

Title	非古典論理の証明論 - 直観主義部分構造論理の自然演繹体系と証明支援システムの構築
Author(s)	毛利, 元彦
Citation	
Issue Date	2002-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/922
Rights	
Description	Supervisor:小野 寛晰, 情報科学研究科, 博士

非古典論理の証明論 — 直観主義部分構造論理の自然演繹体系と証明支援システムの構築

毛利元彦

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科

2001 年 1 月 10 日

論文の内容の要旨

本論文では、部分構造論理や様相論理などの非古典論理に対する証明論の研究を展開するとともに、その成果を利用して論理学研究者のツールとなりうるような証明支援システムの構築をおこなった。

証明論とは形式化された数学的議論や数学の証明、すなわち証明図に対する数学的な研究である。証明論における代表的な議論としてはシーケント計算の体系における cut の除去が挙げられる。cut 除去定理によれば、証明可能な論理式に対しては必ず cut を一つも含まない証明図、すなわち回り道のない証明図が存在する。cut を一つも含まない証明図の持つ性質を解析することにより、さまざまな論理的性質を導くことができる。

シーケント計算における cut のない証明図に対応するのが、自然演繹体系における正規な証明図である。自然演繹体系において正規な証明図を得るための基本的なステップはリダクションと呼ばれる。このリダクションはラムダ計算におけるラムダ項のリダクションにちょうど対応している。自然演繹体系のリダクションに関する基本的な問いとして次のようなものを挙げることができる。

1. リダクションにより、必ず正規な証明図を得ることができるのだろうか (弱正規性、強正規性、停止性)
2. リダクションを行って得られる正規な証明図はただ一通りに決まるのだろうか (一意性)
3. どのようにリダクションを行なうと最も効率よく正規形が得られるのだろうか (最短リダクション戦略)

本論文の第一の結果は加法的論理積と乗法的論理積の両方を持つ部分構造論理の基本体系に対する自然演繹体系を導入し、その強正規性を示したことである。とくに contraction 規則を持たない体系に対してはリダクションステップの上限を評価する関数をあたえた。つぎに、あるタイプのラムダ項のクラスに対して最短リダクション戦略を具体的にあたえることに成功した。これが第二の成果である。

cut 除去定理の成り立つようなシーケント計算は、多くの場合決定可能となる。しかし理論的に決定可能性を得ることと計算機上に定理自動証明システムとして実装することの間には効率の問題など大きな隔たりのある。さらにこれまでの定理自動証明システムの多くは、文字通り定理であるか否かを自動的に行うにすぎず、論理学の研究を補助するためのツールになっていない。本論文ではこれらの点を考慮に入れた上で、様相論理 S4 に対する証明反駁アルゴリズムを与えた。このアルゴリズムでは、あたえられた論理式が証明可能なときには cut のない証明図を出力し、また証明可能でないときにはその論理式を偽にするモデルを出力する。

さらに本論文では論理学研究者のツールとなりうるような証明支援システム xpe を構築した。そして xpe 上に部分構造論理や様相論理の定理自動証明や、上記の証明反駁アルゴリズムを実装した。

キーワード: 数理論理学, 部分構造論理, 自然演繹, ラムダ項, 定理自動証明, 証明反駁アルゴリズム