Title	繰り返し連続化囚人のジレンマゲームによるマルチエージェント系の解析
Author(s)	千葉，一博
Citation	
Issue Date	1999-09
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/894
Rights	
Description	Supervisor:平石 邦彦，情報科学研究科，博士

博 士 論 文

繰り返し連続化囚人のジレンマゲームによる
マルチエージェント系の解析

指導教官　平石 邦彦 助教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報システム学専攻

千葉 一博

1999 年 9 月

要 旨

本論文の目的は，中間的な意思決定を扱うことができるように従来の繰り返し囚人のジレンマゲームを拡張した「繰り返し連続化囚人のジレンマゲーム」というエージェント間インタラクションの新しいモデルを提案し，マルチエージェント系の解析に対するその有用性を示すことである．そのために，提案するゲームを用いて，従来のゲームにおける代表的な良い戦略を対象としたマルチエージェント系の動的な振舞い，特に集団への侵略の過程を解析し，中間的な意思決定の有利性を明らかにする．マルチエージェント系では，エージェント間の利害競合を解消すべく系全体を制御する統率者は存在しない．このような系に関する研究には，協調のための計算機構やそれを効率的に達成するための系の構造を設計し提案するものの他に，一方で協調に限らず系の頑健性や安定性などを達成するためのエージェント間インタラクションにおける意思決定の性質を解析的手法やシミュレーションにより明らかにするというものがある．前者に関しては，例えば，石田は，平坦なネットワーク上の人々が建設的な合意形成を行なうのを自律的に支援するコーディネータエージェントを提案している．後者に関しては，例えば，Axelrod は，繰り返し囚人のジレンマゲームにおける集団的に安定な戦略を調べた．本研究も，後者の Axelrod による研究のように，解析的手法によりマルチエージェント系の性質に接近する．マルチエージェント系におけるエージェント間インタラクションについて解析するためのモデルとして，多くの研究では，囚人のジレンマゲームという二人非ゼロ和ゲームが用いられてきた．囚人のジレンマゲームでは，各プレイヤは,「協調」または「裏切り」という二者択一の手をとり，その結果がある利得行列によって与えられる．そして，各プレイヤが合理的な手をとるとパレート最適でない結果になるというジレンマ状況を的確に表現する．このゲームは，近年，分散人工知能の研究分野における標準的問題の一つとしても認知されている．特に，その反復版である繰り返し囚人のジレンマゲームを用いた研究が多く，しっぺ返し戦略（TFT）が代表的な良い戦略として知られている．今，人間社会やサイバーワールドのようなマルチエージェント系を考えた時，二者択一の意思決定では十分でない場合もあるのではないかと考えられる．人間は，相手がよくわからない時，しばしば不明確な態度をとることがあるからである．中間的な意思決定の有利性に関する本研究の結果は，マルチエージェント系の各エージェントの融通性のある意思決定機構の設計に寄与し得る．

目 次

第 1 章

本研究の背景と目的

本章では，本研究の背景および目的について述べる．

分散人工知能の研究分野では，マルチエージェント系における協調は重要な概念であり，その原理を明らかにすることは基本的関心の一つである．なぜならば，マルチエージェント系では，エージェント間の利害競合を解消すべく系全体を制御する統率者は一般的に存在しないからである．このような系に関する研究には，協調のための計算機構やそれを効率的に達成するための系の構造を設計し提案するものの他に，一方で協調に限らず系の頑健性や安定性などを達成するためのエージェント間インタラクションにおける意思決定の性質を解析的手法やシミュレーションにより明らかにするというものがある．そして，マルチエージェント系の研究は，多数のエージェントとそれらの間のインタラクションにより，高度で柔軟なサービスを提供できる可能性があるという点で重要である [12]．具体的な応用としては，平坦な広域ネットワーク上の人々が建設的な合意形成を行なうのを自律的に支援する社会情報システムであるコーディネータ·エージェントに代表されるコミュニティウェアが提案されている [9]．

一方，ゲーム理論の研究分野では，プレイヤ間のインタラクションをゲームとしてとらえ，合理的なプレイヤの戦略に関する分析が行なわれてきた．ゲーム理論は，プレイヤと呼ばれる意思決定主体の間に存在する，主に利害の競合に関する様々な問題を分析することを目的とする応用数学の一分野である [6, 19, 23, 25]．1921 年に É. Borel によって導入されたゲームの理論は，複雑な経済系における意思決定の方法として展開するために 1928 年に J. von Neumann と O. Morgenstern によって確立された [19]．von Neumann と Morgenstern は，1944 年に初版が出版された著書 “The Theory of Games and Economic Behavior” の中

で，力学などの物理学における応用に対して展開される古典的数学では経済や人間社会における現実の過程を記述し得ないということを主張した [25]．また，彼らは，実際のゲームと経済的状況には以下のような共通する要素があることを見い出している．

- 各主体の利害が競合する．
- 各主体の選好が様々である．
- 各主体の意思決定の結果が他の主体による意思決定に依存する．

近年では，このような要素は，実際のゲームや経済的状況のみならず，生物学，政治学，情報科学など様々な研究分野が対象とする意思決定状況にも内在していると考えられ，ゲーム理論は意思決定状況の分析の枠組として学際的になってきている．

さて，ゲームは，その特徴によっていくつかのクラスに分けられる．例えば，ゼロ和ゲームと非ゼロ和ゲーム，二人ゲームと n 人ゲーム，標準形と展開形，協力ゲームと非協力ゲーム，完全情報ゲームと不完全情報ゲームなどである．このようなクラス分けによらず広範な扱いを可能にする単一のゲーム理論はない．同時に，通常のゲーム理論には，すべてのクラスに適用することができる共通の最適性の原理がいくつかある．例えば，Nash 均衡として知られている合理的な手の組合せによる最適解は最も基本的なものである．また，すべてのプレイヤに対して他者の利得を減らさずに自分の利得を増やすことができないような手の組合せはパレート最適として知られている．しかし，解の計算手法はクラスによって異なる．

分散人工知能に対するゲーム理論的アプローチにおいては，囚人のジレンマゲームという，合理的な手の組合せがパレート最適をもたらさない二人非ゼロ和ゲームがしばしば取り上げられる．非ゼロ和ゲームの場合は，ゼロ和ゲームのような勝ち負けではなく，利得の大きさに関心をおく．すなわち，共に高利得を得たり共に低利得に甘んじたりし得る．また，囚人のジレンマゲームは，事前の交渉がない非協力ゲームである．そして，このゲームは，手番を陽に表現しない標準形として利得行列によって定式化され，それによって各プレイヤがゲームに関する情報を完全に知っているという意味で完全情報ゲームである．囚人のジレンマゲームは，1950 年に Rand 研究所の M. Flood と M. Dresher によって発見され A. W. Tucker によって定式化されたものである．対称な二人非ゼロ和ゲームのうち，ジレンマ状況を表現するものは四パターンあるが，支配的な手の組合せが存在するのは囚人のジレンマゲームだけである．そして，その支配的な手というのが非協調を意味するもので

あるため，パレート最適をもたらす協調を意味する手をとるのが最も困難なものが囚人のジレンマゲームだと考えられる．すなわち，協調関係が成立しにくいという意味で，マルチエージェント系における協調すなわち互恵的インタラクションを考えるのに非常に適している．こうした背景により，囚人のジレンマゲームは様々な研究領域において用いられ，特にエージェント間の協調の原理を調べることが共通して中心的な興味になっている．近年では，このゲームは，分散人工知能の研究分野における標準的問題の一つとしても認知されるようになってきている [18]．このように，ゲームという枠組でエージェント間インタラクションを考えることは有用である．本研究でも，エージェントをゲームのプレイヤとみなし，それらのインタラクションにおける意思決定に関する性質を明らかにしていく．

さて，囚人のジレンマゲームを繰り返す場合，その回数が既知ならば，最終回から逆に分析することにより理論的には協調関係を引き出すことができない．具体的には，まず，最終回ではその後のゲームが存在しないから一回限りのゲームと全く同じ状況になる．この状況において，非協調を意味する手をとるという合理的なエージェントの論理は何の欠陥も持たないから，双方のエージェントとも非協調を意味する手をとることになる．次に，最後から 2 番目の回では，最終回で双方のエージェントが非協調を意味する手をとることがわかっているから，双方のエージェントとも将来を考慮する必要がなくなる．再び非協調を意味する手が支配的になり，双方のエージェントとも非協調を意味する手をとることになる．次に，最後から 3 番目の回では，最後から 2 番目の回以降で双方のエージェントが非協調を意味する手をとることがわかっているから，双方のエージェントとも非協調を意味する手をとることになる．以下遡及的に帰納することにより，繰り返し回数が既知ならば，双方のエージェントとも初回から常に非協調を意味する手をとることを予測し得る．

しかし，繰り返し回数が未知ならば，協調関係を発現させ得る可能性がある．なぜならば，繰り返し回数が既知の場合の帰納が出発点を持たなくなり，常に将来ゲームが行なわれ得るという可能性が現在の手の選択に影響を与えることになるからである．そして，何回目であっても非協調を意味する手がとられるとはいえなくなり，ほとんどどんなことでも起こり得る．各エージェントは，帰納とは異なる，将来のあらゆる可能性を考慮した計算を行なわなければならなくなる．このとき，この可能性が各エージェント自ら協調関係に合意させ得る．単純には，現在相手が協調関係に合意しないならば将来自分が協調関係に合意しないと，相手を脅すことができる．各エージェントは，現在のみならず将来の利得をも考慮して，どのような手をとっていくかという戦略を評価しなければならない．

繰り返し囚人のジレンマゲームに関する研究として，R. Axelrod による，様々な戦略の総当たり戦とそれにおける特徴的な戦略の性質の分析が代表的である [4]．Axelrod は，分析を通して，互恵的行動のための規範についても考察した．彼の研究では，繰り返しゲーム全体の累積利得の評価は，割引率により将来の利得を現在の価値に換算した値に基づいている．彼は，繰り返し囚人のジレンマゲームの様々な戦略の総当たり戦を行なうために，ゲーム理論家などに戦略の計算機プログラムの参加を呼びかけた．各種戦略の総当たり戦の結果，Tit for Tat 戦略（しっぺ返し戦略）が総合優勝した．以下，Tit for Tat 戦略を TFT と略記する．TFT は，個々の対戦では勝利することはなく，ほとんどの対戦において同点で引き分けた．すなわち，TFT は，相手を打ち負かすことを目的とする戦略ではなく，協調関係を発現，維持するための戦略であるといえる．TFT の性質を分析すると，エージェント間の協調のための以下のような方策が主張される．

- 自ら先に裏切らない．
- 裏切られたらすぐ裏切り返す．
- 相手が協調し直したら協調する．

他戦略の侵略に対する安定性に関する議論では，TFT は，進化的に安定 [15] ではないが [5, 13]，集団的に安定であることが示された．なお，繰り返し囚人のジレンマゲームでは，割引率が十分大きいならば，相手の戦略に依存しない最良の戦略は存在しないことが形式的に証明されている．

n 人版（実際には 5 人版）のジレンマ世界に関する研究では，エージェントが位置する平面や生態学に基づく世代交代を用いて，戦略の分布の変化を調べるシミュレーションが行なわれ，やはり TFT に似た戦略をとるエージェントが広く分布する結果が報告されている [1, 14]．また，社会的制裁機構として手の履歴の公開が提案された [10]．この研究では，囚人のジレンマゲームを相手を替えながら行なわせ，累積利得に基づく閾値選択によってエージェントの数を増減させている．そして，手の履歴が公開される場合，協調的な戦略や相手の立場で考える戦略をとるエージェントが増加するという結果が得られている．繰り返し囚人のジレンマゲームにおける戦略の進化に関連しては，内的あるいは外的な要因により各手にある確率でノイズが入り，自分の戦略に反して間違って手をとり得る場合の研究がある [8, 11]．この場合，戦略自体は変化しないならば，単純な TFT よりもノイズに寛容な TFT が進化することが主張された [8]．戦略自体が変化するならば，戦略の多様

性が維持されて集団が不安定に変遷すること，戦略の複雑さが階段的に進化すること，そして戦略の進化にはモジュール性があることが主張された [11]．社会心理学の研究分野では，囚人のジレンマゲームとみなされる状況で実際に人間が行なう意思決定を観察する実験を通して，人間の性質と人間社会の性質との関係が議論されている [24]．

ところで，囚人のジレンマゲームでは，エージェントのとり得る手は「協調」または「裏切り」の二者択一である．人間社会のような実際のマルチエージェント系やサイバーワールドのような将来実現されるであろうマルチエージェント系では，二者択一のような離散的な小さい範囲からの手の選択のみならず，連続した範囲での手の決定が行なわれる場合もあるのではないかと考えられる．例えば,「やや協調」,「裏切りだが完全な裏切りではない」,「どっちつかず」など，より一般的なインタラクションを考慮すれば中間的な手を扱う必要が生じる．また，人間は，相手がよくわからない時，しばしば不明確な態度をとることもある．そこで，エージェントのとり得る手により融通性を持たせ，離散的ではなく連続的な範囲から手をとるようにゲームを拡張すれば，より一般的なインタラクションをモデル化することができ，また離散的な手をとるゲームでは明らかにされなかったインタラクションにおける性質にも接近することができるのではないかと考えられる．本研究の目的の一つは，エージェントのとり得る手の範囲を連続化した繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを提案し，エージェント間インタラクションにおける性質の解析に対するその有用性を確認することである．なお，囚人のジレンマゲームのある特定の利得行列を平面の式として近似して，連続的な振舞の進化を試みた研究がある [7]．しかし，その研究での平面の式はあくまで近似であり，囚人のジレンマゲームの任意の利得行列の連続化としての定式化がなされていない．本研究では，任意の囚人のジレンマゲームの連続化としての定式化を行なう．この連続化には，中間的な手を形式的に扱い，従来明らかにされなかったインタラクションにおける性質を調べることを可能にするという意義がある．本研究では，この連続化としての定式化に基づいて繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを提案する．次に，エージェント間インタラクションにおいて解析する性質として，特に，中間的な手をとる有利性を対象とする．ここで，中間的な手とは,「協調」と「裏切り」を両極とした連続的な範囲からの選択である．本研究では，エージェントは固有の戦略をとるものとし，まずは戦略の有利性を評価する基準として侵略という概念を用いる．実際，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを用いることにより，以下のような性質が成果として得られた．

- 繰り返し囚人のジレンマゲームにおいて侵略されない TFT の集団は，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいても侵略されない．

- 中間的な手もとり得ることが二者択一の手をとることより有利な場合がある．

- 侵略されないための特定の手の明確さが存在する場合がある．

さらに，マルチエージェント系に関する研究では，個のレベルでのエージェントを考えると同時に，社会のレベル，すなわち系としての考察が必要である [2]．今，多数の利己的なエージェントからなるマルチエージェント系を考えると，各エージェントが他のエージェントとのインタラクションを通して自己の利益を追求しながらも，系全体としては大きな混乱なく存続することが望ましい．このような系を構成する各エージェントをどのように実現していけば良いか，またそれらがもつべき性質は何かということを研究していくことは有用だと考えられる．

本研究の後半では，系の動的な振舞いを扱うために，ある戦略の集団が別の戦略の集団を侵略していく過程を考える．このような過程を考えることにより，前半の侵略に基づく議論は，侵略開始時の状況の解析と位置付けることができる．侵略の過程については，Axelrod も研究を行なっている [4]．すなわち，戦略 Y の集団からなる系に対して，戦略 X がある確率で別の X とインタラクションを行ない，系における X の占有率がある比率より大きくなると，ランダムインタラクションで X の集団が Y の集団を侵略するという過程を仮定し，いくつかの場合について調べた．本研究のもう一つの目的は，このような仮定の下，すなわちある戦略の集団が別の戦略の集団を侵略していく過程の下で，中間的な手をとる有利性について調べることにある．実際，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを用いて侵略の過程を解析することにより，以下のような性質が成果として得られた．

- 侵略の過程を通して，TFT の集団は頑健である．

- 侵略の過程を通して，中間的な手もとり得ることが二者択一の手をとることより有利な場合がある．

- 侵略の過程を通して集団が頑健であるための特定の手の明確さは存在しない．

最後に，本論文の全体の章構成を説明する．本章では，本研究の背景および目的を述べたが，2 章では，エージェント間の融通性のあるインタラクションの扱いを可能にした繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを提案する．以降の各章では，この繰り返し連続化囚人

のジレンマゲームにおける戦略を対象にする．3 章では，中間的な意思決定の有利性を調べるために，戦略の侵略に関していくつかの解析およびそれに基づく考察を行なう．4 章では，3 章で用いた戦略の侵略という概念を過程ととらえて拡張し，集団への侵略の過程における中間的な意思決定の有利性を調べる．具体的には，クラスタによる侵略および集団としての侵略に関していくつかの解析とシミュレーションおよびそれらに基づく考察を行なう．すなわち，マルチエージェント系のダイナミクスを形式的に扱う．5 章で本論文をまとめ，今後の課題に言及する．

第 2 章

繰り返し連続化囚人のジレンマゲーム

本章では，エージェント間の融通性のあるインタラクションを扱うためのモデルとして，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを提案する．そして，次章以降で以下の疑問を解明したい．

- 従来研究の繰り返し囚人のジレンマゲームにおいて有利であった戦略は，本研究で提案する繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいても有利であるのか．

- 中間的な手をとる戦略は有利であるのか否か．

さて，Axelrod の研究をはじめとする従来研究における囚人のジレンマゲームは，各エージェントが「協調」または「裏切り」という手をとる二人非ゼロ和ゲームである [4, 20]．そして，各エージェント X，Y の利得は図 2.1 に示す利得行列で与えられる．行列の各要素の左が X の利得を表し，右が Y の利得を表す．ここで，以下の条件が付与される．

$$T > R > P > S \tag{2.1}$$

$$2R > T + S \tag{2.2}$$

$X \backslash Y$	協調	裏切り
協調	R, R	S, T
裏切り	T, S	P, P

図 2.1: 囚人のジレンマゲームの利得行列

このゲームは，我々が生きていく上で，避けては通れないパラドックスを表現したものと考えられる [20]．

一方，従来研究に対して本研究で定式化する連続化囚人のジレンマゲームは，各エージェントが 0（「協調」を意味する）と 1（「裏切り」を意味する）を含む区間 [0, 1] 内の手をとることができるように囚人のジレンマゲームを拡張した二人非ゼロ和ゲームである．ただし，エージェント X がとる手を x，エージェント Y がとる手を y とする時，X の利得 $p_X(x, y)$ および Y の利得 $p_Y(x, y)$ を以下の利得関数でそれぞれ与える．

$$p_X(x, y) = ax - by - cxy + d \tag{2.3}$$

$$p_Y(x, y) = ay - bx - cxy + d \tag{2.4}$$

ここで，$0 \leq x, y \leq 1$ かつ $a, b, c \geq 0$ とする．すなわち，各エージェントが「協調」と「裏切り」の間の中間的な手もとり得るようにするので，自分と相手の任意の中間的な手の組合せに対して一意に利得の組合せを決定しなければならない．そして，囚人のジレンマゲームは対称だから，各エージェントの利得を与える関数も各エージェントがとる手に関して対称になる．この時点では利得関数の各係数 a，b，c は非負とだけしておき，以降で囚人のジレンマゲームの利得に関する条件式 (2.1)，(2.2) を連続化して具体的に条件づけられる．このように，利得は，従来研究では行列で与えられていたのに対し，本研究では関数で与える．なお，式 (2.3)，(2.4) 以外の関数形もいろいろ考えられるが，ここでは一般的な連続化の一つとして単純な形で与える．また，式 (2.3) の右辺における各項の意味は以下のとおりである．

- $ax + d_1$: 利害の競合がないと考えた場合に自分の手により得ることができる利得．
- $by + d_2$: 利害の競合に対して完全に相手に与える部分．
- cxy: 利害の競合に対してその度合に応じて相手に与える部分．

ただし，$d_1 - d_2 = d$ とする．ここで，従来研究での囚人のジレンマゲームにおける利得に関する条件式 (2.1)，(2.2) を，本研究では以下のように自然に連続化する．

$$\frac{\partial}{\partial x} p_X(x, y) > 0 \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} p_X(x, x) < 0 \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(p_X(x,y)+p_Y(x,y))<0 \tag{2.7}$$

これは，囚人のジレンマゲームが表現する以下のような状況を各エージェントがとり得る手とそれによる利得に関して連続化したものである．すなわち，相手がどのような手をとっても自分としては「裏切り」をとるのが最良であるが，相手に対しても全く同じことがいえ，結局，双方とも「裏切り」をとるのが合理的になる．ところが，双方とも「協調」をとるのが双方にとってより良い．なお，このような状況に繰り返し直面するとして双方が「協調」と「裏切り」を互い違いにとったとしても，双方とも「協調」をとる場合ほど良くはならない．具体的に，連続化囚人のジレンマゲームの各条件式を囚人のジレンマゲームの条件式に対応させて説明すると以下のようになる．式 (2.5) は，式 (2.1) の $T>R$ および $P>S$ に対応し，相手がある手をとる時，自分は「裏切り」に近い手をとるほど大きい利得を得るということを意味する．式 (2.6) は，式 (2.1) の $R>P$ に対応し，双方が同じ手をとる時,「協調」に近い手をとるほど大きい利得を得るということを意味する．式 (2.7) は，式 (2.2) に対応し，相手がある手をとる時，自分が「協調」に近い手をとるほど双方の平均利得が大きくなるということを意味する．これらより，式 (2.3)，(2.4) には $0\leq c<a<b$ という条件を付与する．

このように，囚人のジレンマゲームでは各エージェントのとり得る手が「協調」または「裏切り」の二者択一でありそれによる利得の組合せが四パターンであったのに対して，連続化囚人のジレンマゲームでは各エージェントのとり得る手が「協調」と「裏切り」を両極とする連続的な区間内の決定となりそれによる利得の組合せが従来の四パターンを端点とする曲面上の点の組合せとなる．そして，連続化囚人のジレンマゲームでは，利得に関する条件をジレンマ状況を維持して連続化したという点で，各エージェントのとり得る手とそれによる利得の組合せが囚人のジレンマゲームの拡張になっている．

さて，従来研究で囚人のジレンマゲームを繰り返すものを繰り返し囚人のジレンマゲームとしていたのに対し，本研究では連続化囚人のジレンマゲームを繰り返すものを繰り返し連続化囚人のジレンマゲームとして提案する．繰り返しゲームは，エージェントを戦略とみなすことにより，二つの戦略の対戦と考えることができる．以降，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおける二つの戦略の対戦を考えることにより，エージェント間の融通性のあるインタラクションにおける意思決定の性質を調べる．今，戦略 X の i 回目の手を X_i とする．そして，X にとって，$p_X(X_{i+1},Y_{i+1})$ は $p_X(X_i,Y_i)$ より価値が小さいと考える．すなわち，戦略 X と戦略 Y が対戦する時の X の累積利得 $V(X|Y)$ を次のよう

に定義する．

$$V(X|Y) = \sum_{i=1}^{\infty} w^{i-1} p_X(X_i, Y_i)$$

ここで，w は将来の利得を現在の価値に換算するための割引率であり，$0 \leq w < 1$ である．実際の様々な社会ではインタラクションの繰り返しにいつが最終回なのかについての不確実性が存在することが多いし，将来実現されるであろうマルチエージェント系でも同様だと考えられる．割引率 w は，このような不確実性を次回ゲームが繰り返される確率として扱うために導入される．すなわち，w は将来のインタラクションの重要度を表す．

本研究では，エージェント間インタラクションが将来も十分に重要な時，すなわち割引率 w が十分大きい場合の戦略の有利性について考える．ここで，ある戦略の有利性とは，累積利得に基づく評価基準において別の戦略より有利であるという性質である．割引率 w が小さい時は，初期の数手が繰り返しゲーム全体において支配的になってしまうので有意義でない．なお，以降,「割引率 w が十分大きい時」という表現を以下の二つの意味で用いる．

1. 割引率 w が区間 $[0, 1)$ のある値より大きいまたはそれ以上の時.

2. 割引率 w が区間 $[0, 1)$ に対して極限の意味で $w \to 1$ の時.

特に，2 の意味で「$w \simeq 1$ の時」という表現を用いることもある．

第 3 章

中間的な意思決定の有利性

本章では，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを用いて，その代表的な戦略を中心にして，エージェント間インタラクションにおける中間的な意思決定の有利性について調べる．はじめに，戦略の有利性を調べるために戦略の侵略という概念を導入し，中間的な手もとり得る戦略とそれを離散化した二者択一の手をとる戦略の有利性を比較する．次に，手を陽に中間的な値に変化させる手の不明確化という概念を導入し，手の明確さの違いによる戦略の有利性について調べる．

3.1　戦略の比較

3.1.1　戦略

戦略は，現在までのゲームの履歴から現在の手を決定する関数として表現される．すなわち，戦略 X と戦略 Y が対戦する時，X_i を次のように定式化する．

$$X_i = f_X(X_{i-1}, X_{i-2}, \ldots, X_{i-k}, Y_{i-1}, Y_{i-2}, \ldots, Y_{i-k})$$

ここで，f_X は，戦略 X を表現する関数であり，手関数と呼ぶ．また，$1 \leq k \leq i-1$ である．すなわち，エージェントのメモリは有限であるから，エージェントがとる戦略は双方の k 回前までの手から自分の現在の手を決定するものとする．

なお，戦略 X に対する最強戦略を次のように定義しておく．

定義 1 戦略 X と対戦する時の累積利得を最大にする戦略を戦略 X に対する最強戦略と呼び，$\overline{X}$ と記す.

繰り返し囚人のジレンマゲームにおける代表的戦略である TFT は，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいても全く同様に表現され，初手として 0 をとり，次からは相手の前回の手をそのまま返す．形式的には，TFT は，戦略 Y と対戦する時，次のように記述できる．

$$TFT_i = \begin{cases} 0 & (i = 1 \text{ のとき}) \\ Y_{i-1} & (i = 2, 3, \ldots \text{ のとき}) \end{cases}$$

このとき，$j = 1, 2, \ldots, k-1$ に対して $TFT_{i-j} = Y_{i-j-1}$ であるから，Y は次のような手をとる．

$$Y_i = \begin{cases} M & (i = 1 \text{ のとき}) \\ f_Y(Y_{i-1}, Y_{i-2}, \ldots, Y_{i-k}, TFT_{i-k}) & (i = 2, 3, \ldots \text{ のとき}) \end{cases}$$

ここで，$0 \leq M \leq 1$ である．

ところで，1 章でも述べたように，繰り返し囚人のジレンマゲームにおいては，割引率が十分大きい時，どんな相手に対しても最高の累積利得を得るという意味での最適戦略は存在しない．すなわち，任意の戦略に対する最強戦略は存在しない．なぜならば，初手からして相手の戦略に依存するからである．例えば,「裏切り」を常にとる戦略に対する最強戦略は，初手から「裏切り」をとり続ける．しかし，相手が「裏切り」をとるまでは「協調」をとり続け相手が「裏切り」をとった後は「裏切り」をとり続ける戦略に対しては，割引率が十分大きい場合，初手に「裏切り」をとる戦略は初手から「協調」をとり続ける戦略より小さい累積利得を得る．

全く同様に，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいても，割引率が十分大きい時，最適戦略が存在しないことがいえる．例えば，1 を常にとる戦略に対する最強戦略は，初手から 1 をとり続ける．しかし，相手が 0 より大きい手をとるまでは 0 をとり続け相手が 0 より大きい手をとった後は 1 をとり続ける戦略に対しては，割引率が十分大きい場合，初手に 1 をとる戦略は初手から 0 をとり続ける戦略より小さい累積利得を得る．

すなわち，最適戦略を探索しようとすること自体が徒労に終る．それでもなお，最適戦略がないゲームにおける戦略について調べる意義はあると考える．なぜならば，政治，経済，社会，生物など，自律分散的な戦略間のインタラクションとしてみなせる関係が本質的であるようなマルチエージェント系においては，最適戦略がないゲームに直面しながらも，より有利な戦略が存続していくように考えられるからである．そのような戦略の有利性を評価する基準の一つとして集団的安定性 [4] がある．

さて，ある戦略 X からなる集団を X 集団と呼ぶことにする．そして，戦略の有利性を調べるための評価基準を次のように定義する．

定義 2 (侵略) 戦略 X，Y に対して，$V(X|Y) > V(Y|Y)$ ならば X が Y 集団を侵略することができる．

侵略することができるということを例えば生物集団に関して説明すれば，戦略を個体の表現型と解釈することにより，皆が同じ表現型でインタラクションを行なっている中で別の表現型でそれを行なう個体がより繁殖に成功する時に，その成功をもたらした表現型でインタラクションを行なう個体が増え始めることに相当する．この文脈では，戦略の累積利得が，生物個体が繁殖に成功する度合すなわち適応度と解釈される．この侵略の定義 2 は，次の Axelrod による集団的安定性の定義 [4] に合致している．

定義 3 (集団的安定性 [4]) 任意の戦略 X に対して $V(X|Y) \leq V(Y|Y)$ である戦略 Y は集団的に安定である．

集団的に安定な戦略は，集団の中で採用される場合，その集団への他の戦略の到着や他の戦略を採用する変異体を退け，集団として安定に存続させる戦略である．ここで，ある戦略 Y からなる集団に到着する別の戦略 X や Y 集団内の変異体 Y' が Y 集団の中で数を増大させ得ることを，X が Y 集団を侵略することができる，あるいは Y' が Y 集団を侵略することができるととらえることにより，ある集団的に安定な戦略からなる集団は他の戦略に侵略されないという意味で，集団的安定性の定義 3 は侵略の定義 2 と関連する．なお，繰り返し囚人のジレンマゲームにおいては，TFT 集団は任意の戦略に侵略されない，すなわち TFT は集団的に安定であることがわかっている．

このように，侵略という概念は，戦略に関する評価基準であり,「協調」という概念とは直接的には関係しない.「協調」は，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームの各回において戦略がとり得る手の一つであり，戦略を通して侵略という概念と間接的に関係する．

本研究では，侵略という基準を用いて，対戦による累積利得を評価し，戦略の有利性を調べる．特に，中間的な手をとる戦略の有利性を調べ，融通性のあるエージェント間インタラクションのモデルとしての繰り返し連続化囚人のジレンマゲームの有用性を主張する．なお，以降,「侵略することができる」または「侵略される」と書いた場合には a，b，c などの任意のパラメータに対して侵略することができるまたは侵略されることを意味し，特定のパラメータ設定の時にのみ侵略することができるまたは侵略される時には「侵略することができる場合がある」または「侵略される場合がある」と書いて区別する．

本章では，以下のような解析に基づく議論と考察を行なう．

1. 繰り返し連続化囚人のジレンマゲームが繰り返し囚人のジレンマゲームの自然な拡張であることを主張するための一例として，繰り返し囚人のジレンマゲームにおける総当たり戦で優勝した TFT が，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいても優位であるのかを形式的に議論する．

2. 二者択一の手のみしか扱わないのではより融通性のあるインタラクションを考える時には十分でないことを示すために，中間的な手もとり得る戦略が二者択一の手のみをとる戦略より有利な場合があることを確認する．

3. エージェントのとり得る手の範囲を連続化することによって初めて調べることができることの一例として，陽に中間的な手をとる戦略として不明確な手をとる戦略を導入してその有利性を調べる．

3.1.2 TFT に対する戦略

繰り返し囚人のジレンマゲームにおいて任意の戦略に侵略されない TFT 集団が繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいても侵略されないのかを調べるために，TFT に対する戦略について考え，それが TFT 集団を侵略することができるか否かを解析する．

はじめに，TFT 同士が対戦する時の片方の累積利得は次のようになる．

$$V(TFT|TFT) = \frac{d}{1-w}$$

今，TFT に対する戦略として純粋戦略[1]のみを考えると，次の定理が成り立つ．

定理 1 $\overline{TFT}$ として次式を満たす戦略が存在する．

$$\overline{TFT}_i = f_{\overline{TFT}}(\overline{TFT}_{i-1})$$

証明: 今，TFT_1 が決定されれば，$i = 2, 3, \ldots$ に対して $TFT_i = \overline{TFT}_{i-1}$ であるから，TFT の手はすべて決定される．ところで，$TFT_1 = 0$ と決定されている．よって，$\overline{TFT}$ として次式を満たす戦略が存在する．

$$\overline{TFT}_i = f_{\overline{TFT}}(\overline{TFT}_{i-1}, \overline{TFT}_{i-2}, \ldots, \overline{TFT}_1) \tag{3.1}$$

[1]確率的に手を決めるのではない決定性の戦略 [23]．

ここで，最強戦略の手の列はその部分についても最強戦略の手の列である．すなわち，式 (3.1) より，$\overline{TFT}$ は自分がとった過去の手の関数を手関数とする戦略であり，$\overline{TFT}_1$ が決定されれば $\overline{TFT}_2$ は$\overline{TFT}_1$ のみの関数によって決定されるから，$\overline{TFT}$ は自分がとった前回の手の関数を手関数とする戦略に存在する．よって，$\overline{TFT}_3$ が $\overline{TFT}_2$ のみの関数によって決定され，結局，定理が成り立つ． (証明終)

すなわち，TFT の実質的なメモリが 1 なので式 (3.1) を満たす最強戦略が存在し，部分構造の最適性より実質的なメモリが 1 である最強戦略が存在する．特に，$TFT_i = TFT_j$ ならば，$k = 0, 1, \ldots$ に対して$\overline{TFT}_{i+k} = \overline{TFT}_{j+k}$ となる周期 $|i - j|$ の最強戦略が存在することになる．

従来，繰り返し囚人のジレンマゲームにおいては，TFT に対する戦略として以下の戦略が調べられた [4]．

- 「裏切り」を常にとる戦略
- 「裏切り」と「協調」を交互にとる戦略

なぜならば，繰り返しの各回において TFT は相手が前回とった手に依存して「協調」あるいは「裏切り」のいずれかの手をとり，生起し得るパターンが確立されるからである．TFT が「協調」をとり相手も「協調」をとる場合，次回 TFT は「協調」をとる．このとき，相手も前回と全く同じ状況に直面することになる．相手は，前回「協調」をとっていたから，今回も同じように「協調」をとることになる．こうして，相手は「協調」を常にとるが，このような戦略が TFT 集団を侵略することができないのは明らかである．TFT が「協調」をとり相手が「裏切り」をとる場合，次回 TFT は「裏切り」をとる．このとき，相手がとる手によって以下のパターンが生起する．

- 相手が「協調」をとる場合，次回 TFT は「協調」をとる．このとき，相手は二回前と全く同じ状況に直面することになる．相手は，二回前「裏切り」をとっていたから，今回も同じように「裏切り」をとることになる．こうして，相手は「裏切り」と「協調」を交互にとる．
- 相手が「裏切り」をとる場合，次回 TFT は「裏切り」をとる．このとき，相手は前回と全く同じ状況に直面することになる．相手は，前回「裏切り」をとっていたから，今回も同じように「裏切り」をとる．こうして，相手は「裏切り」を常にとる．

本研究で提案する繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいては，TFT に対する戦略として以下の戦略を調べる．

- $AllM$: ある値 M を常にとる戦略である．ただし，$0 \leq M \leq 1$ である．具体的には，$i = 1, 2, \ldots$ に対して $AllM_i = M$ なる手をとる．

- $Linear$: 手関数が線形である戦略である．具体的には以下のような手をとる．

$$Linear_i = \begin{cases} M & (i = 1 \text{ のとき}) \\ qLinear_{i-1} + r & (i = 2, 3, \ldots \text{ のとき}) \end{cases}$$

ただし，$0 \leq M \leq 1$，$|q| \leq 1$ であり，かつ $-q \leq r \leq 1$（$q < 0$ の場合），$0 \leq r \leq 1-q$（$q \geq 0$ の場合）である．また，簡単のため，各 $Linear_i$ を x としたときの $Linear_{i+1}$ を $f_{Linear}(x)$ と定義しておく．すなわち，$f_{Linear}(x) = qx + r$ である．

- $Period$: 周期 n で手の列 $M_1, M_2, \ldots, M_n$ を繰り返しとる戦略である．具体的には以下のような手をとる．

$$Period_i = \begin{cases} M_i & (i = 1, 2, \ldots, n \text{ のとき}) \\ Period_{i-n} & (i = n+1, n+2, \ldots \text{ のとき}) \end{cases} \tag{3.2}$$

ただし，$i = 1, 2, \ldots, n$ に対して $0 \leq M_i \leq 1$ である．

十分小さい刻みで離散的な手をとる戦略では，その手の列は，最終的にはある値に収束するか又は周期的になる．手の列がある値に収束する戦略として，本研究では解析の容易さから単純な手関数を持つものを扱うが，$w \simeq 1$ の時，それはある値を常にとる戦略に帰着される．すなわち，TFT に対する戦略としては $AllM$ と $Period$ を考えれば十分である．

TFT に対する $AllM$

$AllM$ と TFT が対戦する時の $AllM$ の累積利得は以下のようになる．

$$\begin{aligned} V(AllM|TFT) &= p_{AllM}(M, 0) + wp_{AllM}(M, M) + w^2 p_{AllM}(M, M) + \cdots \\ &= \frac{aM - w(b + cM)M + d}{1 - w} \end{aligned}$$

ここで，$V(AllM|TFT) > V(TFT|TFT)$ すなわち $w < a/(b + cM)$ ならば $AllM$ が TFT 集団を侵略することができる．よって，$w \geq a/(b + cM)$ すなわち w が十分大きい時，$AllM$ は TFT 集団を侵略することができない．

TFT **に対する** $Linear$

手関数が $f_{Linear}(x) = qx + r$ である戦略 $Linear$ を考える．ここで，$0 \leq x \leq 1$ に対して $0 \leq f_{Linear}(x) \leq 1$ でなければばならない．

- $f_{Linear}(x) = -x + 1$ の場合

  $Linear_1 = M$ とすれば，$Linear$ は M と $1 - M$ を交互にとる．この場合，$Linear$ と TFT が対戦する時の $Linear$ の累積利得は以下のようになる．

  $$\begin{aligned} & V(Linear|TFT) \\ = \; & p_{Linear}(M, 0) \\ & + wp_{Linear}(1-M, M) + w^2 p_{Linear}(M, 1-M) \\ & + w^3 p_{Linear}(1-M, M) + w^4 p_{Linear}(M, 1-M) + \cdots \\ = \; & \frac{-w^2(b+cM)(1-M) + w((a-cM)(1-M) - bM) + aM}{1-w^2} + \frac{d}{1-w} \end{aligned}$$

  ここで，$V(Linear|TFT) > V(TFT|TFT)$ すなわち次式が成り立つならば $Linear$ が TFT 集団を侵略することができる．

  $$w^2(b+cM)(1-M) + w((a-cM)(1-M) - bM) + aM > 0$$

  よって，以下がいえる．

  - $M = 1$ の場合，$w \geq a/b$ すなわち w が十分大きい時，$Linear$ は TFT 集団を侵略することができない．
  - $M < 1$ の場合，

    $$\begin{aligned} w \;\geq\; & \frac{1}{2(b+cM)(1-M)}((a-cM)(1-M) - bM \\ & + (((a-cM)(1-M) - bM)^2 + 4a(b+cM)M(1-M))^{\frac{1}{2}}) \end{aligned}$$

    すなわち w が十分大きい時，$Linear$ は TFT 集団を侵略することができない．

- $f_{Linear}(x) = x$ の場合

  $Linear_1 = M$ とすれば，$Linear$ は $AllM$ と同じになる．

- $f_{Linear}(x) = qx + r$ の場合（ただし $q \neq -1, 0, 1$ の場合）

  $Linear$ の手の列は不動点 $r/(1-q)$ に収束する．よって，$w \simeq 1$ の時，$V(Linear|TFT)$ は $M = r/(1-q)$ に対する $V(AllM|TFT)$ とほぼ同じになると考えられるから，$Linear$ は TFT 集団を侵略することができない．

TFT に対する $Period$

$Period$ と TFT が対戦する時の $Period$ の累積利得は以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
&V(Period|TFT) \\
&= p_{Period}(M_1, 0) \\
&\quad + wp_{Period}(M_2, M_1) + w^2 p_{Period}(M_3, M_2) + \cdots \\
&\quad + w^{n-1} p_{Period}(M_n, M_{n-1}) + w^n p_{Period}(M_1, M_n) \\
&\quad + w^{n+1} p_{Period}(M_2, M_1) + w^{n+2} p_{Period}(M_3, M_2) + \cdots \\
&\quad + w^{2n-1} p_{Period}(M_n, M_{n-1}) + w^{2n} p_{Period}(M_1, M_n) \\
&\quad + \cdots \\
&= \frac{(a-wb)\sum_{i=1}^{n} w^{i-1} M_i - wc(\sum_{i=1}^{n-1} w^{i-1} M_i M_{i+1} + w^{n-1} M_n M_1)}{1-w^n} + \frac{d}{1-w}
\end{aligned}
$$

ここで，$V(Period|TFT) > V(TFT|TFT)$ すなわち次式が成り立つならば $Period$ が TFT 集団を侵略することができる．

$$
(a-wb)\sum_{i=1}^{n} w^{i-1} M_i - wc\left(\sum_{i=1}^{n-1} w^{i-1} M_i M_{i+1} + w^{n-1} M_n M_1\right) > 0 \qquad (3.3)
$$

さて，w が十分大きい時 $a - wb < 0$ となるから，式 (3.3) における M_i の係数はすべて負になる．よって，式 (3.3) の左辺の最大値は 0 となり，それは $i = 1, 2, \ldots, n$ に対して $M_i = 0$ のときである．これより，$V(Period|TFT)$ は $All0$ と同じ手の列をとる時に最大値 $d/(1-w)$ をとることがわかる．すなわち，w が十分大きい時，$Period$ は TFT 集団を侵略することができない．

TFT 集団への侵略

以上，割引率 w が十分大きい時，各戦略と TFT との対戦結果に基づく TFT 集団への侵略について表 3.1 にまとめる．このように，$AllM$，$Linear$，$Period$ のそれぞれは，

表 3.1: TFT 集団への侵略

戦略		侵略
$AllM$		×
$Linear$	（$f_{Linear}(x) = -x+1$，$M < 1$）	×
	（$f_{Linear}(x) = -x+1$，$M = 1$）	×
	（$f_{Linear}(x) = qx+r$）	×
$Period$		×

×: 侵略することができない

TFT 集団を侵略することができないことがわかる．これより，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいても，次の結果を得る [2]．

結果 1 割引率 w が十分大きい時，TFT は集団的に安定な戦略である．

3.1.3 離散的 TFT に対する戦略

中間的な手もとり得ることが二者択一の手をとることより有利であるかを調べるために，TFT の比較対象として，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいても依然として両極の離散的な手をとる戦略を導入する．本研究では，離散的 TFT 集団への戦略の侵略について解析する．以下，離散的 TFT を $DTFT$ と略記する．$DTFT$ は，戦略 Y と対戦する時，次のような手をとる．

$$DTFT_i = \begin{cases} 0 & (i = 1 \text{ のとき}) \\ 0 & (i = 2, 3, \ldots \text{ かつ } Y_{i-1} \leq 0.5 \text{ のとき}) \\ 1 & (i = 2, 3, \ldots \text{ かつ } Y_{i-1} > 0.5 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ところで，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームでは，TFT は，$AllM$，$Linear$，$Period$ との各対戦において，初手以外では中間的な手もとった．一方，ここで導入する $DTFT$ は確実に両極の二者択一の手をとる．よって，$DTFT$ を TFT の比較対象とすることにより，二者択一の手をとる戦略に対して中間的な手もとり得る戦略が有利であるのか否かを調べることができる．

[2]ただし，十分小さい刻みで離散的な手をとる純粋戦略を対象とする．

まずは，$DTFT$ 同士が対戦する時の片方の累積利得は次のようになる．

$$V(DTFT|DTFT) = \frac{d}{1-w}$$

$DTFT$ に対する $AllM$

$AllM$ が $DTFT$ 集団を侵略することができるかは，M によって場合分けして解析する．

- $M \leq 0.5$ の場合，$AllM$ と $DTFT$ が対戦する時の $AllM$ の累積利得は以下のようになる．

$$\begin{aligned} V(AllM|DTFT) &= p_{AllM}(M,0) + wp_{AllM}(M,0) + w^2 p_{AllM}(M,0) + \cdots \\ &= \frac{aM+d}{1-w} \end{aligned}$$

  よって，$V(AllM|DTFT) > V(DTFT|DTFT)$ すなわち $0 < M \leq 0.5$ の場合，w によらず $AllM$ が $DTFT$ 集団を侵略することができる．なお，$All0$ は $DTFT$ 集団を侵略することができない．

- $M > 0.5$ の場合，$AllM$ と $DTFT$ が対戦する時の $AllM$ の累積利得は以下のようになる．

$$\begin{aligned} V(AllM|DTFT) &= p_{AllM}(M,0) + wp_{AllM}(M,1) + w^2 p_{AllM}(M,1) + \cdots \\ &= \frac{aM - w(b+cM) + d}{1-w} \end{aligned}$$

  ここで，$V(AllM|DTFT) > V(DTFT|DTFT)$ すなわち $w < aM/(b+cM)$ ならば $AllM$ が $DTFT$ 集団を侵略することができる．よって，$w \geq aM/(b+cM)$ すなわち w が十分大きい時，$AllM$ は $DTFT$ 集団を侵略することができない．

$DTFT$ に対する $Linear$

- $f_{Linear}(x) = -x+1$ の場合，$Linear$ が $DTFT$ を侵略することができるかは，M によって場合分けして解析する．

  - $M < 0.5$ の場合，$Linear$ と $DTFT$ が対戦する時の $Linear$ の累積利得は以下のようになる．

$$V(Linear|DTFT)$$

$$
\begin{aligned}
&= p_{Linear}(M,0) \\
&\quad + wp_{Linear}(1-M,0) + w^2 p_{Linear}(M,1) \\
&\quad + w^3 p_{Linear}(1-M,0) + w^4 p_{Linear}(M,1) \\
&\quad + \cdots \\
&= \frac{-w^2(b+cM) + wa(1-M) + aM}{1-w^2} + \frac{d}{1-w}
\end{aligned}
$$

ここで，$V(Linear|DTFT) > V(DTFT|DTFT)$ すなわち $w < (a(1-M) + (a^2(1-M)^2 + 4aM(b+cM))^{1/2})/(2(b+cM))$ ならば $Linear$ が $DTFT$ 集団を侵略することができる．よって，$w \geq (a(1-M) + (a^2(1-M)^2 + 4aM(b+cM))^{1/2})/(2(b+cM))$ すなわち w が十分大きい時，$Linear$ は $DTFT$ 集団を侵略することができない．

– $M = 0.5$ の場合，$Linear$ は，$All0.5$ と同じになり w によらず $DTFT$ 集団を侵略することができる．

– $M > 0.5$ の場合，$Linear$ と $DTFT$ が対戦する時の $Linear$ の累積利得は以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
&V(Linear|DTFT) \\
&\quad = p_{Linear}(M,0) + wp_{Linear}(1-M,1) \\
&\qquad + w^2 p_{Linear}(M,0) + w^3 p_{Linear}(1-M,1) \\
&\qquad + \cdots \\
&\quad = \frac{aM - w(b-(a-c)(1-M))}{1-w^2} + \frac{d}{1-w}
\end{aligned}
$$

ここで，$V(Linear|DTFT) > V(DTFT|DTFT)$ すなわち $w < aM/(b-(a-c)(1-M))$ ならば $Linear$ が $DTFT$ 集団を侵略することができる．よって，$w \geq aM/(b-(a-c)(1-M))$ すなわち w が十分大きい時，$Linear$ は $DTFT$ 集団を侵略することができない．

- $f_{Linear}(x) = qx + r$ の場合（ただし $q \neq -1, 0, 1$ の場合）

  – $0 \leq M \leq 0.5$，$r > 0$，$qM + r \leq 0.5$ の場合，w によらず $Linear$ が $DTFT$ 集団を侵略することができる．

– $0 < M \leq 0.5$, $r = 0$ の場合，w によらず $Linear$ が $DTFT$ 集団を侵略することができる．

$DTFT$ に対する $Period$

$Period$ と $DTFT$ が対戦する時の $Period$ の累積利得は以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
& V(Period|DTFT) \\
= \;& p_{Period}(M_1, 0) \\
& + wp_{Period}(M_2, DTFT_2) + w^2 p_{Period}(M_3, DTFT_3) + \cdots \\
& + w^{n-1} p_{Period}(M_n, DTFT_n) + w^n p_{Period}(M_1, DTFT_{n+1}) \\
& + w^{n+1} p_{Period}(M_2, DTFT_2) + w^{n+2} p_{Period}(M_3, DTFT_3) + \cdots \\
& + w^{2n-1} p_{Period}(M_n, DTFT_n) + w^{2n} p_{Period}(M_1, DTFT_{n+1}) \\
& + \cdots \\
= \;& \frac{1}{1-w^n} \left(a \sum_{i=1}^{n} w^{i-1} M_i - wb \sum_{i=1}^{n} w^{i-1} DTFT_{i+1} \right. \\
& \left. - wc \left(\sum_{i=1}^{n-1} w^{i-1} M_{i+1} DTFT_{i+1} + w^{n-1} M_1 DTFT_{n+1} \right) \right) \\
& + \frac{d}{1-w}
\end{aligned}
$$

ここで，$V(Period|DTFT) > V(DTFT|DTFT)$ すなわち次式が成り立つならば $Period$ が $DTFT$ 集団を侵略することができる．

$$
a \sum_{i=1}^{n} w^{i-1} M_i - wb \sum_{i=1}^{n} w^{i-1} DTFT_{i+1} - wc \left(\sum_{i=1}^{n-1} w^{i-1} M_{i+1} DTFT_{i+1} + w^{n-1} M_1 DTFT_{n+1} \right) > 0 \tag{3.4}
$$

さて，w が十分大きい時，M_i によって場合分けして考える．

- $i = 1, 2, \ldots, n$ に対して $M_i \leq 0.5$ の場合，式 (3.4) の左辺は非負となり，$i = 1, 2, \ldots, n$ に対して $M_i = 0.5$ で $V(Period|DTFT)$ は最大値 $(0.5a + d)/(1-w)$ をとる．
- $i = 1, 2, \ldots, n$ に対して $M_i > 0.5$ の場合，式 (3.4) は成り立たない．
- $j \neq k$ に対して $M_j \leq 0.5$ と $M_k > 0.5$ が混在する場合，$M_j = 0.5$ かつ $M_k = 1$ で $V(Period|DTFT)$ は極大になる．そして，$j = 1, 2, \ldots, l-1, l+1, \ldots, n$ かつ $k = l$

表 3.2: $DTFT$ 集団への侵略

戦略		侵略
$AllM$	（$M=0$）	×
	（$0<M\leq 0.5$）	○
	（$M>0.5$）	×
$Linear$	（$f_{Linear}(x)=-x+1$，$M<0.5$）	×
	（$f_{Linear}(x)=-x+1$，$M=0.5$）	○
	（$f_{Linear}(x)=-x+1$，$M>0.5$）	×
	（$f_{Linear}(x)=qx+r$，$M\leq 0.5$，$qM+r\leq 0.5$）	○
$Period$	（$0<M_i\leq 0.5$）	○
	（$0.5<M<1$）	×
	（$M_j\leq 0.5$，$M_k>0.5$）	○

○: 侵略することができる，×: 侵略することができない

に対して，

$$V(Period|DTFT)=\frac{0.5a+d}{1-w}-\frac{w^{l-1}(wb-0.5a+0.5wc)}{1-w^n}$$

となり，このような M_k がふえても $V(Period|DTFT)$ は減少するだけである．

よって，$V(Period|DTFT)$ は $All0.5$ と同じ手の列をとる時に最大値 $(0.5a+d)/(1-w)$ をとることがわかる．すなわち，$Period$ が $DTFT$ 集団を侵略することができる．

$DTFT$ 集団への侵略

以上，割引率 w が十分大きい時，各戦略と $DTFT$ との対戦結果に基づく $DTFT$ 集団への侵略について表 3.2 にまとめる．このように，中間的かつ協調的な手をとる戦略が $DTFT$ 集団を侵略することができることがわかる．これより，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいて，次の結果を得る．

結果 2 割引率 w が十分大きい時，$DTFT$ は集団的に安定な戦略でない．

このことと 3.1.2 で明らかにした TFT が集団的に安定であることを比較して，中間的な手もとり得ること（TFT）が二者択一の手をとること（$DTFT$）より有利な場合があることがわかる．

3.2 不明確な手をとる戦略

繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを用いれば，繰り返し囚人のジレンマゲームでは扱うことができない中間的な手をとることが有利であるのか否かを調べることができる．本研究では，陽により中間的な手をとる戦略として手関数通りでない不明確な手をとる戦略というものを導入し，手関数通りの手をとる戦略と比較することによって，その有利性を調べる．

はじめに，戦略 X を不明確な手をとるように変更した戦略を X^g とし，X^g は，戦略 Y と対戦する時，次のような手をとるとする．

$$X_i^g = g(f_X(X_{i-1}^g, X_{i-2}^g, \ldots, X_{i-k}^g, Y_{i-1}, Y_{i-2}, \ldots, Y_{i-k}))$$

ここで，

$$g(x) = \alpha x + \frac{1-\alpha}{2}$$

とし，g を不明確化関数と呼ぶ．ただし，$0 \leq \alpha < 1$ である．X^g は，$\alpha = 0$ のとき最も不明確な手 0.5 をとり，α が 1 に近いほど手関数通りの手に近い手をとる．すなわち，α は手の明確さを表す．このように，手の不明確化は，本来の手関数通りの手をより中間的な値に変化させること（making gray）を意味する．

3.2.1 手関数通りの手をとる戦略と不明確な手をとる戦略

TFT^g と TFT が対戦する時の TFT^g の累積利得は以下のようになる．

$$\begin{aligned}
&V(TFT^g|TFT) \\
&= p_{TFT^g}(g(0),0) + wp_{TFT^g}(g(0),g(0)) + w^2 p_{TFT^g}(g^2(0),g(0)) + w^3 p_{TFT^g}(g^2(0),g^2(0)) \\
&\quad + \cdots \\
&= \frac{(a-wb)(1-\alpha)}{2(1-w)(1-w^2\alpha)} - \frac{wc(1-\alpha)^2}{4(1-w)(1-w\alpha)(1-w^2\alpha)} + \frac{d}{1-w}
\end{aligned}$$

ここで，$V(TFT^g|TFT) > V(TFT|TFT)$ すなわち次式が成り立つならば TFT^g が TFT 集団を侵略することができる．

$$2w^2b\alpha - w(2(a\alpha + b) + c(1-\alpha)) + 2a > 0$$

- $\alpha = 0$ の場合，$w \geq 2a/(2b+c)$ すなわち w が十分大きい時，TFT^g は TFT 集団を侵略することができない．

- $\alpha > 0$ の場合，

$$w \geq \frac{2(a\alpha + b) + c(1-\alpha) - (4(a\alpha - b)^2 + 4(a\alpha + b)c(1-\alpha) + c^2(1-\alpha)^2)^{\frac{1}{2}}}{4b\alpha}$$

すなわち w が十分大きい時，TFT^g は TFT 集団を侵略することができない．

一方，TFT と TFT^g が対戦する時の TFT の累積利得は以下のようになる．

$$\begin{aligned} &V(TFT|TFT^g) \\ &= p_{TFT}(0, g(0)) + wp_{TFT}(g(0), g(0)) + w^2p_{TFT}(g(0), g^2(0)) + w^3p_{TFT}(g^2(0), g^2(0)) \\ &\quad + \cdots \\ &= \frac{(wa-b)(1-\alpha)}{2(1-w)(1-w^2\alpha)} - \frac{wc(1-\alpha)^2}{4(1-w)(1-w\alpha)(1-w^2\alpha)} + \frac{d}{1-w} \end{aligned} \tag{3.5}$$

また，TFT^g 同士が対戦する時の片方の累積利得は以下のようになる．

$$\begin{aligned} &V(TFT^g|TFT^g) \\ &= p_{TFT^g}(g(0), g(0)) + wp_{TFT^g}(g^2(0), g^2(0)) + w^2p_{TFT^g}(g^3(0), g^3(0)) + \cdots \\ &= \frac{(a-b)(1-\alpha)}{2(1-w)(1-w\alpha)} - \frac{(1+w\alpha)c(1-\alpha)^2}{4(1-w)(1-w\alpha)(1-w\alpha^2)} + \frac{d}{1-w} \end{aligned} \tag{3.6}$$

ここで，$V(TFT|TFT^g) > V(TFT^g|TFT^g)$ すなわち次式が成り立つならば TFT が TFT^g 集団を侵略することができる．

$$\begin{aligned} &w^3(2b\alpha - c(1-\alpha))\alpha^2 \\ &\quad - w^2(2a + 2b(1+\alpha^2) + c(1-\alpha)^2)\alpha \\ &\quad + w(2a(1+\alpha^2) + 2b\alpha - c(1-\alpha)^2) - 2a + c(1-\alpha) > 0 \end{aligned}$$

w が十分大きい時，具体的に式 (3.5)，(3.6) の値を求めた結果を図 3.1 に示す．ただし，図 3.1 は，$a = 2$，$b = 3$，$c = 1$，$d = 0.5$，$w = 0.9$ の場合である．これより，以下を満たす $\hat{\alpha}$（ただし $0 < \hat{\alpha} < 1$）が存在することがわかる．

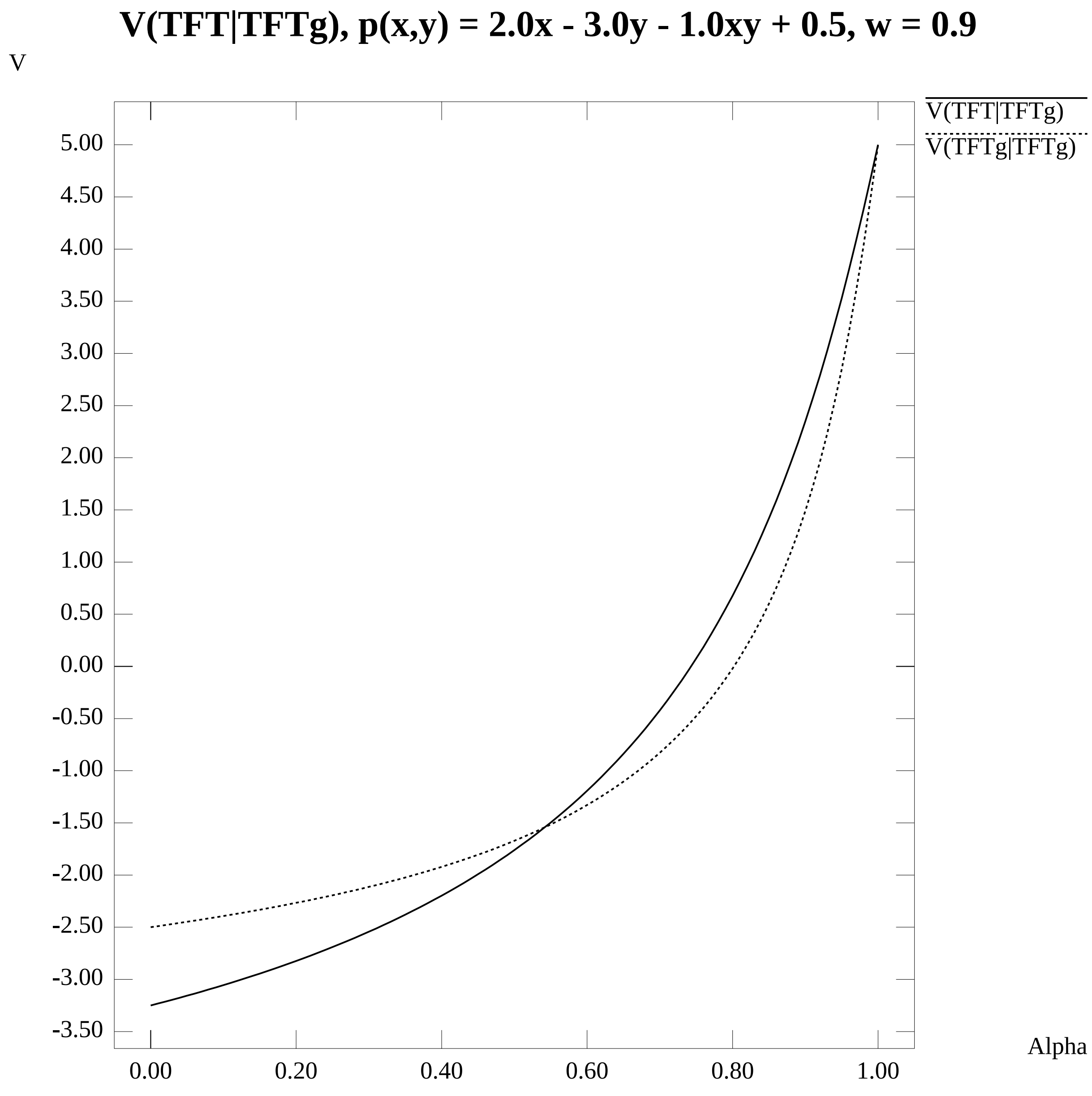

図 3.1: 累積利得 $V(TFT|TFT^g)$, $V(TFT^g|TFT^g)$

- $\alpha < \hat{\alpha}$ に対して $V(TFT|TFT^g) < V(TFT^g|TFT^g)$ である．

- $\alpha = \hat{\alpha}$ に対して $V(TFT|TFT^g) = V(TFT^g|TFT^g)$ である．

- $\alpha > \hat{\alpha}$ に対して $V(TFT|TFT^g) > V(TFT^g|TFT^g)$ である．

すなわち，w が十分大きい時，ある $\hat{\alpha}$ が存在して，以下がいえる．

- $\alpha \leq \hat{\alpha}$ の場合，TFT は TFT^g 集団を侵略することができない．

- $\alpha > \hat{\alpha}$ の場合，TFT は TFT^g 集団を侵略することができる．

以上より，割引率 w が十分大きい時，不明確な手をとる TFT は通常の TFT 集団を侵略することができないが，通常の TFT は十分に不明確な手をとる TFT 集団を侵略することができないことがわかる．

3.2.2 異なる手の明確さを持つ戦略

次に，手の明確さを表すパラメータ α がそれぞれ異なるα_1 と α_2 である二つの不明確化関数 g をそれぞれ g_1，g_2 と定義する．

さて，TFT^{g_1} が TFT^{g_2} 集団を侵略することができるかを解析する．TFT^{g_1} と TFT^{g_2} が対戦する時の TFT^{g_1} の累積利得は以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
&V(TFT^{g_1}|TFT^{g_2})\\
&= p_{TFT^{g_1}}(g_1(0), g_2(0)) + wp_{TFT^{g_1}}(g_1(g_2(0)), g_2(g_1(0))) + \cdots\\
&= \frac{1}{4}\left(\frac{2(a-b)-c}{1-w} - \frac{2(a\alpha_1 - b\alpha_2 + w(a-b-c)\alpha_1\alpha_2) - c(\alpha_1+\alpha_2)}{1-w^2\alpha_1\alpha_2} - \frac{c\alpha_1\alpha_2}{1-w\alpha_1\alpha_2}\right)\\
&\quad + \frac{d}{1-w}
\end{aligned}
$$

w が十分大きい時，$V(TFT^{g_1}|TFT^{g_2})$，$V(TFT^{g_2}|TFT^{g_2})$ を求めた結果，以下を満たすある$\hat{\alpha}$（ただし $0 < \hat{\alpha} < 1$）が存在することがわかる．

- $\alpha_2 < \hat{\alpha}$ のとき，$\alpha_1 < \alpha_2$ に対して TFT^{g_1} が TFT^{g_2} 集団を侵略することができる場合がある．

- $\alpha_2 = \hat{\alpha}$ のとき，α_1 によらず TFT^{g_1} は TFT^{g_2} 集団を侵略することができない．

表 3.3: TFT^{g_2} 集団への TFT^{g_1} の侵略

TFT^{g_1}	$\alpha_2 < \hat{\alpha}$	$\alpha_2 = \hat{\alpha}$	$\alpha_2 > \hat{\alpha}$
$\alpha_1 < \alpha_2$	○	×	×
$\alpha_1 > \alpha_2$	×	×	○

○: 侵略することができる場合がある，×: 侵略することができない

- $\alpha_2 > \hat{\alpha}$ のとき，$\alpha_1 > \alpha_2$ に対して TFT^{g_1} が TFT^{g_2} 集団を侵略することができる場合がある．

以上，TFT^{g_1} と TFT^{g_2} の対戦結果に基づく TFT^{g_2} 集団への TFT^{g_1} の侵略について表 3.3 にまとめる．

また，$Linear$ について，特にその手関数が $f_{Linear}(x) = -x + 1$ の場合，$V(Linear^{g_1}|Linear^{g_2})$，$V(Linear^{g_2}|Linear^{g_2})$ を同様に求めた結果，以下がいえる．ただし，$Linear_1 = M$ とし，w が十分大きい時である．

- $M < 0.5$ の場合，$\alpha_1 < \alpha_2$ に対して $Linear^{g_1}$ が $Linear^{g_2}$ 集団を侵略することができる．

- $M = 0.5$ の場合，$V(Linear^{g_1}|Linear^{g_2}) = V(Linear^{g_2}|Linear^{g_2})$ より，α_1，α_2 によらず $Linear^{g_1}$ は $Linear^{g_2}$ 集団を侵略することができない．

- $M > 0.5$ の場合，以下を満たすある $\hat{\alpha}$ が存在することがわかる．

  - $\alpha_2 < \hat{\alpha}$ のとき，$\alpha_1 > \alpha_2$ に対して $Linear^{g_1}$ が $Linear^{g_2}$ 集団を侵略することができる場合がある．

  - $\alpha_2 = \hat{\alpha}$ のとき．α_1 によらず $Linear^{g_1}$ は $Linear^{g_2}$ 集団を侵略することができない．

  - $\alpha_2 > \hat{\alpha}$ のとき，$\alpha_1 < \alpha_2$ に対して $Linear^{g_1}$ が $Linear^{g_2}$ 集団を侵略することができる場合がある．

以上，$M > 0.5$ の場合，$Linear^{g_1}$ と $Linear^{g_2}$ の対戦結果に基づく $Linear^{g_2}$ 集団への $Linear^{g_1}$ の侵略について表 3.4 にまとめる．

表 3.4: $Linear^{g_2}$ 集団への $Linear^{g_1}$ の侵略（$M > 0.5$ の場合）

$Linear^{g_1}$	$\alpha_2 < \hat{\alpha}$	$\alpha_2 = \hat{\alpha}$	$\alpha_2 > \hat{\alpha}$
$\alpha_1 < \alpha_2$	×	×	○
$\alpha_1 > \alpha_2$	○	×	×

○: 侵略することができる場合がある，×: 侵略することができない

以上より，次の結果を得る．

結果 3 割引率 w が十分大きい時，ある特定の手の明確さを持つ戦略の集団が，他の手の明確さを持つ戦略に侵略されない場合がある．

このことは，例えば表 3.3 からわかるようにある特定の手の明確さ $\hat{\alpha}$ を持つ TFT^{g_2} の集団が他の手の明確さを持つ TFT^{g_1} に侵略されないという結果に対応する．

3.3 考察

割引率 w が十分大きい時，以下の知見を得る．

はじめに，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいても，TFT は集団的に安定である．次に，中間的な手もとり得ることが二者択一の手をとることより有利な場合がある．最後に，融通性のあるインタラクションを行なうエージェントの集団においては，各エージェントがある適切な明確さを持って意思決定を行なえばその集団が頑健性を持ち得る．

これらは，繰り返し囚人のジレンマゲームを用いては得ることができない知見であり，連続した範囲から手をとるように拡張した繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを用いることにより初めて得られる．すなわち，本論文で提案する繰り返し連続化囚人のジレンマゲームは，エージェント間の融通性のあるインタラクションにおける諸性質を調べる上で有用である．

第 4 章

集団への戦略の侵略の過程における中間的な意思決定の有利性

本章では，マルチエージェント系のダイナミクスを考慮するために 3 章において解析された戦略の侵略を過程ととらえて拡張し，集団への戦略の侵略の過程における中間的な意思決定の有利性について調べる．最後に，侵略の過程の解析結果を検証するために，シミュレーション結果と比較する．

4.1　侵略の過程

マルチエージェント系に関する研究では，侵略開始時の状況を解析するだけでは系の動的な振舞いを考慮していないという点で十分でないと考えられる．そこで，本章では，侵略の概念を過程ととらえて拡張し，以下の三つのフェイズに分けて考える．

1. 戦略単体の侵略

   一つの戦略が侵略を開始するフェイズで，前章における戦略の侵略そのものである．

2. クラスタによる侵略

   ごく少数の同じ戦略同士がある確率でインタラクションを行なって，系におけるその比率を増大させるフェイズである．このような戦略の小集団をクラスタと呼ぶ．形式的に，クラスタによる侵略を次のように定義する．

定義 4 戦略 X，Y に対して，$sV(X|X) + (1-s)V(X|Y) > V(Y|Y)$ ならば，X の s-クラスタが Y 集団を侵略することができる．ただし，$0 \leq s \leq 1$ である．

特に，$s = 0$ の場合は，戦略単体の侵略の定義と同じになる．また，$s = 1$ の場合は，クラスタ内でのみインタラクションを行なうことを意味する．すなわち，s はクラスタの強さ，またはクラスタになる強さを表す．

3. 集団としての侵略

   ランダムインタラクションを行なう系において，同じ戦略の集団がその比率を増大させるフェイズである．形式的に，集団としての侵略を次のように定義する．

   定義 5 戦略 X，Y に対して，$tV(X|X)+(1-t)V(X|Y) > tV(Y|X)+(1-t)V(Y|Y)$ ならば，X 集団が Y 集団を侵略することができる．ただし，$0 \leq t \leq 1$ である．

戦略 Y の集団への戦略 X の侵略の過程は，一対一対戦における累積利得に基づいて X の比率が増大していく時系列的な現象であると考える．すなわち，前述のように三つの侵略のフェイズを定義した場合，具体的には例えば以下のような現象が起こっていく．

1. X 単体が Y 集団からなる系に到着し，系では総当たりで繰り返し連続化囚人のジレンマゲームに基づくインタラクションが行なわれる．

   そして，同じ戦略の累積利得の和に基づいて系が再構成される．

   - X 単体が Y 集団を侵略することができるならば，X の数が増える．
   - X 単体が Y 集団を侵略することができないならば，系は Y 集団のままである．

2. Y は他の Y とインタラクションを行ない，X は確率 s で他の X と確率 $1-s$ で Y とインタラクションを行なう．このような X の小集団が s-クラスタであり，単体で侵略することができない場合にクラスタになって系に到着することもあり得る．

   そして，X の集団としての侵略が可能になるまで系が再構成され，X の s-クラスタが Y 集団を侵略することができる限り，系における X の比率が増大する．

3. 系における X の比率が集団として侵略することができる条件を満たすと，系ではランダムインタラクションが行なわれ，再構成されながら X の比率が増大していく．

ただし，本章では，侵略の過程における具体的現象を特に前述のように規定しているわけではなく，単に系における戦略の比率が増大していくことを侵略の過程とみなす．したがって，世代交代モデルのように同じ戦略の累積利得の和に基づいて系が再構成されることを仮定してもよいし，戦略が次々と系に到着しては留まったり弾かれたりされることを仮定してもよいと考える．前者では戦略が模写されると考えることもでき系の規模は変わらないが，後者では系の規模は大きくなり得る．

4.2 戦略の比較

TFT は，繰り返し囚人のジレンマゲームにおける代表的な良い戦略として知られている．ここで，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおいては，TFT は中間的な手もとり得ることに注意する．本章では，TFT を中心に以下のような戦略の比較を行ない，中間的な手をとることの有利性について検討する．

$DTFT$ **との比較:** 3.1 節では，より融通性のあるインタラクションを考える時に二者択一の手では十分でないことを確かめるために，二者択一の手のみをとる戦略 $DTFT$ を用いた．$DTFT$ は次のような手をとるとした．

$$DTFT_i = \begin{cases} 0 & (i = 1 \text{ のとき}) \\ 0 & (i = 2, 3, \ldots \text{ かつ } Y_{i-1} \leq 0.5 \text{ のとき}) \\ 1 & (i = 2, 3, \ldots \text{ かつ } Y_{i-1} > 0.5 \text{ のとき}) \end{cases}$$

ここで，Y は相手の戦略である．本章では，TFT およびそれを離散化した $DTFT$ の集団への侵略の過程について解析し，中間的な手をとることの有利性について考察する．

手の不明確化: 3.2 節同様，陽に中間的な手をとる戦略として戦略 X を不明確な手をとるように変更した戦略 X^g を考える．本章では，TFT^g 集団への TFT の侵略の過程，および TFT^{g_2} 集団への TFT^{g_1} の侵略の過程について解析する．

領域的な系におけるシミュレーション: 侵略の過程についての解析結果を検証するために領域的な系におけるシミュレーションを行ない，特にクラスタによる侵略について理解を深める．この領域的な系では，ある近傍がより高利得を得たならばその戦略を模写するというモデルを採用する [4]．

ところで，定義 4 より，クラスタによる侵略の条件は s の一次不等式だから，区間 $[s_l, s_u]$ 内の s に対してクラスタによる侵略が可能になることはない．ここで，$0 < s_l \leq s_u < 1$ である．すなわち，s-クラスタが侵略することができるとしたら，ある $\hat{s}$ が存在して $s < \hat{s}$ または $s > \hat{s}$ である．また，ある戦略の s-クラスタが侵略することができる場合は $s < \hat{s}$ または $s > \hat{s}$ であることだけが重要であり，系においてその戦略の比率が増大していくフェイズでこの範囲内での s の増減は特に規定されない．

以降，ある値 $\hat{s}_i$ より小さい任意の s に対してクラスタによって侵略することができる時 $-\hat{s}_i$ クラスタが侵略することができると記述する．また，ある値 $\hat{s}_j$ より大きい任意の s に対してクラスタによって侵略することができる時 $+\hat{s}_j$ クラスタが侵略することができると記述する．本文中の $\hat{s}_i$ や $\hat{s}_j$ の詳細については付録に示す．

同様に，定義 5 より，区間 $[t_l, t_u]$ 内の t に対して集団としての侵略が可能になることはない．ここで，$0 < t_l \leq t_u < 1$ である．また，次の定理も成り立つ．

定理 2 戦略 Y の集団が任意の戦略 X 単体に侵略されないならば，$0 < \hat{t} \leq 1$ である $\hat{t}$ が存在して $t < \hat{t}$ に対して X 集団が Y 集団を侵略することはない．

証明: 今，戦略 Y の集団が任意の戦略 X 単体に侵略されない時，$0 < \hat{t} \leq 1$ である $\hat{t}$ が存在して $t < \hat{t}$ に対して X 集団が Y 集団を侵略することができると仮定する．すると，$t < \hat{t}$ に対して次式が成り立つ．

$$tV(X|X) + (1-t)V(X|Y) > tV(Y|X) + (1-t)V(Y|Y) \tag{4.1}$$

一方，$t = 1$ に対して X 集団は Y 集団を侵略することができないから，次式が成り立つ．

$$V(X|X) \leq V(Y|X) \tag{4.2}$$

よって，式 (4.1)，(4.2) より，$V(X|Y) > V(Y|Y)$ となる．これは，定義 2 より，X 単体が Y 集団を侵略し得ることを示しており仮定に矛盾する．ゆえに，定理が成り立つ．
(証明終)

4.2.1 TFT 集団および $DTFT$ 集団への侵略の過程

3.1.2 節より，TFT に対する戦略として純粋戦略のみを考えると，その累積利得を最大にする戦略は手関数が自分の直前の手の関数である戦略に存在する．また，十分小さい刻み

で離散的な手をとる戦略では，その手の列は，最終的にはある値に収束するかまたは周期的になる．そして，$w \simeq 1$ の時，ある値に収束する戦略はある値を常にとる戦略に帰着される．よって，TFT に対する累積利得を最大にする戦略としては，ある値を常にとる戦略と手の列が周期的な戦略を考えるだけで十分であるが，本小節でも $AllM$，$Linear$，$Period$ を考える．

TFT 集団への侵略の過程

はじめに，クラスタによる侵略について次の定理が成り立つ．

定理 3 自ら先に 0 より大きい手をとらない戦略の集団は，任意の戦略単体によって侵略されないならばクラスタによっても侵略されない．

証明: 任意の戦略 X に対して，連続化囚人のジレンマゲームの条件より以下のようになる．

$$\begin{aligned} V(X|X) &= \sum_{i=}^{\infty} w^{i-1} p_X(X_i, X_i) \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} w^{i-1}(aX_i - bX_i - cX_i^2 + d) \\ &\leq \sum_{i=1}^{\infty} w^{i-1} d \end{aligned}$$

また，自ら先に 0 より大きい手をとらない戦略 Y に対して $V(Y|Y) = \sum_{i=1}^{\infty} w^{i-1}d$ より，$V(X|X) \leq V(Y|Y)$ である．よって，定義 4 より，X の s-クラスタが Y 集団を侵略することができるためには $V(X|Y) > V(Y|Y)$ でなければならない．これは，定義 2 より，X 単体が Y 集団を侵略することができなければならないことを示している．すなわち，X の s-クラスタが Y 集団を侵略することができるならば，X 単体が Y 集団を侵略することができる．ゆえに，定理が成り立つ． (証明終)

さて，3.1.2 節より，TFT 集団は任意の戦略単体によって侵略されない．よって，定理 3 より，TFT 集団は任意の戦略のクラスタによっても侵略されない．

次に，TFT 集団に対する集団としての侵略について解析すると，以下の結果が得られる．なお，定理 2 より，任意の戦略の集団に対して，$0 < \hat{t} \leq 1$ である $\hat{t}$ が存在して $t < \hat{t}$ で TFT 集団を侵略することはない．

- $AllM$ 集団

表 4.1: TFT 集団への侵略の過程

戦略		単体	クラスタ	集団
$AllM$	（$M = 0$）	×	×	×
	（$0 < M \leq 1$）	×	×	×
$Linear$	（$f_{Linear}(x) = -x + 1$）	×	×	×
	（$f_{Linear}(x) = qx + r$）	×	×	×
$Period$		×	×	×

×: 侵略することができない

- $M = 0$ の場合，侵略することができない．
- $0 < M \leq 1$ の場合，t が次式を満たす時侵略することができる．

$$t > \frac{wb - a + wcM}{w(b-a) + (2w-1)cM}$$

しかし，$w \simeq 1$ の時，右辺は限りなく 1 に近づく．結局，侵略することができないと考えられる．

- $Linear$ 集団
  - $f_{Linear}(x) = -x + 1$ の場合，侵略することができない．
  - $f_{Linear}(x) = qx + r$ の場合（ただし，$q \neq -1, 0, 1$）
    - $r = 0$ のとき，$0 < q < 1$ に対して侵略することができない．
    - $r > 0$ のとき，q，r，M に依存してある $\hat{t}$ が存在し，$t > \hat{t}$ を満たす時侵略することができる場合がある．しかし，$w \simeq 1$ の時，そのような $\hat{t}$ は限りなく 1 に近づく．結局，侵略することができないと考えられる．
- $Period$ 集団は侵略することができない．

以上，割引率 w が十分大きい時，定理 3 および各戦略と TFT との対戦結果に基づく TFT 集団への侵略の過程について表 4.1 にまとめる．

以上の解析より，次の結果を得る．

結果 4 割引率 w が十分大きい時，TFT 集団は，単体によってもクラスタによっても集団によっても侵略されない．

結局，3.1.2 節における侵略開始時の解析より 3.3 節で TFT の集団的安定性を主張したが，侵略を過程としてとらえた場合にも TFT 集団の頑健性を主張することができる．

$DTFT$ 集団への侵略の過程

二者択一の場合，$DTFT$ は TFT と同等であるからその集団は侵略されない．一方，中間的な手もとり得る場合，3.1.3 節より，$0 < M \leq 1$ である $AllM$ や $Period$ の単体が $DTFT$ 集団を侵略することができる場合がある．

さて，$DTFT$ 集団へのクラスタによる侵略については以下の結果が得られる．

- $AllM$ のクラスタ
  - $M = 0$ または $0.5 < M \leq 1$ の場合，侵略することができない．
  - $0 < M \leq 0.5$ の場合，$-\hat{s}_1$ クラスタが侵略することができる．
- $Linear$ のクラスタ
  - $f_{Linear}(x) = -x + 1$ の場合，侵略することができない．
  - $f_{Linear}(x) = qx + r$ の場合（ただし，$q \neq -1, 0, 1$）
    - $0 \leq M \leq 0.5$，$r > 0$，$qM + r \leq 0.5$ のとき，$-\hat{s}_2$ クラスタが侵略することができる．
    - $0 < M \leq 0.5$，$r = 0$ のとき，$-\hat{s}_3$ クラスタが侵略することができる．
- $Period$ のクラスタ
  - $i = 1, 2, \ldots, n$ に対して $0 < M_i \leq 0.5$ の場合，$-\hat{s}_4$ クラスタが侵略することができる．
  - $i = 1, 2, \ldots, n$ に対して $0.5 < M_i < 1$ の場合，侵略することができない．

- $j \neq k$ に対して $M_j \leq 0.5$ と $M_k > 0.5$ が混在する場合，単体が侵略することができてかつ $V(Period|DTFT) > V(Period|Period)$ のとき，$-\hat{s}_5$ クラスタが侵略することができる．

次に，$DTFT$ 集団への集団としての侵略については以下の結果が得られる．

- $AllM$ 集団
  - $M = 0$ または $0.5 < M < 1$ の場合，侵略することができない．
  - $0 < M \leq 0.5$ の場合，侵略することができる．
  - $M = 1$ の場合，t が次式を満たす時侵略することができる．

$$t > \frac{wb - a + wc}{w(b-a) + (2w-1)c}$$

    しかし，$w \simeq 1$ の時，右辺は限りなく 1 に近づくから，侵略することができないと考えられる．

- $Linear$ 集団
  - $f_{Linear}(x) = -x + 1$ の場合，侵略することができない．
  - $f_{Linear}(x) = qx + r$ の場合（ただし，$q \neq -1, 0, 1$），$0 \leq M \leq 0.5$，$r > 0$，$qM + r \leq 0.5$ のとき，または $0 < M \leq 0.5$，$r = 0$ のとき，侵略することができる．

- $Period$ 集団
  - $i = 1, 2, \ldots, n$ に対して $0 < M_i \leq 0.5$ の場合，侵略することができる．
  - $i = 1, 2, \ldots, n$ に対して $0.5 < M_i < 1$ の場合，侵略することができない．
  - $j \neq k$ に対して $M_j \leq 0.5$ と $M_k > 0.5$ が混在する場合，単体が侵略することができる時，集団としても侵略することができる．

以上，割引率 w が十分大きい時，各戦略と $DTFT$ との対戦結果に基づく $DTFT$ 集団への侵略の過程について表 4.2 にまとめる．

以上の解析より，次の結果を得る．

表 4.2: $DTFT$ 集団への侵略の過程

戦略		単体	クラスタ	集団
$AllM$	$(M=0)$	×	×	×
	$(0<M\leq 0.5)$	○	○（$-\hat{s}_1$）	○（任意）
	$(0.5<M<1)$	×	×	×
	$(M=1)$	×	×	×
$Linear$	$(f_{Linear}(x)=-x+1)$	×	×	×
	$(f_{Linear}(x)=qx+r$, $M\leq 0.5$, $qM+r\leq 0.5)$	○	○（$-\hat{s}_2$, $-\hat{s}_3$）	○（任意）
$Period$	$(0<M_i\leq 0.5)$	○	○（$-\hat{s}_4$）	○（任意）
	$(0.5<M_i<1)$	×	×	×
	$(M_j\leq 0.5$, $M_k>0.5)$	○	○（$-\hat{s}_5$）	○（任意）

○: 侵略することができる，×: 侵略することができない

$-\hat{s}_i$: $-\hat{s}_i$ クラスタ，任意: 任意の集団

結果 5 割引率 w が十分大きい時，$DTFT$ 集団は，単体によってもクラスタによっても集団によっても侵略される場合がある．

これより，侵略の過程において，$DTFT$ 集団は頑健でないことがいえる．

侵略の過程における TFT と $DTFT$ の比較

TFT 集団への侵略の過程に関する表 4.1 と $DTFT$ 集団への侵略の過程に関する表 4.2 とを並べて表 4.3 に略記する．すなわち，割引率 w が十分大きい時，TFT 集団が頑健であることと $DTFT$ 集団が頑健でないことを比較して，侵略を過程ととらえた場合でも，中間的な手もとり得ること（TFT）が二者択一の手をとること（$DTFT$）より有利な場合があることがわかる．

表 4.3: TFT 集団および $DTFT$ 集団への侵略の過程

戦略		TFT 集団 単体	TFT 集団 クラスタ	TFT 集団 集団	$DTFT$ 集団 単体	$DTFT$ 集団 クラスタ	$DTFT$ 集団 集団
$AllM$	$(M = 0)$	×	×	×	×	×	×
	$(0 < M \leq 0.5)$	×	×	×	○	○	○
	$(0.5 < M < 1)$	×	×	×	×	×	×
	$(M = 1)$	×	×	×	×	×	×
$Linear$	$(f_{Linear}(x) = -x + 1)$	×	×	×	×	×	×
	$(f_{Linear}(x) = qx + r,$ $M \leq 0.5,\ qM + r \leq 0.5)$	×	×	×	○	○	○
$Period$	$(0 < M_i \leq 0.5)$	×	×	×	○	○	○
	$(0.5 < M_i < 1)$	×	×	×	×	×	×
	$(M_j \leq 0.5,\ M_k > 0.5)$	×	×	×	○	○	○

○: 侵略することができる，×: 侵略することができない

クラスタになる有利·不利

従来の研究では,「裏切り」をとる戦略の集団に対しては「協調」をとる戦略がクラスタになれば侵略することができるのではないかという動機づけから，クラスタにならない有利性については考慮されてこなかった．しかし，前述のように，中間的かつ協調的な手をとる戦略は，単体すなわちクラスタにならずに，あるいはある程度弱くクラスタになって，また集団としても $DTFT$ 集団を侵略することができる．このように，中間的な手をとる戦略にとって，その侵略の過程においてクラスタになることがかえって不利になり，敢えてクラスタにならない有利性を示す場合があることに注意を要する．以降でもクラスタの強さに注意し，4.5 節でクラスタにならない有利性について考察する．

4.3 不明確な手をとる戦略

4.3.1 TFT^g 集団への TFT の侵略の過程

3.2.1 節より，TFT 単体は，比較的不明確な手をとる TFT^g の集団を侵略することができず，比較的明確な手をとる TFT^g の集団を侵略することができるという結果が得られた．

さて，クラスタについては，TFT の $+\hat{s}_6$ クラスタが TFT^g 集団を侵略することができる．ここで，

$$\hat{s}_6 = \frac{(1-w)(2(1-w\alpha^2)(a-wb\alpha)-(1+w\alpha+w^2\alpha^2)c(1-\alpha))}{(1-w\alpha^2)(wc(1-\alpha)-2(1-w\alpha)(wa-b))}$$

である．すなわち，比較的不明確な手をとる TFT^g の集団は，TFT 単体には侵略されないがクラスタによっては侵略される場合があることがわかる．これは，クラスタによる互恵的行動の進化 [4] を裏付ける．

次に，集団については，TFT 集団は $t > \hat{t}$ のとき TFT^g 集団を侵略することができる．ここで，

$$\hat{t} = \frac{(1-w)(2(1-w\alpha^2)(a-wb\alpha)-(1+w\alpha+w^2\alpha^2)c(1-\alpha))}{(2w(1-w\alpha^2)(b-a)+(2w(1-w\alpha^2)-(1+w\alpha)(1-w^2\alpha))c)(1-\alpha)}$$

である．すなわち，比較的明確な手をとる TFT^g の集団は，TFT 集団に侵略される．また，比較的不明確な手をとる TFT^g の集団も，TFT 集団に侵略される場合がある．なお，$w \simeq 1$ の時 $\partial\hat{t}/\partial\alpha < 0$ であることを示すことができるから，この侵略する境界においては α が小さくなるにつれて $\hat{t}$ は大きくならなければならない．すなわち，系を構成する TFT^g のとる手が不明確であればあるほど，本来の明確な手をとる TFT は大きな集団にならなければ侵略することができない．

4.3.2 TFT^{g_2} 集団への TFT^{g_1} の侵略の過程

本小節では，TFT^{g_1} が TFT^{g_2} 集団を侵略する過程を解析する．

3.2.2 節より，比較的不明確な手をとる TFT^{g_2} 集団はより不明確な手をとる TFT^{g_1} 単体に侵略される場合があり，比較的明確な手をとる TFT^{g_2} 集団はより明確な手をとる TFT^{g_1} 単体に侵略される場合がある．しかし，この場合，単体に侵略されないようなある明確さが存在する．

さて，クラスタによる侵略について解析した結果，以下のような$\hat{\alpha}$ が存在することがわかった．

表 4.4: TFT^{g_2} 集団への TFT^{g_1} のクラスタによる侵略

TFT^{g_1} のクラスタ	$\alpha_2 < \hat{\alpha}$	$\alpha_2 \geq \hat{\alpha}$
$\alpha_1 < \alpha_2$	○（$-\hat{s}_7$ クラスタ）	×
$\alpha_1 > \alpha_2$	○（$+\hat{s}_7$ クラスタ）	○（$+\hat{s}_7$ クラスタ）

○: 侵略することができる，×: 侵略することができない

- $\alpha_2 < \hat{\alpha}$ の場合
  - $\alpha_1 < \alpha_2$ のとき，$-\hat{s}_7$ クラスタが侵略することができる場合がある．
  - $\alpha_1 > \alpha_2$ のとき，$+\hat{s}_7$ クラスタが侵略することができる．
- $\alpha_2 \geq \hat{\alpha}$ の場合，$\alpha_1 > \alpha_2$ のとき，$+\hat{s}_7$ クラスタが侵略することができる．

以上，割引率 w が十分大きい時，TFT^{g_1} と TFT^{g_2} の対戦結果に基づく TFT^{g_2} 集団への TFT^{g_1} のクラスタによる侵略について表 4.4 にまとめる．すなわち，比較的不明確な手をとる TFT^{g_2} 集団は，より不明確な手をとる TFT^{g_1} の弱いクラスタによって侵略される場合があり，より明確な手をとる TFT^{g_1} の強いクラスタによって侵略される．また，比較的明確な手をとる TFT^{g_2} 集団は，より明確な手をとる TFT^{g_1} の強いクラスタによって侵略される．

したがって，次の結果を得る．

結果 6 割引率 w が十分大きい時，単体に侵略されないためのある手の明確さが存在しても，クラスタによって侵略されないためのある手の明確さは必ずしも存在するとは限らない．

すなわち，不明確な手をとる TFT^{g_2} 集団は存続していても不安定であり，それを侵略することができる別の不明確な手をとる TFT^{g_1} がある．

次に，集団としての侵略について解析した結果，以下のような$\hat{\alpha}_2$ が存在することがわかった．

- $\alpha_2 < \hat{\alpha}_2$ の場合
  - $\alpha_1 < \alpha_2$ のとき，侵略することができる．

表 4.5: TFT^{g_2} 集団への TFT^{g_1} 集団の侵略

TFT^{g_1} 集団	$\alpha_2 < \hat{\alpha}_2$	$\alpha_2 \geq \hat{\alpha}_2$
$\alpha_1 < \alpha_2$	○	○（$\alpha_1 < \hat{\alpha}_1 < \alpha_2$）
$\alpha_1 > \alpha_2$	○（$\alpha_1 > \hat{\alpha}_1 > \alpha_2$）	○

○: 侵略することができる

– $\hat{\alpha}_1 > \alpha_2$ である $\hat{\alpha}_1$ が存在して $\alpha_1 > \hat{\alpha}_1$ のとき，α_1，α_2 に依存したある $\hat{t}$ が存在して $t > \hat{t}$ に対して侵略することができる．このとき，$\alpha_1 \simeq \hat{\alpha}_1$ ならば $\hat{t} \simeq 1$ であり，α_1 が大きくなるにつれて $\hat{t}$ は小さくなり，$\alpha_1 \simeq 1$ ならば $\hat{t} \simeq 0$ になる．

- $\alpha_2 \geq \hat{\alpha}_2$ の場合

  – $\hat{\alpha}_1 < \alpha_2$ である $\hat{\alpha}_1$ が存在して $\alpha_1 < \hat{\alpha}_1$ のとき，α_1，α_2 に依存したある $\hat{t}$ が存在して $t > \hat{t}$ に対して侵略することができる．このとき，$\alpha_1 \simeq \hat{\alpha}_1$ ならば $\hat{t} \simeq 1$ であり，α_1 が小さくなるにつれて $\hat{t}$ も小さくなり，$\alpha_1 = 0$ ならば $\hat{t} = 0$ になる．

  – $\alpha_1 > \alpha_2$ のとき，侵略することができる．

以上，割引率 w が十分大きい時，TFT^{g_1} と TFT^{g_2} の対戦結果に基づく TFT^{g_2} 集団への TFT^{g_1} 集団の侵略について表 4.5 にまとめる．これより，次の結果を得る．

結果 7 割引率 w が十分大きい時，単体に侵略されないためのある手の明確さが存在しても，集団によって侵略されないためのある手の明確さは必ずしも存在するとは限らない．

また，不明確な手をとる TFT^{g_1} が集団として別の不明確な手をとる TFT^{g_2} の集団を侵略することができる条件は，侵略される側の明確さ α_2 の度合に関して対称である．ここで，無条件で集団として侵略することができる場合は，前述より，単体によってもクラスタによっても侵略し得ることがわかる．一方，条件つきで集団として侵略することができる場合は，侵略される側との明確さの差を十分大きくすればするほど小さい集団として侵略し得ることがわかる．

なお，比較的明確な手をとる TFT^{g_2} の集団がより不明確な手をとる TFT^{g_1} の集団に侵略される場合があることより，単体やクラスタによっては侵略することができないが集団

としては侵略することができるという状況もあり得ることがわかる．これは，本章で仮定した侵略の過程ではない．考えられることとしては，これは，マルチエージェント系における以下のような劇的なダイナミクスの一つである可能性があるということである．

- 系における多くのエージェントが一斉に別の同じ戦略に変化する．
- 同じ戦略の多くのエージェントが大きな集団として系に到着する．

このように，始めから大挙すれば集団として侵略することができる場合があると考えられる．

4.4　侵略の過程のシミュレーション

4.2，4.3 節の解析結果を検証するために，本節では，シミュレーションを行ない特にクラスタによる侵略について理解を深める．ここでは，領域的な系 [4] というモデルを用いる．ただし，本研究では，シミュレーション結果が解析結果に完全に一致することを期待しているわけではないという立場をとる．なぜならば，比較的抽象的な構造の系を対象として侵略の過程を解析したのに対して，個々の具体的な構造の系においてシミュレーションを行なえば，その構造に起因した違いが現れ得るからである．

本節における領域的な系では，まず，各世代で，各エージェントは四近傍との繰り返し連続化囚人のジレンマゲームの累積利得の平均値を得る．そして，自分より高い平均値を得た近傍が存在したならば，その中で最高値を得たエージェントの戦略を模写する（図 4.1）．このように，ここでのシミュレーションは，ランダムインタラクションではなく近傍間のインタラクションに基づき，前述の侵略の過程におけるクラスタによる侵略をモデル化している．また，領域的な系がある戦略の集団からなり別の戦略がそれを侵略していく過程では，それらの戦略が占める領域間の境界の形によって侵略する側の戦略のクラスタの強さ s が規定されると考える．すなわち，戦略が占める領域間の境界のみが実際の侵略に関係し，そこでの近傍間インタラクションをクラスタの確率的インタラクションに対応させて考えている．

さて，侵略する側の戦略を系の中央に 1 個（1-Case），2 個（2-Case），4 個（4-Case），9 個（9-Case）を隣接配置した場合のそれぞれについて，系が変化しなくなるまで世代交代を進めた．なお，$a = 2$，$b = 3$，$c = 1$，$d = 0.5$，$w = 0.99$ とした．

はじめに，TFT 集団に対しては以下の結果が得られた．

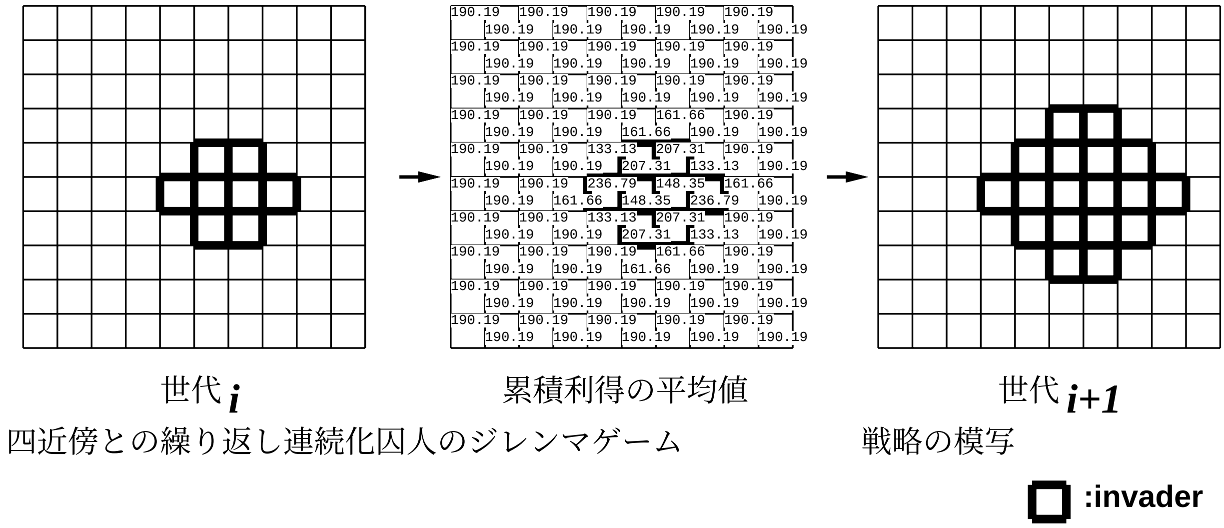

図 4.1: 領域的な系

- $All0$ の場合，いずれの Case においても全エージェントが戦略を変えなかった．
- その他の戦略の場合，いずれの Case においても侵略することができずに死滅した．

次に，$DTFT$ 集団に対しては以下の結果が得られた．

- 中間的かつ協調的な手をとる戦略は常に侵略することができた．具体的には，以下の戦略がいずれの Case においても侵略することができた．
  - $AllM$，ただし $0 < M \leq 0.5$ である．
  - $Linear$，ただし，手関数が $f_{Linear}(x) = qx + r$ で $q > 0$ かつ $Linear_1 \leq 0.5$ であり手の列が 0.5 以下の不動点に収束する．
  - $Period$，ただし $i = 1, 2, \ldots, n$ に対して $0 < M_i \leq 0.5$ である．
- 手の列がある不動点に収束する戦略の中には，$DTFT$ 集団と共存するものがあった．例えば，協調的な手と非協調的な手を交互にとりながら収束する戦略や，ごく初期の高利得と以降の低利得の和が $DTFT$ の利得とバランスする戦略が該当する．
- 手の列が 1 に収束する戦略は，いずれの Case においても死滅した．

表 4.6: TFT^{g_2} 集団への TFT^{g_1} の侵略の過程

$\alpha_1 \backslash \alpha_2$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0										
0.1			△△△△							
0.2					△△×△					
0.3		×××△					△××△			
0.4			××○△						××××	
0.5										
0.6						×○○△				
0.7			××○○							
0.8					×○○○			○○○○		
0.9										

左から 1,2,4,9-Case，○: 侵略，△: 共存，×: 死滅

- 協調的な手と非協調的な手を含む $Period$ は，いずれの Case においても侵略することができる場合と死滅する場合があった．

TFT^g 集団に対して TFT が侵略していく過程では，以下の結果が得られた．

- より不明確な手をとる TFT^g の集団に対して，1-Case では死滅し，2,4,9-Case では侵略することができた．
- より明確な手をとる TFT^g の集団に対して，いずれの Case においても侵略することができた．

最後に，TFT^{g_2} 集団に対して TFT^{g_1} が侵略していく過程では，以下の結果が得られた（表 4.6）．

- 比較的不明確な手をとる TFT^{g_2} の集団に対して
  - より不明確な手をとる TFT^{g_1} は，1,9-Case においては TFT^{g_2} 集団と共存し，2,4-Case においては α_2 が大きくなるにつれて死滅する傾向になった．

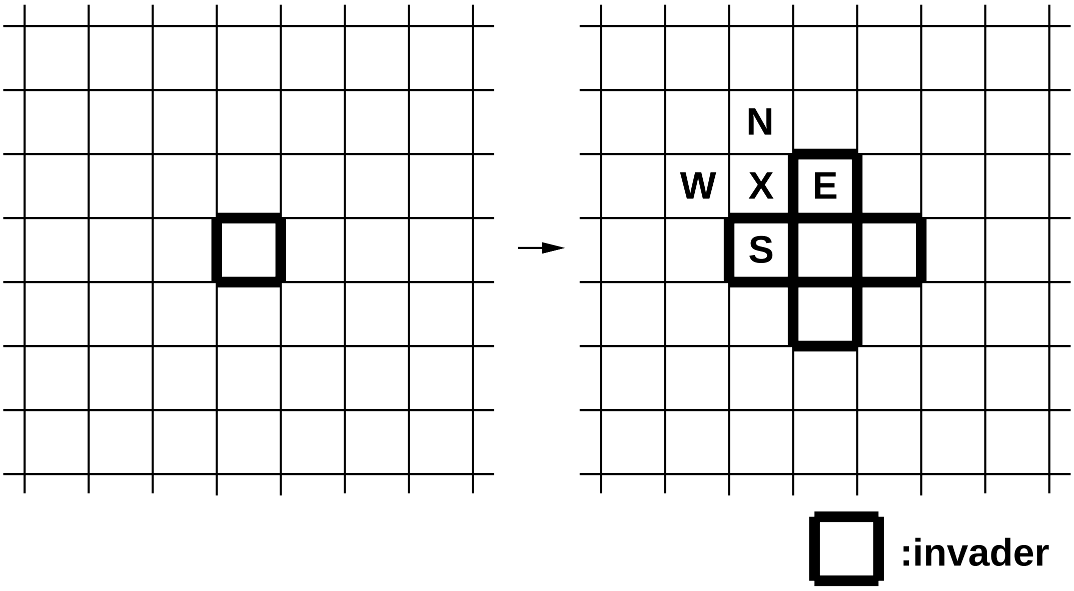

図 4.2: TFT^{g_2} 集団への TFT^{g_1} の侵略の過程（$\alpha_2 = 0.3$，$\alpha_1 = 0.2$）

  - より明確な手をとる TFT^{g_1} は，1-Case においては死滅し，2,4-Case においては死滅するか侵略することができ，9-Case においては TFT^{g_2} 集団と共存するか侵略することができた．

- 比較的明確な手をとる TFT^{g_2} の集団に対して
  - より不明確な手をとる TFT^{g_1} は，常に死滅した．
  - より明確な手をとる TFT^{g_1} は，常に侵略することができた．

このように，ほとんどの場合，前述の解析結果とシミュレーション結果は合致している．

ところで，比較的不明確な手をとる TFT^{g_2} の集団への TFT^{g_1} の侵略の過程のシミュレーションにおいて，双方が共存する場合があった．TFT^{g_1} がより不明確な手をとる場合は，侵略を開始することはできたが，系の変化により強いクラスタになってしまい，侵略の過程としては停止したと考えられる．TFT^{g_1} がより明確な手をとる場合は，侵略の過程で境界の形が変化して，クラスタが弱くなってしまったと考えられる．

例えば，比較的不明確な手をとる TFT^{g_2} の集団により不明確な手をとる TFT^{g_1} が侵略していく過程として，$\alpha_2 = 0.3$，$\alpha_1 = 0.2$ の 1-Case では，図 4.2 のように世代交代が進

む．ここで，X が TFT^{g_1} に変化するかを考える．N は，近傍がすべて自分と同じ TFT^{g_2} であるから $V(TFT^{g_2}|TFT^{g_2})$ を得る．E は，近傍の一つが自分と同じ TFT^{g_1} であるから $0.25V(TFT^{g_1}|TFT^{g_1}) + 0.75V(TFT^{g_1}|TFT^{g_2})$ を得る．ところが，クラスタによる侵略の条件式から $s < 0.21$ でなければならない．よって，E の部分が強くクラスタになり過ぎてしまい，X は E の戦略に変化せず，変化するならば N の戦略すなわち自分と同じ戦略に変化する．同様に，X は S の戦略に変化しない．

4.5 考察

はじめに，関連研究として，Axelrod は繰り返し囚人のジレンマゲームに基づく領域的な系における侵略の過程のシミュレーションを行なった．そして，自ら先に「裏切り」をとらない戦略のみが生き残るという結果を得た．すなわち，近傍間インタラクションにより互恵的行動が進化するという主張がなされている [3, 4, 16]．また，領域的な系では，一回限りの囚人のジレンマゲームに対しても「協調」は存続のための選択肢になり得ることが示されている [17, 22]．

また，系の動的な振舞いにおける確率的な遺伝的浮動を考慮すると，$All0$ と TFT のような双子戦略が共存し続けるという状況が容易に推測される．このような意味からも TFT は進化的安定ではないということが主張されている [5, 13]．

本節では，侵略の過程における中間的な手をとることの有利性や領域的な系における侵略の過程について考察する．

- 侵略を過程ととらえた場合でも，中間的な手もとり得ることが二者択一の手をとることより有利な場合がある．

  侵略の過程の解析およびシミュレーションにより，中間的な手もとり得る TFT の集団は頑健であり二者択一の手をとる $DTFT$ の集団は頑健でないことがいえ，当該の主張をすることができる．

- 中間的な手をとる戦略は，クラスタにならない時に二者択一の手をとる戦略の集団を侵略することができる場合がある．

  中間的かつ協調的な手をとる戦略は，$DTFT$ に対していわば密かに搾取している．そして，このような戦略は，協調的ではあるがクラスタにならない有利性を示す．こ

のことは，従来主張されてきたクラスタになる有利性とは対照的である．なお，従来の二者択一のゲームにおいてもクラスタにならない有利性は現れ得るが，それは「裏切り」によるあからさまな搾取に基づく．一方，中間的な手もとり得るゲームにおけるクラスタにならない有利性は，協調的な手による密かな搾取に基づく．

ところで，相互「協調」による利得と相互「裏切り」による利得の差がほとんどない場合，中間的な手同士による利得はそれらとほとんど差がない．この場合，中間的な手をとる戦略のクラスタが $DTFT$ 集団を侵略することができる時,「協調」に対する中間的な手による密かな搾取が本質的になる．また，中間的な手をとる戦略がある程度強くクラスタになっても，それら同士による利得は本質的でない．

一方で，より一般的な状況として，相互「協調」による利得と相互「裏切り」による利得の差が比較的大きい場合，中間的な手同士による利得と相互「協調」による利得の差が比較的大きい．この場合，その差を本質的でなくし，密かな搾取を十分得るために，中間的な手をとる戦略はクラスタにならない必要がある．

- 不明確な手をとる戦略の集団は，手の明確さに関して不安定である．

  解析結果より，クラスタによって侵略されないような手の明確さは存在しないことがわかる．すなわち，単体に侵略されないような手の明確さを持った集団であっても，より明確な手をとる強いクラスタによって侵略される．また，集団としての侵略も，侵略される側の手の明確さに関して対称的な条件で可能である．

  ここで，このような考察は，TFT^g という一例に対していえることであり，他に対しては仮説にすぎない．例えば，集団としての侵略における対称性が他に対してもいえるかを検証することは今後の課題である．

- 領域的な系では，侵略の過程が停止する場合がある．

  インタラクションや戦略の模写が近傍に固定されている系では，侵略の過程で戦略が占める領域間の境界の形に多様性がなく，侵略する側もされる側も領域を広げるには互いに不十分な状況に留まることがある．このようなことは解析で対象とした比較的抽象的な構造の系においては想定していない状況であり，このような状況になり得るということは具体的な領域的な系特有の構造に起因した性質の一つであると考えられる．しかし，シミュレーション結果が解析結果にほとんど合致し，中間的な手をとる戦略の有利性などの主たる議論が検証されたということから，本研究における解析手

段には有効性があることがわかる．インタラクションを行なう確率を制御したりエージェントを移動させたりすることができるような系を設計し，インタラクションの機会が解析におけるクラスタの強さ s と整合するようにシミュレーションを行なうことも可能であるが，本研究では，そのような恣意的な系ではなく広範に用いられている典型的な系においてシミュレーションを行なって解析結果の検証を試みた．

第 5 章

まとめ

本章では，本論文をまとめ，今後の課題について述べる．

5.1　本研究のまとめ

二者択一ではなく中間的な意思決定をも考慮することは，ジレンマが内在するマルチエージェント系の解析において，融通性のあるインタラクションを扱うことができるという点で有意義だと考えられる．

本研究では，はじめに，エージェント間の融通性のあるインタラクションの新しいモデルとして，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを提案した．このゲームを用いることにより，連続した範囲から手をとる様々な戦略についてその諸性質を調べることができる．

本研究では，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを用いて，まず，戦略の有利性を評価するために侵略という概念を定義し，代表的な戦略である TFT を中心にその変形として手を離散化した $DTFT$ や不明確化した TFT^g も対象として，各戦略の集団への侵略可能性を解析した．次に，侵略を過程ととらえて拡張し，系の動的な振舞いを考慮した解析とシミュレーションを行なった．侵略の過程とは，上述の侵略を単体の侵略ととらえ，その後のクラスタによる侵略と集団としての侵略という三つのフェイズとしてみなした時系列である．すなわち，単体の侵略はこの過程の開始時に相当する．

このような解析に基づき，本論文では，以下のようなエージェント間インタラクションにおける性質に関して主張する．

- 二者択一の世界で代表的な良いエージェントを，選択肢が連続化された世界で評価す

る場合，中間的な意思決定は有利である．そして，この有利性は，マルチエージェント系の変化の過程を通して維持される．

この主張は，以下の解析結果に裏付けられている．

– TFT は集団的に安定であり，$DTFT$ は集団的に安定でない．

– TFT 集団は，単体によってもクラスタによっても集団によっても侵略されない．$DTFT$ 集団は，単体によってもクラスタによっても集団によっても侵略される場合がある．

すなわち，侵略開始時のみならず侵略の過程を通して，中間的な手もとり得ることが二者択一の手をとることより有利な場合がある．

- マルチエージェント系の変化の過程において，協調的な意思決定が系に広まるにも関わらずそれがクラスタにならない有利性に基づく場合がある．このことは，頑健でかつ柔軟なマルチエージェント系が実現される上で考慮せざるを得ない新たな視点である．

  この主張は，中間的かつ協調的な手をとる戦略が単体でまた弱くクラスタになってさらに集団として $DTFT$ 集団を侵略することができるという解析結果に裏付けられている．そして，この解析結果は,「協調」とみなされる密かな搾取によって中間的な手をとることが有利になる場合は侵略の過程でクラスタにならない必要があるという,従来考慮されてこなかった視点を我々に与える．この視点では，中間的な手をとる有利性と二者択一の手をとる有利性の違いとして，互恵的行動が進化する場合の局面が対照的になり得ることがいえる．

- 二者択一の世界で代表的な良いエージェントを，選択肢が連続化された世界で評価する場合，ある適切な度合で不明確な意思決定を行なうエージェントの集団は，他の度合で不明確な意思決定を行なうエージェントに対して頑健である．ただし，このような頑健な集団としてのマルチエージェント系に対して，その頑健性は，系の変化の過程を通しては維持されない．

  この主張は，以下の解析結果に裏付けられている．

  – TFT^{g_2} に対して，その集団が TFT^{g_1} 単体に侵略されないような手の明確さが存在する．

– TFT^{g_2} に対して，その集団が TFT^{g_1} のクラスタによっても集団によっても侵略されないような手の明確さは存在しない．

このような主張は，従来の繰り返し囚人のジレンマゲームを用いた研究では明らかにされていなかったことがらである．これより，本論文で提案した繰り返し連続化囚人のジレンマゲームは，ジレンマが内在するマルチエージェント系のエージェント間の融通性のあるインタラクションにおける性質を解析するのに有用であることがわかる．また，中間的な意思決定に関する本研究の結果は，マルチエージェント系の各エージェントの融通性のある意思決定機構の設計に寄与し得ると考える．

本研究は，マルチエージェント系に対するゲーム理論的アプローチにおいて，より一般的な解析と議論の枠組として位置付けられる．すなわち，マルチエージェント系の理論の構築を目指す研究領域に対して，個々のシミュレーションに頼らずに解析的手法によりエージェント間の融通性のあるインタラクションについて議論することができる枠組を与えている．一方，ゲーム理論の研究領域に対して，その適用可能性を拡大させている．このような枠組は，Axelrod [4] が期待したものの一つとみなすこともできる．

5.2 今後の課題

以下が今後の課題として残った．

- 利得関数における a，b，c などの係数や，それらとクラスタの強さ s または系における占有率 t との関係について，定量的な解析を行なう必要がある．そして，これらのパラメータの設定とマルチエージェント系の設計との関係について調べていくことも課題である．

  なお，本研究で用いた利得関数と異なる形の利得関数を用いて連続化囚人のジレンマゲームを定式化する場合，本研究における解析結果とは異なる結果が得られる可能性がある．それは，連続化自体は式 (2.5)，(2.6)，(2.7) により関数形によらずに定式化されるが，繰り返しゲームにおける累積利得の値が関数形によって異なってくるため，累積利得に基づく解析を行なう限り，その結果も異なってくる可能性があるからである．しかし，連続化が利得関数の単調性に基づくことや，解析される侵略や侵略の過程が累積利得に基づく大小関係から帰結されることを考えれば，利得関数の

形の違いが解析結果に及ぼす影響は比較的小さいであろう．複雑な関数形や高次の項を含む関数形など，より非線形な関数形を用いることもできるが，本研究では最も素朴に考えられるものの一つとして式 (2.3)，(2.4) を用い，解析を容易にしている．本研究ではマルチエージェント系として一般的なものを対象として解析を行なったが，当然，具体的な対象がより非線形な関数形でとらえられるべき利得の関係に依存している場合はそのような関数形を用いて解析を行ない，結果を確認し直す必要がある．ただし，関数形によっては連続化における単調性が満たされずに定式化することができない場合もあり得ることに注意を要する．

- 不明確な手をとる戦略として TFT^g 以外も取り上げてみることは興味深い．ただし，$AllM^g$ と，手関数が $f_{Linear}(x) = x$ である $Linear^g$ とは，二手目以降異なる手をとることに注意しなければならない．また，$Period$ については，式 (3.2) のような手をとるとしたが，次式のような手をとるとすることもできる．

$$Period_i = \begin{cases} M_i & (i = 1, 2, \ldots, n \text{ のとき}) \\ M_{((i-1) \bmod n)+1} & (i = n+1, n+2, \ldots \text{ のとき}) \end{cases}$$

  このような手をとる場合の $Period^g$ と，式 (3.2) のような手をとる場合の $Period^g$ とは，$n+1$ 手目以降異なる手をとることに注意しなければならない．

次に，本研究の今後の発展としては，戦略自体が変化する進化モデルにおける中間的な手をとる戦略の性質を調べることが考えられる．すなわち，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームにおける戦略を染色体として遺伝的に表現し，染色体の交叉や遺伝子の突然変異が必然である進化モデルにおいて，戦略の集団に対する自然選択に基づいて戦略を進化させる．そして，その進化の過程において，中間的な手をとる戦略が集団の変遷に対してどのような影響を与えるのかを調べる．こうして，極めて動的なマルチエージェント系のエージェント間インタラクションにおける中間的な意思決定の性質を明らかにしていくことができると考えられる．その際，本研究のような解析的手法よりシミュレーションを主体とした研究が有望である．

また，通常の進化モデルでは，染色体の適応度は集団の構成には依存しない．すなわち，各染色体の適応度は，他にどのような染色体が存在しているかに関わらないで計算される．しかし，ゲームにおける戦略を進化させる場合は，集団の中でゲームを行なう限り，戦略の適応度は集団の構成に依存する．近年，ゲームにおける戦略を特に対象とした進化モデ

ルとして競合共進化モデルが提案された [21]．このモデルでは，二つの集団を用い，各戦略は自分が属さない集団の戦略とゲームを行なう．そして，通常の進化モデルを二つの集団に対して交互に適用する．この競合共進化モデルにおいて，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームの戦略を進化させてみることもまた考えられる．こうして，進化モデルの違いによって中間的な意思決定にどのような性質の違いが現れるのかを明らかにすることができると考えられる．すなわち，中間的な意思決定とマルチエージェント系の構造との関係を議論することができる．

このような進化モデルを前提とした研究の他に，より実際的な研究の方向として，繰り返しゲームの進行中での戦略の学習に注目し，学習に対して中間的な手が及ぼす効果を調べることも考えられる．また，現実社会において繰り返し囚人のジレンマゲームとみなせるインタラクションに対して，選択肢と効用の連続化の妥当性を吟味し，繰り返し連続化囚人のジレンマゲームによってモデル化することも考えられる．そのモデル化に基づいて，現実社会の変化の過程を通した中間的な意思決定の有利性について議論することができる．

謝辞

本研究を行なうに当たり，終始暖かい御指導および御鞭撻を賜わりました北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科平石邦彦助教授に心より深謝致します．

本研究を行なうに当たり，多面に渡って励ましていただきました北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科國藤進教授に深謝致します．

本研究は，北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科情報システム学専攻システム基礎講座において，講座内外の多数の方々の御指導を賜わり行なわれました．常日頃から丁寧な御指導を賜わりました Milan Vlach 教授（講座教授）および金子峰雄助教授に感謝致します．有益な御助言をいただきました宋少秋助手および高島康裕助手に感謝致します．本論文をまとめるに当たり，御協力いただいたシステム基礎講座の諸兄に厚くお礼申し上げます．

また，本研究を十分御理解下さった筑波大学大学院経営·政策科学研究科寺野隆雄教授をはじめ学外の多くの先生方にも大変有益な御助言を賜わりました．人工知能学会誌に投稿致しました二つの論文に対して，大変有益な御指摘や御意見をいただきました査読者の先生方，および担当委員として御尽力下さった東京工業大学大学院総合理工学研究科小林重信教授に感謝申し上げます．IEEE SMC'98 に投稿致しました論文を査読していただきました先生方にも感謝申し上げます．

1998 年，北陸先端科学技術大学院大学支援財団より学生研究奨励金の助成を賜わりました．この助成により，国際会議での研究発表を行なうことができました．

最後に，いついかなるときも私の心の支えであった妻，敦子，そして子どもたち，春輔，咲美に心からありがとうといいたい．

参考文献

[1] N. Adachi and K. Matsuo: Ecological Dynamics under Different Selection Rules in Distributed and Iterated Prisoner's Dilemma Game, *Lecture Notes in Computer Science 496, Parallel Problem Solving from Nature, 1st Workshop Proceedings (1990)*, Springer-Verlag, pp.388–394 (1991).

[2] 有馬 淳: 複雑系としてのエージェント社会, 人工知能学会誌, Vol.13, No.1, pp.5–6 (1998).

[3] R. Axelrod and W. D. Hamilton: The Evolution of Cooperation, *Science*, Vol.211, pp.1390–1396 (1981).

[4] R. Axelrod: *The Evolution of Cooperation*, Basic Books (1984).

[5] R. Boyd and J. P. Lorberbaum: No Pure Strategy is Evolutionarily Stable in the Repeated Prisoner's Dilemma Game, *Nature*, Vol.327, No.7, pp.58–59 (1987).

[6] S. P. Hargreaves Heap and Y. Varoufakis: *Game Theory: A Critical Introduction*, Routledge (1995).

[7] P. G. Harrald and D. B. Fogel: Evolving Continuous Behaviors in the Iterated Prisoner's Dilemma, *BioSystems*, Vol.37, pp.135–145 (1996).

[8] 星野 力: 進化論は計算しないとわからない—人工生命白書, 共立出版 (1998).

[9] 石田 亨: 分散人工知能と社会情報システム, 人工知能学会誌, Vol.13, No.1, pp.19–20 (1998).

[10] 伊藤 昭, 矢野 博之: 取引履歴公開下での最適取引戦略—自律的エージェント社会の行動規範, 人工知能学会誌, Vol.10, No.2, pp.271–278 (1995).

[11] 金子 邦彦, 池上 高志: 複雑系の進化的シナリオ—生命の発展様式, 複雑系双書 2, 朝倉書店 (1998).

[12] 木下 哲男, 菅原 研次: エージェント指向コンピューティング—エージェントの基礎と応用, ソフト·リサーチ·センター (1995).

[13] J. Lorberbaum: No Strategy is Evolutionarily Stable in the Repeated Prisoner's Dilemma, *Journal of Theoretical Biology*, Vol.168, pp.117–130 (1994).

[14] K. Matsuo: Ecological Characteristics of Strategic Groups in 'Dilemmatic World' — Towards Control of Distributed Large Scale Systems in Competitive or Dilemmatic Situations, *Proceedings of the International Conference on Cybernetics and Society*, pp.1071–1075 (1985).

[15] J. Maynard Smith: *Evolution and Theory of Games*, Cambridge University Press (1982).

[16] J. Maynard Smith and E. Szathmáry: *The Major Transitions in Evolution*, W. H. Freeman / Spektrum Akademischer Verlag (1995).

[17] M. A. Nowak and R. M. May: Evolutionary Games and Spatial Chaos, *Nature*, Vol.359, No.6398, pp.826–829 (1992).

[18] 大沢 英一, 沼岡 千里, 石田 亨: サーベイ: 分散人工知能小問題集, マルチエージェントと協調計算 I, 近代科学社, pp.179–216 (1992).

[19] L. A. Petrosjan and N. A. Zenkevich: *Game Theory*, Series on Optimization Vol.3, World Scientific (1996).

[20] W. Poundstone: *Prisoner's Dilemma*, Bantam Doubleday Dell Publishing Group (1992).

[21] C. D. Rosin and R. K. Belew: Methods for Competitive Co-evolution: Finding Opponents Worth Beating, *Proceedings of the Sixth International Conference on Genetic Algorithms*, pp.373–380 (1995).

[22] K. Sigmund: On Prisoners and Cells, *Nature*, Vol.359, No.6398, p.774 (1992).

[23] 鈴木 光男: 新ゲーム理論, 勁草書房 (1994).

[24] 山岸 俊男: 安心社会から信頼社会へ—日本型システムの行方, 中公新書 (1999).

[25] J. von Neumann and O. Morgenstern: *Theory of Games and Economic Behavior*, 3rd Edition, Princeton University Press (1953).

第 A 章

付録

$\hat{s}_i$ の詳細を以下に示す.

$$\hat{s}_1 = \frac{a}{b + cM}$$

$$\hat{s}_2 \simeq \frac{a}{b + cr/(1-q)}$$

$$\hat{s}_3 = \frac{a}{b + (1-wq)cM/(1-wq^2)}$$

$$\hat{s}_4 = \frac{a\sum_{i=1}^{n} w^{i-1}M_i}{b\sum_{i=1}^{n} w^{i-1}M_i + c\sum_{i=1}^{n} w^{i-1}M_i^2}$$

$$\begin{aligned}
\hat{s}_5 \quad = \quad & \left(w\left(b\sum_{i=1}^{n} w^{i-1}DTFT_{i+1} + c\left(\sum_{i=1}^{n-1} w^{i-1}M_{i+1}DTFT_{i+1} + w^{n-1}M_1DTFT_{n+1}\right)\right)\right. \\
& \left. - a\sum_{i=1}^{n} w^{i-1}M_i\right) \\
& \Bigg/ \left(w\left(b\sum_{i=1}^{n} w^{i-1}DTFT_{i+1} + c\left(\sum_{i=1}^{n-1} w^{i-1}M_{i+1}DTFT_{i+1} + w^{n-1}M_1DTFT_{n+1}\right)\right)\right. \\
& \left. - \left(b\sum_{i=1}^{n} w^{i-1}M_i + c\sum_{i=1}^{n} w^{i-1}M_i^2\right)\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{s}_7 &= \left(\frac{(a-b)(1-\alpha_2)}{2(1-w)(1-w\alpha_2)} - \frac{(1+w\alpha_2)c(1-\alpha_2)^2}{4(1-w)(1-w\alpha_2)(1-w\alpha_2^2)} - V'(TFT^{g_1}|TFT^{g_2})\right) \\ &\quad \Bigg/ \left(\frac{(a-b)(1-\alpha_1)}{2(1-w)(1-w\alpha_1)} - \frac{(1+w\alpha_1)c(1-\alpha_1)^2}{4(1-w)(1-w\alpha_1)(1-w\alpha_1^2)} - V'(TFT^{g_1}|TFT^{g_2})\right)\end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned}&V'(TFT^{g_1}|TFT^{g_2}) \\ &= V(TFT^{g_1}|TFT^{g_2}) - \frac{d}{1-w} \\ &= \frac{1}{4}\left(\frac{2(a-b)-c}{1-w} - \frac{2(a\alpha_1 - b\alpha_2 + w(a-b-c)\alpha_1\alpha_2) - c(\alpha_1+\alpha_2)}{1-w^2\alpha_1\alpha_2} - \frac{c\alpha_1\alpha_2}{1-w\alpha_1\alpha_2}\right)\end{aligned}$$

である.

本研究に関する発表論文

[1] 千葉 一博, 國藤 進, 平石 邦彦: 区間内の手をとる囚人のジレンマゲームを用いた取引モデルについて, 人工知能学会全国大会 (第 10 回) 論文集, pp.155–158 (Jun. 1996).

[2] 千葉 一博, 平石 邦彦: 繰り返し連続化囚人のジレンマゲーム, 計測自動制御学会システム / 情報合同シンポジウム講演論文集, pp.135–140 (Nov. 1997).

[3] K. Chiba and K. Hiraishi: Investigating the Principles of Interaction between Agents, 第 40 回自動制御連合講演会予稿集, pp.437–438 (Nov. 1997).

[4] 千葉 一博, 平石 邦彦: 繰り返し連続化囚人のジレンマゲームを行なう系における侵略, 人工知能学会研究会資料 SIG-J-9701, pp.59–64 (Dec. 1997).

[5] 千葉 一博, 平石 邦彦: エージェント侵略の過程における中間的な手をとる戦略の有利性について, 人工知能学会全国大会 (第 12 回) 論文集, pp.544–545 (Jun. 1998).

[6] 千葉 一博, 平石 邦彦: 繰り返し連続化囚人のジレンマゲームの提案, 人工知能学会誌, Vol.13, No.4, pp.560–569 (Jul. 1998).

[7] K. Chiba and K. Hiraishi: Iterated Continuous Prisoner's Dilemma Game and Its Usefulness in Analyzing Multi-agent Systems, *IEEE SMC'98 Conference Proceedings*, pp.644–649 (Oct. 1998)

[8] 千葉 一博, 平石 邦彦: エージェント侵略の過程と中間的な手をとる戦略の有利性について, 人工知能学会誌, Vol.14, No.4, pp.657–666 (Jul. 1999).