Title	埋め込みパターンとその関連操作に基づくグラフ埋め込み最適化
Author(s)	佐藤，円
Citation	
Issue Date	2010-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/8948
Rights	
Description	Supervisor:金子 峰雄，情報科学研究科，修士

埋め込みパターンとその関連操作に基づく
グラフ埋め込み最適化

佐藤 円 (0810029)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2010 年 2 月 9 日

キーワード: 並列計算機相互結合網, グラフ埋め込み問題, パターン，メッシュグラフ.

本論文は，並列計算機の相互結合網と並列計算プログラムのタスク割り当てに対するグラフ埋め込み問題について述べている．並列プログラムの設計において，並列計算時に利用したい並列計算機の持つ相互結合網の構造に合わせ，設計者が明示的に設計を行うことがある．このように設計された並列プログラムは，ある相互結合網用に計算アルゴリズムを割り当てて設計されているため，指定の並列計算機上では高速に実行されるが，それ以外の相互結合網上では一般には使用できないか非常に性能の悪いものになる．

そこで，実際に計算で使用する並列計算機をその各 PE をグラフの頂点，通信路を辺としたホストグラフ H にて表現し，一方，プログラムモデルのタスクを頂点，タスク間の関係を辺としたゲストグラフ G としてグラフモデル化し，G の頂点や辺を H の頂点や辺に割り当てるグラフ埋め込みが重要な役割を果たすことになる．特に，実際の性能と対応するグラフ上での指標である edge-congestion や dilation（通信遅延の下界），vertex-congestion（各 PE にタスクがどれだけ割り当てられているか），expansion（相互結合網中でタスクがどれだけの割合を占めるか）などの最適化が求められている．

このようなグラフ埋め込み問題の議論として従来研究では，(1) 特定のグラフトポロジーに特化した埋め込みの議論が多く，また，(2) その解は専ら専門家の経験等に基づいた発見に委ねられている．現実への応用問題として，グラフ埋め込み問題にはグラフトポロジーの多様性やサイズや境界形状にも多様性があり，より現実的なグラフ埋め込み問題に解を与えるために，その実行可能解や最適解を専門家による発見ではなく，ある定まった計算アルゴリズムによって生成する手法の確立は非常に重要なものと考えられるが，固有のグラフトポロジーに特化した従来のグラフ埋め込みの議論では，そうした議論はほとんど見られない．実行可能解や最適解の探索として，原理的には関数 $\Phi_V : V(G) \longrightarrow V(H)$ や $\Phi_E : E(G) \longrightarrow P(H)$ を列挙しつつ探索することが考えられるが，このとき，頂点の重複を許せば $|V(H)|^{|V(G)|}$，重複を許さないとしても $|V(H)|!/(|V(H)| - |V(G)|)!$ の解空間サイズとなり，大きな $|V(G)|$ に対してそのまま適用することは難しい．

本研究では，相互結合網や並列プログラムのグラフトポロジーが規則的であることに着目し，グラフ埋め込みをゲストグラフの各頂点の写像として取り扱うよりも，よりマクロ的な扱いを導入することによって探索を大幅に効率化することを考え，その初期段階として本論文では，メッシュ形の規則的構造を持つグラフを対象として，パターン埋め込みを提案し，また，こうしたマクロ的な取り扱いでも多様性に富む解を生成可能にするために，パターン埋め込みに関連するいくつかの操作について検討・提案を行っている．

ゲストグラフ G，ホストグラフ H 共に想定するメッシュグラフは，(1) 有限個の種類の辺にてグラフが特徴づけられ，1 つの頂点とそれに接続する各種類の辺 1 つずつおよびそれらの辺の他端点から成る単位部分グラフが，グラフ境界部の頂点を除いてその他全ての頂点について共通であり，(2) どの頂点から見ても，グラフの境界外を除いてグラフ構造が等しい（移動不変性）性質を持っている．初めに，ゲストグラフ G における (1) の性質とホストグラフ H における (2) の性質より，単位部分グラフの埋め込みを G の構造に従って繰り返すことが可能であり，これをパターン埋め込みと定義する．1 つのパターン埋め込みは，頂点数に関わりなく辺の種類数だけの辺埋め込みによって規定されることになる．次に，こうしたパターン埋め込みを複数組み合わせることによって，より複雑でかつ柔軟性のある解を生成するためのパターン切り替えを導入し，その切り替えがゲストグラフ G の構造を保つための条件を明確にした．また複数のパターン埋め込みが頂点を共有しないための条件についても明らかにし，特にパターン埋め込みがホストグラフ上を折り返る際の実行可能なパターン切り替えの条件を明確化している．これにより，現段階ではメッシュグラフに対してのみに限定されるが，グラフ埋め込みに対し，現実問題に即した多様性に富んだ埋め込み解を得るための枠組みを作ることができた．

今回提案したパターン埋め込みは，パターン自体や切り替え・重ね合わせ操作の組み合わせと切り替える場所によって，さまざまな解が得られるという特徴がある．その一方，最適な埋め込みを求めるためのパターンの選択，パターン切り替え場所の選択等の具体的な探索手法については今後の課題となっている．また，本論文で示したパターン埋め込みはメッシュ形グラフを対象とした議論に止まっており，メッシュ構造からより広いグラフクラスへの議論を行うために，パターンという枠組みを更に拡張することが大きな課題となっている．