで、力学的エネルギーに深く関わる、受動性にもとづく制御法に対してもエネルギー整形のアプローチを行い、より深い解析を行ってみる価値があると思われる。

また、不確かさに対するロバスト性に関しても、ダイナミクスモデルのパラメトリックな不確かさと手先に加わる外乱外力にしか対処していない。モデル化されない不確かさに対するロバスト性について考えていく必要があるが、非線形系であるマニピュレータシステムをどのように表現し、取り扱うかが困難な問題である。

さらに、力センサ以外にも外界センサを用いたマニピュレータ制御に対する応用も考えられ、これらを組み合わせた場合の制御法を構築していくこともロボットマニピュレータの応用を拡大していく上で大切である。

謝辞

本研究は，陸上自衛隊の国内一般大学研修課程として派遣された著者が，北陸先端科学技術大学院大学博士後期課程在学中になされたものである．本研究を進めるにあたり，博士前期課程から終始あたたかいご指導を賜りました指導教官 藤田政之 助教授に心から感謝の意を表します．

また，研究推進に有益な御教示をいただいた北陸先端科学技術大学院大学 示村悦二郎 学長，吉田武稔 助教授に感謝いたします．御忙しい中，本論文を査読していただいた北陸先端科学技術大学院大学 嵯峨山茂樹 教授，松澤照男 教授，ならびに金沢大学 神谷好承 教授に御礼申し上げます．研究活動にとどまらず，日常生活に至るまで協力していただいた，望山洋 助手，丸山章 氏，鈴木亮一 氏，平田研二 氏，その他，研究室の皆さんに御礼申し上げます．事務や財政の面から研究活動を援助していただいた陸上自衛隊の関係者に感謝します．最後に，精神的支えとなってくれた両親，兄に対し深く感謝します．

参考文献

- [1] 井上, “重点領域研究「知能ロボット」”, 日本ロボット学会誌, vol. 16, no. 5, pp. 2–9, 1998.
- [2] 井上, “知能ロボットに関する最近の研究動向：重点領域研究「知能ロボット」とその周辺”, 計測と制御, vol. 35, no. 4, pp. 237–242, 1996.
- [3] 有本, “技量の力学的理解”, 計測と制御, vol. 35, no. 4, pp. 249–255, 1996.
- [4] 吉川, ロボット制御基礎論, コロナ社, 1988.
- [5] 有本, ロボットの力学と制御, 朝倉書店, 1990.
- [6] J. Craig (三浦, 下山 訳), ロボティクス—機構・力学・制御—, 共立出版, 1991.
- [7] C. Canudas de Wit, B. Siciliano and G. Bastin Eds., *Theory of Robot Control*, Springer-Verlag, 1996.
- [8] 小林 他, ロボット制御の実際, コロナ社, 1997.
- [9] M. Takegaki and S. Arimoto, “A New Feedback Method for Dynamic Control of Manipulators”, *J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 102, pp. 119–125, 1981.
- [10] R. Kelly, “PD Control with Desired Gravity Compensation of Robotic Manipulators: A Review”, *The Int. J. of Robotics Research*, vol. 16, no. 5, pp. 660–672, 1997.
- [11] S. Arimoto and F. Miyazaki, “Stability and Robustness of PID Feedback Control for Robot Manipulators of Sensory Capability”, *Robotics Research: First International Symposium*, MIT Press, pp. 783–799, 1984.

- [12] S. Arimoto, “A Class of Quasi-Natural Potentials and Hyper-Stable PID Servo-Loops for Nonlinear Robotic Systems”, *Trans. of the Society of Instrument and Control Engineers*, vol. 30, no. 9, pp. 1005–1012, 1994.
- [13] S. Arimoto, “Fundamental Problems of Robot Control: Part I, Innovations in the realm of robot servo-loops”, *Robotica*, vol. 13, pp. 19–27, 1995.
- [14] S. Arimoto and T. Nakayama, “Another Language for Describing Motions of Mechatronics: A Nonlinear Position-Dependent Circuit Theory”, *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, vol. 1, no. 2, pp. 168–180, 1996.
- [15] S. Arimoto, *Control Theory of Nonlinear Mechanical Systems*, Oxford University Press, 1996.
- [16] R. Kelly, V. Scantibáñez and F. Reyes, “On Saturated-Proportional Derivative Feedback with Adaptive Gravity Compensation of Robot Manipulators”, *Int. J. of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 10, no. 4, pp. 465–479, 1996.
- [17] J. Slotine and W. Li, “On the Adaptive Control of Robot Manipulators”, *Int. J. of Robotics Research*, vol. 6, no. 3, pp. 49–59, 1987.
- [18] M. Corless and G. Leitman, “Continuous State Feedback Guaranteeing Uniformly Ultimate Boundedness for Uncertain Dynamic Systems”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. AC-26, no. 5, pp. 1139–1144, 1981.
- [19] M. Spong, “On the Robust Control of Robot Manipulators”, *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, no. 11, pp. 1782–1786, 1992.
- [20] B. Siciliano and L. Villani, “Adaptive Compliant Control of Robot Manipulators”, *Control Engineering Practice*, vol. 4, no. 5, pp. 705–712, 1996.
- [21] B. Siciliano and L. Villani, “A Passivity-based Approach to Force Regulation and Motion Control of Robot Manipulators”, *Automatica*, vol. 32, no. 3, pp. 443–447, 1996.
- [22] A. van der Schaft, *Lecture Note IS218, $\mathcal{L}_2$ -Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*, Springer, 1996.

- [23] A. van der Schaft, “ L_2 -Gain Analysis of Nonlinear Systems and Nonlinear State Feedback H_∞ Control”, *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 37, no. 6, pp. 770-784, 1992.
- [24] J. Scherpen and R. Ortega, “On Nonlinear Control of Euler–Lagrange Systems: Disturbance attenuation properties”, *Systems and Control Letters*, vol. 30, pp. 49–56, 1997.
- [25] 美多, 大須賀, ロボット制御工学入門, コロナ社, 1989.
- [26] L. Cai and G. Song, “A Smooth Robust Nonlinear Controller for Robot Manipulators with Joint Stick–Slip Friction”, *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 449–454, 1993.
- [27] H. Khalil, *Nonlinear Systems (2nd)*, Prentice Hall, 1996.
- [28] ビー・エル・オートテック株式会社, フォース/トルクセンサ 技術資料 *Rev. 1.1*, 1992.
- [29] G. Liu and A. Goldenberg, “Comparative Study of Robust Saturation-Based Control of Robot Manipulators: Analysis and Experiments”, *Int. J. Robotics Research*, vol. 15, no. 5, pp. 473–491, 1996.
- [30] C. Desoer and M. Vidyasagar, *Feedback Systems: Input-Output Properties*, Academic Press, 1975.

本研究に関する発表論文

- [1] N. Tanaka and M. Fujita, “A New Type of Robust Tracking SP–D Control for Manipulators”, 電気学会論文誌 (C), vol. 117, no. 10, pp. 1529–1534, 1997.
- [2] 田中, 藤田, “SP–D制御法に基づくマニピュレータの位置/力制御とトルク外乱抑制”, 電気学会論文誌 (C), vol. 118, no. 2, pp. 271–276, 1998.

(国際会議)

- [3] M. Fujita and N. Tanaka, “A New Type of Robust Tracking Control of Robot Manipulators Based on Generalized SP–D Control Scheme”, *Proc. of the 1997 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2371–2376, 1997.
- [4] N. Tanaka and M. Fujita, “Robust Tracking SP–D Control with Integral Action for Robot Manipulators”, *Proc. of the 2nd Asian Control Conference*, pp. II-539–II-542, 1997.
- [5] N. Tanaka and M. Fujita, “Energy shaping control method for robotic force/position regulation and motion control”, *The 14th World Congress of International Federation of Automatic Control*, 1999. (accepted)
- [6] N. Tanaka and M. Fujita, “Adaptive $\mathcal{H}_\infty$ approach based on energy-shaping for robotic force/position regulation and motion control”, *American Control Conference*, 1999. (accepted)

(講演会，シンポジウム)

- [7] 藤田，望山，田中，“産業用マニピュレータによる SP-D サーボ方式の軌道追従制御実験”，第 35 回 計測自動制御学会 学術講演会予稿集, pp. 159–160, 1996.
- [8] 田中，藤田，“SP-D 制御法に基づくマニピュレータの位置/力制御”，第 15 回 日本ロボット学会 学術講演会予稿集, pp. 41–42, 1997.
- [9] 田中，藤田，“SP-D 制御法に基づくマニピュレータのロバスト移動追従制御”，第 2 回 ロボティクスシンポジウム講演予稿集, pp.29–34, 1997.
- [10] 田中，藤田，“弾性環境に接触するマニピュレータの適応 $\mathcal{H}_\infty$ SP-D 制御”，第 37 回 計測自動制御学会 学術講演会予稿集, pp. 563–564, 1998.
- [11] 田中，藤田，“エネルギー整形にもとづくマニピュレータの適応 $\mathcal{H}_\infty$ 制御”，第 16 回 日本ロボット学会 学術講演会予稿集, pp. 451–452, 1998.