

Title	様相論理に対する代数とフレーム
Author(s)	橋本, 安司
Citation	
Issue Date	2001-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/909
Rights	
Description	Supervisor:小野 寛晰, 情報科学研究科, 博士

Algebras and Frames for Modal Logics (様相論理に対する代数とフレーム)

橋本 安司

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科

2001年1月12日

論文の内容の要旨

本論文において、代数的意味論とクリプキ・タイプ意味論を用いて様相論理を意味論的に研究する。ここでは、様相論理に関するいくつかの話題について議論する。話題は変わっても、本論文を通じての共通の主題は代数とフレームとの間の双対性である。

近年、様相論理に対するクリプキ・タイプ意味論は、すばらしい成功を収めている。これは、クリプキ・タイプ意味論が直感的に理解しやすく扱いやすい、様相論理に対する数学的モデルであることが主な理由である。一方、代数的意味論はこの性質には欠るものの、クリプキ・タイプ意味論にはない実に重要な利点がある。それは、どんな様相論理も代数的意味論に関して完全であることである。

この短所を補うために、ジェネラル・フレームを基にしたクリプキ・タイプ意味論が導入された。この意味論は元のクリプキ・タイプ意味論と代数的意味論の橋渡しをする。実際、ストーンの双対理論により、ジェネラル・フレームと代数のきれいな対応がある。この双対性を通して、ジェネラル・フレームの重要な結果が対応する代数のクラスの、普遍代数の成果による、結果から得られる。

最初の話は、シュード・ユークリディアン論理である。固定した非負整数 m, n に対し、 E_k を最小の正規な (古典) 様相論理 K に公理 $\diamond^k \phi \rightarrow \Box^m \diamond^n \phi$ を加えた論理とする。ここで、 $k \geq 0$ である。このとき、 $E_k \supseteq E_{k'}$ がいつ成り立つかの問いに解を完全に与える。

次に、直観主義様相論理に関して議論する。クリプキ・タイプ意味論に対しては、濾過法による直観主義様相論理の有限モデル性に関して議論する。代数的意味論に対しては、いろいろな種類の様相ハイティング代数に対するサブダイレクトリー・イレデュシブル代数の記述を与えることに成功した。双対性により、この結果は、イレデュシブル (有限) クリップキ・フレームの記述に言い換えることができる。

最後に、正規な積と呼ばれる、新しいタイプの様相論理の積を導入する。正規な積は測度論や位相空間論などでなされているような、数学的にもっと標準的な手法に則って、集合代数の積の一般化として定義される。これは、ジェネラル・フレームの正規な積や様相代数の正規な積によって定義されているとも言える。その定義の自然さから、この方法では、ジェネラル・フレームの積と様相代数の積との間の双対理論がうまく作用することが大きい特徴である。このことから、様相論理 L_1, L_2 の積の定義が L_1, L_2 から決まるジェネラル・フレーム (あるいは様相代数) のクラスの選び方に依存しないことが示される。これまでの様相論理の積では、様相論理 L_1, L_2 の積が L_1, L_2 から決まる Kripke フレームのクラスの選び方に依って一般に異なることに比較すると、我々が導入した様相論理の積の優れた特徴が明らかになる。

正規な積の概念は、双対理論の観点から見ると自然なので、直観主義様相論理のようなほかの論理の積の概念にも拡張できる。

キーワード: 様相論理, 直観主義様相論理, 代数とフレームとの間の双対性, サブダイレクトリー・イレデュシブル代数, 様相論理の積