

Title	医療画像から作成したボクセルデータによる血流・血管壁 連成解析システム
Author(s)	熊畑, 清
Citation	
Issue Date	2008-06
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/9226">http://hdl.handle.net/10119/9226</a>
Rights	
Description	Supervisor:松澤照男 教授, 情報科学研究科, 博士

# 博士論文

## 医療画像から作成したボクセルデータによる 血流・血管壁連成解析システム

指導教官 松澤 照男 教授

北陸先端科学技術大学院大学  
情報科学研究科情報システム学専攻

熊畑 清

2008年6月

## 要旨

近年、医療現場で血管に対するシミュレーションを利用したいという需要が高まってきている。血流シミュレーションは生体力学的な研究のためには使われてきているが、複雑な血管の格子を作成する必要から臨床でのツールとして利用するには敷居が高い。近年では Computer Tomography(CT) や Magnetic Resonance Imaging(MRI) などの医療用画像診断機器からの画像を、簡便な処理により計算格子として利用することで格子生成に要する負荷が少ないシミュレーションを行うボクセルベースの血流解析が行われている。だがしかし血管壁との力学的相互作用までを考慮した連成解析は行われていない。これらを踏まえ本研究では、治療・診断の補助ツールとして連成解析をより簡便に行えるようにするために、ボクセルベースで血流と血管壁との流体・構造連成解析を行うモデルを検討し、開発したシステムの検証を行った。

本研究ではボクセルで物体形状を近似する方法として、サーフェイスの抽出や体積占有率の計算などの前処理が不要という利点を持つことから医療画像から直接作成した生体組織の輝度値を持つボクセルを用ることとした。流体・構造連成解析では数値解析の格子と形状の変形の扱いが必要となるが、計算格子はボクセルデータの二値化により作成し、変形に関してはボクセルデータ中で輝度値を移流させることで取り扱うモデルとした。

扱う血管として力学的な作用の重要さと医療画像の解像度に起因する制限から、太さ 1mm 以上程度の動脈を想定した。血流をニュートン流体の層流であると仮定し、血管壁は流体からの力を受けフックの法則に従う変形をして静的に釣り合う等方性の線形弾性体であると仮定した。静的に扱うこととした理由は心臓の拍動による周期 1 秒程度の線形の範囲内の変形、すなわち小さな変形では慣性力の寄与が小さいからである。また血管壁の変形に対しては圧力が支配的な影響を持ち、かつ粘性力の寄与が弱いことから流体力として圧力のみを考慮する。その際薄い血管壁に働く実質の圧力は血管壁を介しての内と外の圧力差であるとした。

流体・構造連成問題を扱う方法として弱連成解析の手法を用いることとした。この手法では流体問題と構造問題を別々に離散化して解くので、メモリ・計算時間に対する時間が過大なものとならず、また高い拡張性を持つという利点がある。流体問題と構造問題を交互に解くため流体解析から構造解析への情報の伝達と、構造解析から流体解析への情報の伝達についても検討を行った。

はじめに流体解析から構造解析へと向う情報の伝達であるが、この方向に伝達する情報は壁面にかかる流体力、すなわち内外圧力差の時間変化量とした。解析計算時には格子は二値化による階段状境界近似となっているため、壁面に垂直に働くこの力は  $xyz$  いずれかの軸と平行な力として構造解析へと伝えられることとした。

ついで構造解析から流体解析へと向かう情報伝達であるが、この方向に伝達する情報は血管壁が変形したことによる流路形状の変化と、壁面での速度境界条件としての血管壁の変形速度とした。本研究では流路形状の変化は構造解析により求めた壁面の変位速度を元に輝度値のボクセルデータ中で輝度値を移流させることにより行う。次ステップでの解析の際の格子はこの輝度値が移流したボクセルデータを二値化することで作成するため、輝度値の移流により形状の変化を流体解析に反映することができる。変位速度が小さい、すなわち壁面の変位が小さかった場合、二値化した結果の格子には違いが現れないことも考えられるが、輝度地のボクセルデータが移流による微小変形を記憶しているため、微小変形の積み重ねによりいつかは格子の変形に反映させることができる。これは単純な二値化ボクセルだけを用いる方法にはない長所である。また同時に壁面の変位速度を次の流体解析における壁面の速度境界条件として与えることによっても微小な変形の影響を流体解析へと反映させている。

本研究では同一の流体・構造連成問題を上記モデルを取り入れた本システムで解いた結果と、商用の流体構造解析ソフトウェア FIDAP を用いて解いた結果とを比較することで、本システムで血管に対する流体・構造連成解析の妥当な結果を得られること確認できた。

## Abstract

The tendencies to use computer simulation approach to daily medical site have been growing in recent years. The computer simulation is used to research of biomechanical studies today. But it difficult to tough to be used as a tool for daily medical site because it requires making complex actual blood vessel meshes. Reentry, Studies of voxel based fluid analysis, which can easily use medical images via a computer tomography (CT) or a magnetic resonance imaging (MRI) as a computational grid is performed. However, it is not performed that the voxel based fluid-structure interaction analysis considering with an interaction between a blood flow and a blood vessel wall. Therefore in this study, to make using the fluid-structure interaction analysis for daily medical site easy, I studied the models about the fluid-structure interactions on voxel and developed such interaction analysis system. And I verified the system.

In this study, as a method of approximating a object shape by the voxel, I employed the luminosity voxel of the medical image. It can be directly created from medical images without the preprocessing like a computing VOF value or an surface extracting. The interaction analyses need computational grid and treatment of deformation. In this study, the computational grid is made from the luminosity voxel by binarization. And I made the model that considers the deformation by advection of luminosity value.

As a blood vessel and blood flow kinetic model, First, I aimed an artery having over 1.0mm in diameter because the limitation of the current medical image resolution. Next I assumed that the blood flow is Newtonian viscid laminar flow. And then I assumed that the blood vessel wall is an isotropic linear elastic medium, it is obeying Hooke's law. A pressure effect is predominant than a viscous effect for the deformation of blood vessel wall. So I employ the pressure as a fluid force to elastic wall and consider an essential force to wall is the pressure difference between internal and external via a thin wall.

As a method of treatment of the fluid-structure interaction, I employ weak-coupling method. This method separately solves the fluid problem and the structure problem. So it doesn't require numerous amount of memory and computation time, and it can be easily improvement. Since I employed the weak-coupling, I studied information exchanging model between structure analysis and fluid analysis.

First as the information to the structure analysis from the fluid analysis, I employed fluid force on wall, that is, pressure difference. Next as the information to the fluid analysis from the structure analysis, I employed shape deformation and wall moving velocity. In this study, fluid region shape deformation is performed the luminosity advection using displacement velocity from structure analysis. For the next time step fluid analysis, computational grid is made from luminosity voxel by binarization. When the wall displacement is very small, it is likely not to be involving the change of shape by such small displacement into next time computational grid. But the luminosity voxel memories such small displacement by advection, therefore in this method, small displacement effect can be involved. this feature is superior than use simple stair-step voxel for expressing shape. And the wall displacement velocity is also transmitting to the fluid analysis of the next time step as a wall boundary condition. By this method, the small displacement effect can be also involving the fluid analysis of the next time step.

In this study, I verified this system reliability for the fluid-structure interaction analysis about the blood vessel by comparing with consumer fluid-structure interaction analysis software FIDAP.

# 目次

<b>1</b>	<b>はじめに</b>	<b>1</b>
1.1	血管シミュレーションの背景	1
1.2	ボクセルデータとは	2
1.3	医療画像からのボクセルデータによる解析	3
1.4	本研究の目的	4
1.5	本論文の構成	5
<b>2</b>	<b>ボクセルデータ</b>	<b>6</b>
2.1	輝度値のボクセルデータ	6
2.2	二値化ボクセル	7
<b>3</b>	<b>想定する血流・血管モデル</b>	<b>9</b>
3.1	対象とする血管	9
3.2	血流モデル	9
3.3	血管壁モデル	10
3.4	壁への荷重モデル	11
<b>4</b>	<b>数値解法</b>	<b>12</b>
4.1	流体解析手法	12
4.2	構造解析手法	22
<b>5</b>	<b>連成解析手法と物理量伝達モデル</b>	<b>28</b>
5.1	連成解析手法	28
5.2	流体解析から構造解析へと伝える情報	28
5.3	構造解析から流体解析へと伝える情報	29
5.3.1	輝度値の移流	30
5.3.2	壁の移動速度	31
<b>6</b>	<b>数値実験</b>	<b>34</b>
6.1	扱うボクセルの検討	34
6.1.1	ボクセル細分割法	34
6.1.2	流体解析による確認	35
6.2	単体試験	42

6.3	商用ソルバーとの比較 . . . . .	56
6.4	狭窄を持つ血管 . . . . .	66
6.4.1	計算形状と計算条件 . . . . .	66
6.4.2	計算結果 . . . . .	68
6.5	分岐を持つ冠動脈 . . . . .	89
6.5.1	計算形状 . . . . .	89
6.5.2	予備実験 . . . . .	90
6.5.3	計算条件 . . . . .	97
6.5.4	計算結果 . . . . .	98
6.6	まとめ . . . . .	112
<b>7</b>	<b>結論と今後の課題</b>	<b>113</b>
7.1	まとめ . . . . .	113
7.2	今後の課題 . . . . .	114
	謝辞	116
	参考文献	117
	本研究に関する発表論文	121

# 第 1 章

## はじめに

近年医療の現場において、疾患の治療計画作成、治療効果の見積もりや再発の予測などのためにシミュレーションを簡便なツールとして使いたいという要求が高まっている。一般にシミュレーションの利用は特に、計算のための格子を作成しなければならないという問題に起因して、格子作成に関するノウハウとメモリ・計算時間などの計算機リソースが不可欠であるため、シミュレーションを簡便なツールとして利用するには困難が伴う。そこで本研究では少ない手間で計算のための格子を得ることができるボクセルベースのシミュレーションシステムを開発した。

### 1.1 血管シミュレーションの背景

医療の現場において、疾患の治療計画作成、治療効果の見積もりや再発の予測などのためにシミュレーションを簡便な道具として使うことを考える。

日本では循環器系の疾患が死因の高い率を占めており [1]、血管の疾患は血管の分岐や湾曲、狭窄、瘤などの血流が乱れるところで比較的多く発生することが知られている [2][3]。この事は血流が血管壁に与える力学的作用が、血管の疾患の発症と進展に何らかの形で寄与している可能性を示唆している。この血流が血管壁に与える力学的作用は、医学者・工学者にとっても大変興味深い現象であり、古くは Fry[4], Caro[5] などにより血管疾患と血管内の血流によって引き起こされる現象についての検討がなされており、近年の計算機の発展とともに計算力学的アプローチもなされている [6]。

計算力学的アプローチを用いた血流解析を行う際に、近年ではシミュレーションを行う際の形状として、モデル形状を用いずに、今日広く普及した Computer Tomography(CT) や Magnetic Resonance Imaging(MRI) などの医療用画像診断機器からの高精度医療画像をそのソースデータとして用いて再構築した実際の血管形状を用いることが一般的となってきた [7] [8] [9][10]。

しかし血流が血管壁に与える力学的作用を検討する際には、弾性体である血管壁が血流からの流体力により変形し、その結果血液の流れに影響を及ぼすという連成解析を行うことが必要であると考えられる (例えば郭 [11], Gerbeau[12] 等)。

これらの先行研究では、血管形状の再構築は、画像診断機器によってある間隔をもって撮影さ

れた人体の断面画像の集合からポリウムデータを作成し，血液に相当する輝度を基準としてポリウムデータ中の血液領域と非血液領域の境界面を三角形パッチなどで構成することで行っている．

代表的な方法としては MarchingCubes 法 [13] などがある．また Yamaguchi[14] らはポリウムデータ中からの境界面の抽出ではなく，血液領域の中心軸を抽出して血管形状の再構築を行っている．いずれの方法でも，このようにして再構成した血管形状の外表面を用いて流体解析に用いる内部メッシュを作成している．

先に述べた既存の血流および血流・血管壁連成解析に関する研究の多くは，その目的として力学的作用による血管の疾患の発症の原因究明を置いているため，極めて高精度の解析を目標にしており，そのため血管形状を高い忠実度で再現できるメッシュを要求し，結果として要求を満たせる非構造格子を用いることが必要となり，その作成には高度なノウハウが必要となる．このことが計算力学の専門家ではない医療現場の人間がシミュレーションを簡便なツールとして使う際のハードルとなることは想像に難くない．

近年，複雑形状に対しても計算のための格子として直交構造格子を用いて解析しようという気運が高まってきている．

## 1.2 ボクセルデータとは

ボクセルとは，二次元データである画像におけるピクセルの概念を三次元に拡張した概念であると解釈できる．画像データは二次元空間において連続的な形状の情報を，ピクセルのサイズ単位でサンプリングして表現した離散化形状データを想定できる (図 1.1)．

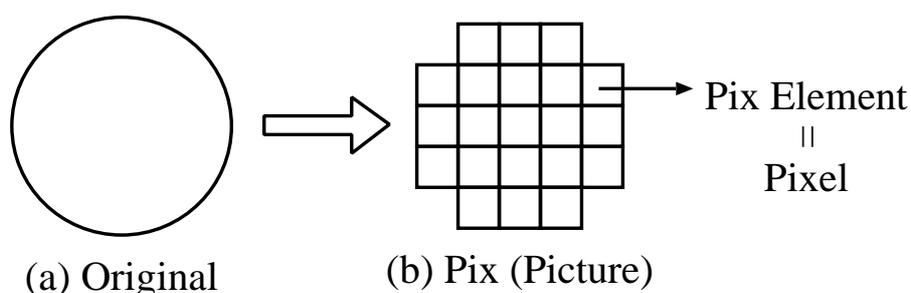


図 1.1: ピクセルによる形状表示

この定義に対してピクセルの代わりに，それを三次元に拡張した存在であるボクセルを用いると，三次元空間において連続的な形状の情報を，ある単位でサンプリングして表現した離散化形状データであると定義できる (図 1.2)．

二次元空間でのサンプリング単位であるピクセルとは，Pix(写真)のElement(要素)という意味の造語である．そのためピクセルと対応した三次元空間中のサンプリング単位を，Volume(体積)のElement という意味からボクセルと呼ぶ．

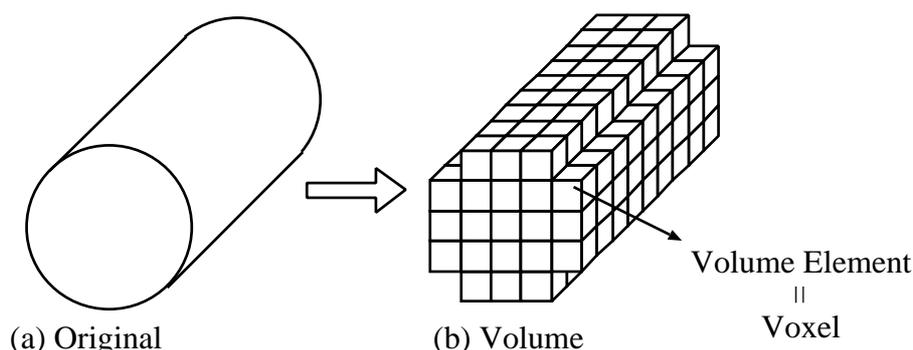


図 1.2: ボクセルによる形状表示

従来計算力学では、格子生成のソースデータとして、CAD などにより作成された NURBS など で表現された物体境界の曲面データを用いていたが、複雑形状に対する格子生成では、形状データ中の全ての微細構造が解析に必要なわけではなく、また逆に全ての微細構造を含めると解析に大きなリソースを要することから、人手の介入によって形状の簡略化を行う必要がある。また CAD データの不備により、本来は辺を介して連結しているべき面が、連結していないなどの不具合があると、それを修正しなければ格子生成は行えなかったが、ボクセルベースの方法ではそのような手間をかけることなく格子を生成することができる。

ボクセル解析の考え方は、古くは数値解析初期の時代の、格子を空間的に固定した差分法に源流をたどれると考えられる。過去においては計算機の能力が貧弱であったため、格子の分割数を増すことで計算精度を高める方法はとり難く、それ故に格子形状を物体形状に合わせることで計算精度の向上を図る非構造格子・境界適合格子の研究が進んだとも言えるが、近年の計算機の能力の向上および解析形状のより一層の複雑化に伴って単純な直交構造格子を細かく用いることで物体形状を高い忠実度で再現し解析する方法が、ボクセルベースの方法として再び着目されてきている。

既にボクセルベースの実用ソフトとして くいとんの VOXELCON[15] や、理化学研究所 V-CAD システム研究プログラム [16] によって開発されている V-CAD が発表されている。特に V-CAD では KittaCube[17] と呼ばれる内部に境界面を持つセルを開発することで、従来型 CAD システムのサーフェスマデリングによる高い境界表現能力とボクセルベースモデリングの簡便さと頑健さを併せ持ち、設計データを解析や切削加工などにシームレスに用いることが出来るシステムを目指している。

### 1.3 医療画像からのボクセルデータによる解析

画像診断機器からの画像は、人体をある一定の間隔で輪切りにした断面を表現した複数の画像からなっている。そのため計算機中で二次元のデータである画像を、その撮影間隔を考慮して重ね合わせることで人体形状を計算機中に再現することができる (図 1.3)。このデータをボリューム

データと呼ぶ。

ボリュームデータ中には例えば CT 画像から作成したものなら，その位置に相当する各生体組織の X 線の吸収量に応じた輝度の分布を持つが，ここで所要の輝度値，たとえば血管が解析対象ならば血液に相当する輝度値，鼻腔が解析対象ならば [18] 空気に相当する輝度値を基準として二値化を施すことにより領域形状を表現するボクセルが得られる。

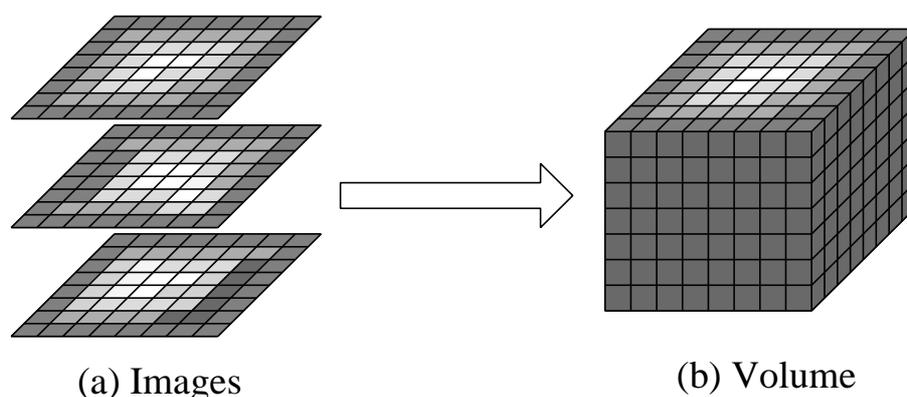


図 1.3: Volume from Sliced Images

このようなボクセルデータを解析対象形状の格子として直接用いて各種の解析を行うことが可能である。Matsunaga[19]らは画像からのボクセル情報を直接用いて血流解析を行うことを念頭に置いて二次元の狭窄のある管を作成し，VOF法を用いた流体計算を行い，境界面での凹凸の発生が不可避なボクセルデータであっても通常の境界適合性を持った格子を用いた場合と比べて良好な結果を得た。Yokoi[20]らは複数の瘤を持つ動脈の解析を直交構造格子で行なった。また服部[21]らは実際の患者の頭部の CT 画像から作成した脳動脈瘤の血管壁を含まない血液領域の形状のみを表現するボクセルデータを作成し，瘤のアスペクト比と瘤内への血液の流入量との関係を調べた。川島[22]らは実際の患者の胸部の CT 画像から，冠動脈の血管壁を含まない血液領域のみの形状を，弾性体で出来た立方体領域からくりぬいた形状に相当するボクセルデータを作成し，流体力により血液領域周囲の弾性体が変形する様子の連成解析を行った。雷[23]らは直交格子での境界表現の向上のためにカットセル VOF 法 [41] を提案し，二次元直交格子系で円柱りの流れと円柱との連成解析を行い，境界適合格子を用いて計算した結果と比しても遜色のない結果を得た。

この先さらに進めて実際の血管に対する連成解析を行うことを考えると，問題は三次元問題となり，ボクセル生成時には血液領域を表すボクセルだけではなく，血管壁を表すボクセルも作成する必要がある。

## 1.4 本研究の目的

1.1 節で述べた生体力学シミュレーション研究では、主として流体力による血管疾患の原因究明を目的としていると言えるため詳細なメッシュを作成することが重要であり、高度なノウハウと多大な時間を要していた。

先に述べたようにシミュレーションを医療現場での診断補助のツールとして用いることを考えると実際に計算を開始するまでに高いハードルがあるのは望ましくない。よって医療にとって本質的ではなく、かつ負担の大きな処理である格子生成に関連する煩雑な作業は隠蔽したい。そのため1.2 節で述べたボクセルを用いたメソッドは極めて有効であると考えられる。

そこで本研究は目的として、血流が血管壁におよぼす影響のシミュレーションを医師・医療技術者にとって容易に使用できるツールとするため、格子として広く普及しているCTやMRIなどの画像診断機器からの高精度医療画像を用いて作成したボクセルを利用して行うシステムの開発を行う。

柔軟体である血管壁が血流からの力学的作用で変形する効果を考慮すると連成問題を扱う必要があり、それによってさらにボクセル生成時に血液領域のボクセルのみならず、血管壁を表現するボクセルの生成および変形についての扱いを行う必要がある。

## 1.5 本論文の構成

1 章では本研究の目的について延べ、その背景について説明した。2 章では扱うボクセルデータについて述べる。3 章では対象とする血管の種別および力学的モデルについて述べる。4 章では本連成解析システムが連成解析をどのように扱うかについて述べる。また流体・構造間の物理量の交換のモデルについても述べる。5 章では本研究で用いた流体解析と構造解析のための数値解法について述べる。6 章では本連成解析システムの検証として、単純な形状の弾性管を対象として本システムでの解析結果と商用連成解析システムでの解析結果を比較し、本システムの連成解析能力を確認し実際の患者の医療画像を用いた解析を行なう。7 章ではこれまでに得られた知見を要約し今後の発展について述べる。

## 第 2 章

# ボクセルデータ

ボクセルデータにより物体形状を表現する方法には、カットセル法などのようにボクセル内を横切る境界面の位置を陽に保持する手法や、VOF 法 [41] などのように体積占有率と呼ばれるボクセルの体積のうち、どのくらいの割合が流体で占められているのかという値を保持する手法があり、これらの手法は比較的粗めのボクセルであってもボクセルが保持するボクセル内での境界面の位置や体積占有率が連続量であるため、物体形状を高い忠実度で表現でき、境界面の移動の際に 1 セル分の長さに満たない移動を扱うことができる。しかし医療画像からボクセルデータを作成することを考えると、これらのボクセルは画像の輝度値の情報から物体境界の抽出などの煩雑な処理を必要とする。一方でレベル 0 [27] の階段状近似ボクセルは容易に作成できるが、保持している値が連続な値ではなくボクセルの種類という不連続な量であるため、1 セル分の長さに満たない変形を扱うことが出来ない。形状を表現するボクセルとしてはやはり連続量を保持したボクセルにより 1 セル分の長さに満たない変形を考慮したい。そこで本研究では医療画像から直接作成した輝度値のボクセルデータを形状表現用のボクセルとして用いることとした。このボクセルデータではボクセルが保持する連続な量は輝度という連続量であるため輝度をわずかに変化させることで 1 セル分の長さに満たない境界面の移動を扱える。しかし輝度値のボクセルデータを、直接解析のための格子として用いることは、輝度値は流体解析それ自体とは無関係な値であり、輝度値を VOF 値のように取り扱い計算することはできない。そこで本研究では物体形状の保持には医療画像から直接作成した輝度値のボクセルデータを用いつつ、解析計算には輝度値のボクセルデータを二値化したボクセルデータを用いる手法を用いることとした。

### 2.1 輝度値のボクセルデータ

医療画像は図 2.1(a) に示すような人体断面を一定間隔で撮影した画像の集合である。

ここで各画像に画像と垂直な方向に撮影時の断面の撮影間隔に相当する厚さを持たせることを考えると、画像中の各画素は二次元の微細な平面から、図 2.1(b) に示す三次元の微細な直方体へと拡張される

これらの三次元微細直方体によって構成された板状のデータを、元の画像の撮影順序で並べ重

ねることにより，図 2.1(c) に示されるような三次元ボクセルデータを作成する．この三次元ボクセルデータは元の画像内の方向を  $x, y$  軸，画像と垂直な方向を  $z$  軸とすると， $z$  軸方向には画像の枚数， $x, y$  軸方向には入力画像のピクセル数に相当するセルを持っており，各セルは断面画像の撮影対象となったオリジナル形状の相当する生体組織の X 線吸収率に関連する輝度を持っており，第 1 章で述べたように，画像という概念を三次元に拡張したものになっている．

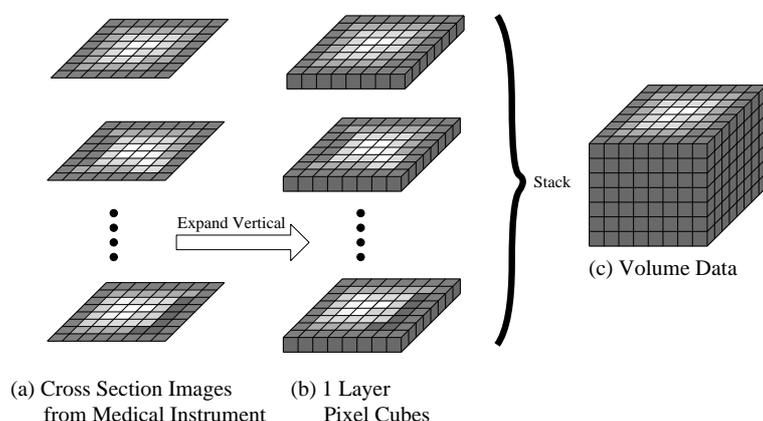


図 2.1: 画像からの輝度値のボクセルデータの作成

## 2.2 二値化ボクセル

二値化ボクセルとは，流体解析と構造解析を実行するための計算格子として用いるボクセルデータであり，輝度値のボクセルデータを二値化することで作成する．二値化することにより境界が階段状近似となる短所が発生するが，ボクセルを古典的な直交構造格子として扱うことが出来るため，解析に用いる解法を選ばないという長所が発生する．

二値化とは単純には予め与えられた値を基準としてそれ以上なら 1，それ以下なら 0 とするような処理であるが，これを血液の輝度値を基準値とし輝度値のボクセルデータの二値化にそのまま適用すると，医療画像中にはアーチファクトと呼ばれるノイズが含まれていたり，血液の輝度値が一定の値ではなく幅を持っていたり，対象としない部分も同じ輝度値を持っていたりするため，正しく対象としたい血液領域のみを取り出すことは出来ない．

そこでここでは二値化の基準値として単一の値ではなく値の範囲を用いて，その値の範囲に入っているのなら血液であり，範囲外であれば非血液であるという二値化により血液に相当する流体ボクセルと，それ以外の非流体ボクセルの二種類に分ける二値化を行う (図 2.2).

このようにして流体ボクセルと非流体ボクセルからなるボクセルデータを作成するのだが，この段階では医療画像中に含まれるノイズなどのために，対象とする血管のみが抽出されたボクセルデータではなく，たまたま同じ輝度値範囲にあったが対象とする血管とは連結していない領域なども抽出されているため，対象とする血管と連続している領域のみを取り出す．

本システムで解析対象としている形状は血管であるため，医療画像の輝度値分布から血管に相

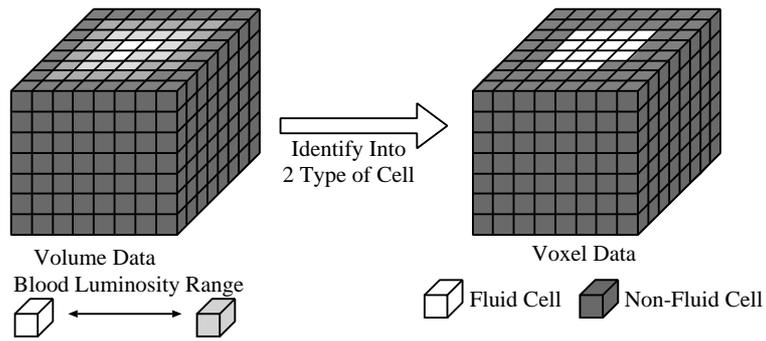


図 2.2: ボリュームデータからのボクセルデータの作成

当する輝度を基準にして輝度値のボクセルデータを二値化して血管形状の近似レベル 0[27] のボクセルを作成すればよい。しかし現在の医療画像の持つ画像内で 0.1mm, 画像間で 0.5mm 程度の解像度では薄い血管壁を十分に識別することが出来ないため、ボクセルデータ中からの血管壁の識別を行なう代わりに、血液の輝度値を基準としてまず血液を表す流体ボクセルと血液以外を表す非流体ボクセルを作成したのち、流体ボクセルから一定の範囲にある非流体ボクセルを血管壁を表す弾性体ボクセルとすることで血管壁を扱うようにした。

## 第 3 章

# 想定する血流・血管モデル

ここでは本研究で対象としている血管および血流と血管壁の力学的なモデルについて述べる。

### 3.1 対象とする血管

血管の種類には動脈と静脈があるが、血流が血管壁へと及ぼす力学的な作用の強さは、血流の速度がより早く、また心臓の拍動に呼応して時間的に非定常な振る舞いを見せる動脈に着目することとした。

動脈には直径 0.1mm 以下の細動脈から、30mm 近い直径を持つ大動脈までのさまざまな種類がある。医療画像の解像度は CT を用いた場合スライス画像内では最小で 0.1mm 程度、スライス画像間では最小で 0.5mm であり細い血管を撮影することができない。マイクロ CT と呼ばれる高解像度の装置も存在するが、この場合は照射される X 線のエネルギーが高く、また撮影可能寸法が小さいため人体に用いることは出来ず、MRI の解像度は 1mm 程度と CT に劣る。そのため直径 1mm を下回るような血管は医療画像中に十分な画素数をもって表現されないため、本研究では 1mm 程度以上の直径の動脈を扱うこととした。

### 3.2 血流モデル

血流の力学的なモデルとしては、本研究で想定している直径の範囲の動脈では大動脈などの大血管を除いて、レイノルズ数は臨界レイノルズ数 2000 よりも低く層流であると見なせる。また粘性に関してもせん断速度の大きさが  $50s^{-1}$  以上の領域となるため [24] ニュートン流体であると見なすことができる。血液中には血球が含まれているが最大の赤血球でも直径  $8\mu m$  程度であり想定している血管のスケールと比して十分小さいため、現段階では血球のレオロジーの影響は考慮しないこととした。

そこで本研究では血流を非圧縮性のニュートン流体の層流であると扱うこととした。この場合の流れの基礎方程式は以下に示す運動量保存則を表す Navier-Stokes 方程式 (3.1) と、質量保存則

を表す連続の式 (4.2) とで表すことができる .

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u} \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.2)$$

ここで  $\vec{u}$  は流速,  $Re$  は Reynolds 数である .

### 3.3 血管壁モデル

血管壁の力学的なモデルとしては, 流体からの力を受けフックの法則に従って静的に釣り合う等方性の線形弾性体とした . 静的に扱うこととした理由は心臓の拍動による周期 1 秒程度の, 線形の範囲内すなわち小さな変形では, 慣性力の寄与が小さいからである .

血管は内膜・中膜・外膜の三層構造をしているが, この構造は医療画像の解像度の制限から画像中で識別することはできないため, 三層構造は扱わず一層と仮定することとした . これは医療画像の解像度に起因する問題であるため, 将来的な医療画像機器の性能向上を待たなければならない .

ここで弾性体の静的なつりあい式および境界条件, 変位とひずみの関係式は次のようになる

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho g_i = 0 \quad (3.3)$$

$$\sigma_{ij} n_i = F_i \quad \text{on} \quad S_k \quad (3.4)$$

$$d_i = \underline{d}_i \quad \text{on} \quad S_g \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_i}{\partial x_j} + \frac{\partial d_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.6)$$

$\sigma_{ij}$  は応力,  $\rho g_i$  は重力による体積力,  $n_i$  は力学的境界条件が課される表面  $S_k$  の法線ベクトル,  $F_i$  は  $S_k$  に加わる表面力である .  $d_i$  は変位であり,  $\underline{d}_i$  は幾何学的境界条件が課される表面  $S_g$  での強制変位量であり,  $\varepsilon_{ij}$  はひずみである . 物体表面は  $S_k$  あるいは  $S_g$  のどちらかであるとする . また構成式はフックの法則であるので

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

である . ここで  $E$  はヤング率,  $\nu$  はポアソン比である . ここで式 (3.3) と式 (3.4) を満たす応力  $\hat{\sigma}_{ij}$  と, 式 (3.5) を満たす変位  $\hat{d}_i$  を想定し式 (3.3) を弱形式化し

$$\int_V \left( \frac{\partial \hat{\sigma}_{ij}}{\partial x_i} + \rho g_i \right) \hat{d}_i dV = 0 \quad (3.8)$$

ガウスの発散定理を適用することで次式が得られる

$$\int_v \hat{\sigma}_{ij} \frac{\partial \hat{d}_i}{\partial x_j} dV = \int_{S_k} F_i \hat{d}_i dS_k + \int_{S_g} n_i \sigma_{ij} \hat{d}_i dS_g + \int_v \rho g_i \hat{d}_i dV \quad (3.9)$$

ここで変位  $\hat{d}_i$  に仮想変位と呼ぶ微小な変位  $\delta d_i$  を加えて、式 (3.5) を満たす新たな変位  $\hat{d}_i + \delta d_i$  を想定し、式 (3.9) に代入すると次式が得られる。

$$\int_v \hat{\sigma}_{ij} \frac{\partial (\hat{d}_i + \delta d_i)}{\partial x_j} dV = \int_{S_k} F_i (\hat{d}_i + \delta d_i) dS_k + \int_{S_g} n_i \sigma_{ij} \hat{d}_i dS_g + \int_v \rho g_i (\hat{d}_i + \delta d_i) dV \quad (3.10)$$

式 (3.10) から式 (3.9) を減じると本研究での構造問題基礎方程式である次式が得られる

$$\int_v \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV = \int_{S_k} F_i \delta d_i dS_k \quad (3.11)$$

ただし

$$\delta \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \delta d_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \delta d_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.12)$$

であり、また重力による体積力は扱わないこととしている。

### 3.4 壁への荷重モデル

本研究で対象としている動脈での比較的レイノルズ数が低い血流では、壁に加わる粘性力は圧力と比して小さい。血管壁の変形に対しては圧力が支配的な影響を持ち粘性力の寄与は相対的に弱いことから、壁にかかる荷重として圧力のみを考慮することとした。このとき壁に働く実質の荷重は  $F$  は壁を介して外と内の圧力差である。

$$F = p_{outer} - p_{inner} \quad (3.13)$$

というモデルを壁への荷重モデルとした。ここで荷重  $F$  は壁面に垂直に作用する力である。

## 第 4 章

# 数値解法

本研究は流体問題と構造問題をボクセル上で連成させる手法についての研究であり、流体解析手法および構造解析手法については典型的なものをを用いることとした。ここでは本研究で用いた数値解法について述べる。

### 4.1 流体解析手法

ここでは先に定義した基礎方程式，再掲すると以下の式 (4.1) と式 (4.2) を Hirt らにより開発された Highly Simplified MAC(HSMAC) 法 [28] により解き流体解析を行うこととした。

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \vec{u} \quad (4.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (4.2)$$

ここで  $\vec{u}, p$  はそれぞれ流速，圧力であり  $Re$  は Reynolds 数と呼ばれる粘性流れにおいて粘性力と慣性力の比を意味する Reynolds 数と呼ばれる無次元数であり

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (4.3)$$

と定義される。ここで  $\rho$  は流体の密度， $U, L$  はそれぞれ流れの代表速度と代表長さであり， $\mu$  は粘性係数である。

この手法では圧力をセルと呼ばれる格子点間の微小体積の中心に配置し，流速をセルとセルとの境界に配置するスタッガード格子と呼ばれる格子を用いるが，直交格子であるためボクセルとの親和性が高い。ここでは解析用の二値化ボクセルをこのスタッガード格子として用いる。

Navier-Stokes 方程式 (4.1) の左辺第一項の時間微分  $\partial u / \partial t$  を Euler 陽解法を用いて次の形の時刻  $n + 1$  での速度の予測子を得る

$$\tilde{u} = \vec{u}^n + \Delta t \left\{ -(\vec{u}^n \cdot \nabla) \vec{u}^n - \nabla p^n + \frac{1}{Re} \Delta \vec{u}^n \right\} \quad (4.4)$$

ここで  $\Delta t$  はタイムステップである。この式の右辺は全て既知の値であるため計算できるが，求められた速度の予測値  $\tilde{u}$  は時刻  $n + 1$  での新しい速度ではないため，連続の式に代入すると残差  $\varepsilon$

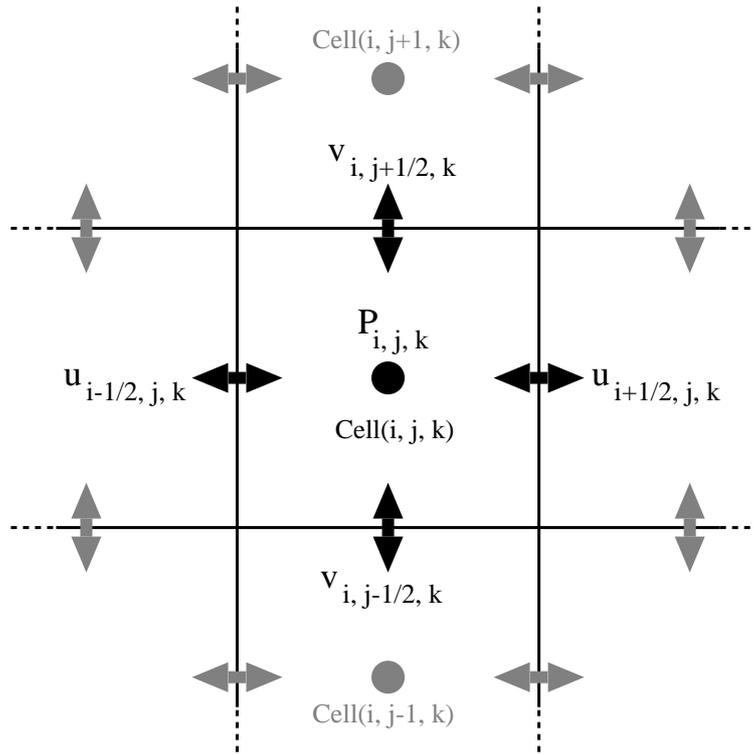


図 4.1: Staggerd Grid

が残る

$$\nabla \cdot \tilde{u} = \varepsilon \quad (4.5)$$

そこでこの残差  $\varepsilon$  がゼロになるまで速度と圧力を反復法で修正する．すなわち

$$\nabla \cdot (\tilde{u} + \delta u) = 0 \quad (4.6)$$

となる  $\delta u$  を求めることを考える．残差  $\varepsilon$  は圧力  $p$  の関数となるため，圧力  $p$  を修正した結果残差  $\varepsilon$  がゼロになったとすれば， $\varepsilon(p + \delta p) = 0$  となる．この式を Taylor 展開し二次以上の項を省略すると圧力の修正量  $\delta p$  は

$$\begin{aligned} \varepsilon(p + \delta p) &= \varepsilon(p) + \delta p \frac{\partial \varepsilon}{\partial p} + \frac{\delta p^2}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial p^2} + \dots = 0 \\ \delta p &= -\frac{\varepsilon(p)}{(\partial \varepsilon / \partial p)} \end{aligned} \quad (4.7)$$

により計算される．ここで圧力を陰的にして時間差分をとった Navier-Stokes 方程式

$$\vec{u}^{n+1} = \vec{u}^n + \Delta t \left\{ -(\vec{u}^n \cdot \nabla) \vec{u}^n - \nabla p^{n+1} + \frac{1}{Re} \Delta \vec{u}^n \right\} \quad (4.8)$$

を考え，式 (4.4) と式 (4.8) との差をとると

$$\vec{u}^{n+1} = \tilde{u} - \Delta t \nabla (p^{n+1} - p^n) \quad (4.9)$$

となる．上式の発散をとると

$$\nabla \cdot u^{n+1} = \nabla \cdot \tilde{u} - \Delta t \nabla^2 (\delta p) \quad (4.10)$$

当然次の時刻での速度場  $u$  は連続の式を満たしている必要があるので，

$$\nabla \cdot u^{n+1} = 0$$

とすると，

$$\nabla^2 (\delta p) = \frac{\nabla \cdot \tilde{u}}{\Delta t} \quad (4.11)$$

ここで上式左辺のラプラシアン  $\nabla^2$  を二次精度中心差分を用いて差分化すると

$$\begin{aligned} & \frac{\delta p_{i-1,j,k} - 2\delta p_{i,j,k} + \delta p_{i+1,j,k}}{\Delta x^2} + \\ & \frac{\delta p_{i,j-1,k} - 2\delta p_{i,j,k} + \delta p_{i,j+1,k}}{\Delta y^2} + \\ & \frac{\delta p_{i,j,k-1} - 2\delta p_{i,j,k} + \delta p_{i,j,k+1}}{\Delta z^2} = \frac{\nabla \cdot \tilde{u}}{\Delta t} \end{aligned}$$

を得る．ここでさらに左辺に優対角化を施すと上式は

$$\begin{aligned} -2 \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right) \delta p_{i,j,k} &= \frac{\nabla \cdot \tilde{u}}{\Delta t} \\ \delta p_{i,j,k} &= -\frac{\nabla \cdot \tilde{u}}{2\Delta t \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)} \end{aligned} \quad (4.12)$$

となり圧力の修正子  $\delta p$  が得られた．実際には圧力修正子に緩和係数  $1 < \omega < 2$  を乗じて

$$\delta p_{i,j,k} = -\omega \frac{\nabla \cdot \tilde{u}}{2\Delta t \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)} \quad (4.13)$$

とすることにより，圧力の修正量を大きくしてやることで圧力の修正を加速する．式 (4.10) より速度の修正子  $\delta u$

$$\nabla \cdot u^{n+1} - \nabla \cdot \tilde{u} = -\Delta t \nabla^2 (\delta p) \quad (4.14)$$

$$\delta u = -\Delta t \nabla \delta p \quad (4.15)$$

が求まる．速度の修正子が求まったのなら，その値を用いて再び式 (4.12) により圧力の修正子を求める．これを十分に残差  $\varepsilon \simeq 0$  と見なせるまで各セル内で反復し，収束したら時刻  $n+1$  での流速  $u^{n+1}$  および圧力  $p^{n+1}$  が決定される．

以上が HSMAC 法である．整理すると

1. 式 (4.4) より速度予測子を求める．
2. 式 (4.12) より圧力の修正量  $\delta p$  を求める．
3. 式 (4.15) より流速の修正量  $\delta u$  を求める

4.  $\delta p, \delta u$  を用いて  $p^{n+1} = p^n + \delta p$  および  $u^{n+1} = \tilde{u} + \delta u$  により圧力, 速度を求める
5.  $\nabla \cdot \tilde{u}$  が十分に収束条件を満たすまで 2~4 を繰り返す. ここでは  $\nabla \cdot \tilde{u} < 1.0 \times 10^{-4}$  とした.
6. 時間ステップを進め, 1 に戻る.

という流れとなる (図 4.2).

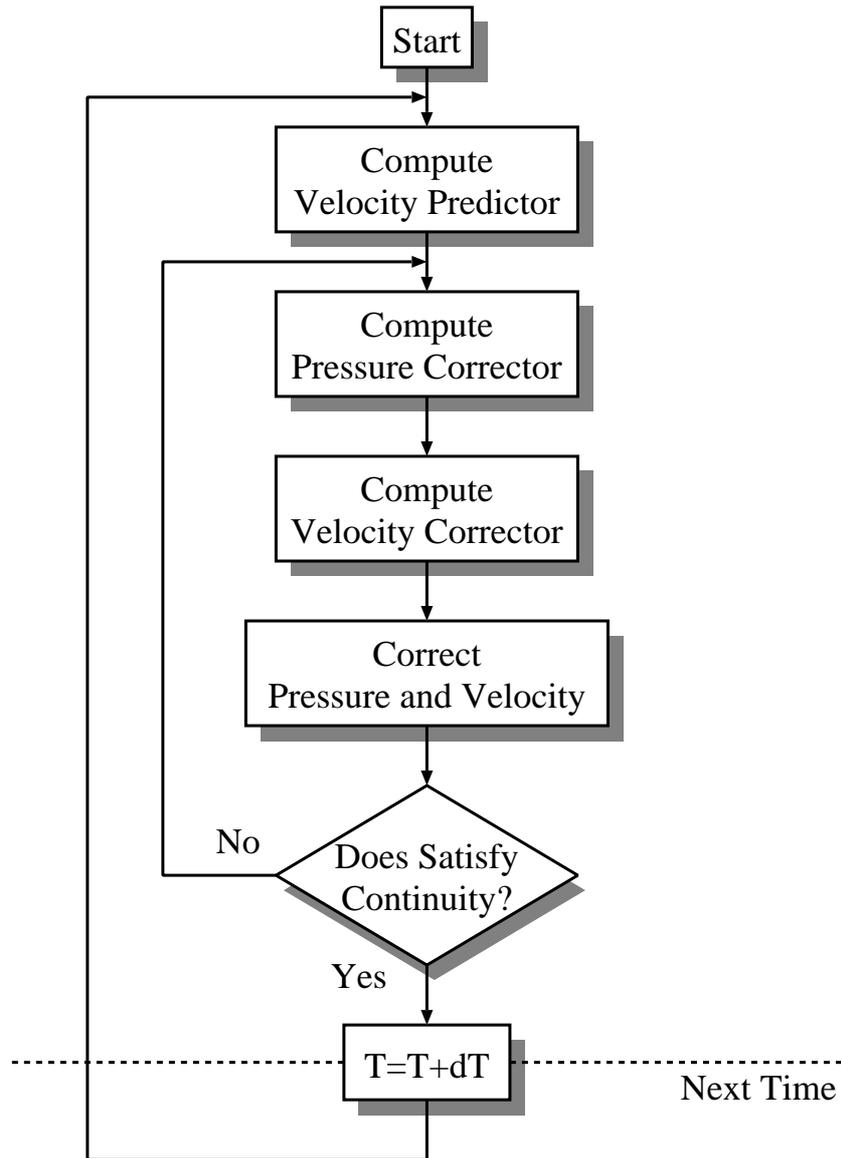


図 4.2: HSMAC 法の実行の流れ

## 速度予測子 $\tilde{u}$ の計算

先ほど解説した HSMAC 法では、時間差分に関しては Euler 陽解法を用いていたが、速度予測子  $\tilde{u}$  を計算するための式 (4.4) や圧力の修正量  $\delta p$  および流速の修正量  $\delta u$  を計算するための空間差分についてはとくに指定はなかった。

本研究では速度予測子を求めるため移流項には Cubic Interpolated Pseudoparticle:CIP 法 [30, 31, 32] を使い、粘性項・拡散項には二次精度中心差分を用いた。

CIP 法では移流方程式を解く際に、移流される物理量  $\phi$  の 1 階導関数  $\phi_x$  についても変数として持ち、 $\phi_x$  の移流方程式についても解く、すなわち

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -u \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial \phi_x}{\partial t} = -u \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \quad (4.17)$$

を連立させて解く解法である。物理量と共にその一階空間微分を変数として持つため、二つの格子点の情報のみで 3 次精度を達成できるメリットがあり、他のスキームと比して移流をシャープに捕らえることが可能であるとされている。CIP 法は移流拡散方程式を解くために、Navier-Stokes 方程式を移流項に関する方程式と非移流項に関する方程式とに分け、まず移流方程式から中間的な解を求め、それを用いて非移流項の方程式を解き最終的な解を得る。ここでは速度予測子の計算を行うために式 (4.1) を移流項と非移流項に分け、移流項の計算により中間的な速度・速度勾配を求め、次に非移流項の計算を行い速度予測子を計算するという 2 段階の計算を行う

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = 0 \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u} \quad (4.19)$$

ここでは式 (4.18) を解いて中間的な値  $u^*$  を求め、その後式 (4.19) を解くことで速度予測子  $\tilde{u}$  を求めている。

## 移流項の計算

スタaggerド格子のセル  $(i, j, k)$  が持つ 8 つの頂点を  $(i - 1/2, j - 1/2, k - 1/2), (i - 1/2, j - 1/2, k + 1/2), (i - 1/2, j + 1/2, k - 1/2), (i - 1/2, j + 1/2, k + 1/2), (i + 1/2, j - 1/2, k - 1/2), (i + 1/2, j - 1/2, k + 1/2), (i + 1/2, j + 1/2, k - 1/2), (i + 1/2, j + 1/2, k + 1/2)$  とするとき, セル  $(i, j, k)$  内での物理量  $F$  が次のように補間されていると考える .

$$\begin{aligned}
 F(x_i + \alpha, y_j + \beta, z_k + \gamma) = & C_{300}x^3 + C_{030}y^3 + C_{003}z^3 + C_{210}x^2y + & (4.20) \\
 & C_{021}y^2z + C_{102}z^2x + C_{120}y^2x + C_{012}z^2y + \\
 & C_{201}x^2z + C_{111}xyz + C_{200}x^2 + C_{020}y^2 + \\
 & C_{002}z^2 + C_{110}xy + C_{011}yz + C_{101}yz + \\
 & C_{100}x + C_{010}y + C_{001}z + C_{000}
 \end{aligned}$$

また  $F$  の  $xyz$  方向微分は

$$\begin{aligned}
 F_x(x_i + \alpha, y_j + \beta, z_k + \gamma) = & 3C_{300}x^2 + 2C_{210}xy + C_{102}z^2 + C_{120}y^2 + 2C_{201}xz + & (4.21) \\
 & C_{111}yz + 2C_{200}x + C_{110}y + C_{101}z + C_{100}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_y(x_i + \alpha, y_j + \beta, z_k + \gamma) = & 3C_{030}y^2 + 2C_{210}x^2 + C_{021}yz + C_{120}xy + C_{012}z^2 + & (4.22) \\
 & C_{111}xz + 2C_{020}y + C_{110}x + C_{011}z + C_{010}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_z(x_i + \alpha, y_j + \beta, z_k + \gamma) = & 3C_{003}z^2 + C_{021}y^2 + 2C_{102}zx + 2C_{012}yz + C_{201}x^2 + & (4.23) \\
 & C_{111}xy + 2C_{002}z + C_{011}y + C_{101}x + C_{001}
 \end{aligned}$$

$$(4.24)$$

である . ここでこれら 20 個の係数は 8 つの頂点で既知である  $f$  の値とその各方向微分  $f_x, f_y, f_z$  から

$$C_{300} = \frac{f_{x:i+1/2,j-1/2,k-1/2} + f_{x:i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta x)^2} - 2 \frac{f_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta x)^3} \quad (4.25)$$

$$C_{030} = \frac{f_{y:i-1/2,j+1/2,k-1/2} + f_{y:i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta y)^2} - 2 \frac{f_{i-1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta y)^3} \quad (4.26)$$

$$C_{003} = \frac{f_{z:i-1/2,j-1/2,k+1/2} + f_{z:i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta z)^2} - 2 \frac{f_{i-1/2,j-1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta z)^3} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned}
 C_{210} = & \frac{f_{i-1/2,j+1/2,k-1/2} + f_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} - f_{i+1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta x)^2 \Delta y} + \\
 & \frac{f_{x:i+1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{x:i+1/2,j-1/2,k-1/2}}{\Delta x \Delta y} \quad (4.28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{021} = & \frac{f_{i-1/2,j-1/2,k+1/2} + f_{i-1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j+1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta y)^2 \Delta z} + \\
 & \frac{f_{y:i-1/2,j+1/2,k+1/2} - f_{y:i-1/2,j+1/2,k-1/2}}{\Delta y \Delta z} \quad (4.29)
 \end{aligned}$$

$$C_{102} = \frac{f_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} + f_{i-1/2,j-1/2,k+1/2} - f_{i+1/2,j-1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta z)^2 x} +$$

$$\frac{f_{z:i-1/2,j+1/2,k+1/2} - f_{z:i-1/2,j-1/2,k+1/2}}{\Delta z \Delta x} \quad (4.30)$$

$$C_{120} = \frac{f_{i-1/2,j+1/2,k-1/2} + f_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} - f_{i+1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta y)^2 x} + \frac{f_{y:i+1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{y:i-1/2,j+1/2,k-1/2}}{\Delta x \Delta y} \quad (4.31)$$

$$C_{012} = \frac{f_{i-1/2,j-1/2,k+1/2} + f_{i-1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j+1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta z)^2 \Delta y} + \frac{f_{z:i-1/2,j+1/2,k+1/2} - f_{z:i-1/2,j-1/2,k+1/2}}{\Delta y \Delta z} \quad (4.32)$$

$$C_{201} = \frac{f_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} + f_{i-1/2,j-1/2,k+1/2} - f_{i+1/2,j-1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta x)^2 \Delta z} + \frac{f_{x:i-1/2,j+1/2,k+1/2} - f_{x:i+1/2,j-1/2,k-1/2}}{\Delta z \Delta x} \quad (4.33)$$

$$C_{111} = \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} \left\{ (f_{i+1/2,j+1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}) - (f_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}) - (f_{i-1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}) - (f_{i-1/2,j+1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k+1/2}) - (f_{i-1/2,j+1/2,k-1/2} + f_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} - f_{i+1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}) - (f_{i-1/2,j-1/2,k+1/2} + f_{i-1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j+1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}) - (f_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} + f_{i-1/2,j-1/2,k+1/2} - f_{i+1/2,j-1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}) \right\} \quad (4.34)$$

$$C_{200} = 3 \frac{f_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta x)^2} - \frac{f_{x:i+1/2,j-1/2,k-1/2} - 2f_{x:i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{\Delta x} \quad (4.35)$$

$$C_{020} = 3 \frac{f_{i-1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta y)^2} - \frac{f_{y:i-1/2,j+1/2,k-1/2} - 2f_{y:i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{\Delta y} \quad (4.36)$$

$$C_{002} = 3 \frac{f_{i-1/2,j-1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{(\Delta z)^2} - \frac{f_{z:i-1/2,j-1/2,k+1/2} - 2f_{z:i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{\Delta z} \quad (4.37)$$

$$C_{110} = - \frac{f_{i-1,j+1/2,k-1} + f_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} - f_{i+1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{\Delta x \Delta y} - \Delta x C_{210} - \Delta y C_{120} \quad (4.38)$$

$$C_{011} = - \frac{f_{i-1/2,j-1/2,k+1/2} + f_{i-1/2,j+1/2,k-1/2} - f_{i-1/2,j+1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{\Delta y \Delta z} - \Delta y C_{021} - \Delta z C_{012} \quad (4.39)$$

$$C_{101} = - \frac{f_{i+1/2,j-1/2,k-1/2} + f_{i-1/2,j-1/2,k+1/2} - f_{i+1/2,j-1/2,k+1/2} - f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2}}{\Delta z \Delta x} - \Delta z C_{102} - \Delta x C_{201} \quad (4.40)$$

$$C_{100} = f_{x:i-1/2,j-1/2,k-1/2} \quad (4.41)$$

$$C_{010} = f_{y:i-1/2,j-1/2,k-1/2} \quad (4.42)$$

$$C_{001} = f_{z:i-1/2,j-1/2,k-1/2} \quad (4.43)$$

$$C_{000} = f_{i-1/2,j-1/2,k-1/2} \quad (4.44)$$

と定義される。

移流項の方程式 (4.18) が表しているのは、時刻  $n$  で節点  $(i + 1/2, j + 1/2, k + 1/2)$  にある物理

量は，時刻が  $\Delta t$  だけ進んだ次のステップ  $n+1$  では， $x, y, z$  方向の速度が  $u, v, w$  であるとき， $x$  方向に  $u\Delta t$ ， $y$  方向に  $v\Delta t$ ， $z$  方向に  $w\Delta t$  だけ移動するということである．このことは逆に考えればステップ  $n+1$  での節点  $(i, j, k)$  の物理量は，時刻  $n$  において  $x$  方向に  $\alpha = -u\Delta t$ ， $y$  方向に  $\beta = -v\Delta t$ ， $z$  方向に  $\gamma = -w\Delta t$  だけ移動した点にあった物理量が移流してきたものと考えられる．そこで上記補間式を用いて各節点での物理量  $f^n$  とその  $xyz$  方向微分は次のように決定される．

$$f_{i-1/2, j-1/2, k-1/2} = C_{300}\alpha^3 + C_{030}\beta^3 + C_{003}\gamma^3 + C_{210}\alpha^2\beta + C_{021}\beta^2\gamma + C_{102}\gamma^2\alpha + C_{120}\beta^2\alpha + C_{012}\gamma^2\beta + C_{201}\alpha^2\gamma + C_{111}\alpha\beta\gamma + C_{200}\alpha^2 + C_{020}\beta^2 + C_{002}\gamma^2 + C_{110}\alpha\beta + C_{011}\beta\gamma + C_{101}\beta\gamma + C_{100}\alpha + C_{010}\beta + C_{001}\gamma + C_{000} \quad (4.45)$$

$$f_{x:i-1/2, j-1/2, k-1/2} = 3C_{300}\alpha^2 + 2C_{210}\alpha\beta + C_{102}\gamma^2 + C_{120}\beta^2 + 2C_{201}\alpha\gamma + C_{111}\beta\gamma + 2C_{200}\alpha + C_{110}\beta + C_{101}\gamma + C_{100} \quad (4.46)$$

$$f_{y:i-1/2, j-1/2, k-1/2} = 3C_{030}\beta^2 + 2C_{210}\alpha\beta + C_{021}\beta\gamma + C_{120}\alpha\beta + C_{012}\gamma^2 + C_{111}\alpha\gamma + 2C_{020}\beta + C_{110}\alpha + C_{011}\gamma + C_{010} \quad (4.47)$$

$$f_{z:i-1/2, j-1/2, k-1/2} = 3C_{003}\gamma^2 + C_{021}\beta^2 + 2C_{102}\gamma\alpha + 2C_{012}\beta\gamma + C_{201}\alpha^2 + C_{111}\alpha\beta + 2C_{002}\gamma + C_{011}\beta + C_{101}\alpha + C_{001} \quad (4.48)$$

上式を用いて各節点での速度  $(u, v, w)$  と各方向微分  $(u_x, v_x, w_x), (u_y, v_y, w_y), (u_z, v_z, w_z)$  を求めることができるが，本システムではスタッガード格子を用いているため，例えば  $u$  の定義点では  $v, w$  が定義されていない．そこで上記の  $\alpha, \beta, \gamma$  を決定するために， $u$  の定義点における  $v, w$  の値として図 4.3 に示すような関係にある周囲 4 点の平均値を用いている．これは  $v$  の定義点における  $u, w$ ， $w$  の定義点における  $u, v$  についても同様である．

このようにして求めた  $u = (u, v, w)$  を  $u^* = (u^*, v^*, w^*)$  とし，その  $xyz$  方向微分を  $u_x^*, u_y^*, u_z^*, v_x^*, v_y^*, v_z^*, w_x^*, w_y^*, w_z^*$  とし，続いて非移流項の計算を行う

### 非移流項の計算

続いて移流項の計算で求められた値  $u^*, v^*, w^*$  およびそれらの  $xyz$  方向微分  $u_x^*, u_y^*, u_z^*, v_x^*, v_y^*, v_z^*, w_x^*, w_y^*, w_z^*$  を用いて，非移流項 (4.19) の計算を行い，速度予測子  $\tilde{u}$  を求める．

非移流項の時間項を Euler 陽解法で離散化し，速度予測子を表す以下の式を得る

$$\tilde{u} = u^* + \Delta t \left\{ -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^2} \right) \right\} \quad (4.49)$$

$$\tilde{v} = v^* + \Delta t \left\{ -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^2} \right) \right\} \quad (4.50)$$

$$\tilde{w} = w^* + \Delta t \left\{ -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^2} \right) \right\} \quad (4.51)$$

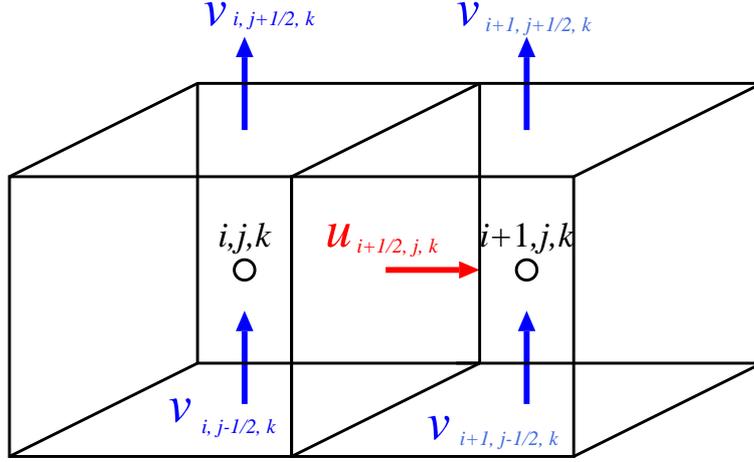


図 4.3:  $u$  の定義点周囲の 4 つの  $v$  の定義点

ここで右辺の圧力項・拡散項は中心差分を用いて離散化を行うと，例えば点  $(i, j, k)$  での速度予測子  $\tilde{u}$  は

$$\begin{aligned}
\tilde{u} &= u^* + \Delta t \left\{ -\frac{\partial p_{i,j,k}}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u_{i+1/2,j,k}^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{i+1/2,j,k}^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{i+1/2,j,k}^*}{\partial z^2} \right) \right\} \\
&= u^* + \Delta t \left\{ -\frac{p_{i+1,j,k} - p_{i-1,j,k}}{2\Delta x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{u_{i+3/2,j,k}^* - 2u_{i+1/2,j,k}^* + u_{i-1/2,j,k}^*}{\Delta x^2} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{u_{i+3/2,j-1,k}^* - 2u_{i+1/2,j,k}^* + u_{i-1/2,j+1,k}^*}{\Delta y^2} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{u_{i+3/2,j,k-1}^* - 2u_{i+1/2,j,k}^* + u_{i-1/2,j,k+1}^*}{\Delta z^2} \right) \right\} \quad (4.52)
\end{aligned}$$

により求められる．同様に点  $(i, j, k)$  での速度予測子の  $x$  方向微分  $\tilde{u}_x$  は上式を  $x$  で微分して

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} &= \frac{\partial u^*}{\partial x} + \Delta t \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -\frac{\partial p_{i,j,k}}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u_{i+1/2,j,k}^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{i+1/2,j,k}^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_{i+1/2,j,k}^*}{\partial z^2} \right) \right\} \\
\tilde{u}_x &= u_x^* + \Delta t \left\{ -\frac{p_{i+1,j,k} - 2p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{Re} \left( \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{u_{x:i+3/2,j,k}^* - 2u_{x:i+1/2,j,k}^* + u_{x:i-1/2,j,k}^*}{\Delta x^2} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{u_{x:i+3/2,j-1,k}^* - 2u_{x:i+1/2,j,k}^* + u_{x:i-1/2,j+1,k}^*}{\Delta y^2} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{u_{x:i+3/2,j,k-1}^* - 2u_{x:i+1/2,j,k}^* + u_{x:i-1/2,j,k+1}^*}{\Delta z^2} \right) \right\} \quad (4.53)
\end{aligned}$$

により求められる．速度予測子の残りの成分  $\tilde{v}, \tilde{w}$  及び  $xyz$  方向微分についても同様に求められる．

以上の計算により求めた  $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$  をそれぞれ流速の式 (4.4) における流速の予測子  $\tilde{u}$  として用いる．

圧力と速度の修正量  $\delta p, \delta u$  の計算

圧力の修正量の計算を行うにあたり，式 (4.12) を以下のように離散化することで圧力の修正量  $\delta p$  が求まる．

$$\delta p_{i,j,k} = -\omega \frac{D_{i,j,k}^n}{2\Delta t \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)} \quad (4.54)$$

$$D_{i,j,k}^n = \frac{\bar{u}_{i+1/2,j,k} - \bar{u}_{i-1/2,j,k}}{\Delta x} + \frac{\bar{v}_{i,j+1/2,k} - \bar{v}_{i,j-1/2,k}}{\Delta y} + \frac{\bar{w}_{i,j,k+1/2} - \bar{w}_{i,j,k-1/2}}{\Delta z} \quad (4.55)$$

ここで求められた  $\delta p_{i,j,k}$  を用いて以下の式を用いて圧力・速度を修正する．

$$p_{i,j,k}^{n+1} = p_{i,j,k}^n + \delta p_{i,j,k} \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} u_{i+1/2,j,k}^{n+1} &= u_{i+1/2,j,k}^n + \Delta t \frac{\partial \delta p_{i,j,k}}{\partial x} \\ &= u_{i+1/2,j,k}^n + \Delta t \frac{\partial \delta p_{i+1,j,k} - \delta p_{i-1,j,k}}{\Delta x} \end{aligned} \quad (4.57)$$

$$\begin{aligned} v_{i,j+1/2,k}^{k+1} &= v_{i,j+1/2,k}^n + \Delta t \frac{\partial \delta p_{i,j,k}}{\partial y} \\ &= v_{i,j+1/2,k}^n + \Delta t \frac{\partial \delta p_{i,j+1,k} - \delta p_{i,j-1,k}}{\Delta y} \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$\begin{aligned} w_{i,j,k+1/2}^{n+1} &= w_{i,j,k+1/2}^n + \Delta t \frac{\partial \delta p_{i,j,k}}{\partial z} \\ &= w_{i,j,k+1/2}^n + \Delta t \frac{\partial \delta p_{i,j,k+1} - \delta p_{i,j,k-1}}{\Delta z} \end{aligned} \quad (4.59)$$

速度の  $xyz$  方向微分量の修正については上記の式 (4.60 ~ 4.59) を空間の各方向で微分した式を用いる．例えば

$$\begin{aligned} u_{x:i+1/2,j,k}^{n+1} &= u_{x:i+1/2,j,k}^n - \Delta t \frac{\partial \delta p_{i,j,k}}{\partial x} \\ &= u_{x:i+1/2,j,k}^n - \Delta t \frac{\partial \delta p_{i+1,j,k} - 2\delta p_{i,j,k} + \delta p_{i-1,j,k}}{\Delta x} \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$(4.61)$$

となる．

## 4.2 構造解析手法

ここでは構造解析手法について述べる．先に導出した基礎方程式

$$\int_v \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dv = \int_{S_k} F_i \delta d_i dS_k \quad (4.62)$$

をボクセルを 8 節点の要素として扱い有限要素法で解く．

ひずみ-変位関係

$x, y, z$  方向それぞれの変位を  $d_x, d_y, d_z$  と記す．

ここで弾性体内部のひずみ  $\varepsilon$  と変位  $d_x, d_y, d_z$  は以下の式で関係付けられる．

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial d_x}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial d_y}{\partial y} \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial d_z}{\partial z} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_x}{\partial y} + \frac{\partial d_y}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_y}{\partial z} + \frac{\partial d_z}{\partial y} \right) \\ \varepsilon_{zx} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_x}{\partial z} + \frac{\partial d_z}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (4.63)$$

これを行列で表現すると

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{pmatrix} \quad (4.64)$$

となる．ボクセルを 8 節点の要素として扱うので，要素内の変位の分布は，要素の 8 節点の変位  $d_{xi}, d_{yi}, d_{zi}$  と補間関数  $N_i$  ( $i$  は節点番号) により次のように補間されるので，

$$d_x = \sum_{i=1}^8 N_i u_{xi} \quad , \quad d_y = \sum_{i=1}^8 N_i v_{yi} \quad , \quad d_z = \sum_{i=1}^8 N_i w_{zi}$$

次に示す補間関数の行列  $\mathbf{N}$  を用いると

$$\mathbf{N}_i = \begin{pmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{pmatrix} \quad \text{として} \quad \mathbf{N} = \left( \mathbf{N}_1 \mid \mathbf{N}_2 \mid \mathbf{N}_3 \mid \mathbf{N}_4 \mid \mathbf{N}_5 \mid \mathbf{N}_6 \mid \mathbf{N}_7 \mid \mathbf{N}_8 \right) \quad (4.65)$$

要素内の変位  $\{d\} = (d_x, d_y, d_z)^T$  は次のように記述される．

$$\{U\} = \mathbf{N}\{d\} \quad (4.66)$$

ここで節点の変位ベクトル  $\{d\} = (u_{x1}, d_{y1}, d_{z1}, \dots, d_{x8}, d_{y8}, d_{z8})^T$  である。これを先のひずみ-変位の関係式 (4.64) に代入すると、要素内でのひずみと節点変位との関係式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{pmatrix} = \left( \mathbf{N}'_1 \mid \mathbf{N}'_2 \mid \mathbf{N}'_3 \mid \mathbf{N}'_4 \mid \mathbf{N}'_5 \mid \mathbf{N}'_6 \mid \mathbf{N}'_7 \mid \mathbf{N}'_8 \right) \begin{pmatrix} d_{x1} \\ d_{y1} \\ d_{z1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ d_{x8} \\ d_{y8} \\ d_{z8} \end{pmatrix} \quad (4.67)$$

ただし

$$\mathbf{N}'_i = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (4.68)$$

である。ここで式 4.67 の 6 行 24 列の係数行列を  $\mathbf{B}$  と表記し、式 4.67 を

$$\{\varepsilon\} = \mathbf{B}\{d\} \quad (4.69)$$

と表記する

応力-ひずみ関係

弾性体内の応力とひずみは Young 率および Poisson 比  $\nu$  を用いて以下の式で関係付けられる。

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{pmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{pmatrix}$$

上式を係数行列を  $\mathbf{D}$  と表記して

$$\{\sigma\} = \mathbf{D}\{\varepsilon\} \quad (4.70)$$

で表す。

## 要素剛性方程式

先に記した仮想仕事の原理 (4.62) に、ひずみ-変位関係式 (4.69)、応力-ひずみ関係式 (4.70) および、補間変位 (4.66) を代入すると次式が得られる

$$\int_v \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv \{d\} = \int_{S_k} \mathbf{N}^T \{f_p\} dS_k$$

が得られる．これをさらに要素剛性方程式と呼ぶ

$$\mathbf{K}_e \{d\}_e = \{f\}_e \quad (4.71)$$

の形で表す．ここでの形の要素剛性方程式と呼ぶ連立一次方程式で表す．係数行列  $\int_v \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv$  は 24 行 24 列の行列となり、三次元解析での節点の自由度数 3 に対応した 3 行 3 列の小行列  $\mathbf{A}_{ij}$  が、節点の個数 8 個に対応して 8 行 8 列並んだ行列となっている．

$$\mathbf{K}_e = \int_{v_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dv_e = \begin{pmatrix} \int_{v_e} A_{11} dv_e & \int_{v_e} A_{12} dv_e & \dots & \int_{v_e} A_{18} dv_e \\ \int_{v_e} A_{21} dv_e & \int_{v_e} A_{22} dv_e & \dots & \int_{v_e} A_{28} dv_e \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_{v_e} A_{81} dv_e & \int_{v_e} A_{82} dv_e & \dots & \int_{v_e} A_{88} dv_e \end{pmatrix} \quad (4.72)$$

ここで  $A_{ij}$  は

$$\mathbf{A}_{ij} = \begin{pmatrix} {}_{11}A_{ij} & {}_{12}A_{ij} & {}_{13}A_{ij} \\ {}_{21}A_{ij} & {}_{22}A_{ij} & {}_{23}A_{ij} \\ {}_{31}A_{ij} & {}_{32}A_{ij} & {}_{33}A_{ij} \end{pmatrix} \quad (4.73)$$

であり各成分は

$$\begin{aligned} {}_{11}A_{ij} &= \alpha \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \\ {}_{12}A_{ij} &= \gamma \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial x} \\ {}_{13}A_{ij} &= \gamma \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial z} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial x} \\ {}_{21}A_{ij} &= \gamma \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial y} \\ {}_{22}A_{ij} &= \alpha \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \\ {}_{23}A_{ij} &= \gamma \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial z} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial y} \\ {}_{31}A_{ij} &= \gamma \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial z} \\ {}_{32}A_{ij} &= \gamma \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial z} \\ {}_{33}A_{ij} &= \alpha \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \beta \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} \end{aligned}$$

であり，係数  $\alpha, \beta, \gamma$  はそれぞれ

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \beta &= \frac{E}{2(1+\nu)} \\ \gamma &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}\end{aligned}\tag{4.74}$$

である．

要素剛性方程式を求めるためには次の積分

$$\mathbf{K}_{eij} = \int_{ve} A_{ij} dv_e$$

の体積分の計算が必要であるが，ここでは Gauss 積分公式を用いて処理する．Gauss 積分公式を用いると要素上での体積分は，積分点  $(x_i, y_i, z_i)$  での関数値  $f(x_i, y_i, z_i)$  と重み  $W_i, W_j, W_k$  との積の総和として

$$\int_v f(x, y, z) dv_e = \sum_i^n \sum_j^n \sum_k^n f(x_i, y_j, z_k) W_i W_j W_k$$

で求められる．積分点の  $(x_i, y_i, z_i)$  の座標と重みをそれぞれ表 4.1 に示す．

表 4.1: 3点での Gauss 積分公式での積分点の座標と重み

条件	座標	重み
1	$-\sqrt{15}/5$	8/9
2	0	5/9
3	$+\sqrt{15}/5$	8/9

ここでは要素  $e$  の要素剛性方程式は，要素  $e$  上で 8 節点に 3 自由度ずつあるため 24 元の連立一次方程式となっている．

### 全体剛性方マトリックスの作成

以上の操作により各要素毎の要素剛性方程式が作成された．次いでこれを全要素に関する外力と応力との釣り合い式である全体剛性方程式として作成する必要がある．ここで図 4.4 のような構造に対する全体剛性行列の作成を考える．

要素 A と要素 B の要素剛性行列  $\mathbf{K}_A, \mathbf{K}_B$  は式 (4.75) のようになっているものとする．

$$\mathbf{K}_A = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \cdots & \mathbf{A}_{18} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \cdots & \mathbf{A}_{28} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{81} & \mathbf{A}_{82} & \cdots & \mathbf{A}_{88} \end{pmatrix} \quad \mathbf{K}_B = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} & \cdots & \mathbf{B}_{18} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} & \cdots & \mathbf{B}_{28} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{B}_{81} & \mathbf{B}_{82} & \cdots & \mathbf{B}_{88} \end{pmatrix}\tag{4.75}$$

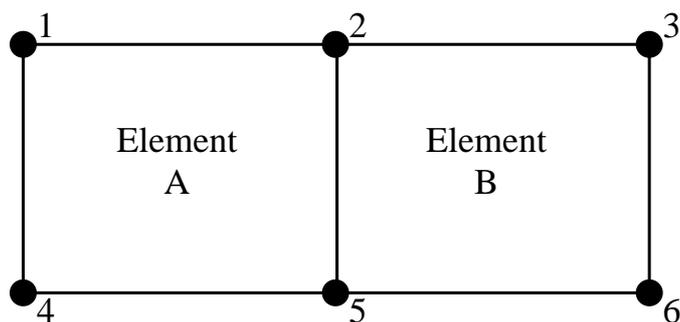


図 4.4: Sample Mesh

ここで  $A_{ij}, B_{ij}$  は小行列である .

まず  $K_A$  を全体剛性マトリックスに組み入れる . 小行列  $A_{ij}$  は , 要素  $A$  の節点  $i$  が全体では節点  $i_g$  , 節点  $j$  が全体では節点  $j_g$  であることから , 全体剛性マトリックスの  $i_g$  行  $j_g$  列に組み込まれるため , 以下の表 4.2 に示した要素内での局所節点番号と全体での節点番号との対応を用いて , 全体剛性マトリックスは

表 4.2: 2 要素の節点番号の対応

要素	節点 1	節点 2	節点 3	節点 4
要素 A	1	2	5	4
要素 B	2	3	6	5

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix}
 \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & 0 & \mathbf{A}_{14} & \mathbf{A}_{13} & 0 \\
 \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & 0 & \mathbf{A}_{24} & \mathbf{A}_{23} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \mathbf{A}_{41} & \mathbf{A}_{42} & 0 & \mathbf{A}_{44} & \mathbf{A}_{43} & 0 \\
 \mathbf{A}_{31} & \mathbf{A}_{32} & 0 & \mathbf{A}_{34} & \mathbf{A}_{33} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

となる . 次いで  $K_B$  を全体剛性マトリックスに組み入れる . 同様に表 4.2 の対応を用いると , 全体剛性マトリックスは

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & 0 & \mathbf{A}_{14} & \mathbf{A}_{13} & 0 \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} + \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{A}_{24} & \mathbf{A}_{23} + \mathbf{B}_{14} & \mathbf{B}_{13} \\ 0 & \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} & 0 & \mathbf{B}_{24} & \mathbf{B}_{23} \\ \mathbf{A}_{41} & \mathbf{A}_{42} & 0 & \mathbf{A}_{44} & \mathbf{A}_{43} & 0 \\ \mathbf{A}_{31} & \mathbf{A}_{32} + \mathbf{B}_{41} & \mathbf{B}_{42} & \mathbf{A}_{34} & \mathbf{A}_{33} + \mathbf{B}_{44} & \mathbf{B}_{43} \\ 0 & \mathbf{B}_{31} & \mathbf{B}_{32} & 0 & \mathbf{B}_{34} & \mathbf{B}_{33} \end{pmatrix} \quad (4.76)$$

となるり，変位を未知数とした以下の連立一次方程式が得られる

$$\mathbf{K}\{d\} = \mathbf{F} \quad (4.77)$$

全体剛性マトリックスは対称で，対角優位な行列である．また行列  $\mathbf{K}$  の各行の非ゼロ成分は，その行に対応する節点と関連する要素を持つ節点に対応する列にしかない．このため多数の要素・節点からなる問題では，行列  $\mathbf{K}$  は各行の殆どの列がゼロである疎行列となる．

## 第 5 章

# 連成解析手法と物理量伝達モデル

ここでは本システムで流体と構造の連成解析をどのように行うのかについて延べ、それにより生じる流体問題と構造問題間での物理量の伝達のモデル化について述べる。

### 5.1 連成解析手法

複数の現象を連携させて計算する連成解析には、強連成および弱連成と呼ばれる二つの手法がある [25].

強連成は連成場の解を、各現象の支配方程式を一つの連立一次方程式として同時に離散化して解く手法であり、一般に高精度の解が得られるが、その定式化の困難さから拡張性は低く、また二つの問題を同時に離散化しているために同時に扱う未知数の数が多く、しばしば多量のメモリと多くの計算時間を必要とする。(図 5.1(a)).

弱連成は連成場の解を、各現象の支配方程式をそれぞれ別々に離散化して解く手法である。別々に離散化された各問題は単独に計算され、その結果を他方の問題の解析の際の条件として用いることで連成問題を扱う手法であり、さらに一つめの問題の解析結果を二つめの問題の条件として用いるだけの一方向連成と、連続的に相互の問題間で情報の交換を行う双方向連成とがある。例えば双方向連成で流体・構造連成解析をする際には、流体解析の結果を初期条件および境界条件として構造解析を行い、その結果を初期条件及び境界条件として流体解析を行なうことを反復して流体問題と構造問題を解いてゆく。弱連成では各解析は独立に行われるため定式化が容易で、基本的に結果を交換してゆくだけで実行されるため各解析を独立に改良・交換することが出来また拡張性に富む。そこで本研究では弱連成解析を採用することとした。(図 5.1(b)).

流体問題と構造問題を別々に解く弱連成解析を用いるため流体問題と構造問題間で物理量の伝達について考慮する必要がある。

### 5.2 流体解析から構造解析へと伝える情報

流体解析から構造解析へと向う情報の伝達であるが、この方向に伝達する情報は壁面にかかる流体力、すなわち第 3 章にて定義した壁面への荷重であり、解析計算時の格子は二値化ボクセル

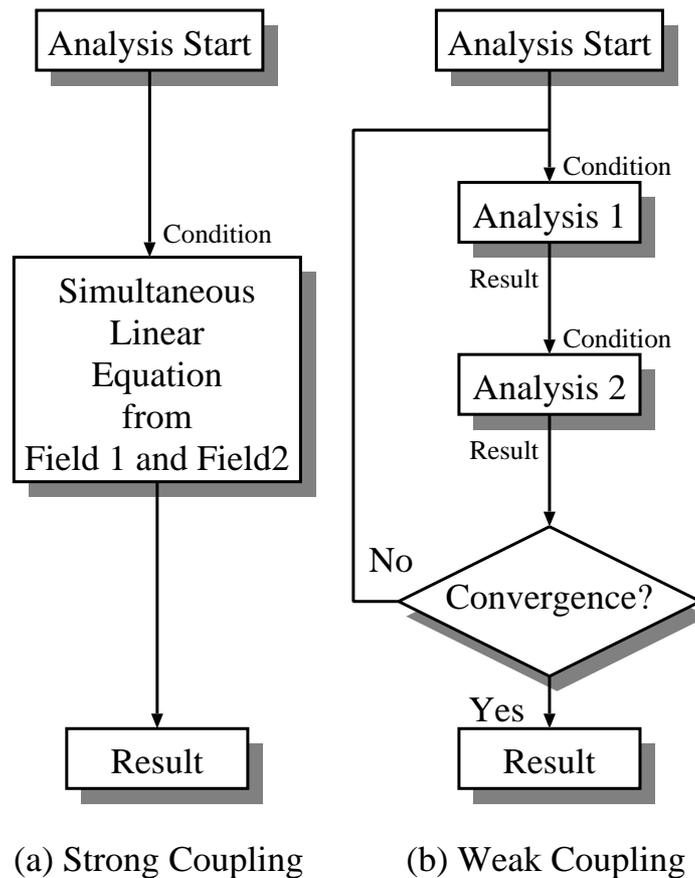


図 5.1: 二つの連成解析手法の実行の流れ

であるため、壁面に垂直に働く荷重は  $xyz$  いずれかの軸と平行な力として構造解析へと伝えられることとした (図 5.2).

### 5.3 構造解析から流体解析へと伝える情報

構造解析から流体解析へと向う情報の伝達であるが、この方向に伝達する情報は血管壁が変形したことによる流路形状の変化と、壁面での速度境界条件としての血管壁の変形速度とした。

構造解析に用いる格子として一般的なラグランジュ格子では、物体形状の変形を図 5.3 に示すように節点を移動して格子を変形させることにより表現する。

しかしボクセルベースの解析では、格子はボクセルにより表現される直交等間隔格子であるため節点を移動して格子を変形することが出来ない。そこで本システムでは構造解析サブシステムにより得られた弾性体ボクセルの変位ベクトルを用いて、ボリュームデータ中の輝度値の移動を行う。次タイムステップの解析では変位により移動した輝度値を二値化したボクセルを計算格子とすることで形状の変形を解析へと反映する。

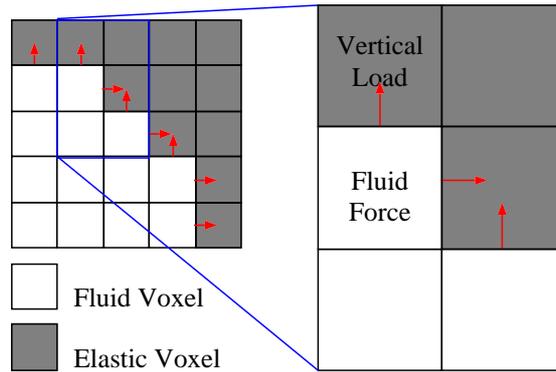


図 5.2: 壁面の法線方向荷重

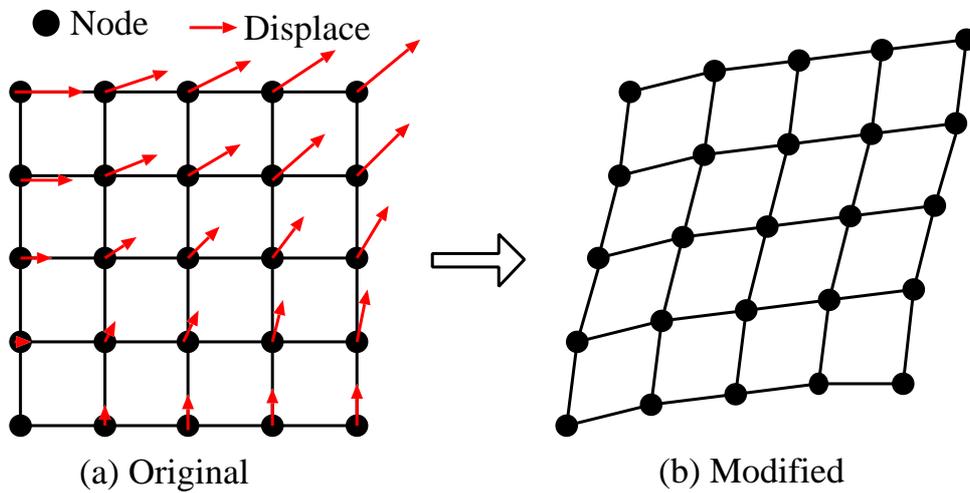


図 5.3: 節点の移動による形状変形

### 5.3.1 輝度値の移流

輝度値の移動は、以下に示す輝度値のボクセルデータ中での輝度値  $\phi$  に関する移流方程式を解くことにより行う。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + U_x \frac{\partial \phi}{\partial x} + U_y \frac{\partial \phi}{\partial y} + U_z \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (5.1)$$

$\vec{U} = (U_x, U_y, U_z)$  は輝度値の変位速度であり構造解析サブシステムにより求められた変位  $\vec{d} = (d_x, d_y, d_z)$  の値と、連成解析のタイムステップ  $\Delta t$  とにより

$$U_x = \frac{d_x}{\Delta t}, \quad U_y = \frac{d_y}{\Delta t}, \quad U_z = \frac{d_z}{\Delta t} \quad (5.2)$$

と定義される。

構造解析の結果の変位が微小であった場合、次タイムステップの計算格子である二値化ボクセルデータは現タイムステップでの二値化ボクセルデータと違いが出ないこともあるが、微小な変

形は輝度値ボクセルデータに蓄積されるため、その積み重ねにより、いつかは解析の際の格子形状として反映させることができる。これは二値化ボクセルだけを用いる方法にはない長所である。

### 5.3.2 壁の移動速度

構造解析から流体解析へ向う情報の伝達であるが、この方向に伝達するもう一つの情報は血管壁が移動する速度である。これは壁が、構造解析から求められた変位から定義される変位速度(5.2)で移動しているとして、流体解析の壁面の速度境界条件として設定する。これにより次タイムステップの流体解析に、1セル分の長さには満たないため計算格子には反映されない微小な変形の影響を反映させることができる(図5.4)。

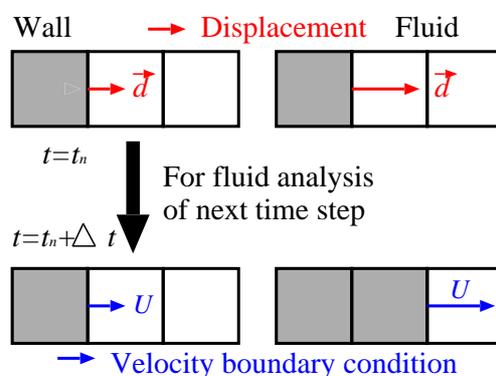


図 5.4: 変位から定義される次タイムステップでの壁の移動速度

#### 壁での境界条件

本研究では流れと弾性体壁との流体-固体連成解析を弱連成解析により行うため、壁は移動しない固定壁と、流体力により変形、すなわち移動する移動壁の二種類があるが、本研究では統一的な扱いとするために、移動しない壁は速度0で移動していると思なし、全ての壁は移動しているものとして扱うこととした。ここではそれら移動壁における境界条件の与え方について述べる。

#### 壁での速度の扱い

壁付近での速度の境界条件を組み込むために、壁を介して流体ボクセルと隣接する弾性体ボクセルにも仮想的に流速を配置した(図5.5)。またここでは壁の移動速度は  $u^v, u^w, u^z$  である。壁の法線方向移動速度を  $v^w$  と表す。壁での境界条件は

$$v_{i,j-1/2,k} = v_{i,j-1/2,k}^w \quad (5.3)$$

とし，速度成分  $v$  の壁の法線方向勾配が 0 となるように

$$v_{i,j+1/2,k} = v_{i,j-3/2,k} \quad (5.4)$$

とした，これにより  $v^w = 0$  の場合はスタッガード格子を用いて壁が移動しない計算を行う際の壁と垂直な方向の速度成分の境界条件と同じになる．次いで壁の水平方向移動速度  $u^w$  の扱いであるが，この速度は流体解析での速度  $u$  の定義点ではない位置  $(i + 1/2, j - 1/2, k)$  での速度であるため，これを反映するために  $(i + 1/2, j - 1/2, k)$  を挟む 2 点の速度の平均が  $u^w$  となるよう，弾性体内に仮想的に配置された流速  $u_{i+1/2,j-1,k}$  を

$$u_{i+1/2,j-1,k} = 2u^w - u_{i+1/2,j,k} \quad (5.5)$$

とする．これにより  $u^w = 0$  のときはスタッガード格子を用いて壁が移動しない計算を行う際の壁と水平な方向の速度成分の境界条件の設定法と同様に

$$u_{i+1/2,j-1,k} = -u_{i+1/2,j,k} \quad (5.6)$$

となり，壁が移動するかどうかに関わらず統一的な扱いができる．

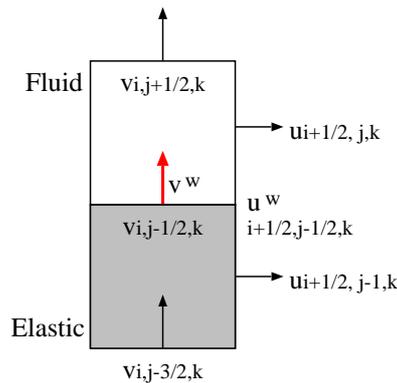


図 5.5: 壁での速度の境界条件

また，ある前タイムステップでボクセルのタイプが弾性体ボクセルであったものが，変形により現タイムステップでは流体ボクセルへと変わった場合，そのボクセルの現タイムステップでの速度は，そのボクセルが前ステップでも仮想的な速度を配置されたボクセルであった場合はそのままの値を引継ぎ，前ステップでは一切速度が配置されていないボクセルであった場合は，周囲の流体ボクセルの速度の平均値とすることとした．

また CIP 法により速度予測子をその移流成分と非移流成分に分けて順に計算しているため，速度予測子の中間的な値とそれらの導関数にも境界条件が必要となる．ここでは中間的な値に対しては速度の境界条件と同一のものを，導関数に関しては壁面での値および弾性体ボクセル中に仮想的に配置された値全てで 0 とした．

## 壁面での圧力の扱い

壁面付近での圧力の境界条件を組み込むために、壁面を介して流体ボクセルと隣接する弾性体ボクセルにも仮想的に圧力を配置し、その圧力の値  $p_{i,j,k}$  を

$$p_{i,j,k} = \frac{1}{N_f} \sum_n^{N_f} p_n \quad (5.7)$$

とする。ここで  $N$  は今着目している仮想的に圧力を配置された弾性体ボクセル周囲にある、流体ボクセルの数であり、 $p_n$  は周囲にある流体ボクセルでの圧力である。通常壁面での圧力の境界条件は、壁面の法線方向を  $\vec{n}$  とすると

$$\frac{\partial p}{\partial \vec{n}} = 0 \quad (5.8)$$

とするが、この弾性体ボクセルの仮想的な圧力を周囲の流体ボクセルの圧力の平均として決めることにより、図 5.6(a) に示す通常の壁面の場合は隣接する流体ボクセルの数は 1 であるため、壁面の法線にそった圧力勾配を  $=0$  とすることができ、(b) に示す角の場合であっても圧力勾配を  $\approx 0$  に近づけることができる。また (a)(b) どちらの場合であっても統一的な扱いで圧力の境界条件を課することができる。

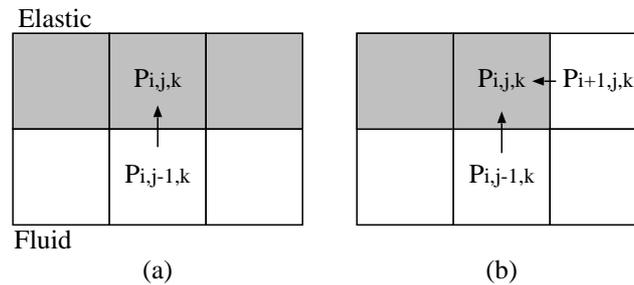


図 5.6: 壁での圧力の境界条件

また、ある前タイムステップでボクセルのタイプが弾性体ボクセルであったものが、変形により現タイムステップでは流体ボクセルへと変わった場合、そのボクセルの現タイムステップでの圧力は、そのボクセルが前ステップでも仮想的な圧力を配置されたボクセルであった場合はそのままの値を引継ぎ、前ステップでは一切圧力が配置されていないボクセルであった場合は、周囲の流体ボクセルの圧力の平均値とすることとした。

## 第 6 章

# 数値実験

単純形状での単体検証及び FIDAP との比較による検証を行なった後，狭窄を持つ実血管および分岐する血管での解析を行った．

### 6.1 扱うボクセルの検討

CT や MRI などの機器から得られる人体のスライス画像の集合では，画像間の解像度は高いが画像間の解像度は低い．そのため入力画像から直接ボクセルデータを作成した場合血管壁などの細かい構造を表現することはできない．また作成されたボクセルは細長い直方体となるため必ずしも高精度な数値シミュレーションを行なうことは期待できない．

そこではじめに，連成解析に用いるボクセルデータを作成するための前処理として医療画像から作成されるボクセルデータを補間することで作成されるボクセルの細分化を行なうことを検討した．

#### 6.1.1 ボクセル細分割法

前述のように医療画像の標準的なフォーマットである DICOM 形式の画像は  $512 \times 512$  ピクセルの画像であり，一般的に人体に使用される CT では一枚の画像の中で  $0.1\text{mm}$  程度の解像度を持っている．しかしスライス画像の間の解像度は最小でも  $0.5\text{mm}$  程度と粗いため，この画像から直接作成したボクセルデータでは薄い血管壁などの小さな構造を十分に表現することができない．また作成されたボクセルは数値計算の際に理想的な理想的な立方体ではなく画像間の方向には細長い直方体となるため計算精度にも問題があると思われる．数値計算の際には立方体のボクセルを用いることが望ましいと考えられる．

そこで画像処理の分野における画像補間あるいはリサンプリングと呼ばれる，画像を拡大する際に元の画像中には存在しないピクセルの輝度を周囲のピクセルの輝度から決定する手法に着目し，三次元に拡張したボクセルデータの細分割技術を開発し，任意の大きさのボクセルを作成することを検討した．この方法はこれは画像処理などにおいて画像のサイズを変更する際等に広く使われるアルゴリズムであるたたみ込み補間を三次元に拡張した方法であり，点  $x = x_i + a, y =$

$y_j + b, z = z_k + c$  ( $0 < a, b, c < 1$ ) の輝度値  $f$  は、周囲 64 点の輝度値から次式に示す重み付き和により決定される。

$$f(x, y, z) = \sum_{l=-1}^2 \sum_{m=-1}^2 \sum_{n=-1}^2 f(x_{i+l}, y_{j+m}, z_{k+n}) \text{sinc}(x') \text{sinc}(y') \text{sinc}(z') \quad (6.1)$$

但し  $x' = x - x_{i+l}, \quad y' = y - y_{j+m}, \quad z' = z - z_{k+n}$

ここで sinc 関数と呼ばれる重み関数は本来

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \quad (6.2)$$

で定義される関数であるが、この関数の  $|t|$  の増大とともに急激に  $|\text{sinc}(t)| \simeq 0$  となる性質及び  $t \ll 1$  の際の計算の安定性を考慮して、ここでは図 6.1 に示すように sinc 関数をよく近似できる次の多項式を用いた

$$\text{sinc}(t) = \begin{cases} |t|^3 - 2|t|^2 + 1 & (0 \leq |t| < 1) \\ -|t|^3 + 5|t|^2 - 8|t| + 4 & (1 \leq |t| < 2) \\ 0 & (2 \leq |t|) \end{cases} \quad (6.3)$$

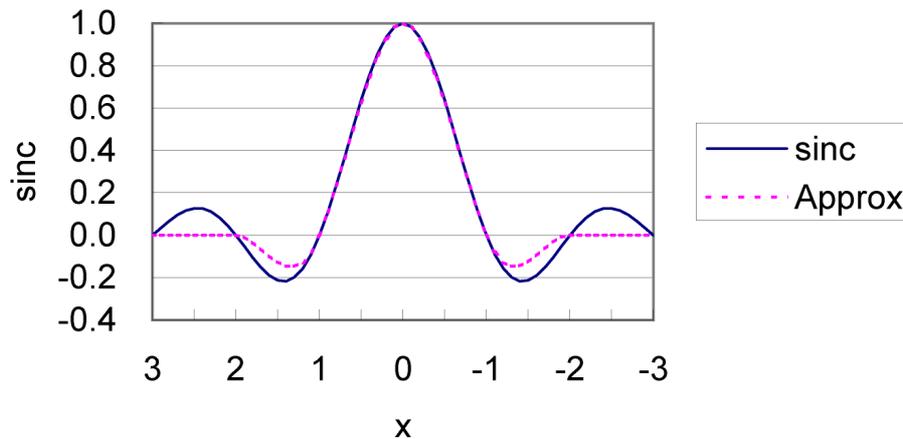


図 6.1: sinc 関数と近似関数

### 6.1.2 流体解析による確認

入力画像からの直接作った輝度値のボクセルデータより直接作成した輝度値のボクセルと、たみ込み補間により解像度を向上させたボリュームデータから作成したボクセルによる流体計算を試みることでボクセル細分割化が計算結果にどのような影響を与えるのかを確認した。ボクセル細分割化の際には画像間の解像度が 0.25mm および 0.20mm となるように調整し、その際さらに画像間の補間のみならず、作成されるボクセルデータのアスペクト比が 1 となるよう画像内の解像度も 0.25mm および 0.20mm となるように調整した。図 6.2 から図 6.4 に入力画像から直接

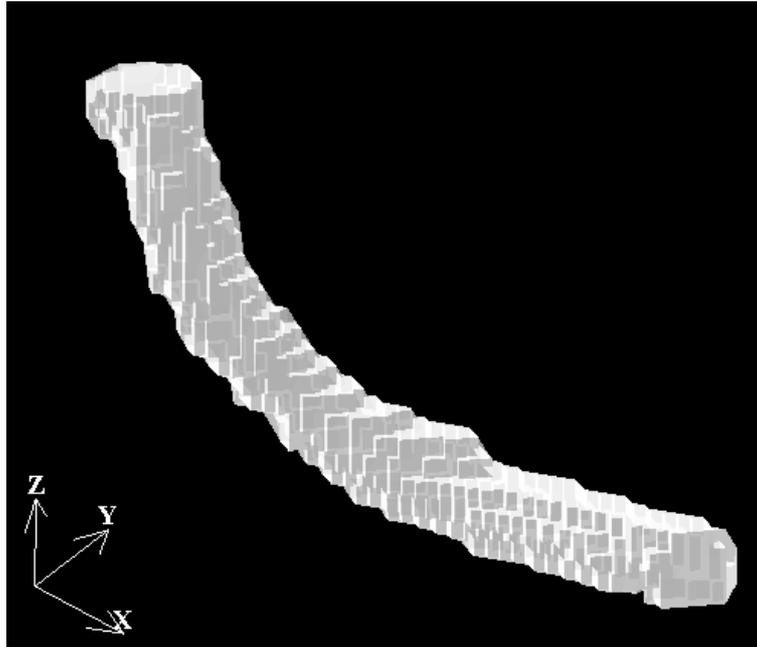


図 6.2: オリジナルボクセル

作成した血管のボクセルデータと、たたみ込み補間で調整したボクセルデータを示す。一見して入力画像から直接作成したボクセルでは形状表面の凹凸が大きいことがわかる。

これらボクセルに対して本システムの流体解析コードにより、Reynolds 数 300 の定常流解析を行った。図 6.5 から図 6.7 に計算結果を流線で示した。先に述べたようにオリジナルデータではボクセルの長さが大きく血管形状を表現するボクセル数が少ないため、たたみ込み補間による結果と比較すると、管中心部の速度が大きい。一方たたみ込み補間によるボクセルの長さ 0.25mm と 0.20mm のデータによる結果では流れに大きな差異は見られなかった。

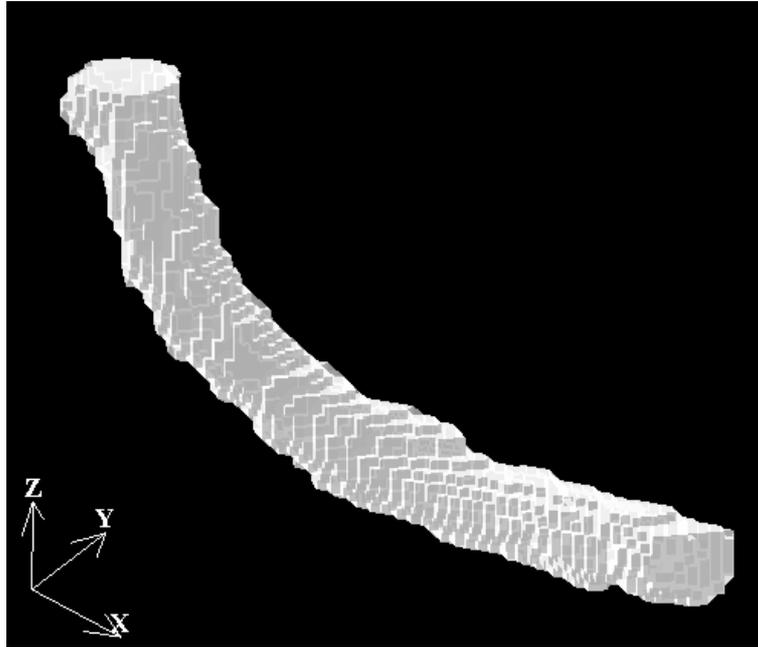


図 6.3: 長さ 0.25mm のボクセル

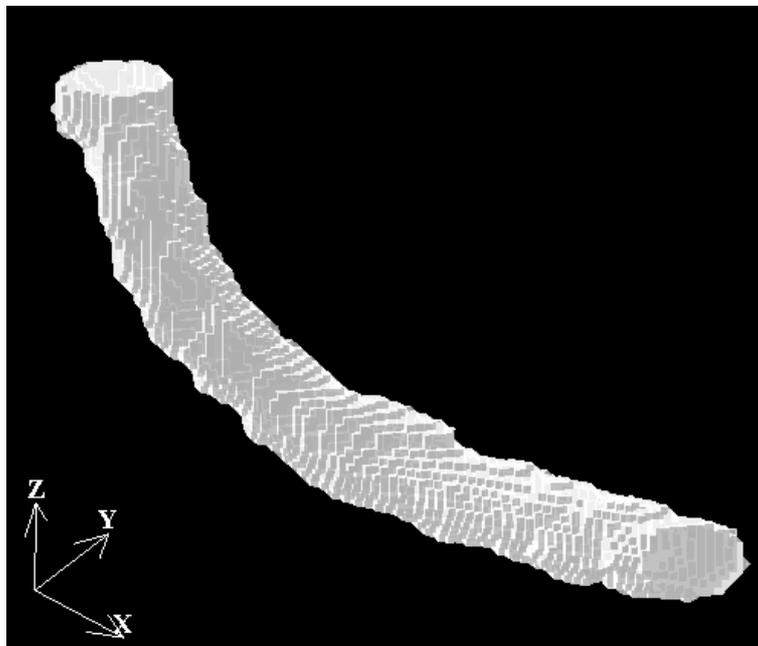


図 6.4: 長さ 0.20mm ボクセル

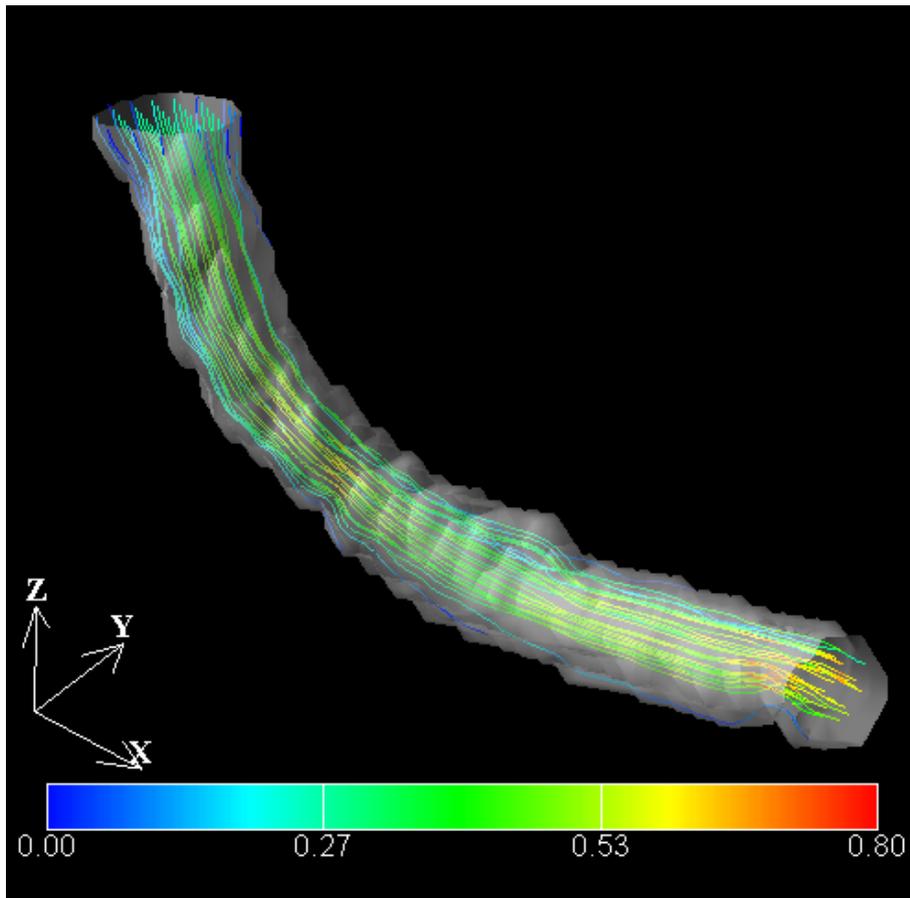


図 6.5: 流線 - オリジナル

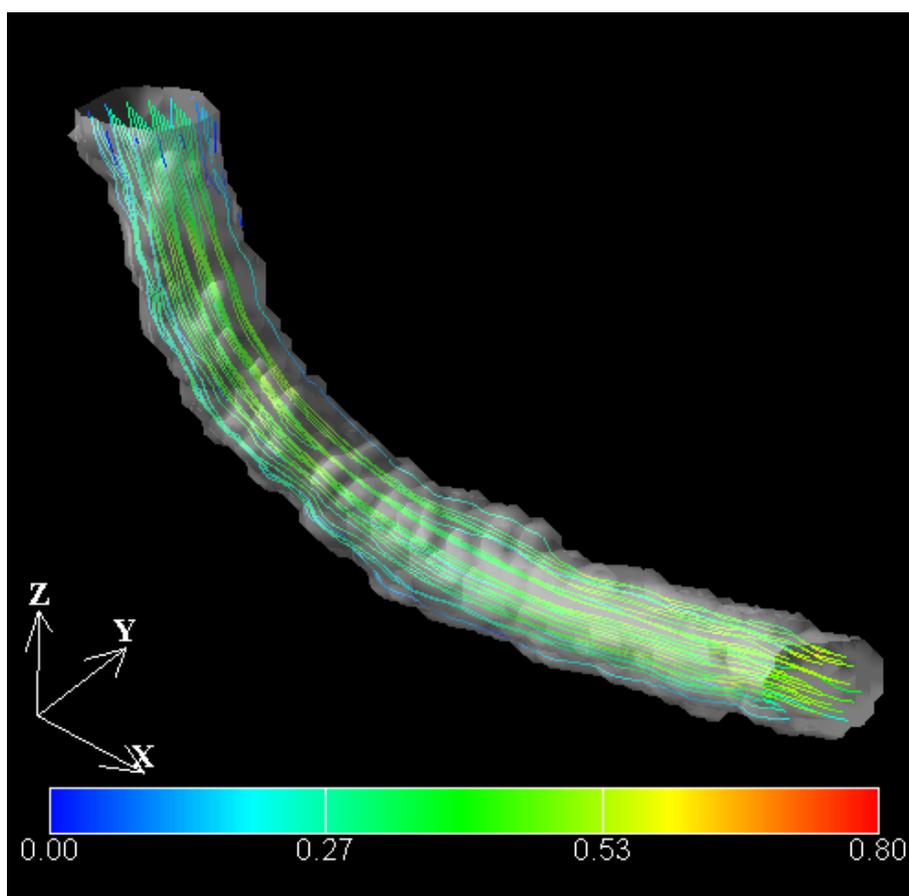


図 6.6: 流線 - 長さ 0.25mm のボクセル

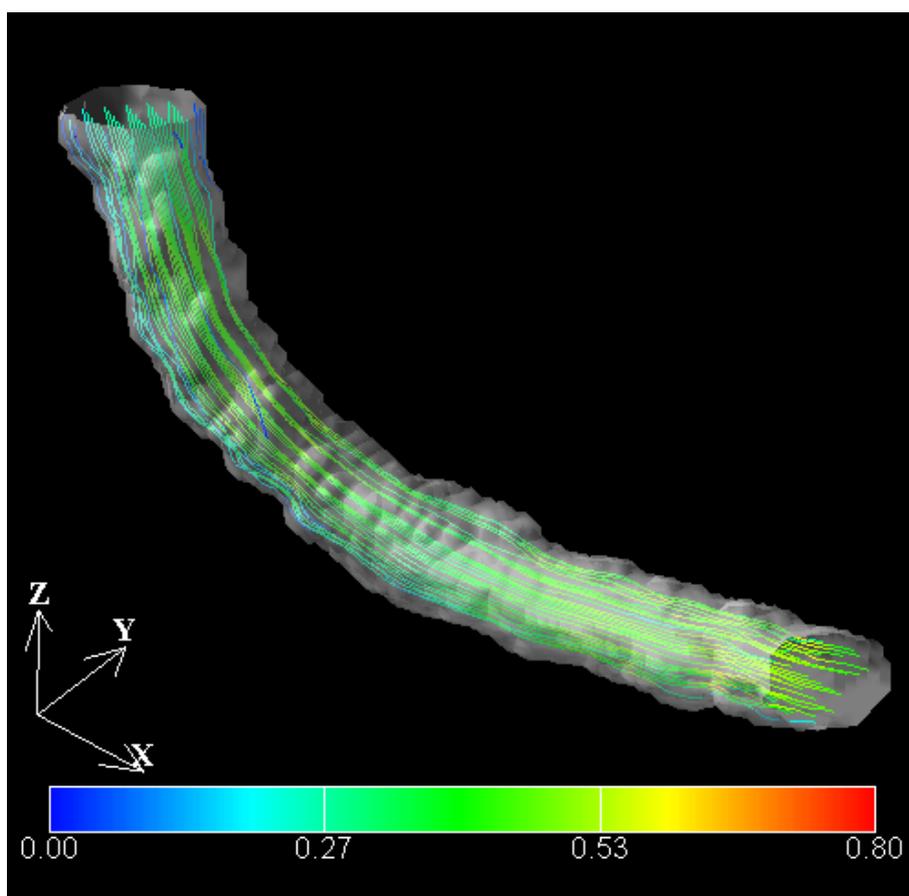


図 6.7: 流線 - 長さ 0.20mm のボクセル

医療画像を入力データとして用いる生体に対するボクセルベース解析の際のボクセル細分割化の検討を行った。その結果解析を行なう細には、入力画像から直接作成した直方体ボクセルよりも、ボクセル細分割を行うことで作成した立方体ボクセルを用いる方が精度が良いことが判った。そのため以降延べる数値実験においては、本検討で作成したボクセル細分割技法あるいは医療画像処理ソフト RealINTAGE によりボクセルが立方体となるように調整したボクセルを用いることとした。

## 6.2 単体試験

まず本システムで同一形状を表現するボクセル数の解像度を変えて計算を行うことでシステムの検証を行った。

実験形状は直径 1mm の、直線部の長さ 4mm、90 度に曲がった湾曲部の曲率半径 1.5mm のエルボー管である。

ボクセル分割数は、直径 1.0mm をそれぞれ 8、10、12 個に分割するものを用いた。この場合ボクセルの一辺の長さはそれぞれ 0.125、0.100、0.0833mm となる。異なる大きさのボクセルで壁の厚さを同じにするため、壁の厚さは 0.5mm に統一した。それぞれこれは 8 分割ボクセルでは 4 ボクセル分、10 分割ボクセルでは 5 ボクセル分、12 分割ボクセルでは 6 分割分に相当する。壁のヤング率は 1.0MPa、ポアソン比は 0.3 とした。

この管にピーク時のレイノルズ数が 300 である sin 関数形をした周期 1 秒の拍動する一様流れを入れた際の流体・構造連成解析を行った。図 6.8 から図 6.19 に拍動の特徴的な時刻である 0.25、0.50、0.75、1.00 秒における管中心断面での流れの様相を示す。

図 6.8 から図 6.10 に示す拍動において流速が上昇してゆく期間の間である 0.25 秒においてはいずれも湾曲部内側でやや早い流れが生じている傾向は同一であった。

図 6.11 から図 6.13 に示す拍動において流速がピークとなる時刻である 0.50 秒においては、いずれも湾曲部内側に明らかに流れが速い領域が生じている傾向は同一であった。

図 6.14 から図 6.16 に示す拍動において流速が減少してゆく期間の間である 0.75 秒においていずれも様相としては 0.25 秒と似て、いずれも湾曲部内側でやや早い流れが生じている傾向は同一であった。

図 6.17 から図 6.19 に示す拍動において流速が消失する時刻である 1.00 秒においていずれも、流入が消失してはいるが湾曲部付近でまだ流れが生じている傾向は同一であった。また 10 分割 (図 6.18) と 12 分割 (図 6.19) では管湾曲の内側にそって流入口へと戻る流れの発生が見られたが 8 分割 (図 6.19) ではボクセル分割数の粗さゆえか戻る流れは見られなかった。

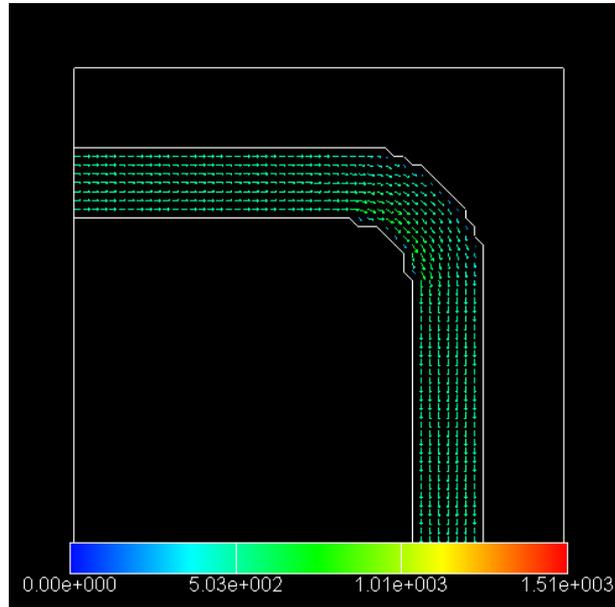


図 6.8: 8 分割:0.25 秒での流速

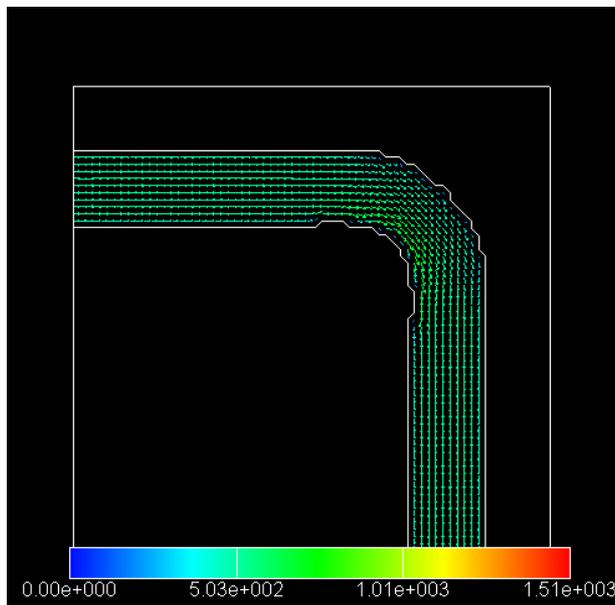


図 6.9: 10 分割:0.25 秒での流速

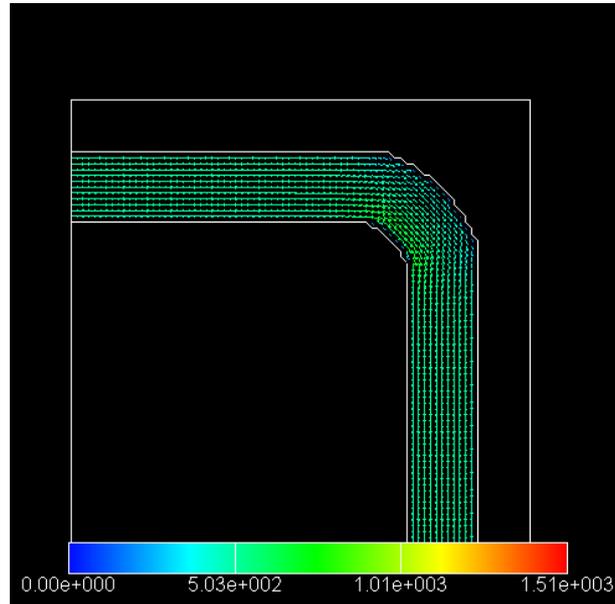


図 6.10: 12 分割:0.25 秒での流速

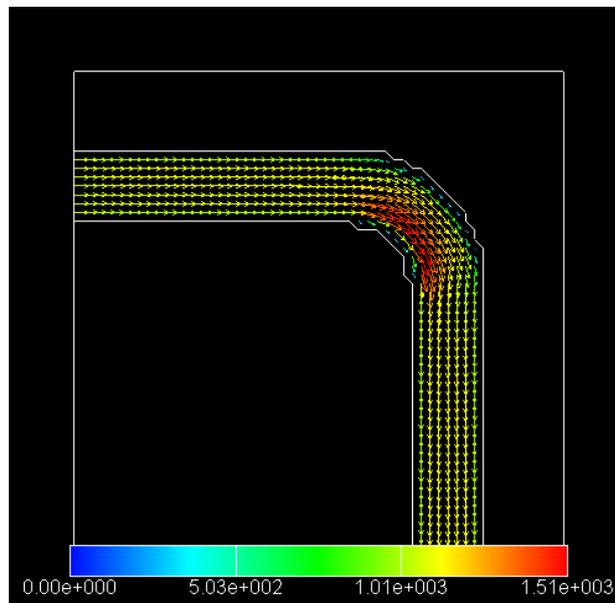


図 6.11: 8 分割:0.50 秒での流速

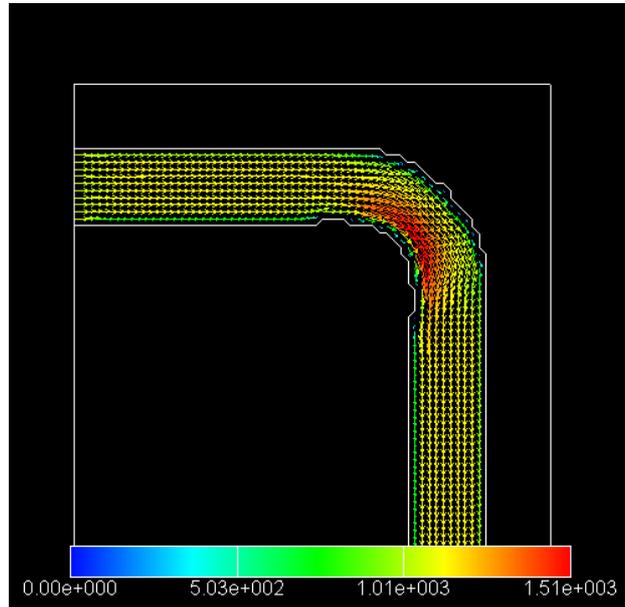


図 6.12: 10 分割:0.50 秒での流速

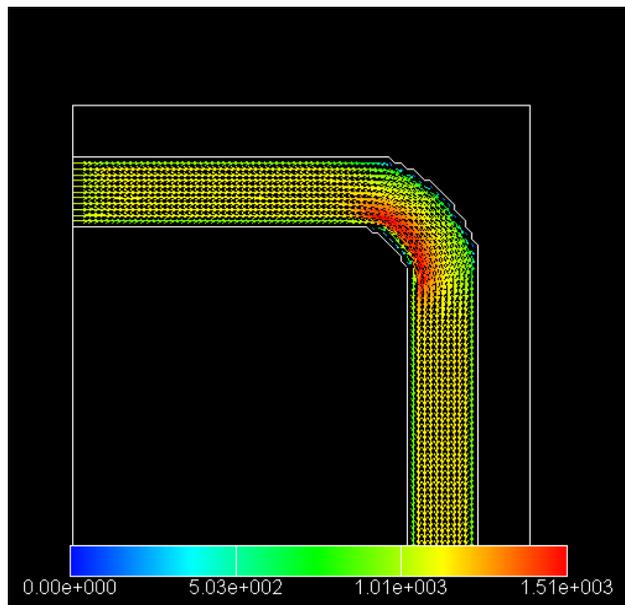


図 6.13: 12 分割:0.50 秒での流速

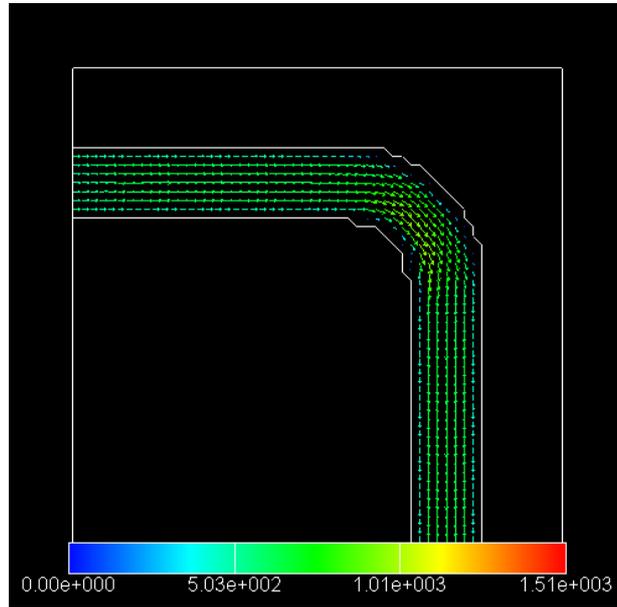


図 6.14: 8 分割:0.75 秒での流速

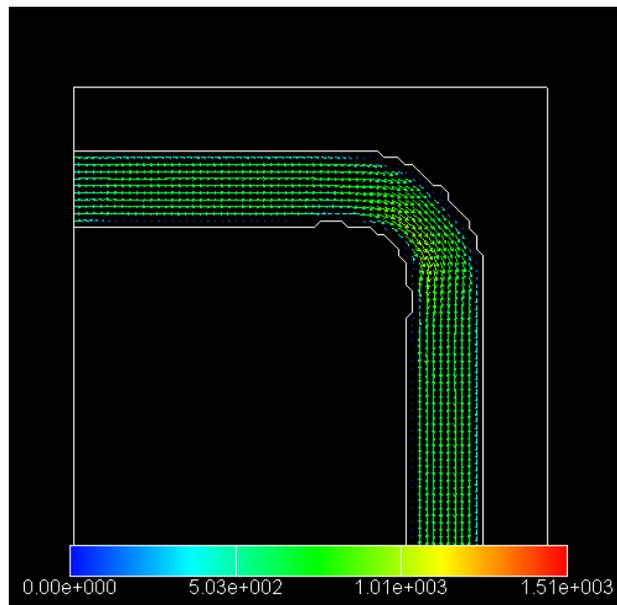


図 6.15: 10 分割:0.75 秒での流速

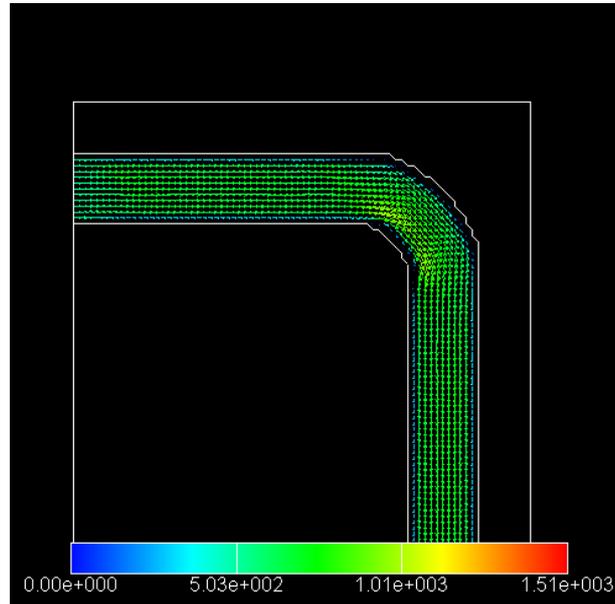


図 6.16: 12 分割:0.75 秒での流速

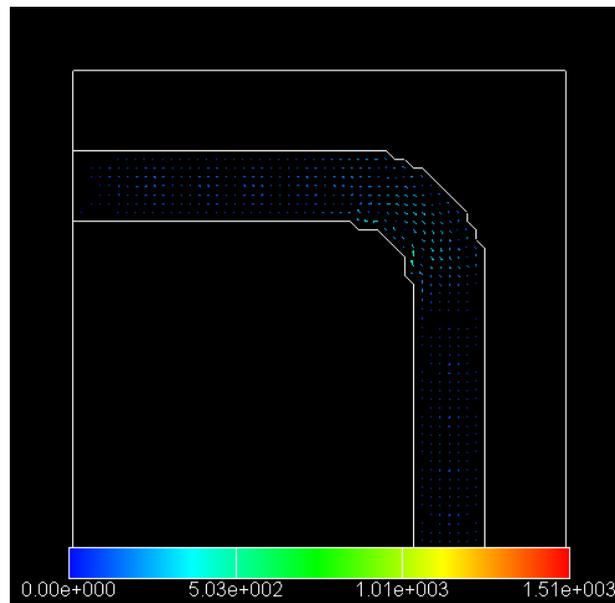


図 6.17: 8 分割:1.00 秒での流速

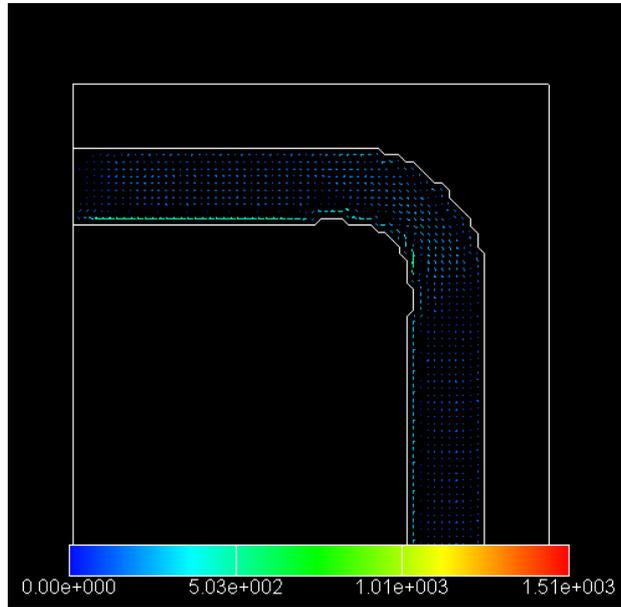


図 6.18: 10 分割:1.00 秒での流速

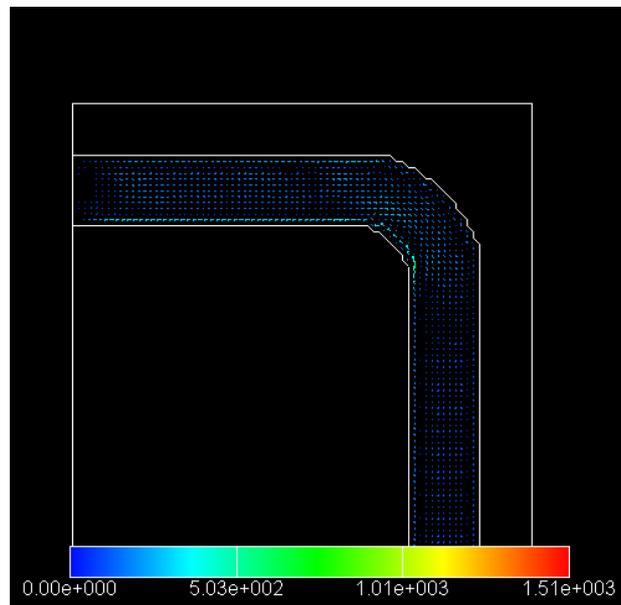


図 6.19: 12 分割:1.00 秒での流速

次いで図 6.20 から図 6.31 に拍動の特徴的な時刻である 0.25, 0.50, 0.75, 1.00 秒における管中心断面での管の変位の様相を示す。

図 6.20 から図 6.22 に示す拍動において流速が上昇してゆく期間の間である 0.25 秒においては、いずれも流入直後の領域が膨張するという傾向は同一であった。

図 6.23 から図 6.25 に示す拍動において流速がピークとなる時刻である 0.50 秒においては、いずれも湾曲部外側は膨張し、湾曲部内側は収縮するという傾向は同一であった。

図 6.26 から図 6.28 に示す拍動において流速が減少してゆく期間の間である 0.75 秒においては、いずれも流入直後の領域が顕著に収縮するという傾向は同一であった。

図 6.29 から図 6.31 に示す拍動において流速が消失する時刻である 1.00 秒においては、いずれも変形は殆どみられないという傾向は同一であった。

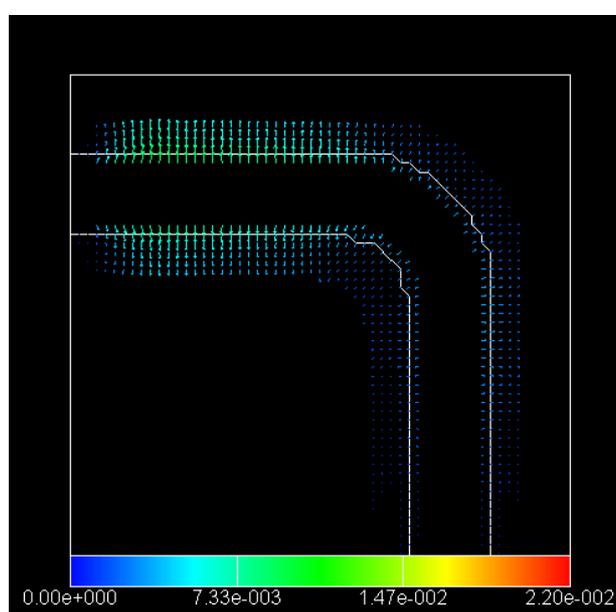


図 6.20: 8 分割:0.25 秒での変位

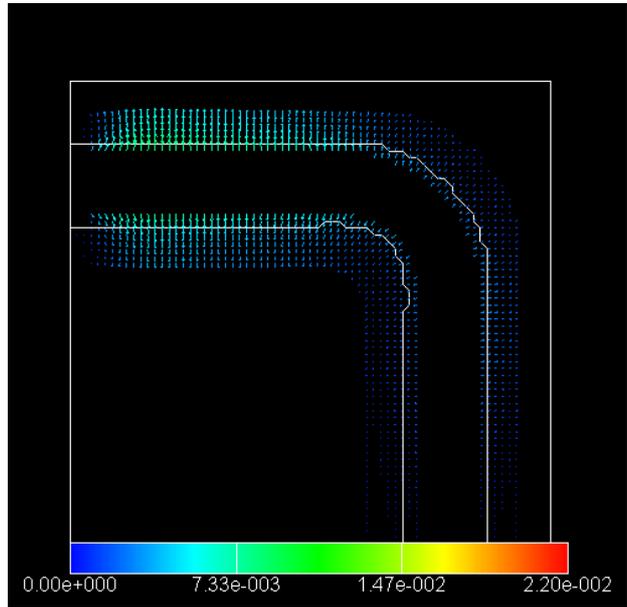


図 6.21: 10 分割:0.25 秒での変位

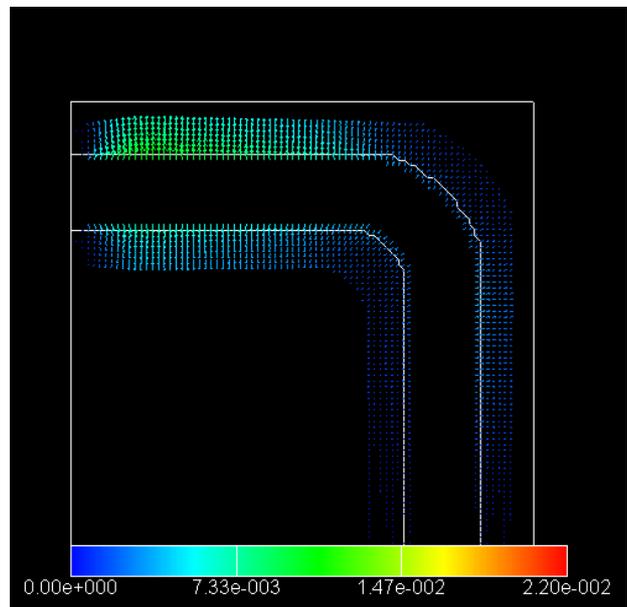


図 6.22: 12 分割:0.25 秒での変位

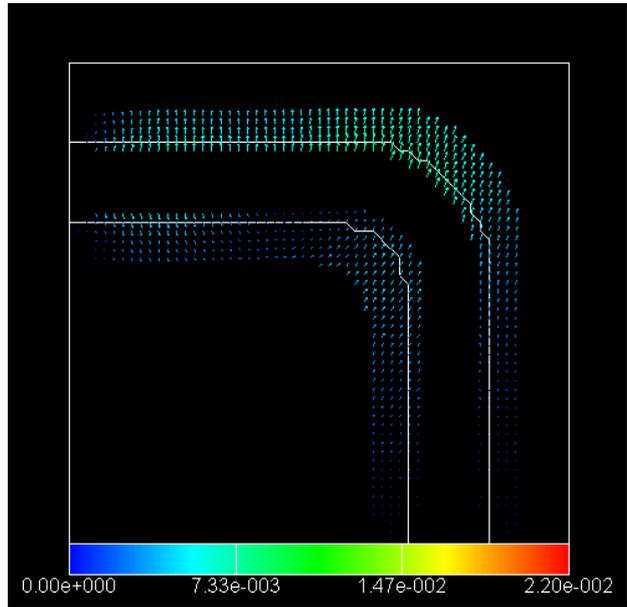


図 6.23: 8 分割:0.50 秒での変位

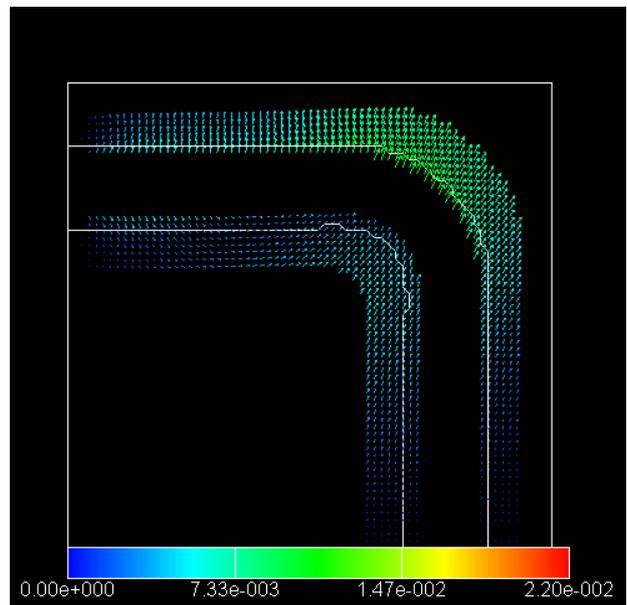


図 6.24: 10 分割:0.50 秒での変位

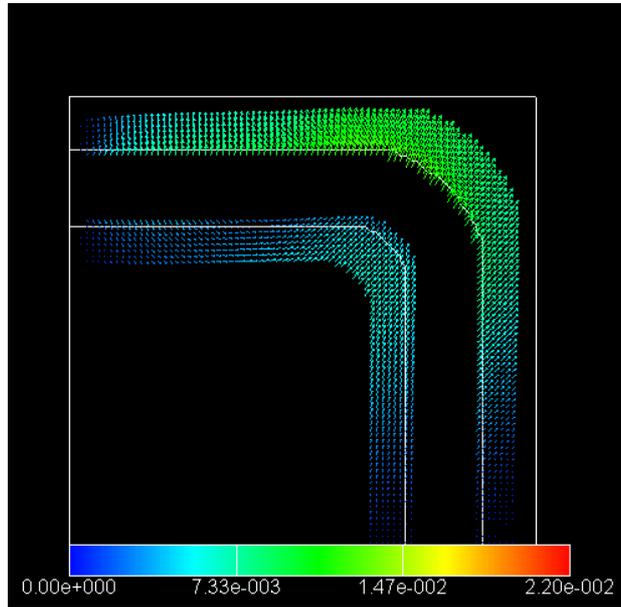


図 6.25: 12 分割:0.50 秒での変位

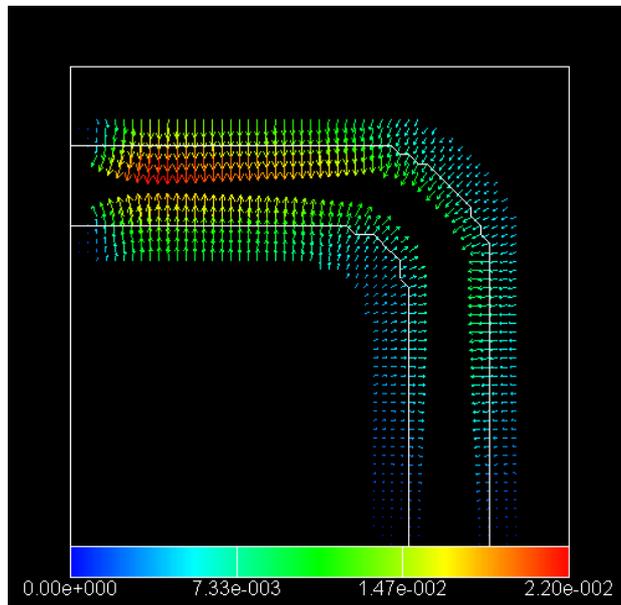


図 6.26: 8 分割:0.75 秒での変位

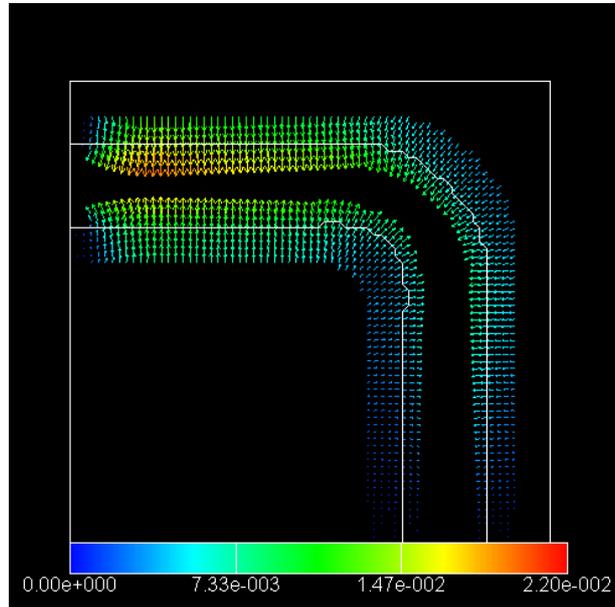


図 6.27: 10 分割:0.75 秒での変位

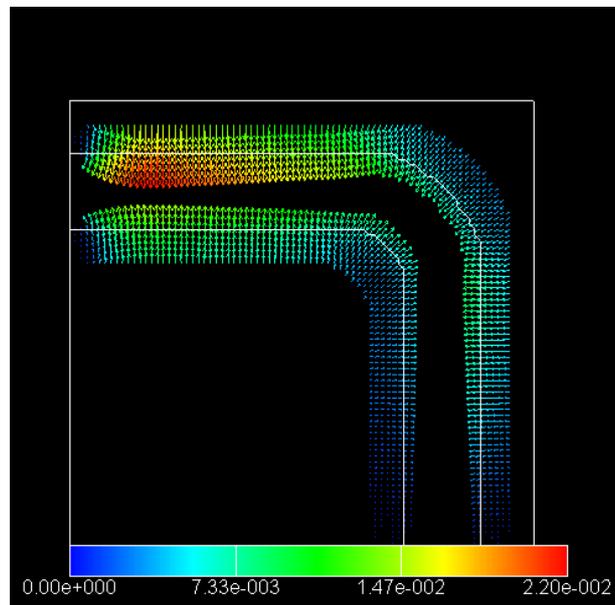


図 6.28: 12 分割:0.75 秒での変位

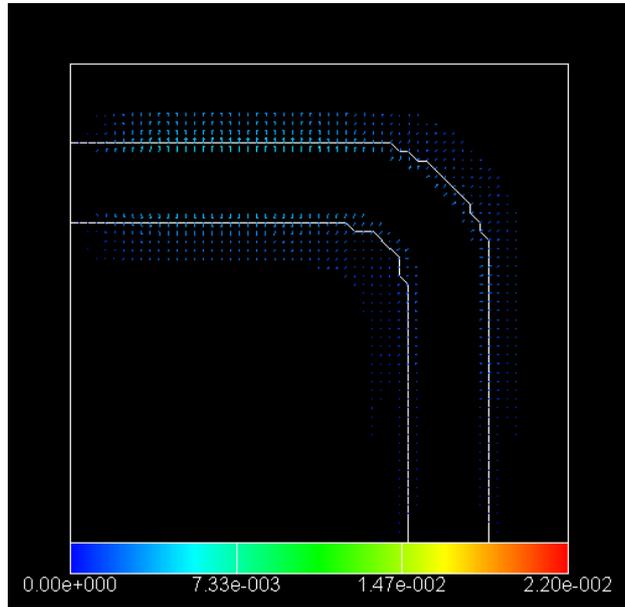


図 6.29: 8 分割:1.00 秒での変位

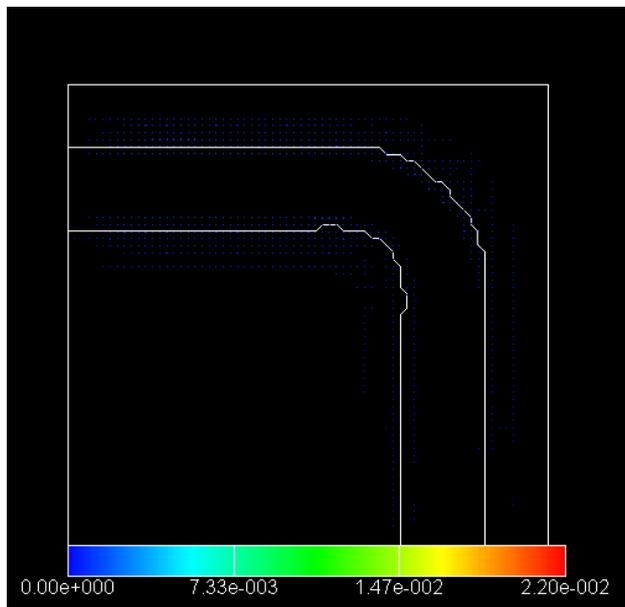


図 6.30: 10 分割:1.00 秒での変位

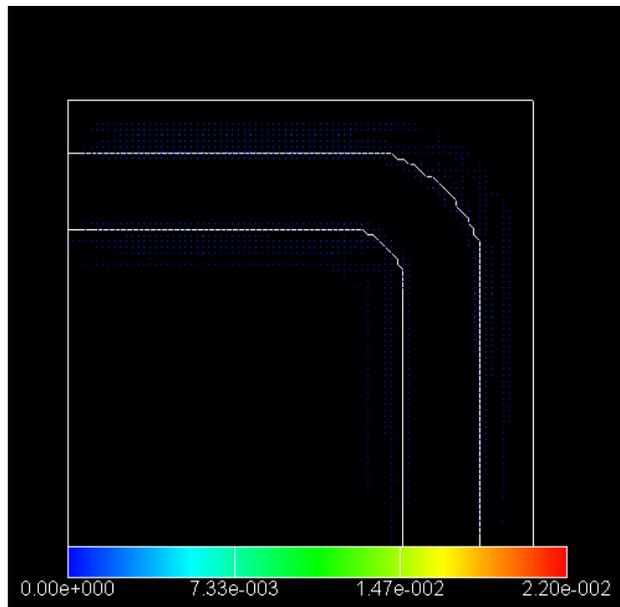


図 6.31: 12 分割:1.00 秒での変位

開発した本システムの動作を，同一形状を異なる細かさのボクセルにより計算することで検証した．いずれのボクセル分割数の場合でも同一時刻で，同一の流れおよび変位の様相が得られた．それゆえ開発した本システムが正しく動作していることを確認できた．

### 6.3 商用ソルバーとの比較

次に本システムと商用連成解析コード FIDAP[36] とで同一問題を解きシステムの検証を行った．実験形状は先ほどと同じ直径 1mm の，直線部の長さ 4mm，90 度に曲がった湾曲部の曲率半径 1.5mm のエルボー管である．

ボクセルは直径 1.0mm を 10 分割するものを用いた．この場合ボクセルの長さは 0.100mm となる．壁の厚さは 0.3mm に相当する 3 ボクセル分とした．FIDAP で用いたメッシュはできる限り  $\Delta x=0.100\text{mm}$  となるよう調節した境界適合の 6 面体要素からなるメッシュである．ヤング率は 1.0MPa，ポアソン比は 0.3 とした．

この管にピーク時のレイノルズ数が 300 である  $\sin$  関数形をした周期 1 秒の拍動する一様流れを入れた際の流体・構造連成解析を行った．図 6.32 から図 6.39 に拍動の特徴的な時刻である 0.25, 0.50, 0.75, 1.00 秒における管中心断面での流れの様相を示す．

図 6.32 と図 6.33 に示す拍動において流速が上昇してゆく期間の間である 0.25 秒では，両ケースともに流速は管内でほぼ一定という傾向が一致した．

図 6.34 と図 6.35 に示す拍動において流速がピークとなる時刻である 0.50 秒では，両ケースともに湾曲部内側で明らかに流れが速い領域が生じている傾向が一致した．

図 6.36 と図 6.37 に示す拍動において流速が減少してゆく期間の間である 0.75 秒では，両ケースともに様相としては 0.25 秒と似て，流速は管内でほぼ一定という傾向が一致した．

図 6.38 と図 6.39 に示す拍動において流速が消失する時刻である 1.00 秒では，両ケースともに流入が消失しているにもかかわらずわずかな流れがあるという傾向が一致した．ボクセルでは管内側，つまり管が水平になっている部分では図で下側，湾曲している部分では湾曲内側，垂直になっている部分では図で左側にそって流入へと戻る流れが見られるが，これは FIDAP でも湾曲部内側でわずかに見受けられるため，おおよそ流れは一致していると考えられる．

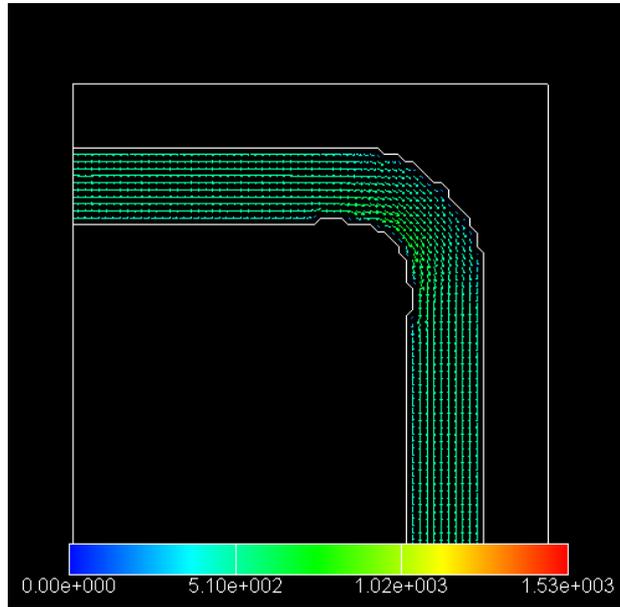


図 6.32: VOXEL:0.25 秒での流速

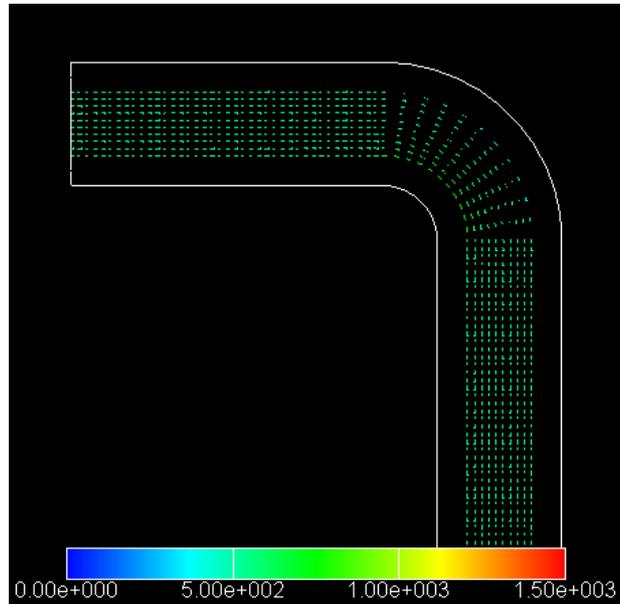


図 6.33: FIDAP:0.25 秒での流速

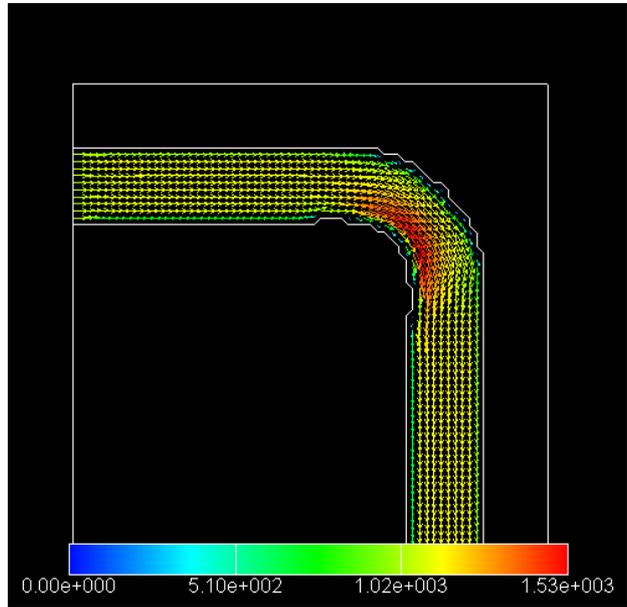


図 6.34: VOXEL:0.50 秒での流速

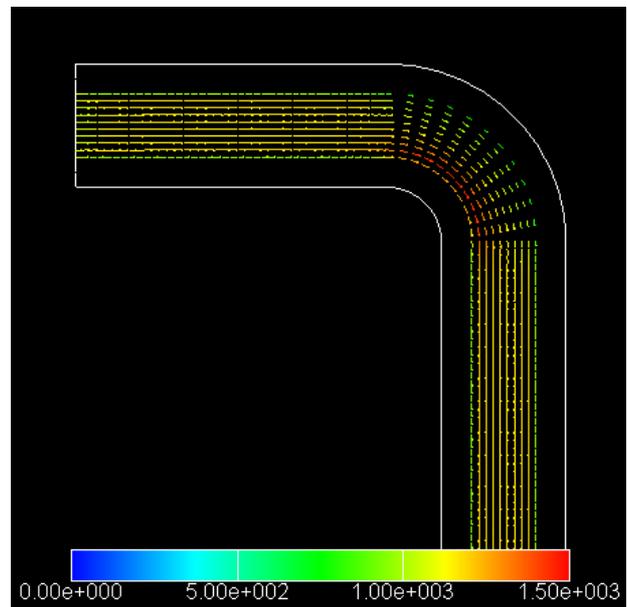


図 6.35: FIDAP:0.50 秒での流速

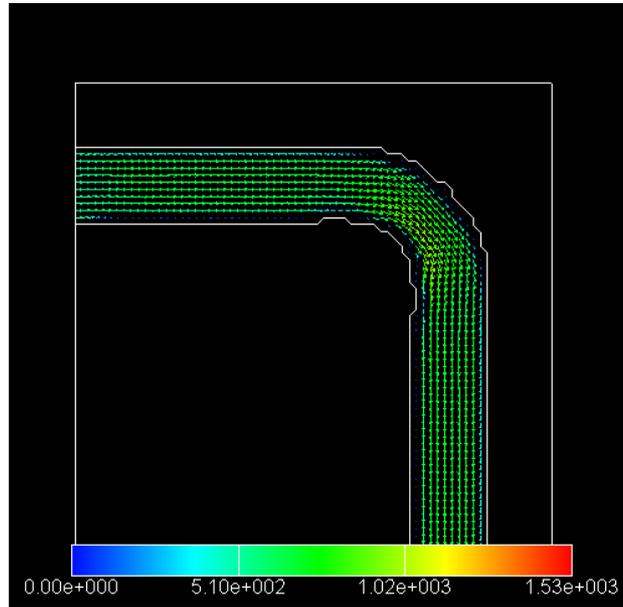


図 6.36: VOXEL:0.75 秒での流速

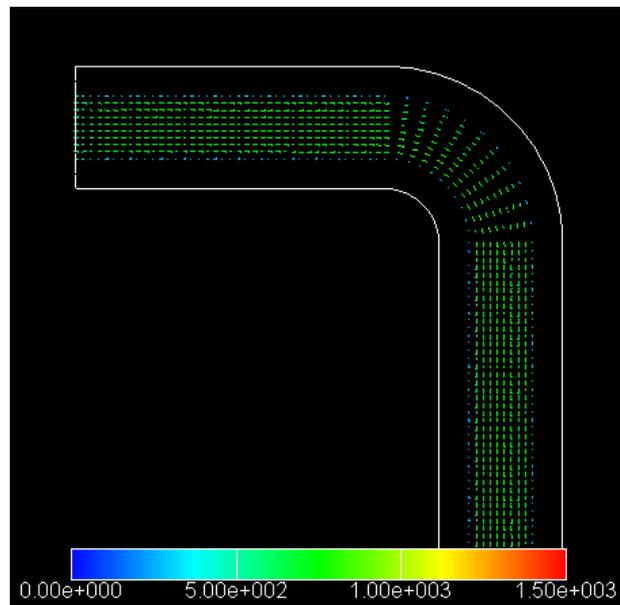


図 6.37: FIDAP:0.75 秒での流速

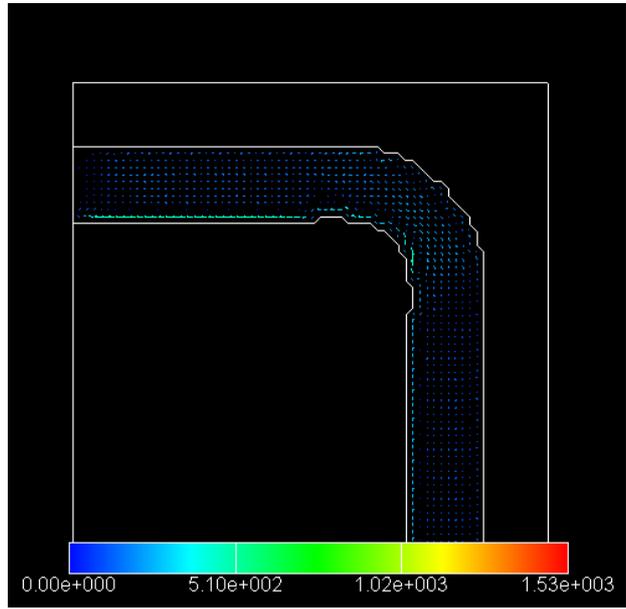


図 6.38: VOXEL:1.00 秒での流速

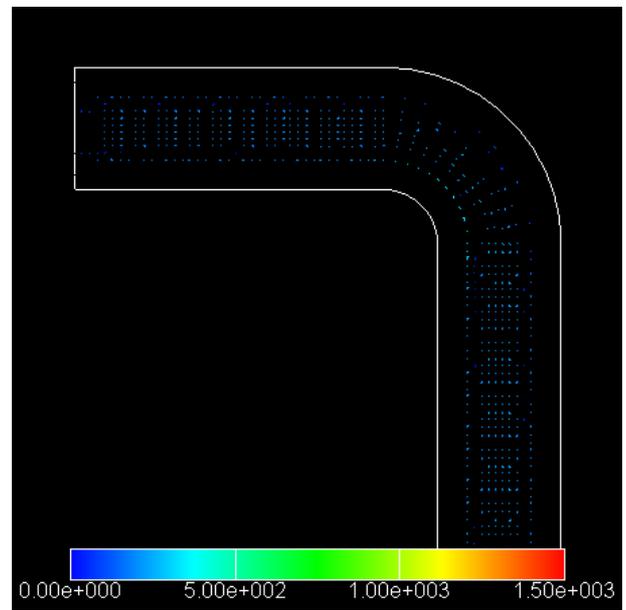


図 6.39: FIDAP:1.00 秒での流速

次いで図 6.40 から図 6.47 に拍動の特徴的な時刻である 0.25, 0.50, 0.75, 1.00 秒における管中心断面での管の変位の様相を示す。

図 6.40 と図 6.41 に示す拍動において流速が上昇してゆく期間の中間である 0.25 秒においては、いずれも流入直後の領域が膨張するという傾向は同一であった。

図 6.42 と図 6.43 に示す拍動において流速がピークとなる時刻である 0.50 秒においては、いずれも湾曲部外側は膨張し、湾曲部内側は収縮するという傾向は同一であった。

図 6.44 と図 6.45 に示す拍動において流速が減少してゆく期間の中間である 0.75 秒においては、本システムでは管上側の収縮が顕著であるが FIDAP では管下側の収縮が顕著であるという違いは見られたものの、いずれも流入直後の領域が顕著に収縮するという傾向は同一であった。

図 6.46 と図 6.47 に示す拍動において流速が消失する時刻である 1.00 秒においては、本システムでは殆ど変形はみられないのに、FIDAP ではやや変形が見られた。とくに湾曲部外側とそこを過ぎ管が垂直になっている部分で、管が流れに沿った方向に引っ張られる変位を示している。これは FIDAP では粘性力と慣性力の寄与があるため、粘性力により元々管が流れに沿った方向に引っ張られる変形も起こしていた効果が、慣性力の効果により流れが消失した後も出ているのではないかと考えられる。

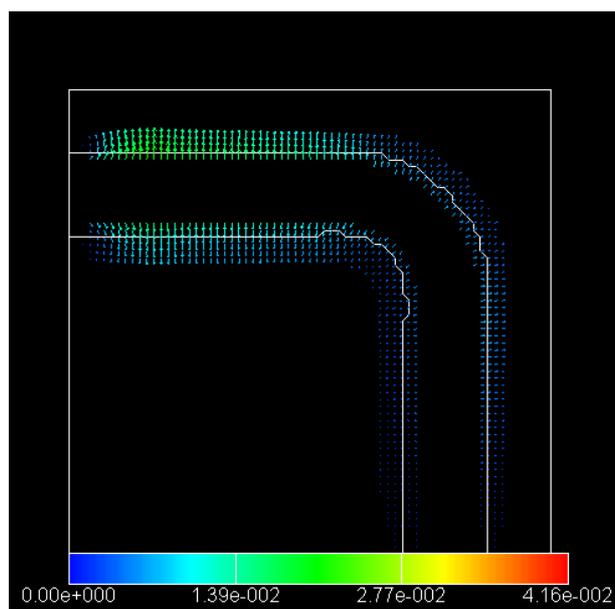


図 6.40: VOXEL:0.25 秒での変位

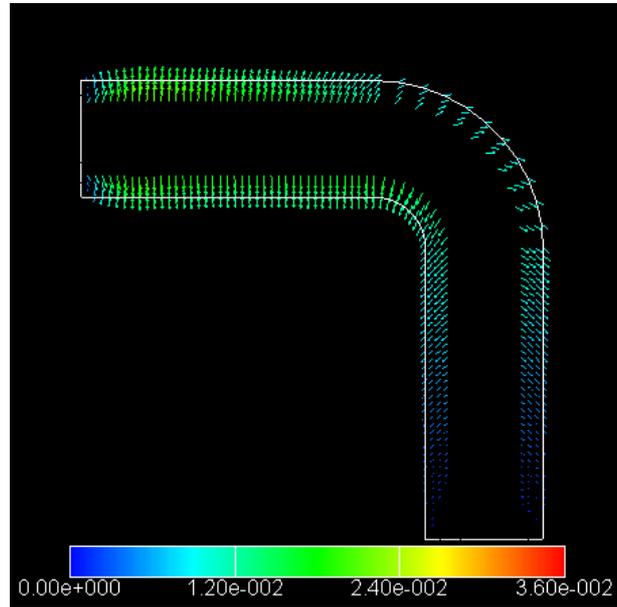


図 6.41: FIDAP:0.25 秒での変位

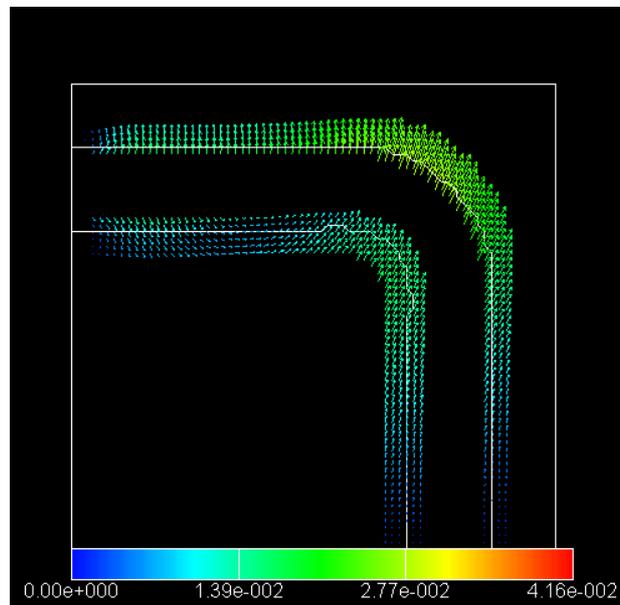


図 6.42: VOXEL:0.50 秒での変位

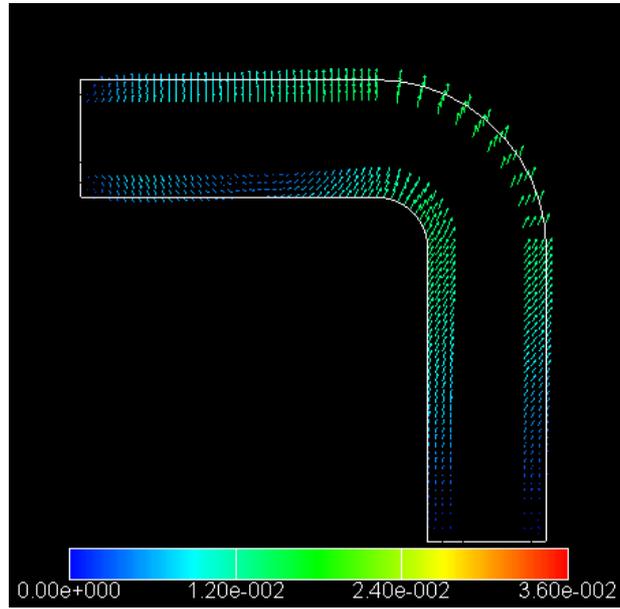


図 6.43: FIDAP:0.50 秒での変位

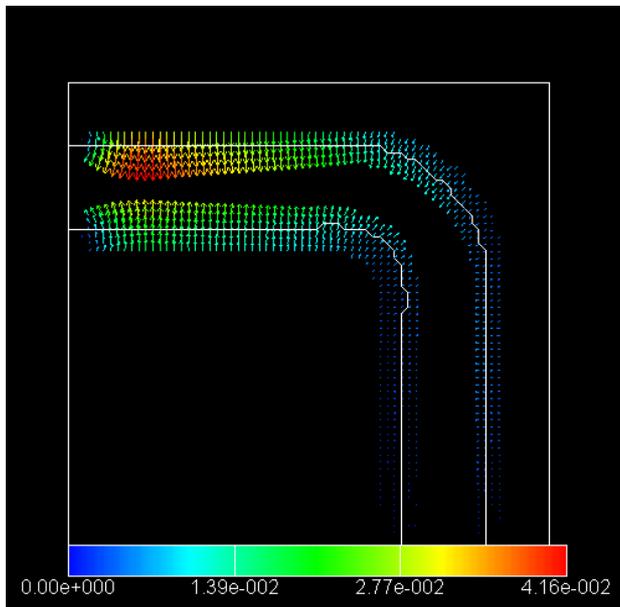


図 6.44: VOXEL:0.75 秒での変位

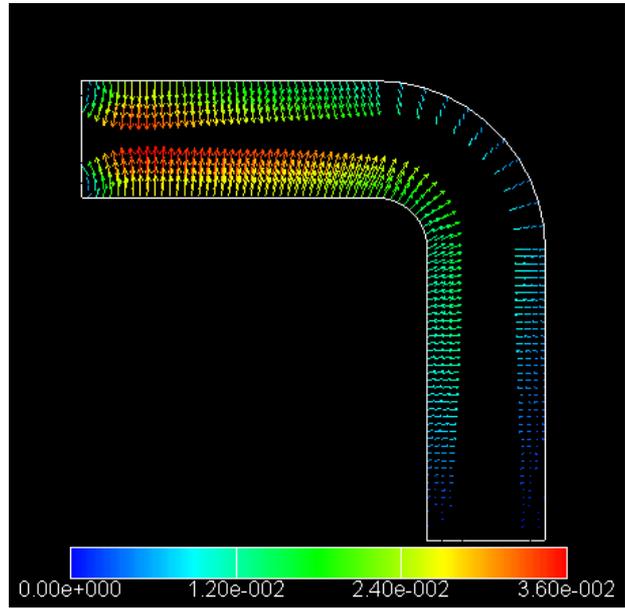


図 6.45: FIDAP:0.75 秒での変位

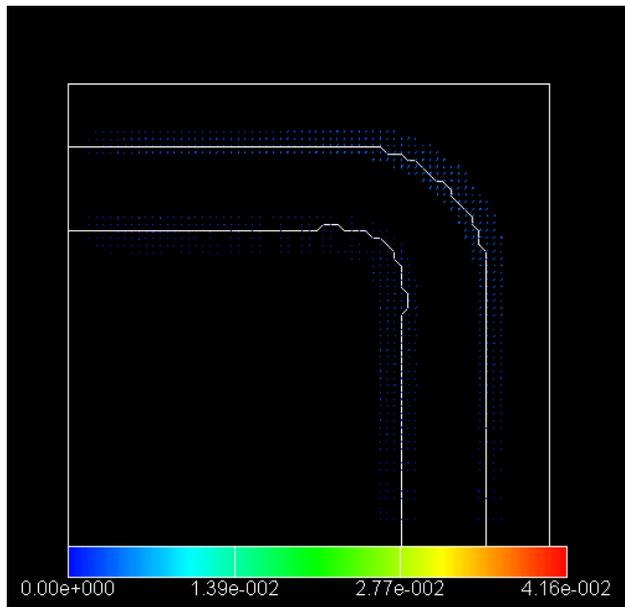


図 6.46: VOXEL:1.00 秒での変位

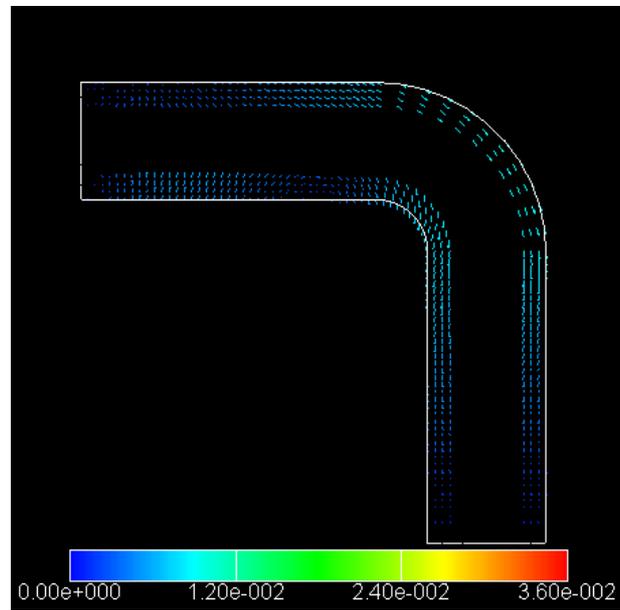


図 6.47: FIDAP:1.00 秒での変位

開発した本システムの動作を、商用連成解析コード FIDAP[36] と同一問題を解き結果を比較することで検証を行った。流れに関して言えば、いずれの時刻でもその様相と流速の大きさはよく一致した。変位に関して言えばいずれの時刻でもその様相はよく一致したが、変位の大きさに関して言えば FIDAP よりも本システムの方が大きかった。これは一つにはボクセルでは管断面が凹凸になっているため、管を膨張させようとする内圧が流体ボクセルと接する弾性体ボクセルの  $x$  軸に垂直な面と、 $y$  軸に垂直な面とに加わることになるため、結果的に管を半径方向に膨張させようとする力はその合力となり、境界適合の格子を用いる FIDAP と比して、大きな力が加わっているためだと思われる。またもう一つには FIDAP では慣性力が考慮されているため、慣性力が管の変形に対して抵抗となっているのではないかと思われる。

結論を言えば、本システムはボクセルによる形状表現と、力学的モデルに非常にシンプルなものを採用しているにもかかわらず、商用コードによる解析結果と欲く一致する解析結果を得ることができることを確認できた。

## 6.4 狭窄を持つ血管

本システムによる解析例として、実際の患者の医療画像から作成した狭窄を持つ血管に対して流体・構造連成解析を行った。

### 6.4.1 計算形状と計算条件

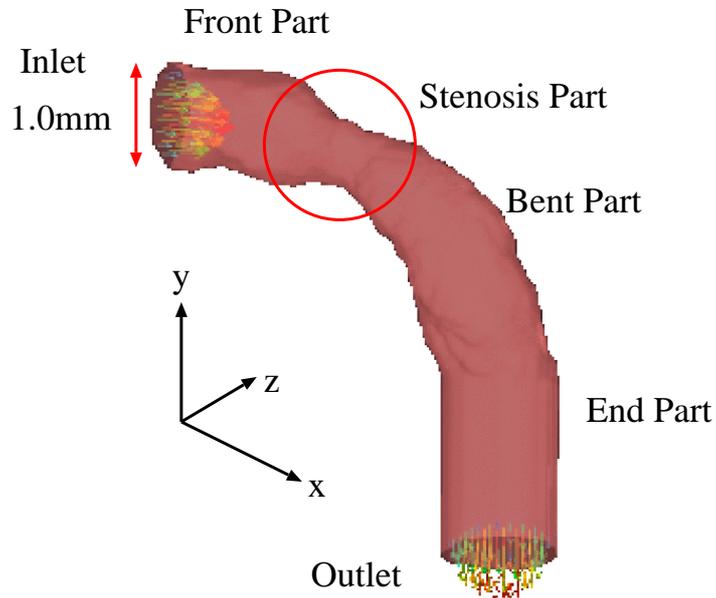
図 6.48 に用いた血管の形状を示す。ここで用いた形状は直径約 1mm で L 字型に湾曲し湾曲部の前半部で直径が約半分程度に狭窄しており、虚血性心筋梗塞などの重篤な心疾患の原因としてきわめて重要な対象である。

作成したボクセルデータは医療用画像処理ソフトウェア RealIntage[38] を用いて、解像度が  $0.0556\text{mm} \times 0.0556\text{mm} \times 0.0556\text{mm}$  になるよう調整した  $96 \times 96$  ピクセルの画像 34 枚から作成した。

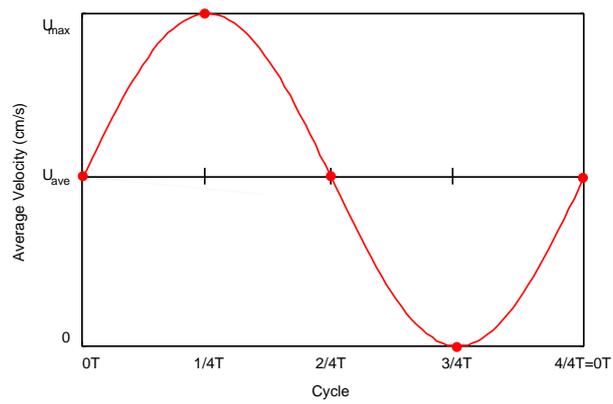
流体解析の条件は、図 6.48 の左端が流入口であり下端が流出口である。流入として与える速度は、速度最大時のレイノルズ数 300 と 500[46] の拍動するポアズイユ流れを与えた(図 6.4.1)。拍動は  $\sin$  関数で表される時間履歴を持ち周期は  $T = 1.0$  秒とした [46]。

構造解析の境界条件は壁の厚を一律 0.5mm[44] と仮定し、弾性体のヤング率を  $E=0.5\text{MPa}$ ,  $1.0\text{MPa}$ ,  $1.5\text{MPa}$  とし [45]、ポアソン比を 0.499 とした。拘束条件として流入端および流出端を変位 0 の完全拘束とした。

解析に際して、計算の安定のため各ケースでは時間平均レイノルズに相当する定常の流速を与え、流れ場の様相が定常になるまで連成を行わず、その後拍動と連成解析を開始した。



☒ 6.48: Coronary Atery Stenosis



☒ 6.49: Pulsation Profile

## 6.4.2 計算結果

ここではレイノルズ数=300 及び 500 のそれぞれのレイノルズ数での管壁を全く変形させないリジッドのケースと， $E=0.5\text{M(Pa)}$ ， $1.0\text{M(Pa)}$ ， $1.5\text{M(Pa)}$  の3つのケースの合計8つのケースでの流れの様相を示す．図中で半透明に表示されている面は，血管壁外壁ではなく，血管壁内壁である血液セルと弾性体セルとの境界面である．

結論としてレイノルズ数を300と500の2パターンでのヤング率 $E=0.5\text{M(Pa)}$ ， $E=1.0\text{M(Pa)}$ ， $E=1.5\text{M(Pa)}$ の合計6ケースにおいて，顕著な差異は管壁を固定としたリジッドのケースと比べても見られなかった．

図6.50，図6.51に拍動が開始した瞬間 $t = 0/4T$ でのレイノルズ数300および500での様子に，レイノルズ数500での流れの様子を示す．この時点では，各レイノルズ数において，それぞれ3つのヤング率のケース及びリジッドのケース間に違いはなく，どちらのレイノルズ数でも狭窄部終端の領域から湾曲部にかけて最も流速が高い領域が存在した．また狭窄部を過ぎた流れは狭窄直後の湾曲部で湾曲部中心から剥離し，湾曲部外側にそって流れた．この際流れは管内を上流から見た際に時計回りに回転しつつ下方へと流れる「右ねじ回転」をしていることが分かった．この「右ねじ回転」の傾向は，レイノルズ数=500の方が強く出た．

図6.52，図6.53に拍動において流速が最大となる $t = 1/4T$ でのレイノルズ数300および500での様子を示す．レイノルズ数300及び500のどちらのケースでも，それぞれ3つのヤング率のケース及びリジッドのケースで共に，最も流速が高い領域は狭窄部に集中しており，また右ねじ回転は時刻 $t = 0/4T$ と比べると見られなくなっている．

図6.54，図6.55に拍動の流速が減少する期間において流速が時間平均と等しくなる $T = 2/4$ でのレイノルズ数300および500での流れの様子を示す．レイノルズ数300および500のどちらのケースでも，それぞれ3つのヤング率のケース及びリジッドのケースで共に流入直後の領域に渦が発生し始めていることが分かった．また，先ほどまで狭窄部にあった最も流速が早い領域は狭窄部後半から，湾曲部中間に至る領域へと移動した．

図6.56，図6.57に拍動において流入速度が最低のゼロとなる $t = 3/4T$ でのレイノルズ数300および500での流れの様子を示す．レイノルズ数300および500のどちらのケースでも，それぞれ3つのヤング率のケース及びリジッドのケースで流入直後に大きな渦が発生しており，狭窄部終端から湾曲部終端までの領域の領域にも今までにない渦が発生していることがわかる．その渦は $E=0.5\text{M(Pa)}$ のケースでは小さいが， $E=1.0\text{M(Pa)}$ のケースでは渦は大きくなっている． $E=1.5\text{M(Pa)}$ のケースでは渦は流出部付近にまで伸びており，リジッドのケースでは流出部にも存在し，ヤング率の最も高い $E=1.5\text{M(Pa)}$ のケースと，リジッドのケースでは流れの様相は酷似している．これらの渦は傾向としてレイノルズ数500のケースの方が大きいですが，リジッドのケースではレイノルズ数300のケースの方が大きかった．

図6.58，図6.59に拍動の流速が増大する期間において流速が時間平均と等しくなる $t = 4/4T$

でのレイノルズ数 300 および 500 での流れの様子を示す。レイノルズ数 300 およびレイノルズ数 500 のどちらのケースでも、ちょうど一周期が経過し、流れの様相は  $t = 0/4T$  と同様になるが、狭窄部を過ぎた領域で乱れが発生しており、狭窄部終端から湾曲部終端に掛けて存在する、管内を上流から見た際に時計回りに回転しつつ下方へ流れる「右ねじ回転」の度合いが強くなっている。この傾向はレイノルズ数 500 のケースの方がより強く出ている結果となった。

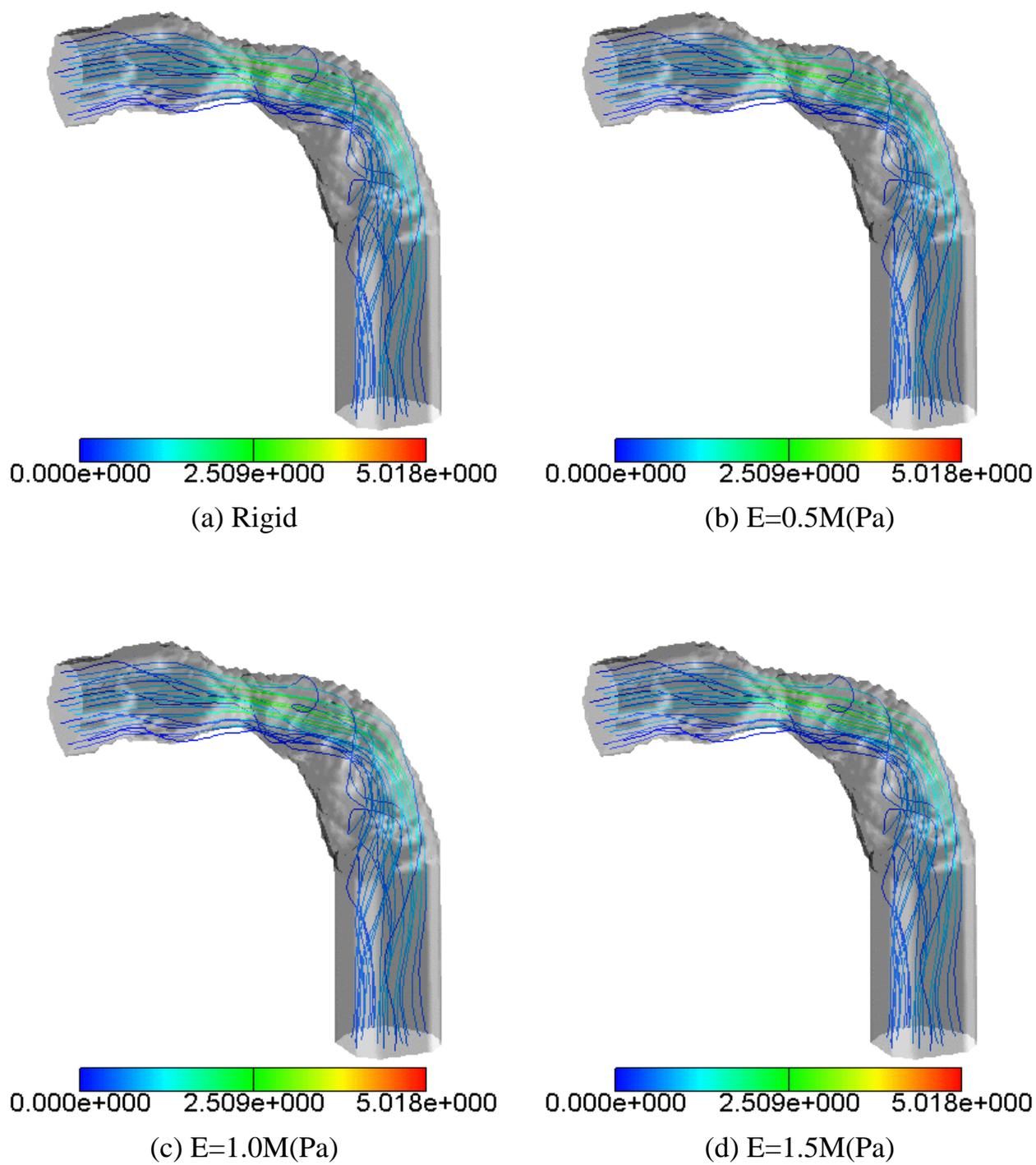


图 6.50: Streamline  $Re_{300}$   $t=0/4T$

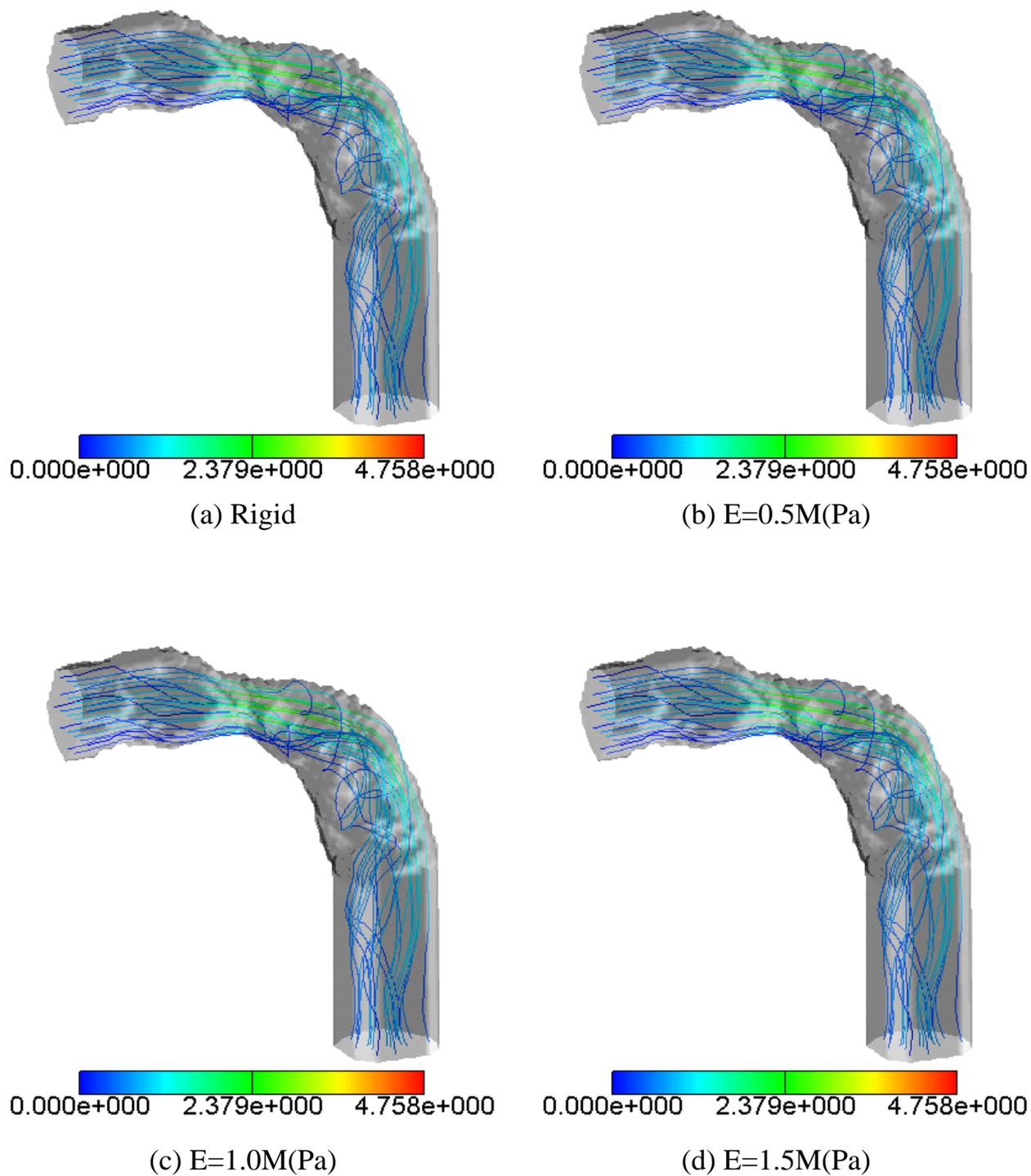
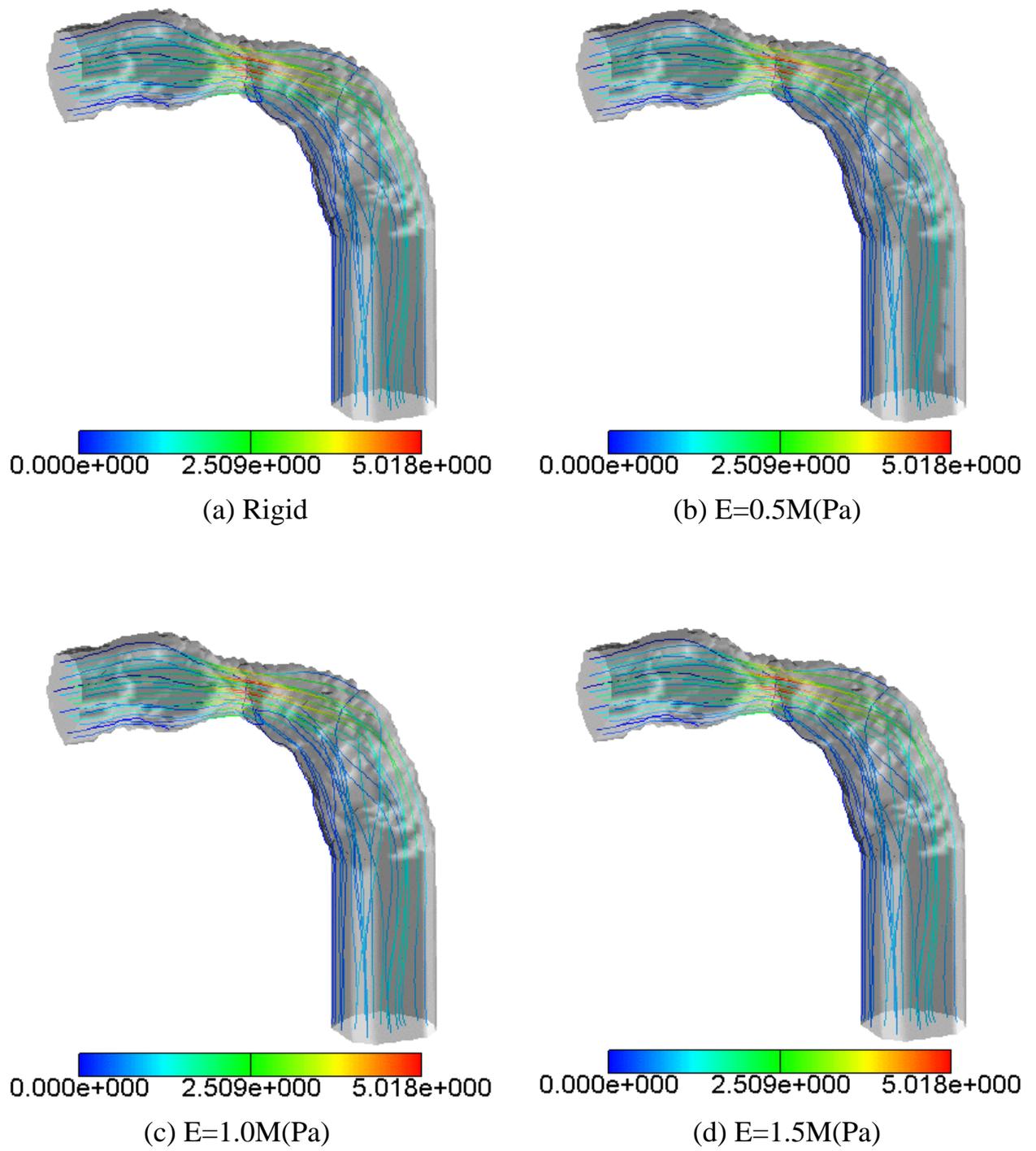
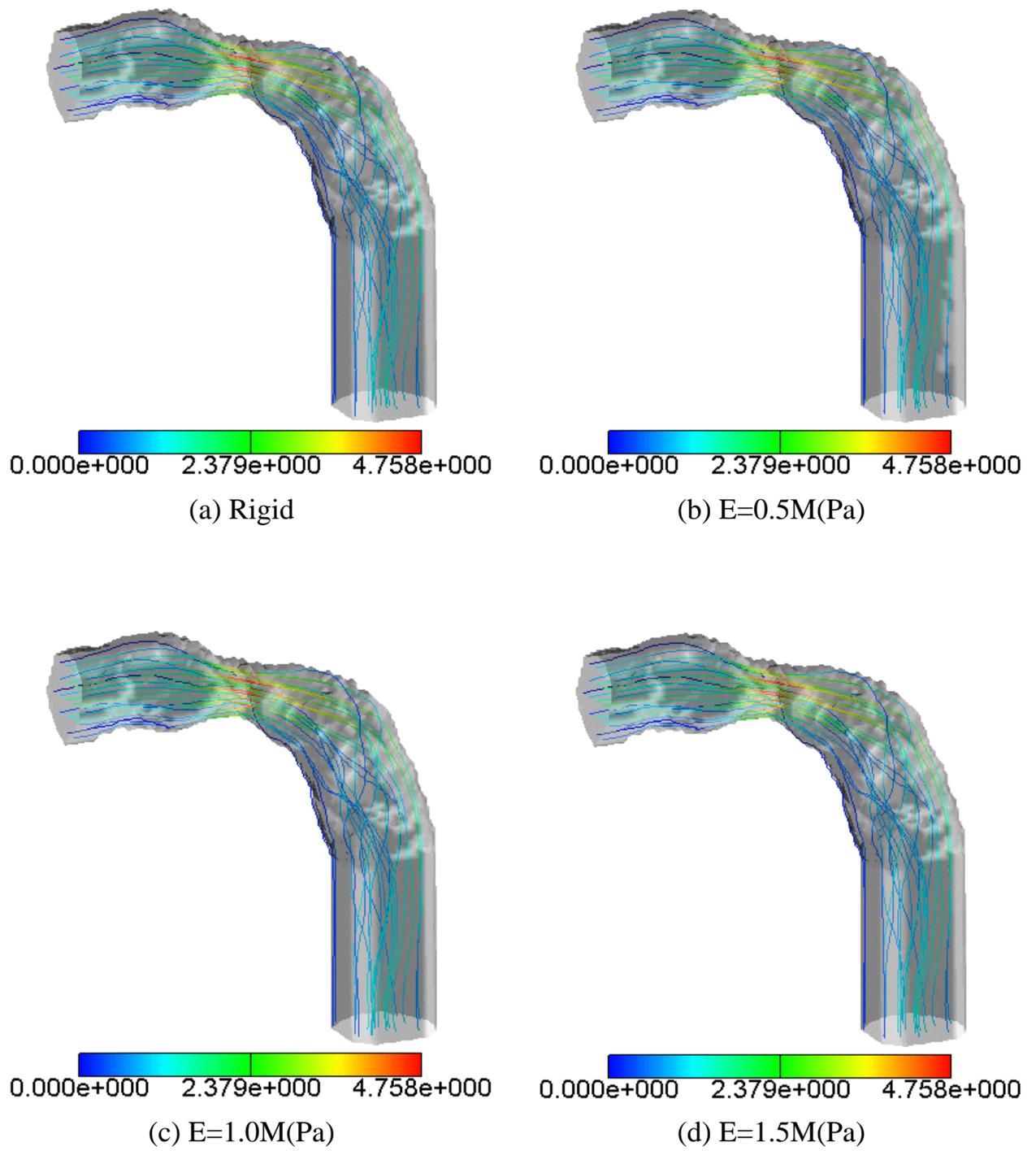


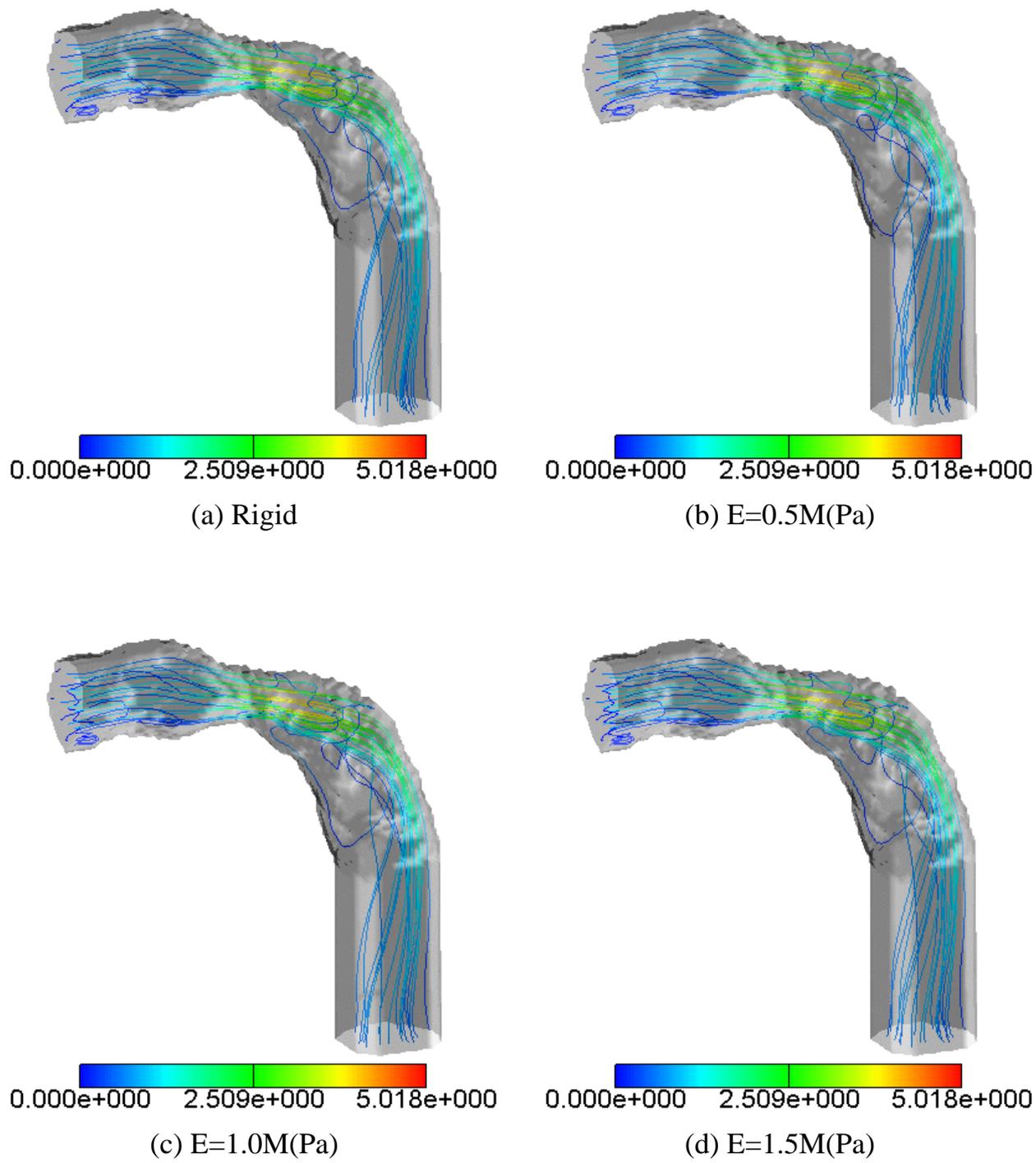
图 6.51: Streamline  $Re500$   $t=0/4T$



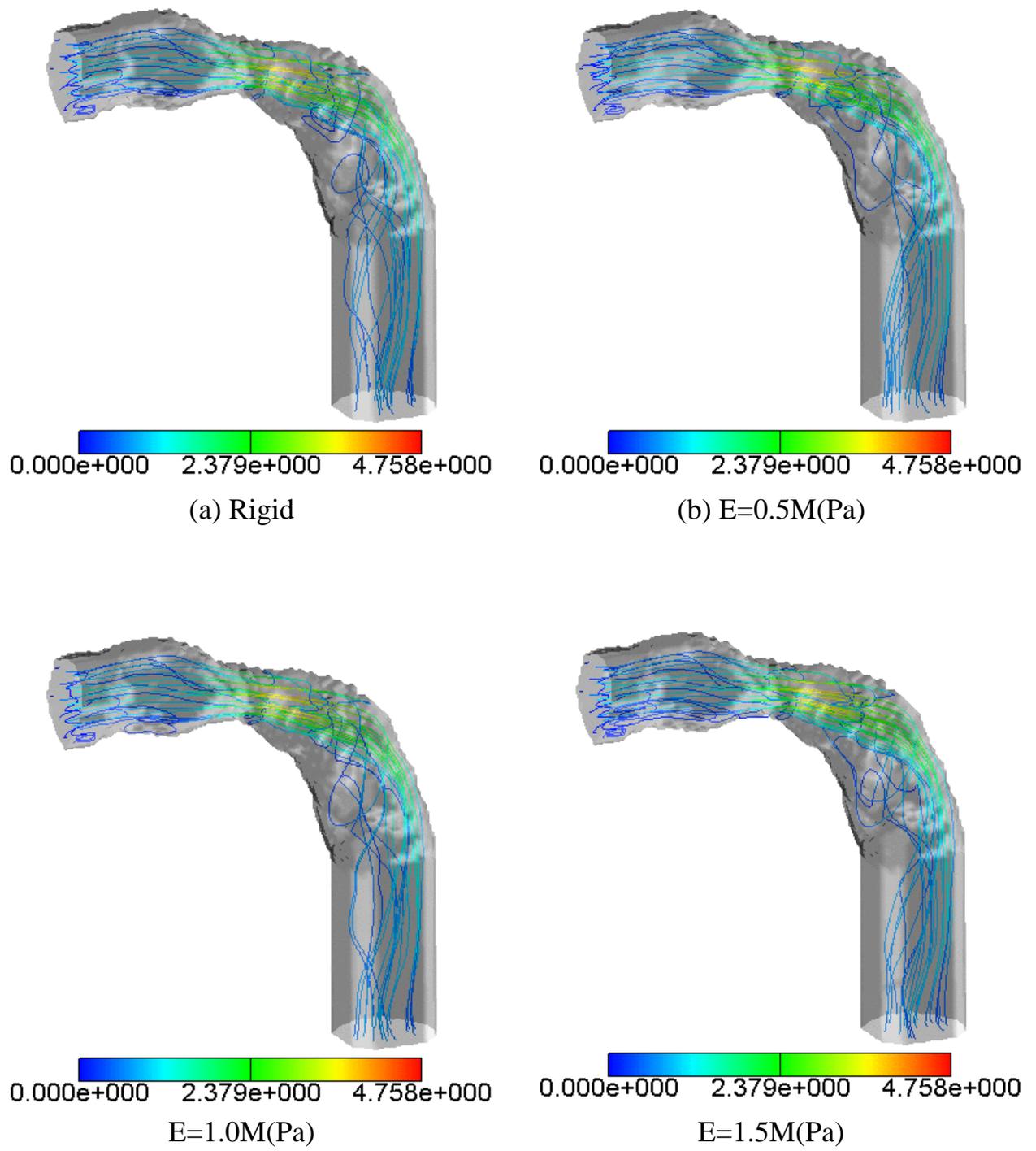
☒ 6.52: Streamline  $Re=300$   $t=1/4T$



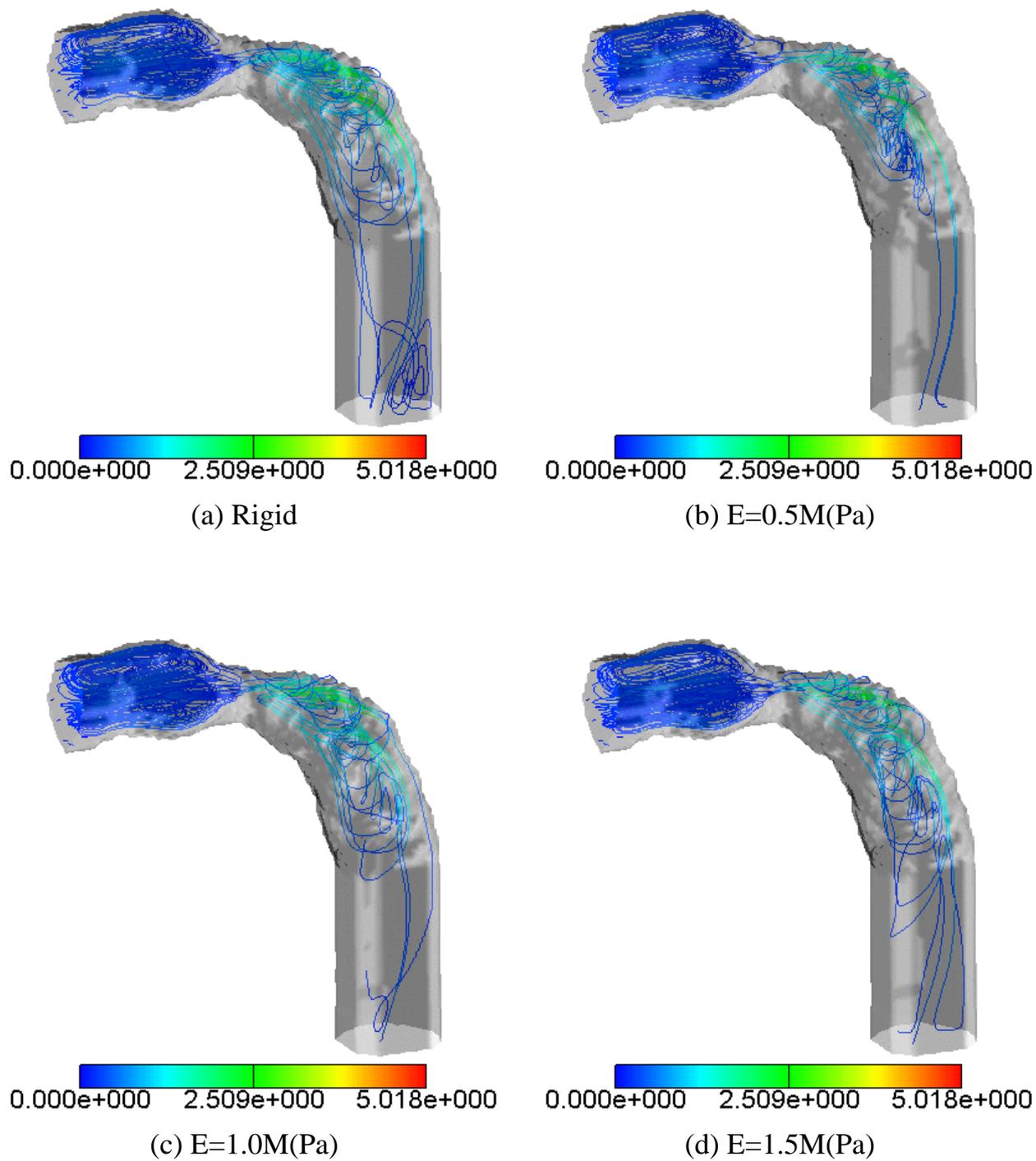
☒ 6.53: Streamline  $\text{Re}500$   $t=1/4T$



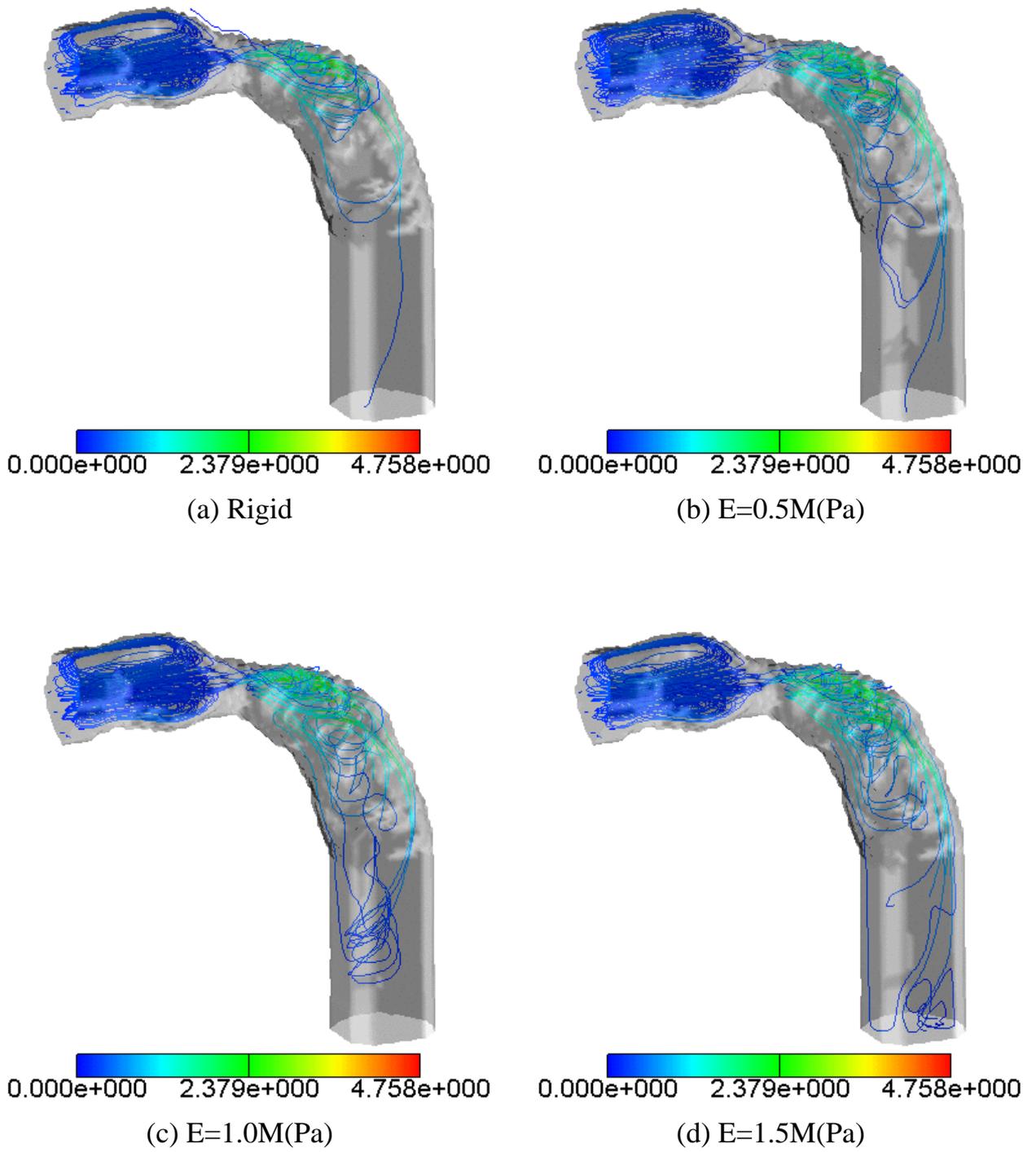
☒ 6.54: Streamline  $Re_{300}$   $t=2/4T$



☒ 6.55: Streamline  $\text{Re}500$   $t=2/4T$



☒ 6.56: Streamline  $\text{Re}300$   $t=3/4T$



☒ 6.57: Streamline  $Re=500$   $tT=3/4T$

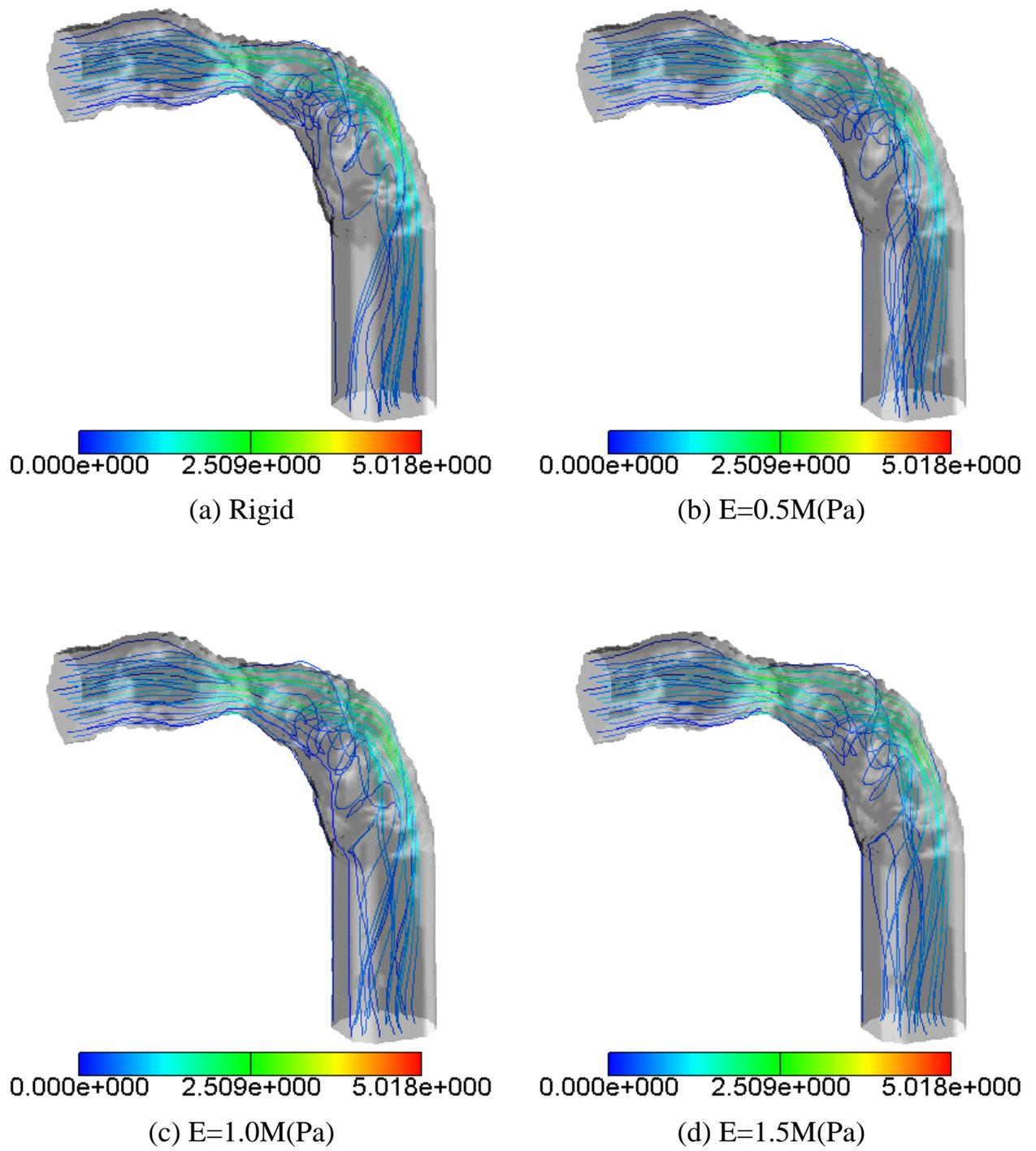


图 6.58: Streamline  $Re_{300}$   $t=4/4T$

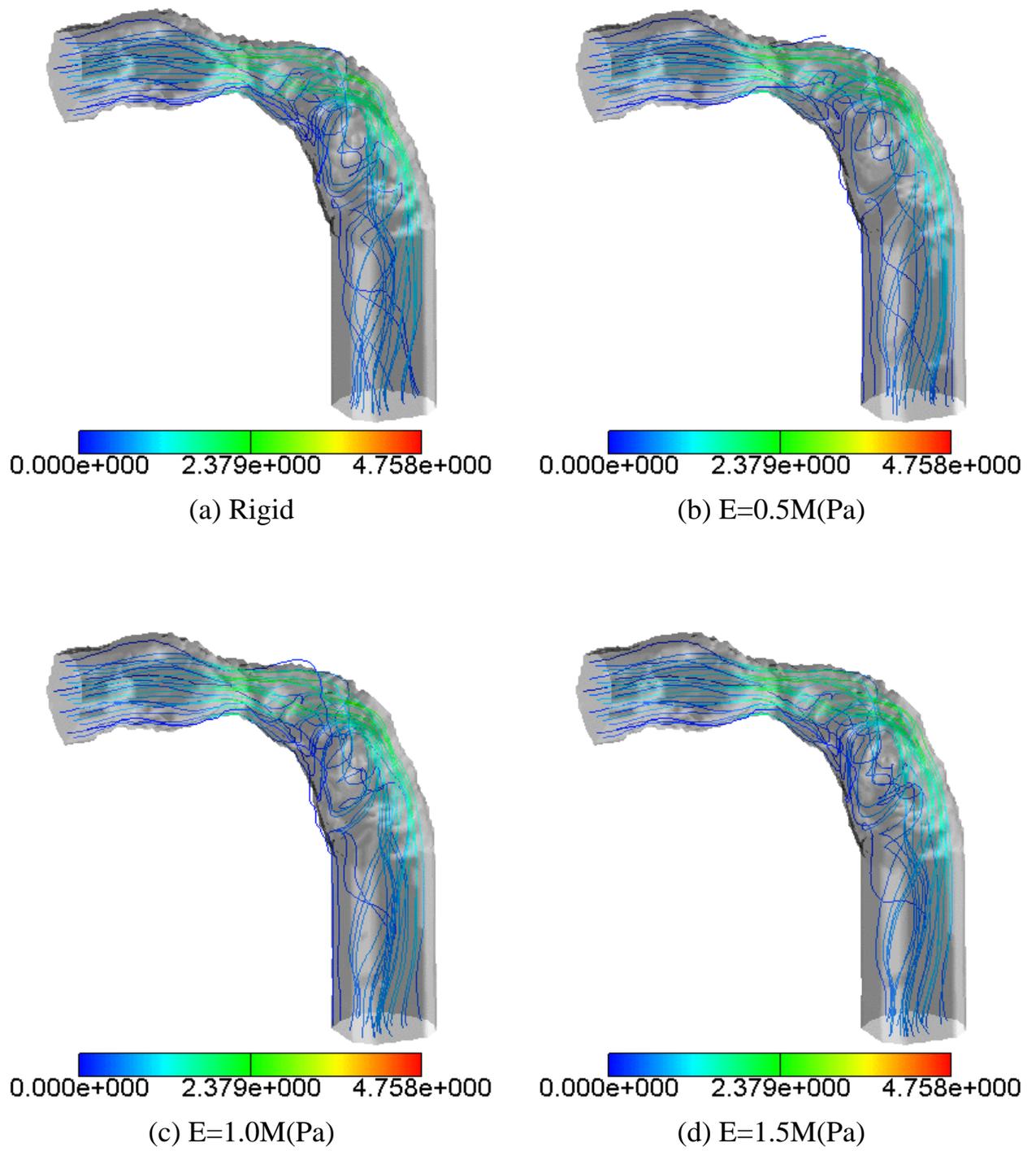


图 6.59: Streamline  $Re=500$   $t=4/4T$

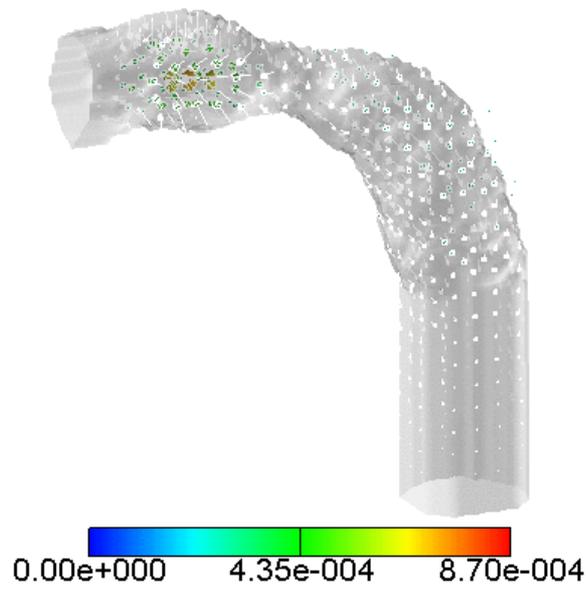
ここでは血管壁の変形の様相を，血管壁の変位をベクトルで表示し示す．ただし拍動が開始した瞬間  $t = 0/4T$  での変位量はゼロであるため，図示しない．

図 6.60，図 6.61 に拍動において流速が最大となる  $t = 1/4T$  でのレイノルズ数 300 および 500 での変形の様相を示す．二つのレイノルズ数，3つのヤング率の合計 6 ケース間で様相は同様に，管は流入直後の領域では大きく収縮するが，その他の領域，特に狭窄部から湾曲部にかけては内側への収縮よりもむしろ流れに沿って流出側へ近づく方向へと変形した．

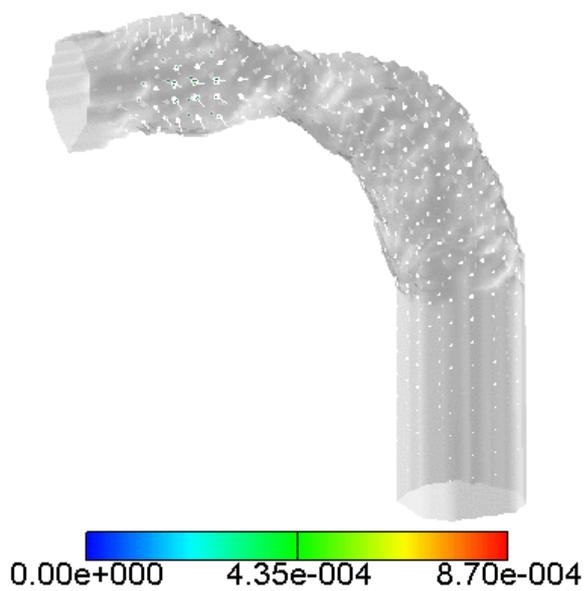
図 6.62，図 6.63 に拍動の流速が減少する期間において流速が時間平均と等しくなる  $t = 2/4T$  でのレイノルズ数 300 および 500 での変形の様相を示す．二つのレイノルズ数，3つのヤング率の合計 6 ケース間で様相は同様に，流入直後の領域の収縮が最も大きく，また  $t = 1/4T$  では収縮する傾向の小さかった湾曲部および管後半の領域も収縮した．

図 6.64，図 6.65 に拍動において流入速度がゼロとなる  $t = 3/4T$  でのレイノルズ数 300 および 500 での変形の様相を示す．いずれのケースとも流入直後の領域及び湾曲部の変形は膨張に転じており，その量は流入直後の領域が最も大きかった．また湾曲部では膨張するとともに，管壁は流入側へと向かう方向へと変形した．流出直前の領域では膨張する傾向および流入側へと向かう傾向は共に小さかった．

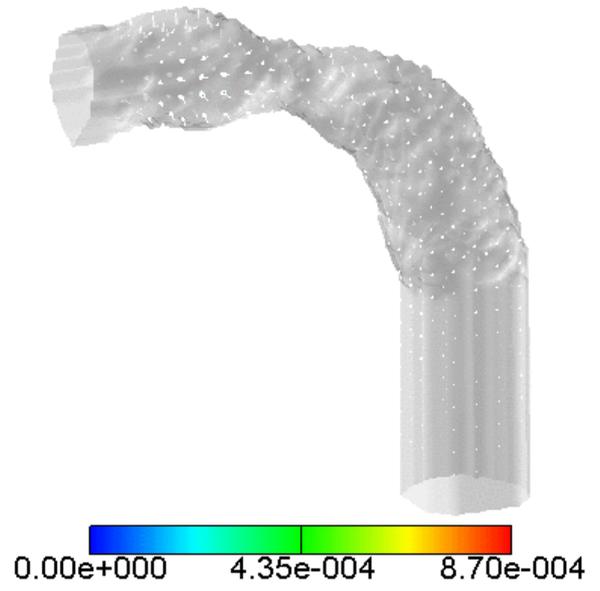
図 6.66，図 6.67 に拍動の流速が増大する期間において流速が時間平均と等しくなる  $t = 4/4T$  でのレイノルズ数 300 および 500 での変形の様相を示す．いずれのケースとも狭窄部を除く管全体が膨張した．特に  $t = 1/4T \sim 3/4T$  の期間では変形量が小さかった流出力全の領域での変形量の増大が著しい．また傾向として湾曲部および流出直前の領域では，流入側へと向かう方向の変位も見られた．



(a)  $E=0.5\text{M(Pa)}$

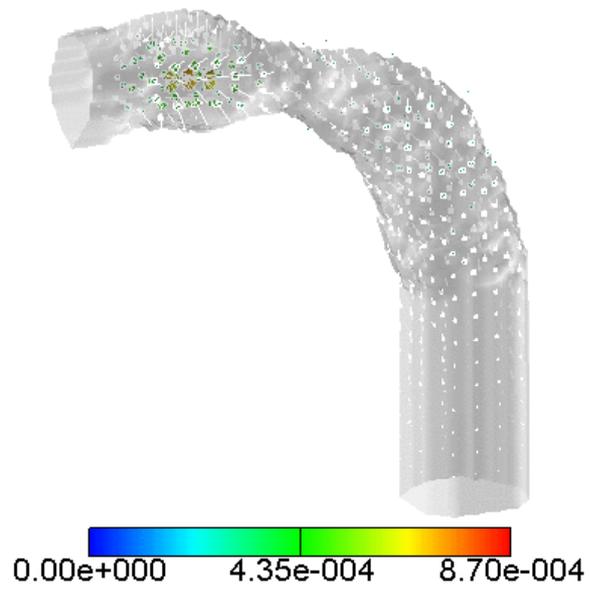


(b)  $E=1.0\text{M(Pa)}$

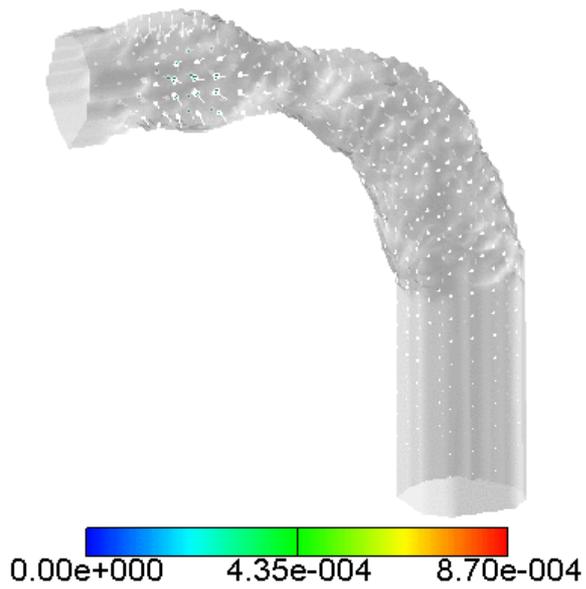


(c)  $E=1.5\text{M(Pa)}$

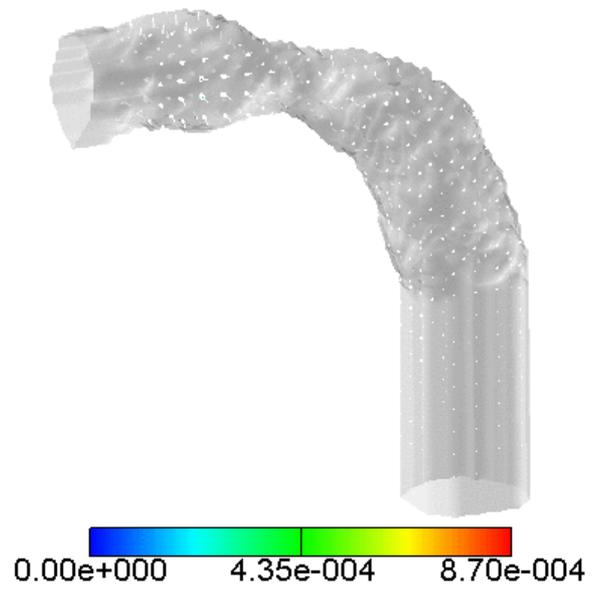
☒ 6.60: Displace Re300  $t=1/4T$



(a)  $E=0.5\text{M(Pa)}$

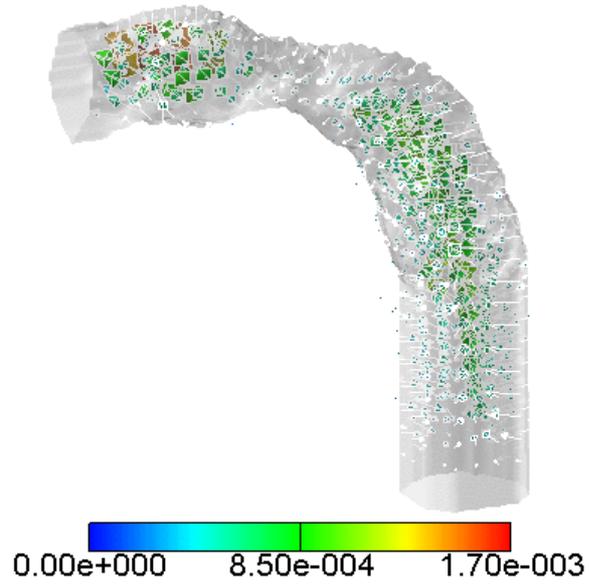


(b)  $E=1.0\text{M(Pa)}$

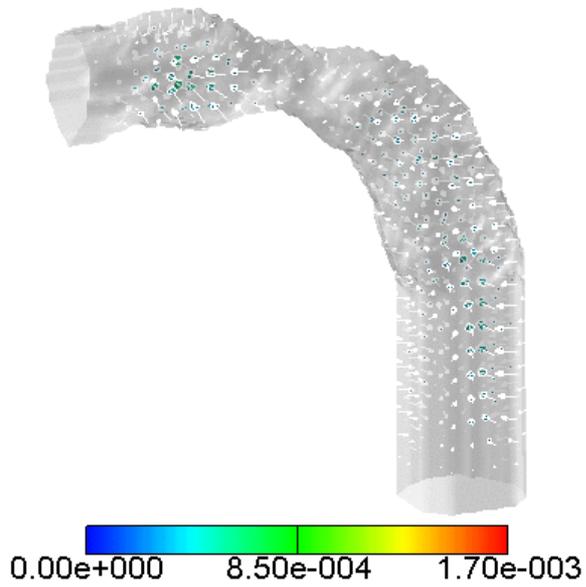


(c)  $E=1.5\text{M(Pa)}$

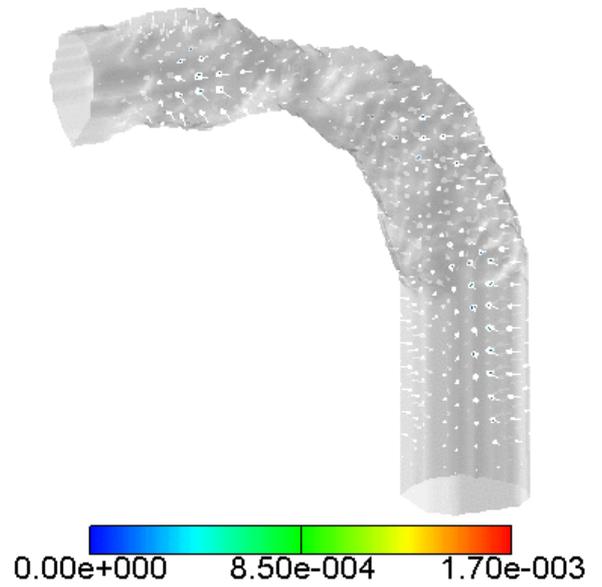
☒ 6.61: Displace Re500  $t=1/4T$



(a)  $E=0.5M(Pa)$

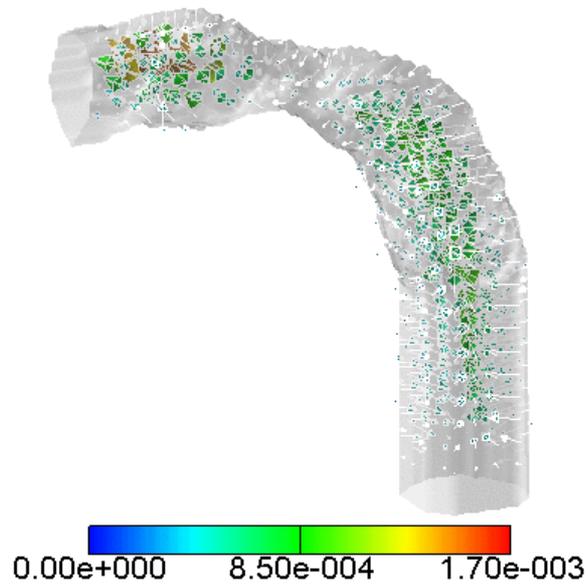


(b)  $E=1.0M(Pa)$

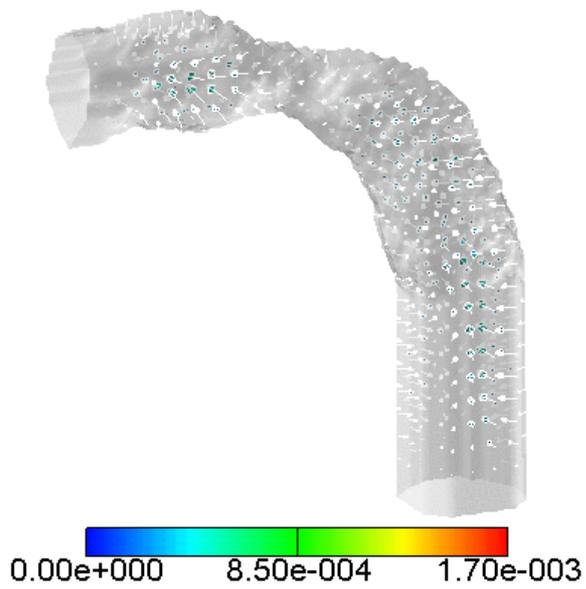


(c)  $E=1.5M(Pa)$

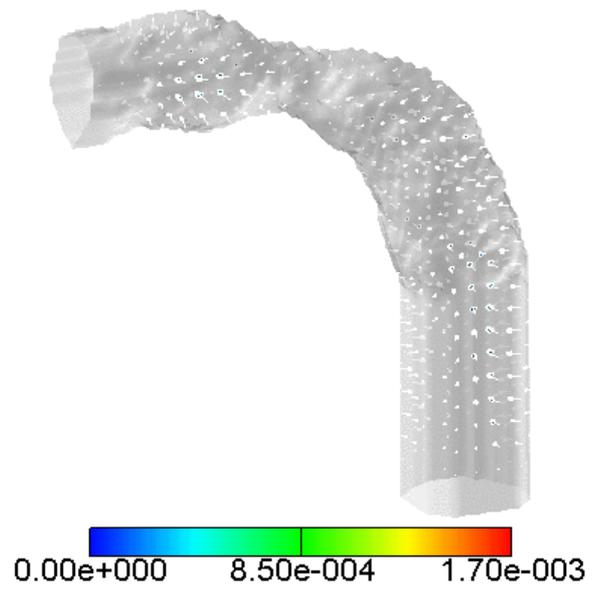
☒ 6.62: Displace Re300  $t=2/4T$



(a)  $E=0.5\text{M(Pa)}$

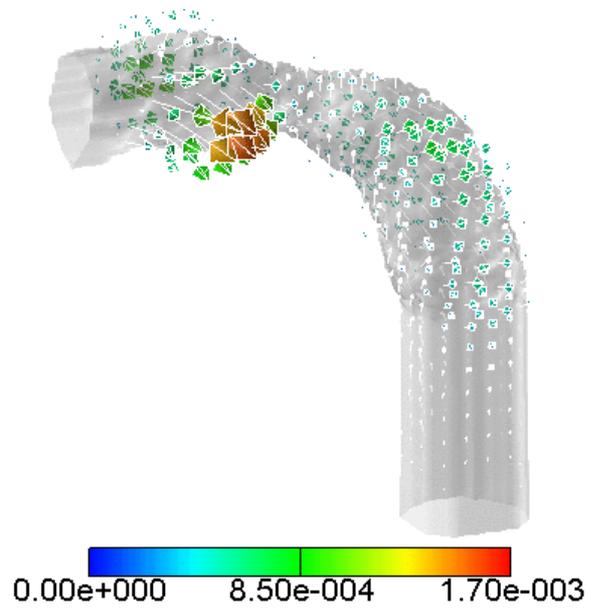


(b)  $E=1.0\text{M(Pa)}$

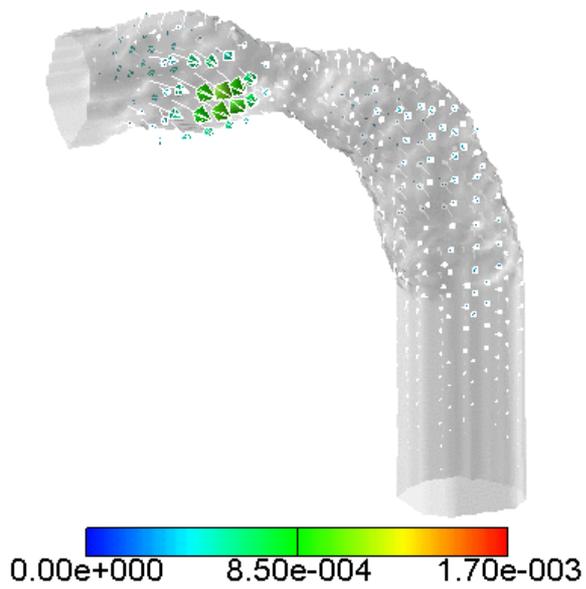


(c)  $E=1.5\text{M(Pa)}$

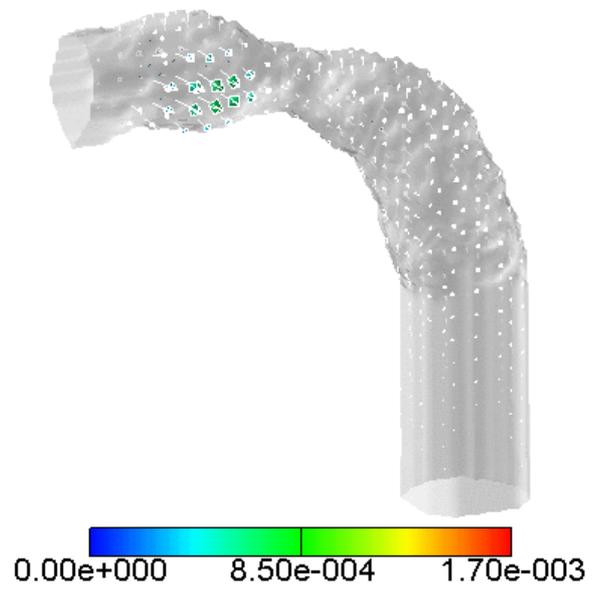
☒ 6.63: Displace Re500  $t=2/4T$



(a)  $E=0.5\text{M(Pa)}$

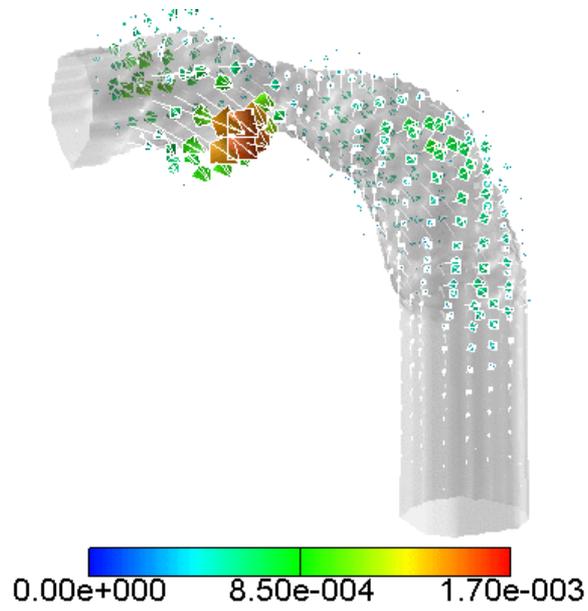


(b)  $E=1.0\text{M(Pa)}$

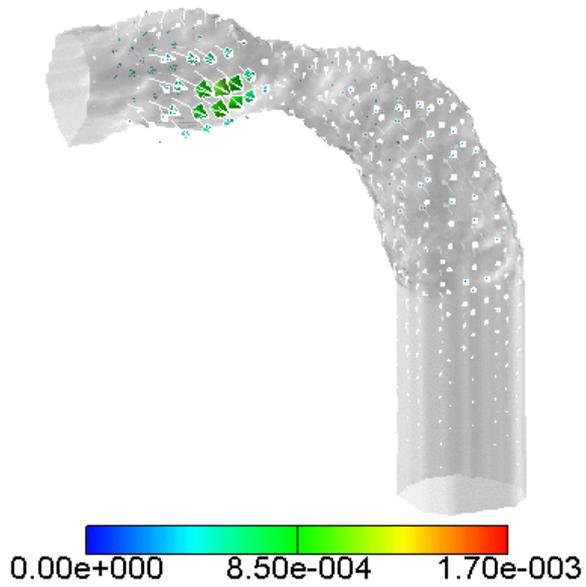


(c)  $E=1.5\text{M(Pa)}$

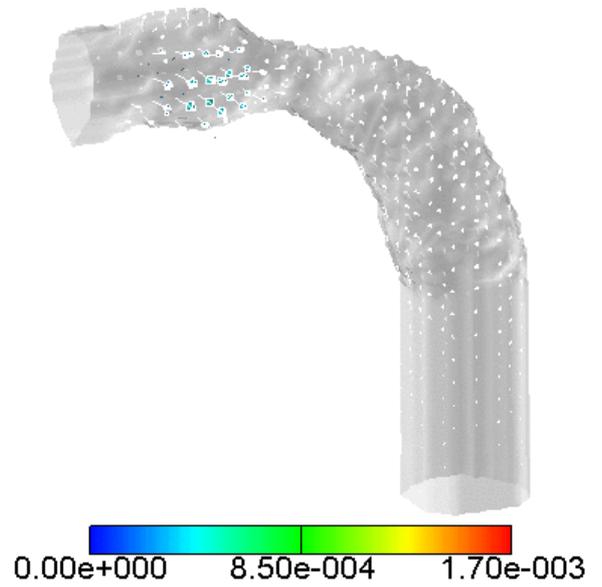
☒ 6.64: Displace Re300  $t=3/4T$



(a)  $E=0.5\text{M(Pa)}$

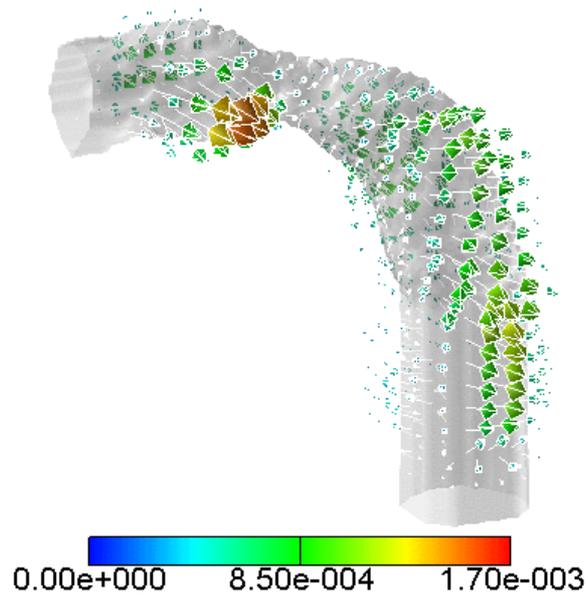


(b)  $E=1.0\text{M(Pa)}$

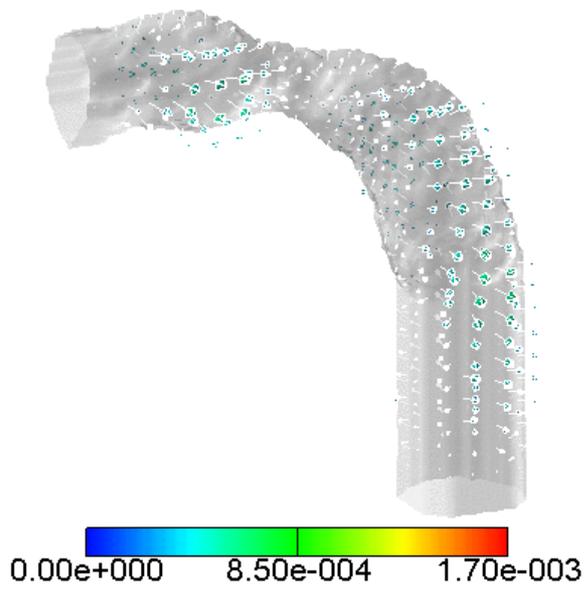


(c)  $E=1.5\text{M(Pa)}$

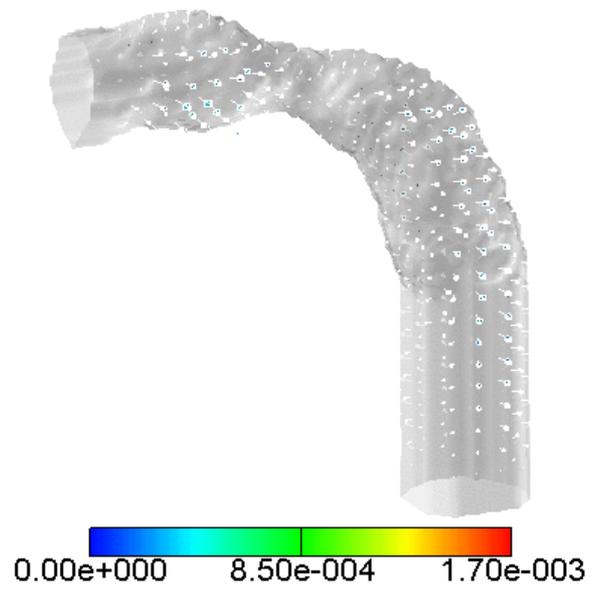
☒ 6.65: Displace Re500  $t=3/4T$



(a)  $E=0.5\text{M(Pa)}$

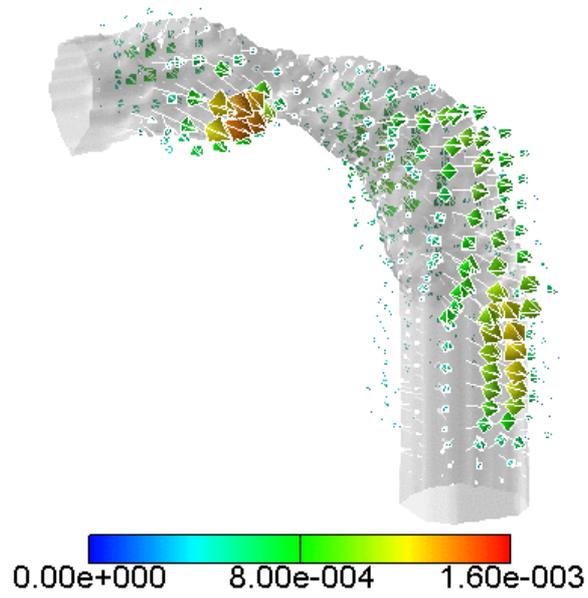


(b)  $E=1.0\text{M(Pa)}$

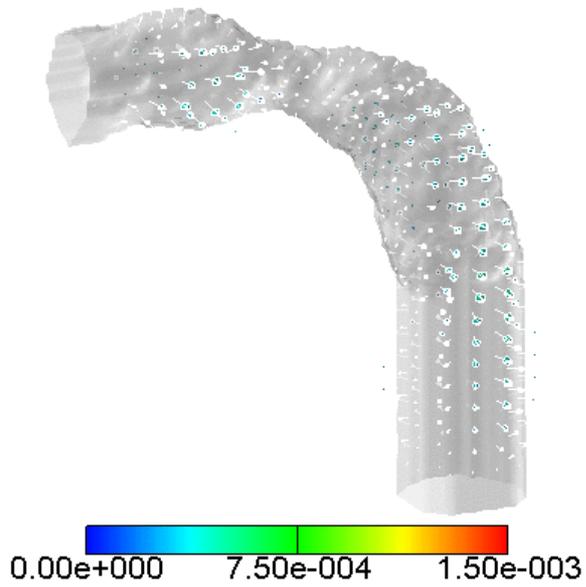


(c)  $E=1.5\text{M(Pa)}$

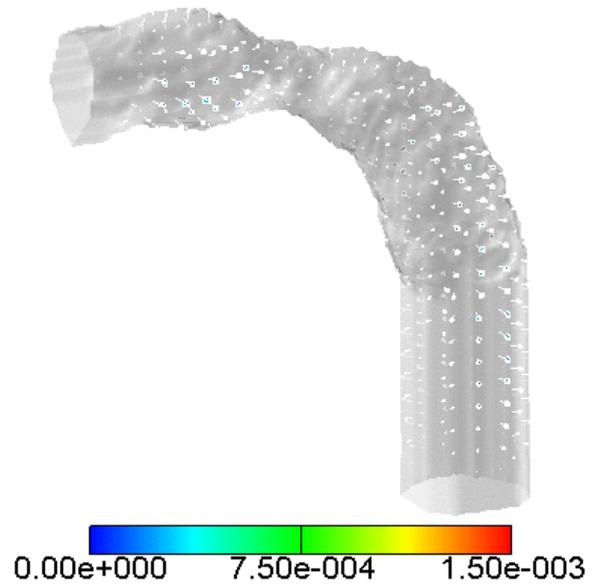
☒ 6.66: Displace Re300  $t=4/4T$



(a)  $E=0.5\text{M(Pa)}$



(b)  $E=1.0\text{M(Pa)}$



(c)  $E=1.5\text{M(Pa)}$

☒ 6.67: Displace Re500  $t=4/4T$

## 6.5 分岐を持つ冠動脈

### 6.5.1 計算形状

実際の患者の医療画像を入力として用いた血管への流体・構造連成解析を行なった．心筋梗塞や狭心症のような死因の上で上位を占める循環器系疾患は冠動脈疾患を原因として起こることが知られているため，複雑な血管に対する本システムを用いた流体・構造連成解析の一例として冠動脈を用いることとした．

シミュレーションに用いた画像は図 6.68 に示した CT 画像であり，図 6.69 に示すように心臓の周り  $150\text{mm} \times 150\text{mm} \times 105\text{mm}$  の領域を撮影した  $512 \text{ピクセル} \times 512 \text{ピクセル}$  の DICOM[26] 画像 211 枚からなる．したがって画像内で  $0.293\text{mm}$ ，画像間で  $0.500\text{mm}$  の解像度がある．今回はここから冠動脈を対象とした．

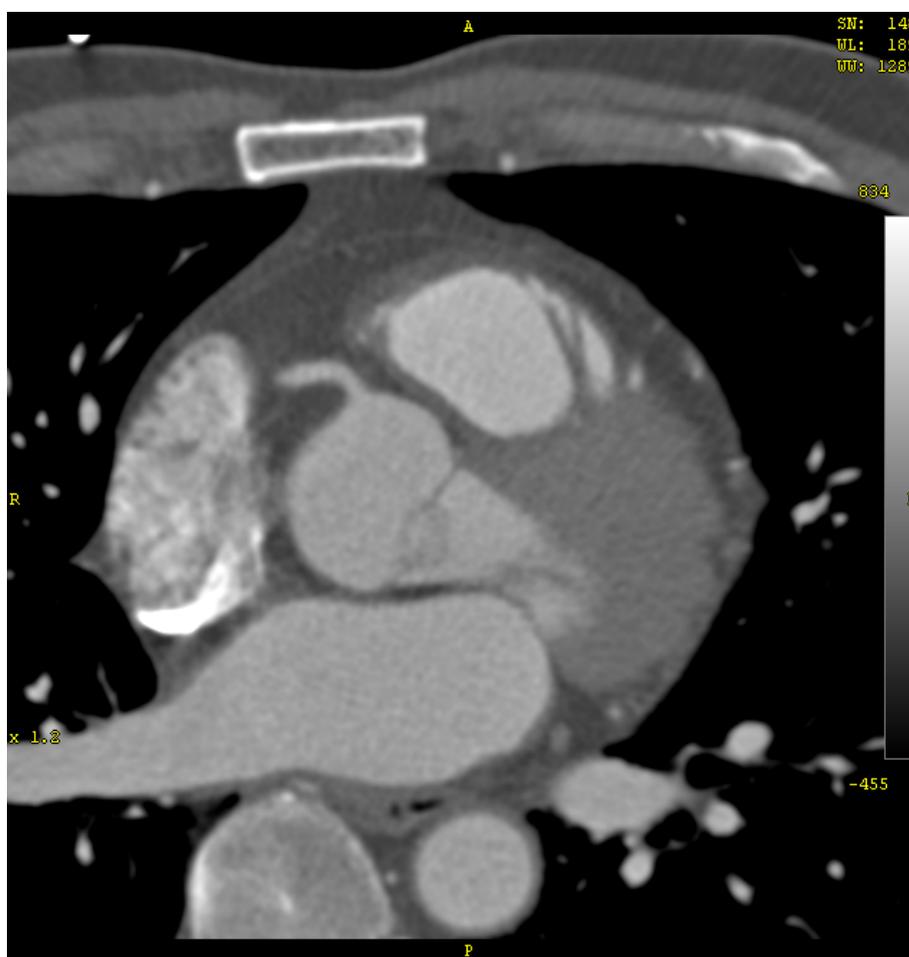


図 6.68: CT 画像

CT からの入力医療画像には冠動脈の解析に際して不要な領域が含まれており，またこの入力画像から直接ボクセルを作成すると，ボクセルのサイズが  $0.293\text{mm} \times 0.293\text{mm} \times 0.500\text{mm}$  のいび

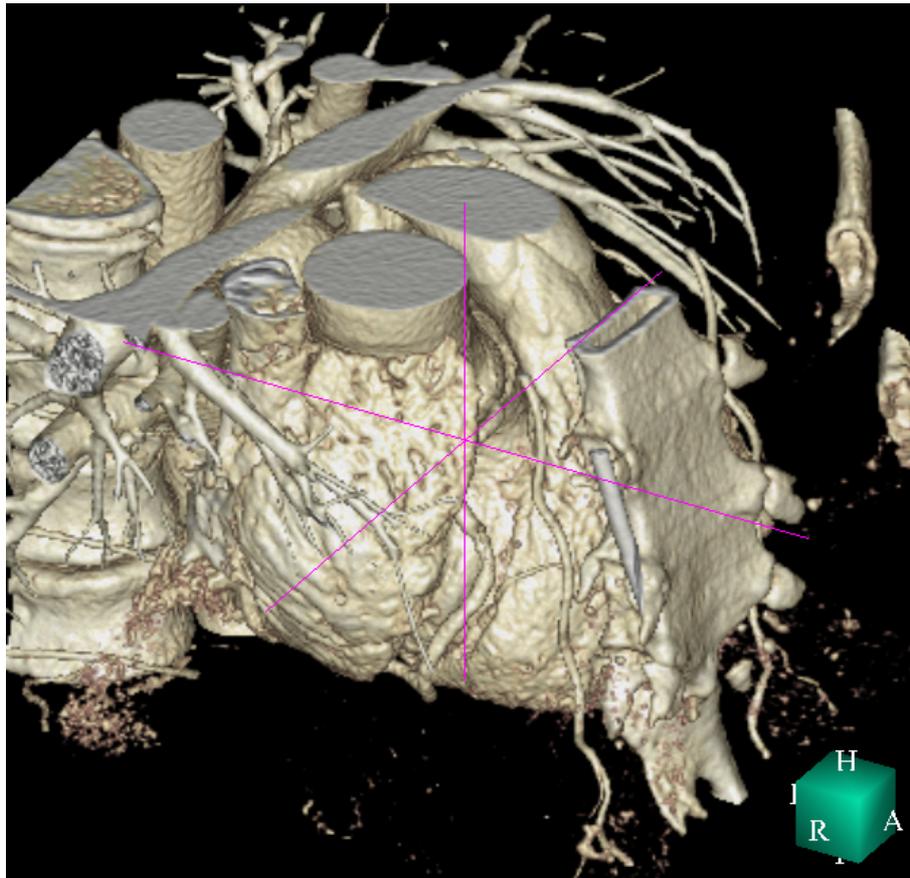


図 6.69: 心臓周り

つなボクセルとなるため、ここでは医療画像処理ソフト RealINTAGE[38] を用いて図 6.70 に示す領域を切り出すと共に、ボクセルのサイズが  $0.344\text{mm} \times 0.344\text{mm} \times 0.344\text{mm}$  となるように調整した。このとき計算領域のボクセル数は  $98 \times 106 \times 40$  であった。図 6.70 中で A から B に至る部分が冠動脈主幹部、分岐 1 から D に至る部分が第一対角枝、同じく分岐 2 から C へと至る部分が第二対角枝である。このケースでは第二対角枝は分岐 2 直後の位置に僅かな狭窄を持っている。

### 6.5.2 予備実験

冠動脈の壁の厚さは  $0.3\text{mm} \sim 0.5\text{mm}$  であるが、このモデルの解像度は  $0.344\text{mm} \times 0.344\text{mm} \times 0.344\text{mm}$  であるため、壁の厚さを識別することは出来ない。そこで壁なしモデルと呼ぶ、血管の壁の厚さを考慮せず、血管を弾性体でできた直方体中に、蟻の巣のように空いた穴であるという仮定のもとに解析を行うこととした。

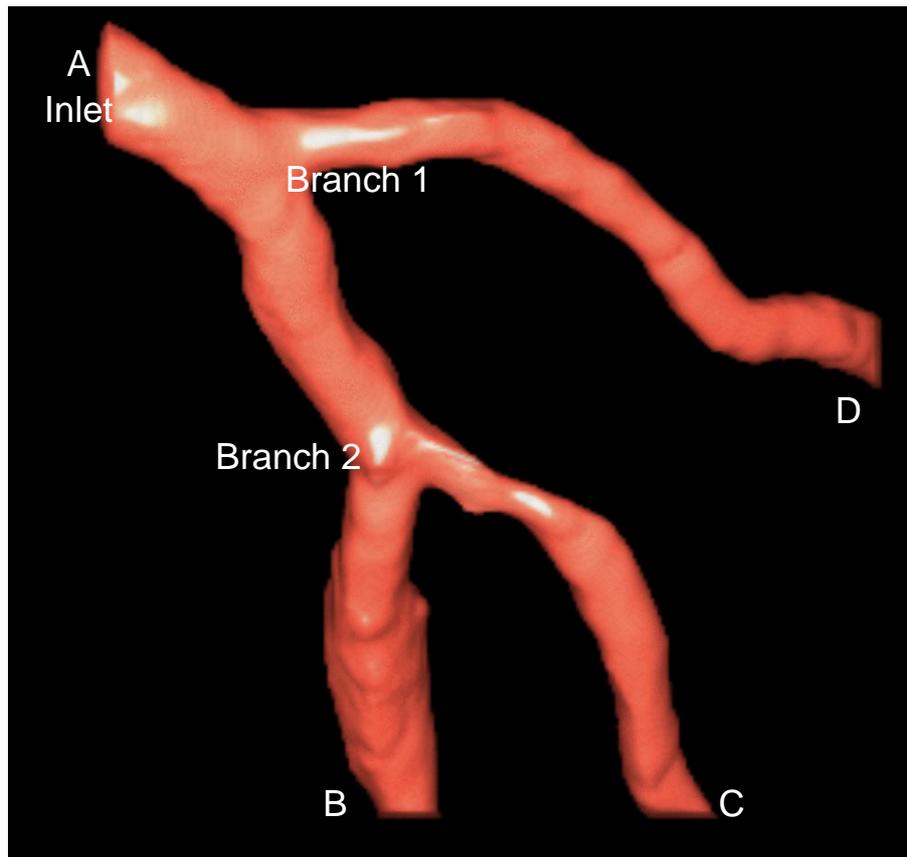


図 6.70: 計算形状

#### 解析領域の大きさの影響

壁なしモデルでは解析領域の大きさ，すなわち直方体弾性体ブロックと中に空いた穴との距離が構造解析時に影響を与えると考えられる．そこでその影響を調べる予備実験を，弾性体直方体中に単純な円筒形の穴が空いているモデルで円筒の形状を一定，円筒を表現するボクセル一つのサイズを  $1.0\text{mm} \times 1.0\text{mm} \times 1.0\text{mm}$  の一定としたまま，解析領域のサイズを変更した解析を行なった．図 6.71 に示すように解析領域の長さは  $100\text{mm}$  の一定とし，高さとの比を 1 に固定したまま，高さ(および幅)の大きさを  $20\text{mm}$  から  $100\text{mm}$  まで  $10\text{mm}$  刻みで変更した解析形状により解析を行なった．

図 6.72 に解析領域のサイズを変えた際の変位の最大値の違いを示す．横軸は解析形状の高さ(=幅)，縦軸はその時の変位の最大値である．高さが  $20\text{mm}$  から  $30\text{mm}$  へと変化した際には，円筒壁の最大変位量は大きく上昇するが，高さが  $30\text{mm}$  から  $40\text{mm}$  へと増大した際には，最大変化量の変化は小さい．この結果から，以降解析領域の大きさとして高さ  $100\text{mm}$ ，すなわち解析領域外側から穴への距離が  $45\text{mm}$  あれば計算領域外側面での変位 0 に拘束されている影響が一定となり，解析結果に与える影響の変化がなくなることが分かる．

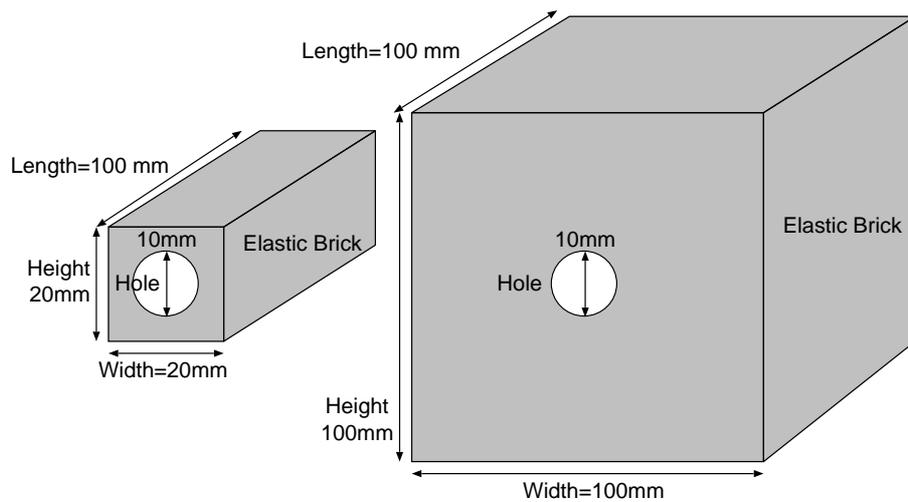


図 6.71: 解析形状の詳細とその変化

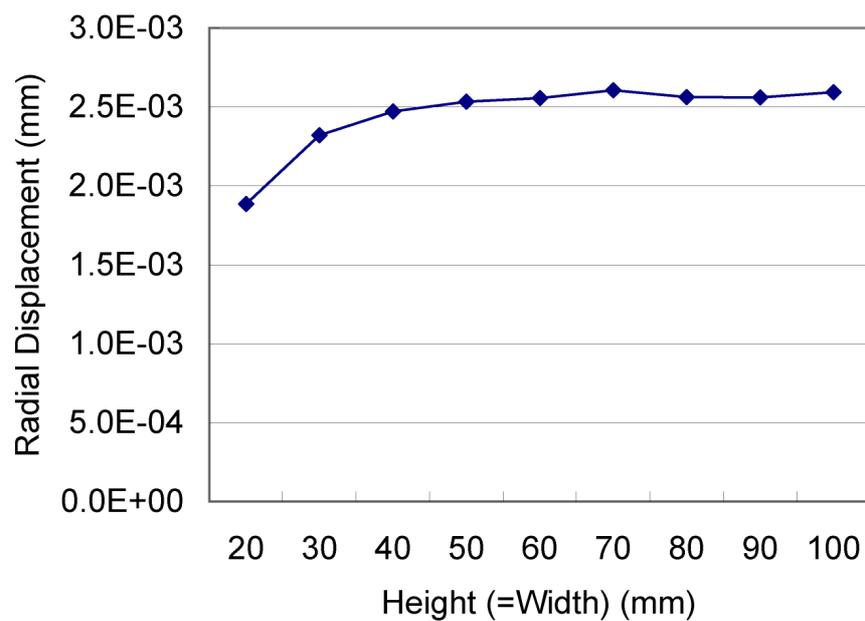


図 6.72: 解析形状の詳細とその変化

#### 商用連成解析ソフトウェアとの比較

壁なしモデルでは血管壁の厚さが非常に厚くなったものとも考えることもできる。壁が厚くなっているため壁の厚さを考慮した解析と比べて流体・弾性体境界面の変位は小さくなると考えられる。そこで本システムを用いた大きさ 100mm×100mm×100mm の壁なしモデルのボクセルによる解

析結果と、境界適合の非構造格子を用いる商用連成解析ソフトウェア FIDAP による結果との比較を行なった。FIDAP で用いる格子作成は CAD で作成した長さ 100mm，内径 10mm 外形 16mm，すなわち壁厚さ 3mm の円筒を入力データとして格子作成ソフトウェア Gambit[37] を用い平均  $\Delta x=1.0\text{mm}$  で作成した。

図 6.73 に本システムと FIDAP とで求められた管の最大膨張時の半径方向変位量の分布を示す。図中で横軸は管の長さ方向座標を示し，縦軸は管の半径方向変位量を表す。FIDAP による結果では管の膨張のピークは流入直後に位置し，その量は約  $1.6 \times 10^{-4}\text{mm}$  であった。本システムによる結果でも膨張のピークは流入直後に位置し，その位置はよく一致した。しかしその量は約  $2.0 \times 10^{-5}\text{mm}$  と小さかった。

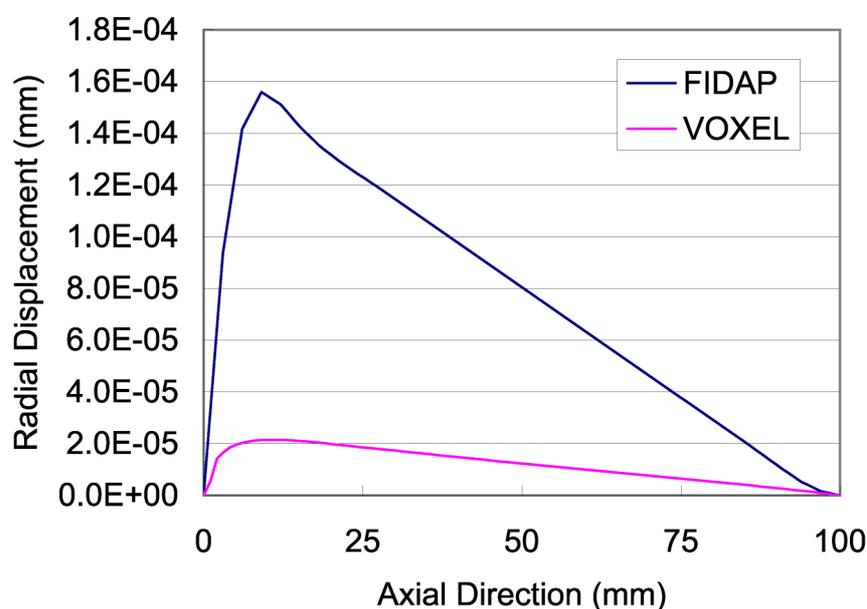


図 6.73: 半径方向変位分布 - 最大膨張時

図 6.74 に本システムと FIDAP とで求められた管の最大収縮時の半径方向変位量の分布を示す。FIDAP による結果では管の収縮のピークは流入直後に位置し，その量は約  $-1.2 \times 10^{-4}\text{mm}$  であった。本システムによる結果でも膨張のピークは流入直後に位置し，その位置はよく一致した。しかしその量は約  $-2.0 \times 10^{-5}\text{mm}$  と小さかった。

膨張時および収縮時の両ケースで本システムによる結果は FIDAP による結果とピークの位置や変位量の分布などが定性的に一致した。しかし変位量は小さかった。これは壁なしモデルにより血管壁の厚さが非常に厚くなったためと考えられる。

そこでこの変位量が小さいという傾向を調べるためにヤング率を  $E = 0.25, 0.50, 1.00, 2.00, 4.00\text{MPa}$  と 2 倍づつ変えた解析を行なった。図 6.75 にその結果を示す。ここで横軸はヤング率，縦軸は本システムで求められた変位量と FIDAP により求められた変位量との比である。その結果

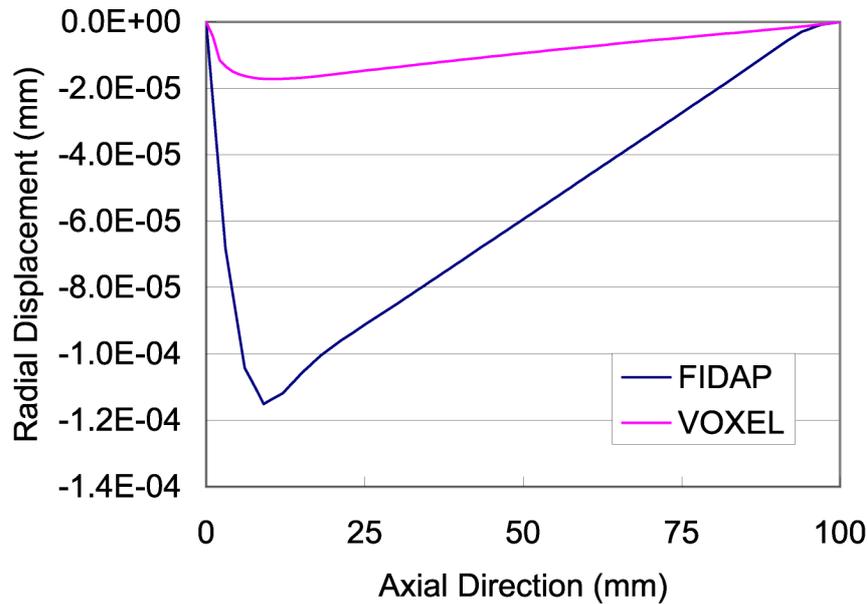


図 6.74: 半径方向変位分布 - 最大収縮時

一貫して、本システムによる壁なしモデルで求められる変位量は膨張時にはFIDAPの約13.78%、収縮時には約14.96%、平均14.37%という結果が得られた。

この変位が一貫して低いという傾向を踏まえてヤング率として1.0MPaの14.37%の143.7KPaを用いて解析を行ない、FIDAPによる1.0MPaの解析結果と比較した。図6.76及び図6.77にその結果得られた半径方向変位分布を示す。その結果本システムによる結果は変位ピーク的位置およびその値など、FIDAPによる $E = 1.0\text{MPa}$ とした結果とよく一致することが判った。

以上の検討から、今回は解析領域外側と解析対象の血管との距離が45mmであるようなボクセルデータを作成し、ヤング率1.0MPaを仮定し147.3KPaを用いることとした。

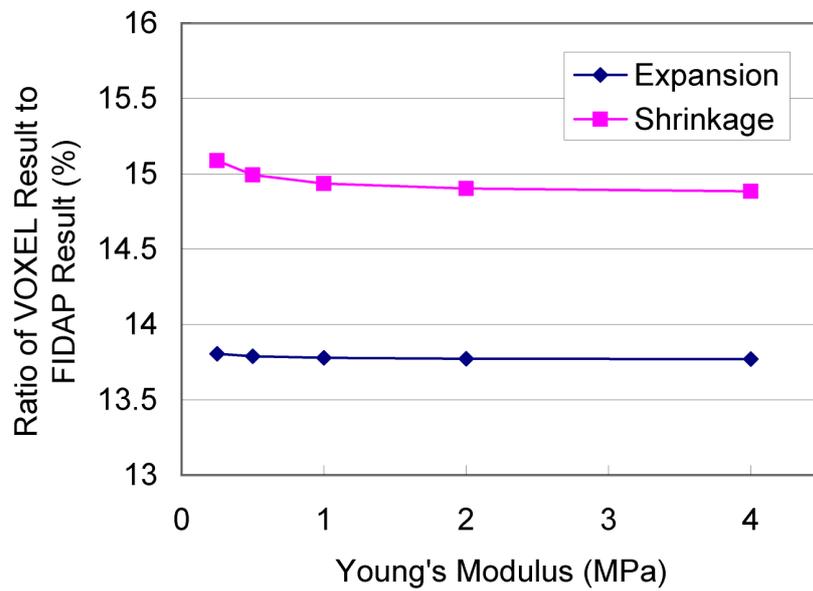


図 6.75: FIDAP と本システムとの変位量の比の最大値の変化

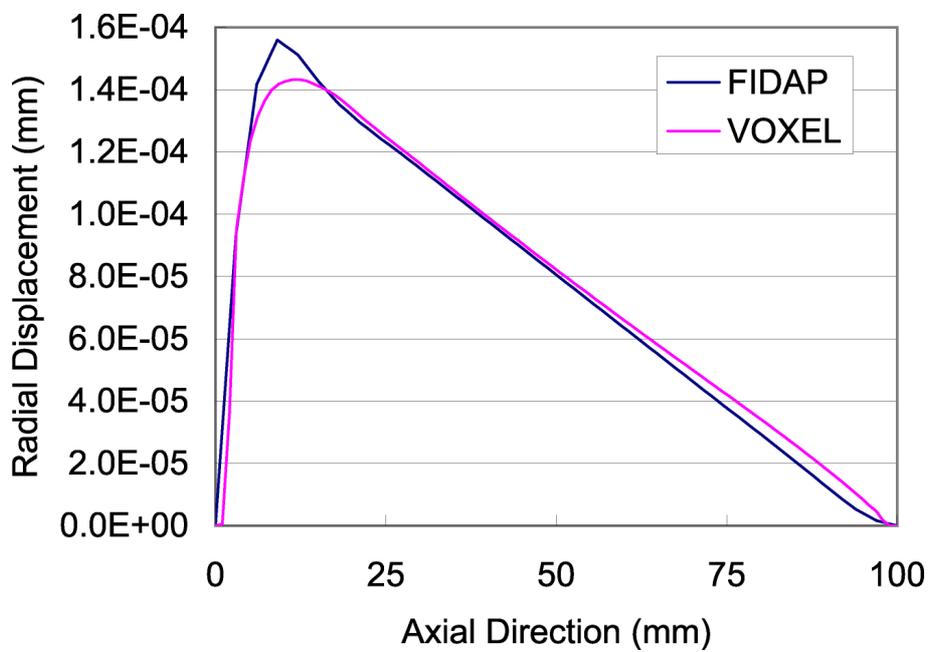


図 6.76: ヤング率を調整した半径方向変位分布 - 最大膨張時

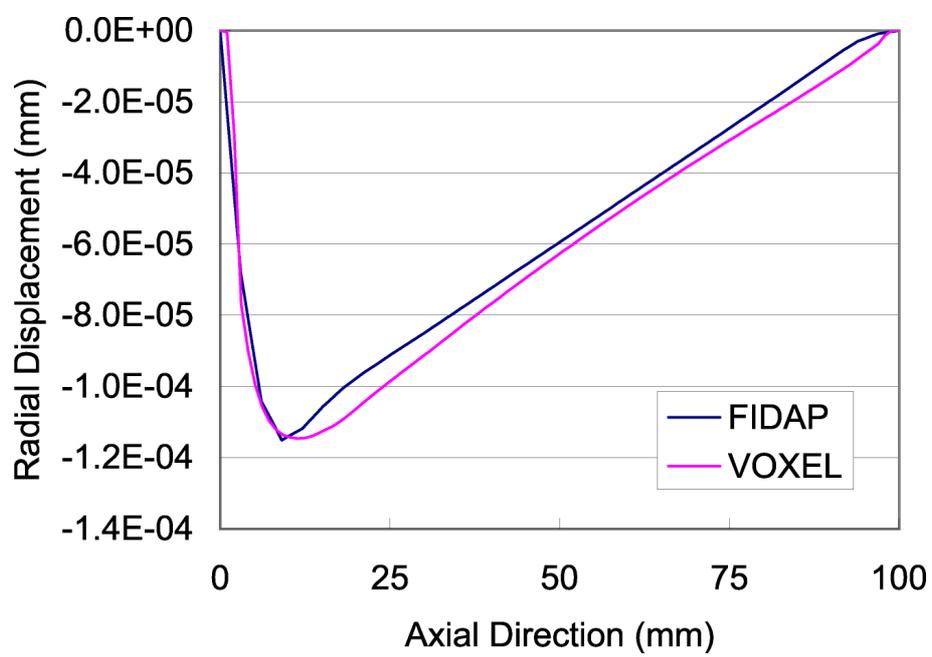


図 6.77: ヤング率を調整した半径方向変位分布 - 最大収縮時

### 6.5.3 計算条件

流体解析の条件は流体として密度  $\rho = 1.0\text{g/cm}^3$  , 粘性係数  $\mu = 0.0035\text{Pa}\cdot\text{s}$  の血液を想定し , 図 6.70 中の A で示す流入部へと課す流入条件は図 6.78 に示す周期 1.0 秒の一樣流の拍動流れとした . 流速最大時のレイノルズ数は 300 である . 圧力の境界条件は図中 BCD で示す流出端に課すこととした . 分岐する管では複数ある流出端での圧力は未知数であるため一次元解析 [39] などを行い求めた値を課すのが理想的であるが , 今回は一様に圧力  $p = 0$  をとした . また壁面の境界条件は Non-Slip とした .

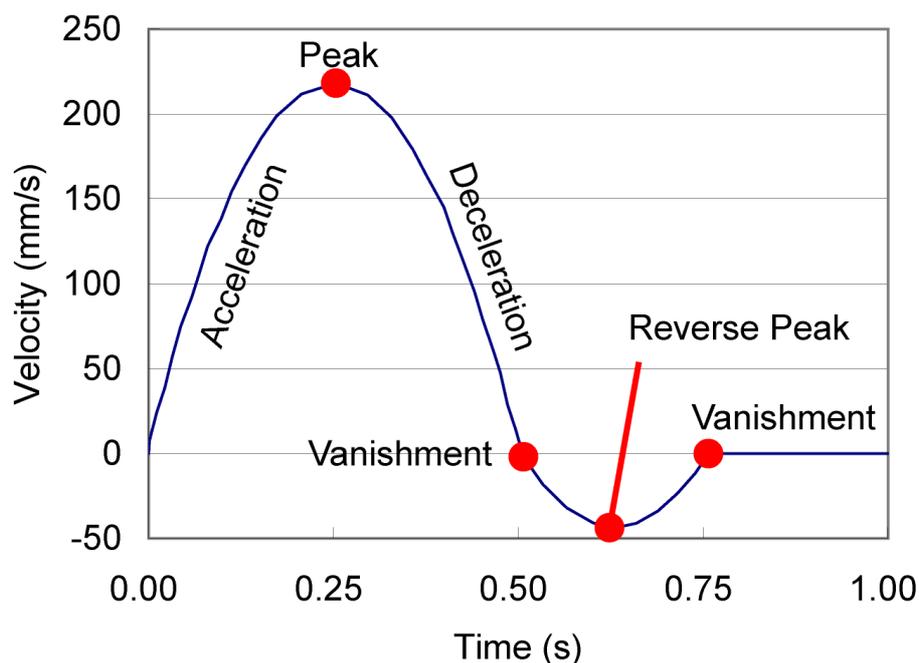


図 6.78: 拍動流れの時間変化

構造解析の境界条件として , 弾性体のヤング率  $E = 147.3\text{MPa}$  , ポアソン比  $\nu = 0.3$  とした . 拘束条件は図 6.70 中 ABCD で示す流入端および流出端とで変位 0 の完全拘束とした .

#### 6.5.4 計算結果

図 6.79 から図 6.84 に拍動の特徴的な時刻 0.125 秒, 0.250 秒, 0.375 秒, 0.500 秒, 0.625 秒, 0.750 秒における流速分布をベクトル図を示す．速度の違いを見やすくするためベクトルの密度は  $xyz$  方向それぞれで  $1/2$  にしている．また同様の理由でベクトルの長さとは流速の最大値  $84.6\text{cm/s}$  を基準としている．

図 6.79 に示す流入速度の増大期の中間期である  $t=0.125$  秒では大部分の血流は冠動脈主幹部を流れ、二つの対角枝、特に第二対角枝にはわずかな流れしか起きておらず、冠動脈主幹部の狭窄部分にはわずかに早い流速が見られる．

図 6.80 に示す、流入速度のピーク時である  $t=0.250$  秒では冠動脈主幹部と第一対角枝での流速の増大が見られる．しかしながら第二対角枝においては  $t=0.125$  秒と比しても顕著な流速の増大は見られなかった．

図 6.81 に示す、流入速度の減少期の中間期である  $t=0.375$  秒では冠動脈主幹部では  $t=0.250$  秒と比して顕著な流速の現象は見られなかった．しかし第一対角枝と第二対角枝流速の現象が見られた．特に第二対角枝では流れがほとんど見られない．

図 6.82 に示す、流入速度が 0 となる  $t=0.500$  秒では冠動脈主幹部での大幅な流速の減少が見られた．さらに二つの対角枝では流れはほとんど見られなくなった．

図 6.83 に示す、流入速度が反転しているピークである  $t=0.625$  秒では、冠動脈主幹部および二つの対角枝での流れもほとんど消失した．

図 6.84 に示す、流入速度が再び 0 となる  $t=0.750$  秒でも同様に冠動脈全域にわたって流れは消失したが流入部でわずかに高い流速が見られた．

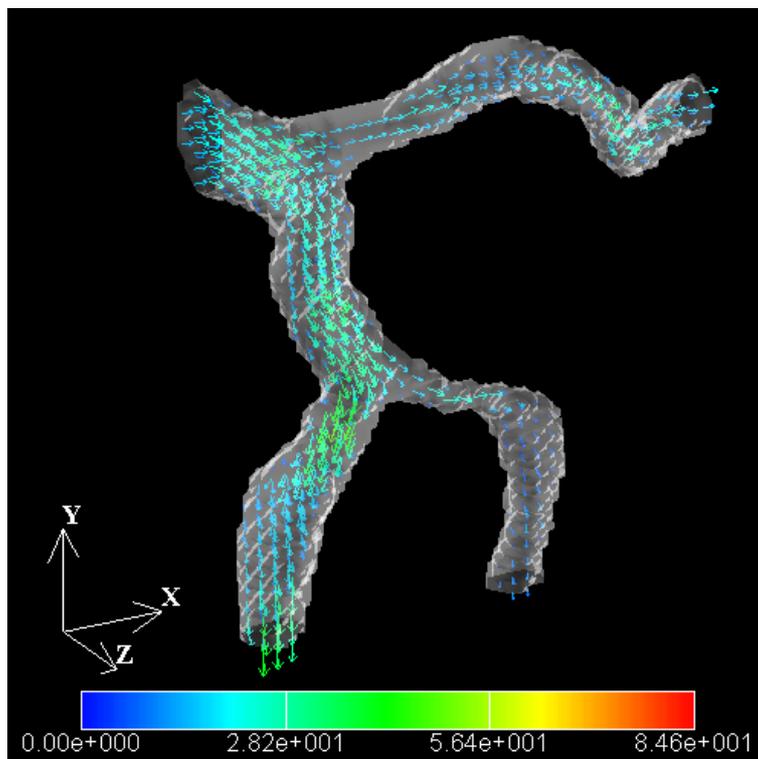


図 6.79: 時刻  $t=0.125$  秒での流速

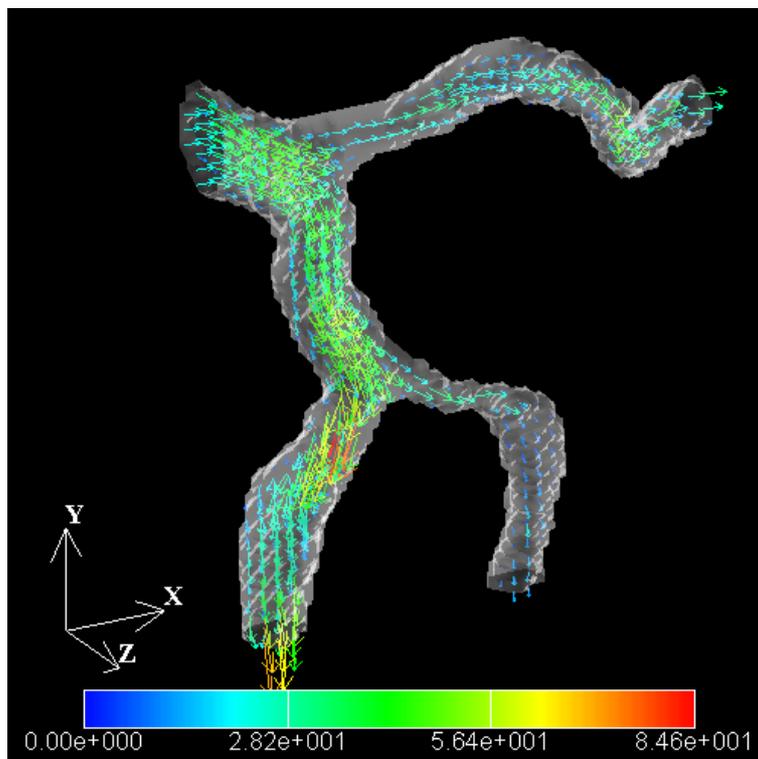


図 6.80: 時刻  $t=0.250$  秒での流速

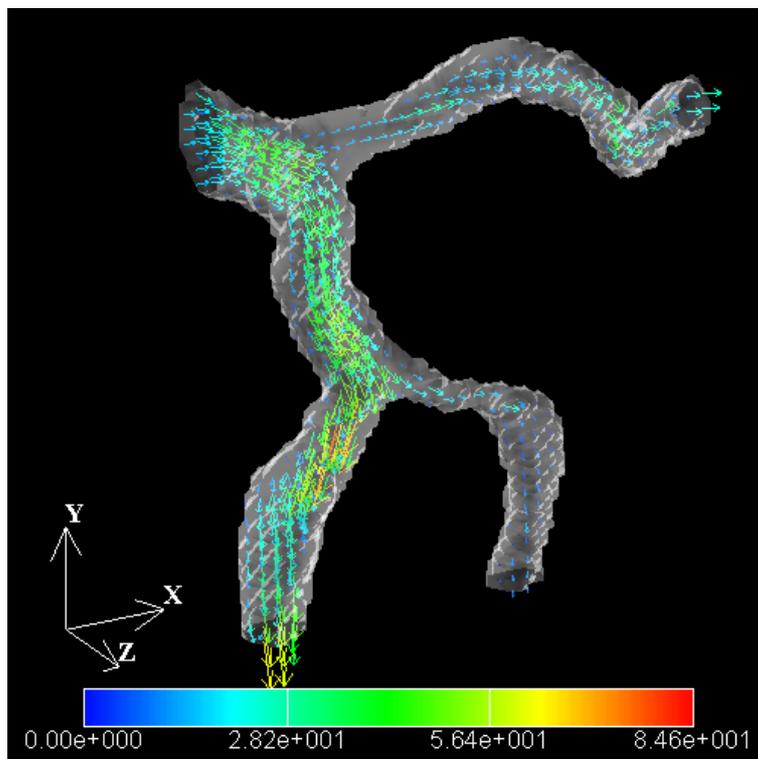


図 6.81: 時刻  $t=0.375$  秒での流速

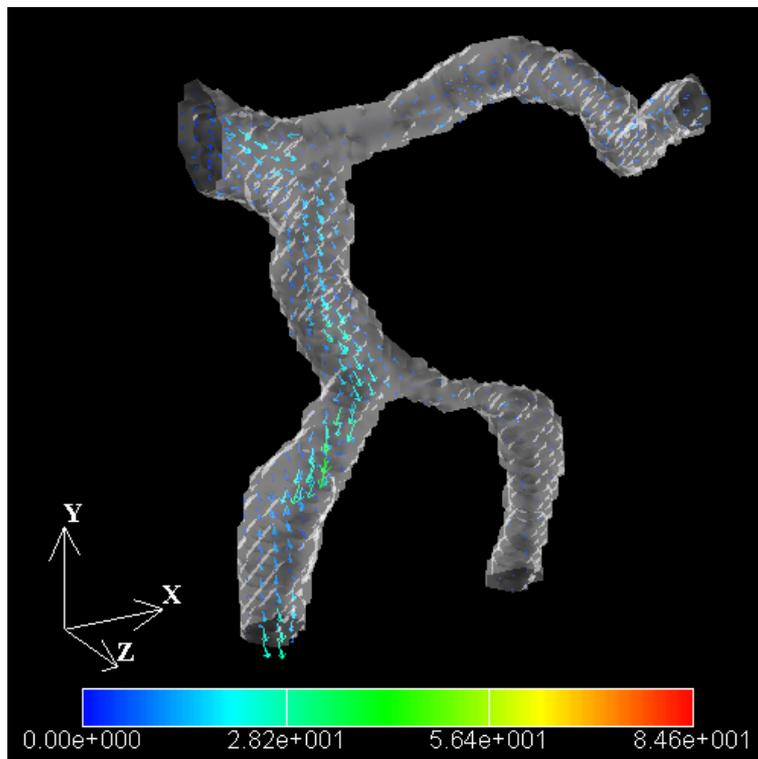


図 6.82: 時刻  $t=0.500$  秒での流速

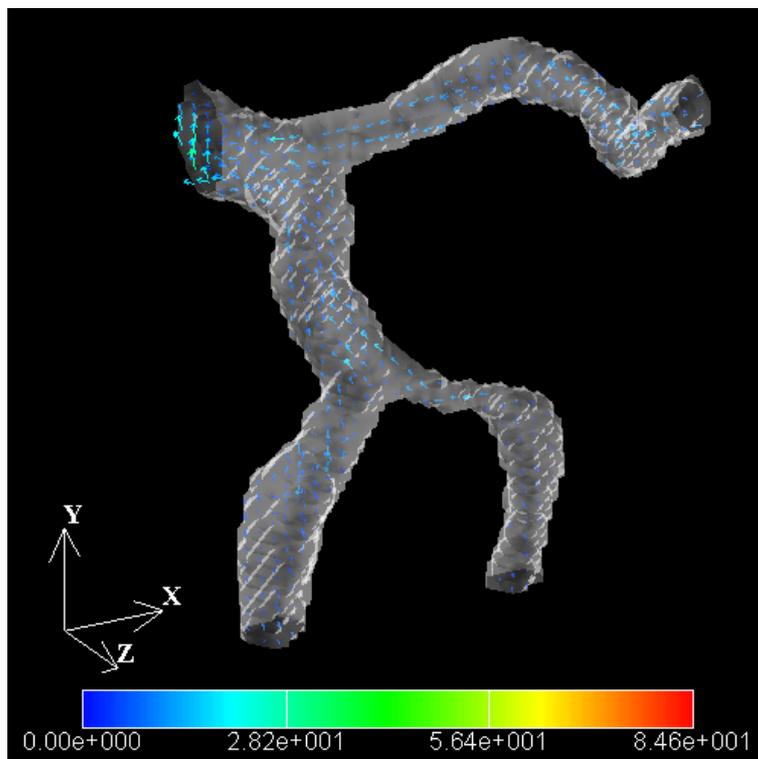


図 6.83: 時刻  $t=0.625$  秒での流速

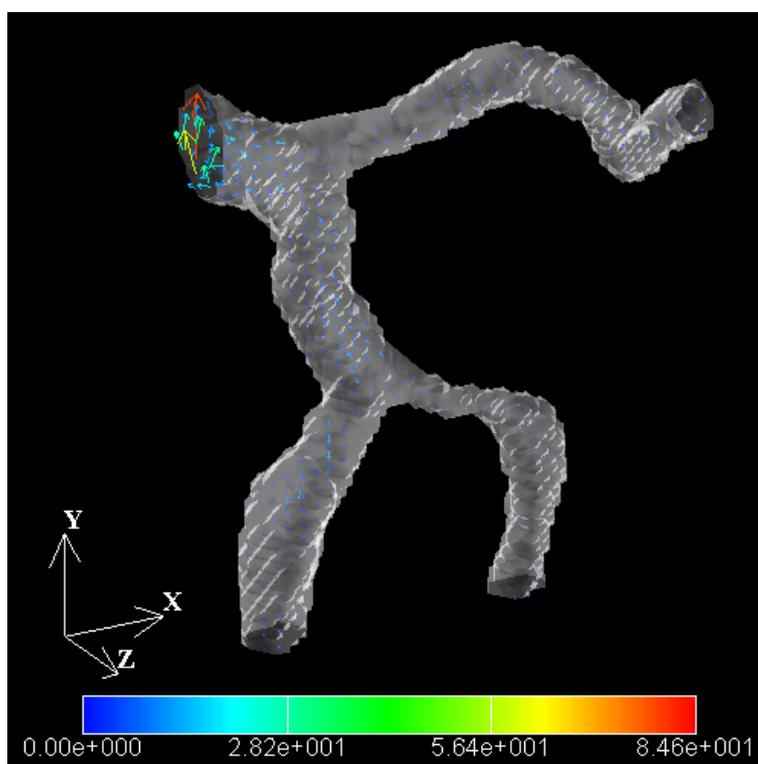


図 6.84: 時刻  $t=0.750$  秒での流速

図 6.85 から図 6.90 に拍動の特徴的な時刻 0.125 秒, 0.250 秒, 0.375 秒, 0.500 秒, 0.625 秒, 0.750 秒における変位分布をベクトル図を示す。変位の違いを見やすくするためベクトルの密度は 1/2 にしている。また先に示した流速とは異なり、各時刻で変位量の違いが大きく流速と同様に全ての絵で統一した基準値を用いると見づらくなるため、これら変位図ではベクトルの長さとは色はそれぞれの時刻内における最大値を基準にしている。

図 6.85 に示す、流入速度の増大期の中間期である  $t=0.125$  秒では管は流入直後の領域で収縮しており、その最大値は  $7.56 \times 10^{-3}$  mm であった。流入直後の領域以外ではほとんど変位は見られなかった。

図 6.86 に示す、流入速度のピーク時である  $t=0.250$  秒においても間は流入直後の領域で収束しており、その最大値は  $1.80 \times 10^{-2}$  mm であった。またこの時刻では  $t=0.125$  秒とは異なり、冠動脈主幹部の分岐 1 と分岐 2 の中間の領域にも収縮が見られた。

図 6.87 に示す、流入速度の減少期の中間期である  $t=0.375$  秒では収縮の様相は  $t=0.250$  と同様に冠動脈主幹部の流入直後の領域および分岐 1 から分岐 2 に至る領域で収縮の傾向を保った。変位量の最大値は  $4.10 \times 10^{-2}$  mm であった。

図 6.88 に示す、流入速度が 0 となる  $t=0.500$  秒では管は流入直後の領域で膨張に転じ、その値は  $8.14 \times 10^{-2}$  mm であった。

図 6.89 に示す、流入速度が反転しているピークである  $t=0.625$  秒では管の変位はやや複雑な様相を呈し、第一分岐付近では管は膨張し、分岐 2 の付近および第一対角枝は収縮した。変位量の最大値は  $5.82 \times 10^{-4}$  mm であった。

図 6.90 に示す、流入速度が再び 0 となる  $t=0.750$  秒では分岐 1 から分岐 2 に至る領域で膨張を示した。その大きさは  $4.74 \times 10^{-2}$  mm であった。

今回の解析では周期 1.0 秒の拍動の間、二つの対角枝にはほとんど変位が見られなかった。これは流速の図 6.79 から図 6.84 に示すように、二つの対角枝での流速の変化が小さかったためと思われる。

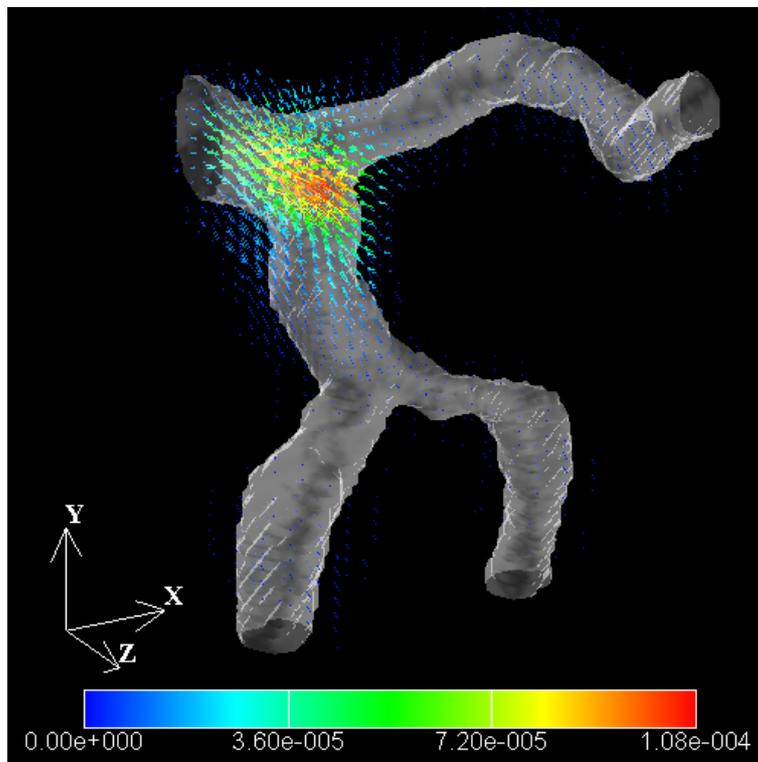


図 6.85: 時刻  $t=0.125$  秒での変位

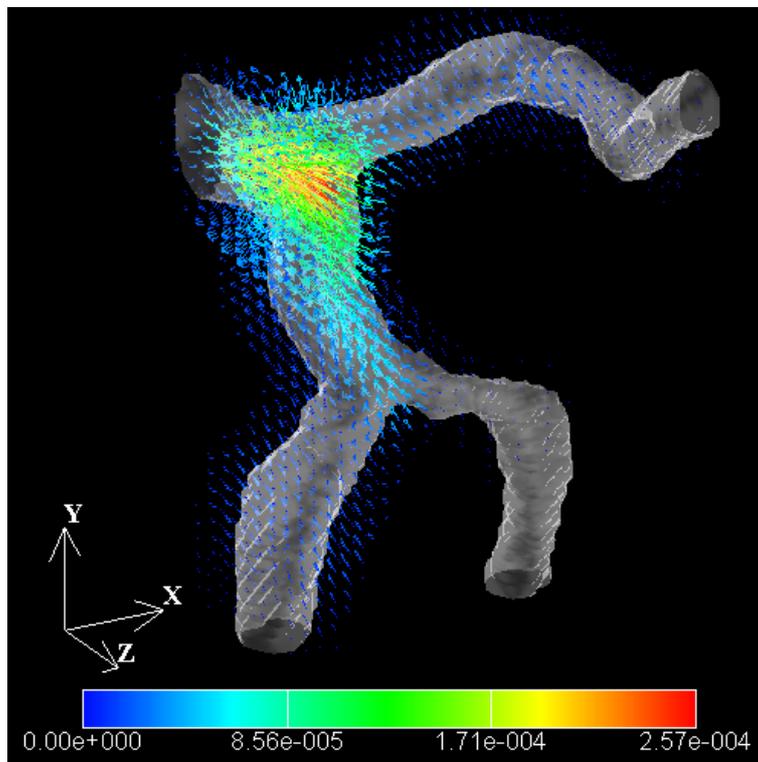


図 6.86: 時刻  $t=0.250$  秒での変位

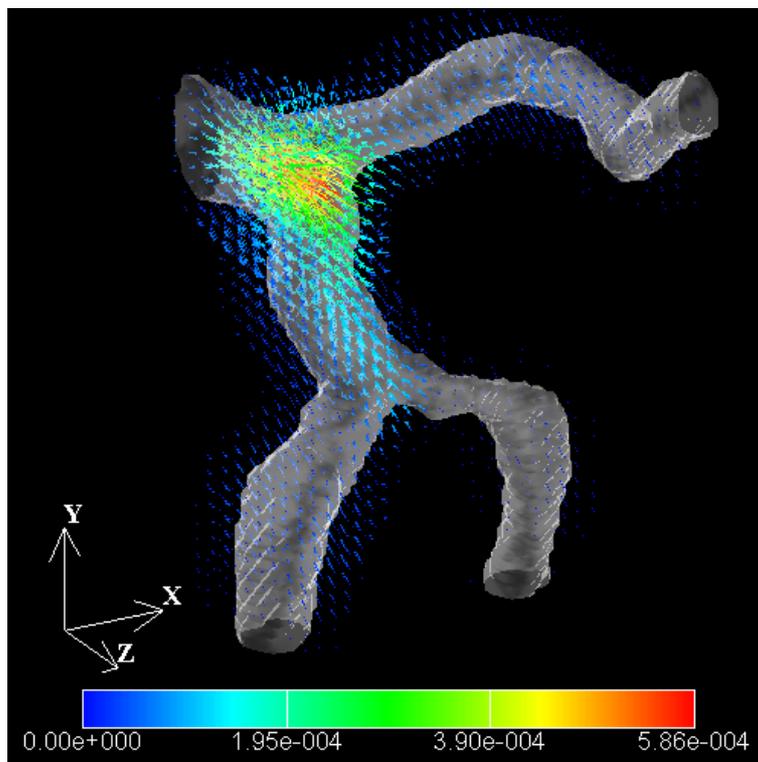


図 6.87: 時刻  $t=0.375$  秒での変位

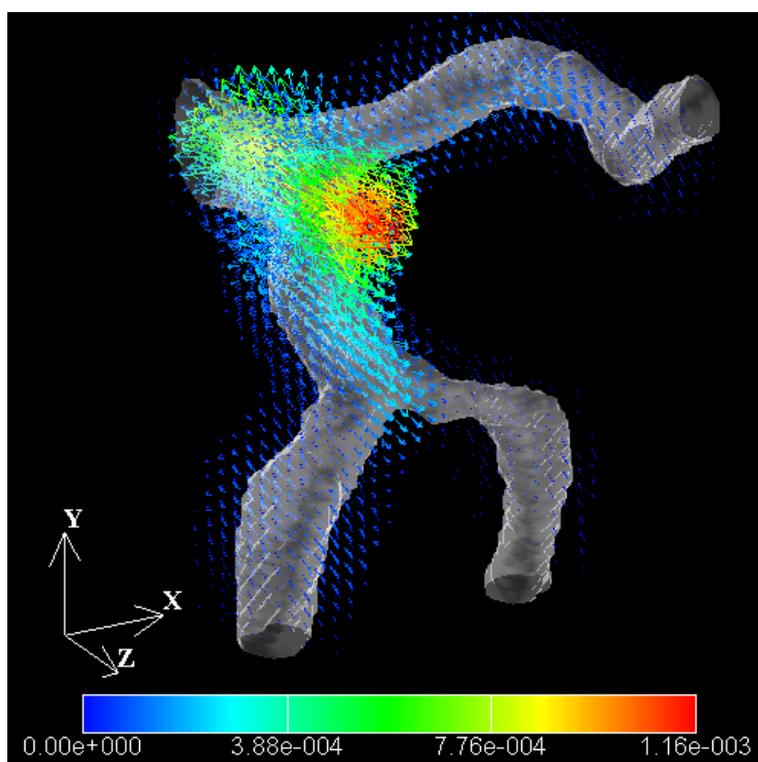


図 6.88: 時刻  $t=0.500$  秒での変位

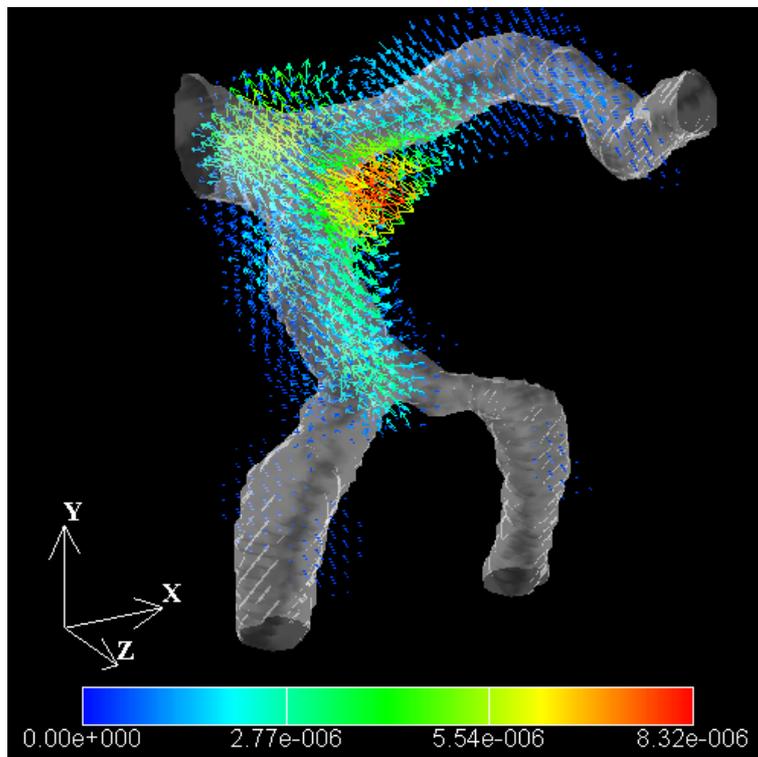


図 6.89: 時刻  $t=0.625$  秒での変位

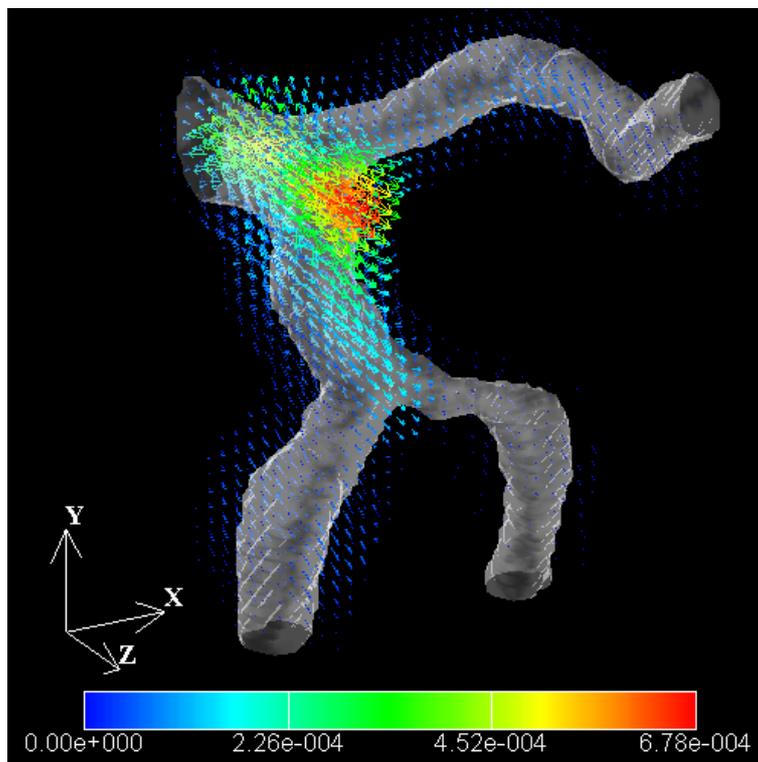


図 6.90: 時刻  $t=0.750$  秒での変位

## 6.6 まとめ

初めにボクセルデータの細分割によりボクセルの形状を正方形へと調整することの効果を確認した。その結果解析を行なう細には、入力画像から直接作成した直方体ボクセルよりも、ボクセル細分割を行うことで作成した立方体ボクセルを用いる方が精度が良いことが判った。

次いで本システムの検証として同一問題を異なる細かさのボクセルで解いて結果を比較することで本システムが正しく動作していることを確認した。その後同一問題を本システムと商用連成解析コード FIDAP とで解き結果を比較することで、本システムがボクセルによる形状表現と力学モデルに非常にシンプルなものを用いているにも関わらず、商用コードと結果がよく一致することを確認した。

最後に本システムを用いた解析例として、実際の患者の医療画像から作成した血管に対する解析を行った。二例とも拍動する血流により血管壁が変形する様相が確認できたが、これらのケースでは顕著な変形が発生せず、それゆえ変形に対する血流の影響もまた顕著に現れなかった。がしかし前述したようにレイノルズ数およびヤング率などの物性値および管壁の厚さなどのパラメータは妥当なものと考えられ、また商用ソフトウェアとの比較による検証の結果、本システムは妥当な解を与えることが確認できているため、これらの結果は妥当なものであると考えられる。

## 第 7 章

# 結論と今後の課題

### 7.1 まとめ

本研究では、血管の疾患に発症と進展に大きく関与していると考えられている血流および血管壁との力学的相互作用に関するシミュレーションを、医療現場で簡便に行えるようにするための解析システムの開発を行った。

医療にとって本質的ではなく、負担の大きな処理である格子生成にまつわる煩雑な作業を削減するために、現在広く普及している CT や MRI などの医療用画像診断機器からの医療画像を用いて作成したボクセルデータを格子として利用する血流・血管壁の連成解析システムを作成した。

その際扱う血管として力学的な作用の重要さと医療画像の解像度に起因する制限から、太さ 1mm 以上程度の動脈を想定した。血流をニュートン流体の層流であると仮定した血流モデルを用い、血管壁は流体からの力を受けフックの法則に従う変形をして、心臓の拍動による周期 1 秒程度の線形の範囲内の変形では慣性力の寄与が小さいことから静的に釣り合う等方性の線形弾性体であると仮定した血管壁モデルを用いた。

また、血流が壁に及ぼす力のモデルとして、血管壁の変形に対しては圧力が支配的な影響を持ち、かつ粘性力の寄与が弱いことから流体力として圧力のみを考慮するモデルを用いた。その際薄い血管壁に働く実質の圧力は血管壁を介しての内と外の圧力差であるとした。

本研究ではボクセルで物体形状を近似する方法として、サーフェイスの抽出や体積占有率の計算などの前処理が不要という利点を持つことから医療画像から直接作成した生体組織の輝度値を持つボクセルを用いることとした。流体・構造連成解析では数値解析の格子と形状の変形の扱いが必要となるが、計算格子はボクセルデータの二値化により作成し、変形に関してはボクセルデータ中で輝度値を移流させることで取り扱うモデルとした。形状の表現は輝度値のボクセルを用い、解析には輝度値のボクセルを二値化したボクセルを用いることで、解析に用いる解法を選ばないという長所をもちつつ、微小な変形の影響も輝度値のボクセルが記録することで反映できるようになった。

流体・構造連成問題を扱う方法として流体問題と構造問題を別々に離散化して解くことでメモリ・計算時間に対する時間が過大にならず、高い拡張性を持つという利点がある弱連成解析の手法を用いることとした。弱連成解析の手法を採用したことから、別々に実行される流体解析と構

造解析との間の情報交換についてモデルを構築した．流体解析から構造解析へと向う情報の伝達として、この方向に伝達する情報は壁面にかかる流体力を採用し、解析計算時には格子は二値化による階段状境界近似となっているため、壁面に垂直に働くこの力は  $xyz$  いずれかの軸と平行な力として構造解析へと伝えられるというモデルを構築した．ついで構造解析から流体解析へと向かう情報伝達として、この方向に伝達する情報は血管壁が変形したことによる流路形状の変化と、壁面での速度境界条件としての血管壁の変形速度であるというモデルを構築した．また形状の変化は構造解析により求めた壁面の変位速度を元に輝度値のボクセルデータ中で輝度値を移流させることにより行うという方法により、変位速度が小さい、すなわち壁面の変位が小さかった場合でも、輝度地のボクセルデータが移流による微小変形を記憶するため、微小変形の積み重ねにより形状変形を計算格子の変形に影響させることが出来るようになった．これは単純な二値化ボクセルだけを用いる方法にはない長所であると考えられる．また同時に壁面の変位速度を次の流体解析における壁面の速度境界条件として与えることによっても微小な変形の影響を流体解析へと反映させている．このことによっても計算格子の形状としては反映されない微小な変形の影響を流体解析へと反映させることができると考えられる．

以上のモデルを実装した本システムの検証として、同一問題を異なる細かさのボクセルで解いた結果の比較を行うことで、本システムが正しく動作していることを確認した．また同一問題を本システムと商用連成解析コード FIDAP とで解き結果を比較することで、本システムの解析結果の正しさを確認できた．最後に本システムを用いた解析例として、実際の患者の医療画像から作成した血管に対する解析を行った．妥当な物性値の設定のもと二例とも拍動する血流により血管壁が流れにより変形する様相を捕らえられた．結論として本研究で開発した血管を対象とした流体・構造連成解析システムは、ボクセルによる形状表現と力学モデルに非常にシンプルなものを用いているにも関わらず、商用コードと結果がよく一致することを確認した．

## 7.2 今後の課題

本システムはまだ開発途上であり様々な課題が残されているが、本システムは解析時に物体形状の階段状近似を用いているため物体形状表現の高度化を行なう必要がある．

生体組織の形状は当然ながら曲面で構成されるが、直交構造格子であるボクセルでは近似した曲面は凹凸のある形状となっているため形状を忠実に表現することは困難である．この問題は凹凸をなるべく小さくするため、本研究でも検討しているボクセル細分化の技法を用いて、より細かいボクセルを生成すれば漸近的に解決すると思われるが、それによるボクセル数の増大は解析時における計算量の増大となり、計算機資源の要求の増大をまねき、本システムの目的である医療現場でのツールとしての利用とはそぐわない．

ボクセル数の増大を抑えつつ境界表現を向上させるためにはいくつかの方法が考えられる．一つにはアダプティブメッシュの手法が考えられる．アダプティブメッシュはメッシュの節点を移動させる  $r$  法、要素の補間次数を上げる  $p$  法、格子を局所的に再分割する  $h$  法などがあるが、特にボクセルベースの方法では場合は  $h$  法を用いて、流体・構造境界面を含むボクセルのみを再帰

的に分割 [40] することにより全体のボクセル数の増大を抑えつつ境界の解像度を向上させることができ、ボクセル向きの方法であると考えられる。

また流体・固体境界面をボクセルの境界で直接表現するのではなく、ボクセル内部を通る流体・固体の境界面を想定し、各ボクセルにその体積の何%が流体であるかの体積占有率と呼ばれる値を持たせることで境界面を取り扱うVOF法 [41]、あるいはボクセル内を通過する流体・固体までの距離を持たせることで境界面を取り扱うレベルセット法 [42] などもある。これらの方法では境界面の法線をVOF値あるいはレベルセット関数の勾配として比較的容易に求めることができる。血管疾患の発症には血流が血管壁におよぼす壁ずり応力が深く関与しているとの説 [4][5] があり、流体の粘性により壁面を流れ方向へと引っ張る壁ずり応力の計算には壁面の法線ベクトルの計算が必要であるためこのような特徴は血流に対する解析では優位となる。

## 謝辞

本研究を行なうに当たり、終始御指導を賜った松澤照男教授に深謝致します。また、日頃から有益な御助言をいただき、大学を離れた後も多方面に渡って励ましていただいた渡邊正宏博士に感謝いたします。最後に、本論文をまとめるに当たって多方面の御協力いただいた松澤研究室の同僚に厚く御礼申し上げます。

なお本研究の一部は、文部科学省の研究開発事業である「ITプログラム」により行われた。

## 参考文献

- [1] 厚生労働省, “平成 17 年度人口動態統計”
- [2] Glagov.S, Zarins.C, Giddens.D.P, Ku.D.N, “Hemodynamics and atherosclerosis. Insights and perspectives gained from studies of human arteries. Arch. Pathol”, Lab.Med. Vol.112(1998), pp.1018-1031.
- [3] Schievink WI, “Intracranial Aneurysms”, N engl J Med, Vol.336(1997), pp.1758-1759.
- [4] Fry.D.L, “Acute Vascular Endothelial Changes Associated with Increased Blood Velocity”, Circ.Res, Vol22(1998), pp.165-197.
- [5] Caro.C.G, Fitz-Gerald.J.M, Schroter.R.C, “Atheroma and arterial wall shear observation, correlation and proposal of a shear dependent mass transfer mechanism for atherogenesis”, Proc. Roy. Soc. Lond. Vol.177(1971), pp109.
- [6] 森大祐, 山口隆美, “大動脈瘤の発症における大動脈内血流の影響の計算流体力学的存在”, 日本管脈学会機関紙, Vol.43, No.3(2003), pp.94-97.
- [7] M.Watanabe, T.Matsuzawa, “Computational Simulation of Flow in a Dissecting Aortic Aneurysm Reconstructed from CT Images”, Proceedings of ISCT:5th International Symposium on Computational Technologies for Fluid / Thermal / Chemical Systems with Industrial Applications, ASME (2004).
- [8] M.Oshima, “Image-based simulation of blood flow for Cerebrovascular Disorders”, J JSFM Vol.21, No.2(2002), pp.122-128.
- [9] 山内教世, 谷下一夫, 立島智, 村山雄二, “CT イメージからの血管形状のモデリング” 日本機械学会第 12 回バイオエンジニアリング講演会講演論文集 (2000), pp.165-166.
- [10] 早坂智明, 姫野龍太郎, 劉浩, 山口隆美, “計算生体力学のための医用画像に基づく形状モデリングシステムの開発”, 日本機械学会第 12 回バイオエンジニアリング講演会講演論文集 (2000), pp.167-168.
- [11] 郭智弘, 平山俊雄, 松澤照男, 渡邊正宏, “並列連成解析による疾患動脈血管の力学挙動”, 計算工学講演会論文集, Vol.7, No.1(2002), pp173-176.

- [12] J.F.Gerbeau, M.Vidrascu, P.Frey, “Fluid-structure interaction in blood flows on geometries based on medical imaging” *Computers and Structures* Vol.83(2005), pp.155-165.
- [13] M.W.Vannier, H.Cline, “A High resolution on 3D Surface Construction Algorithm”, *Comput.Graph*, Vol.21, No.4(1987), pp.163-169.
- [14] T.Yamaguchi, T.Hayasaka, D.Mori, “Development of computational biomechanics simulation system for cardiovascular clinical medicine”, *Computational Biomechanics RIKEN Symposium proceedings 2002*, pp.130-146.
- [15] (株) くいと “VOXELCON”
- [16] 理化学研究所ものづくり情報技術統合化プログラム V-CAD システム研究プログラム “<http://www.riken.go.jp/lab-www/V-CAD>”
- [17] 手嶋吉法, 宇佐見修吾, 加瀬究, “Kitta Cube の数え上げ”, *理研シンポジウム・ものづくり情報技術統合化研究プログラム (第 2 回)*, 2002-9, pp.18-21.
- [18] 中山敏男, 渡邊正宏, 石川滋, 松澤照男, “医療用画像から再構築した鼻腔内流れシミュレーション”, *シミュレーション学会誌*, Vol.23, No.1(2004), pp.22-29.
- [19] Nami, Matsunaga, Hao Liu, Ryutaro Himeno “Numerical Analysis of Two-Dimensional Incompressible Viscous Flow in Orthogonal Coordinates” *INFORMATION*, Vol.5, No.3, pp.319-326, 2002.
- [20] Kensuke Yokoi, Feng Xiao, Hao Liu, Kazuaki Fukasaku “Three-Dimensional Numerical Simulation of Flows with Complex Geometries in A Regular Cartesian Grid and Its Application to Blood Flow in Cerebral Artery with Multiple Aneurysms” *Journal of Computational Physics*, Vol.202, Issue 1, pp.1-19, 2005.
- [21] 服部恭太, 高橋一郎, 服部健一, 宮地茂, 石井克哉, “医療画像を用いた脳動脈の分岐部に発生する脳動脈瘤の血流解析”, *日本流体力学会 2004 講演論文集*, pp.130-131.
- [22] 川島康弘, 大原敏靖, 野田茂穂, 渡邊正宏, 松澤照男, 姫野龍太郎, “高精度医療画像のボクセルデータによる血液-血管連成解析システムの開発”, *日本流体力学会講演論文集*
- [23] 雷康斌, 岩田正子, 姫野龍太郎, “ボクセル法による流体構造連成解析”, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol.70, No.691(2004), pp.106-113.
- [24] 小林敏雄編, “数値流体力学ハンドブック”, 丸善 (2003).
- [25] 張群, 久田俊明, “流体・構造連成有限要素解析における連成手法に関する検討”, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol.67, No.66(2001), pp.1-8.
- [26] <http://medical.nema.org>

- [27] 小野謙二 “設計における直交格子法の利用” 日本流体力学学会誌, Vol.21, pp.16-25, 2002.
- [28] Hirt.C.W, Cook.J.L, “Calculating Three-dimensional Structures and Over Rough Terrain”, J. Comput. Phys. Vol.10(1972), pp.324-340.
- [29] 棚橋隆彦, “GSMAC-FEM”, アイピーシー, 1991.
- [30] H Takewaki, A Nishiguchi, T Yabe, “The Cubic-Interpolated Pesudo-Particle(CIP) Method for Solving Hyperbolic-Type Equations”, J.Comput.Phys, 61(1985) pp.261-268.
- [31] 矢部孝, 内海隆行, 尾形陽一, “CIP 法”, 森北出版, 2003
- [32] 越塚誠一, “数値流体力学”, 倍風館, 1997
- [33] 日本機械学会編 “計算力学ハンドブック I 有限要素法 構造編” pp.10-11, 丸善, 1998.
- [34] CAD/CAE 研究会編 “ANSYS 工学解析入門” pp.21-36, 理工学社, 2001.
- [35] 森正武 “FORTRAN77 数値計算プログラミング” pp.90-112, 岩波書店, 1986.
- [36] <http://www.fluent.com/software/fluiddap/index.htm>
- [37] <http://www.fluent.com/software/gambit/index.htm>
- [38] <http://www.kgt.co.jp/feature/realintage01>
- [39] 北脇知己, 清水優史, 姫野龍太郎, 劉浩 “心血管系数値解析のための 1 次元数値計算” 機械学会論文集 A 編, Vol.69, No.667, pp.55-61, 2003.
- [40] M.J.Berger, P.Collela “Adaptive Mesh Refinement for Hyperbolic Partial Differential Equations” Journal of Computational Physics, Vol.53, pp.484-512, 1984.
- [41] C.W.Hirt, B.D.Nichols “Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries” Journal of Computational Physics, Vol.39, pp.201-225, 1981.
- [42] S.Osher, J.A.Sethian “Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed: Algorithm based on Hamilton-Jacobi Formulation” Journal of Computational Physics, Vol.79, pp.12-49, 1988.
- [43] 橋本雄幸, 篠原広行 “C 言語による画像再構成の基礎” pp.75, 医療科学社, 2006
- [44] T.Kume, T.Akasaka, T.Kawamoto, N.Watanabe, E.Toyota, Y.Neishi, R.Sukmawan, Y.Sadahira, K.Yoshida, “Assessment of Coronary Intima - Media Thickness by Optical Coherence Tomography -Comparison With Intravascular Ultrasound -”, Circ J Vol.69(2005), pp.903-907.

- [45] 中尾恵, 黒田嘉宏, “実時間力学計算手法のライブラリ化と手術シミュレータの開発”, 平成 14 年度 IPA 未踏ソフトウェア創造事業「デジタル・ヒューマンを実現する人間機能のモデリングとその応用ソフトウェア」研究報告, 2003
- [46] 日本流体力学会編, “流体力学ハンドブック”, 丸善 (1998) .
- [47] F.H.Harlow, J.E.Welch, “Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface”, Phys.Fluids, Vol.8(1965), pp.2182-2189.
- [48] A.A.Amsden, F.H.Harlow, “A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations”, J.Comput.Phys, Vol.10(1972), pp.324.

# 本研究に関する発表論文

## 査読付き論文

1. Kiyoshi Kumahata, Kazuhiro Noguchi, Masahiro Watanabe, Teruo Matsuzawa, “Voxel Based Simulation for Blood Flow and Blood Wall Interaction Using Image of Medical Treatment”, Theoretical and Applied Mechanics Japan, Vol.55, pp.271-278, 2007.
2. Kiyoshi Kumahata, Masahiro Watanabe, Teruo Matsuzawa, “Blood Flow Simulation System with Interaction between Blood Flow and Blood Vessel Wall using Image based Cartesian Grid”, JSME J. Biomedical Science and Engineering, Vol.3, No.2, pp.85-100, 2008.
3. 熊畑清, 松澤照男, “ボリュームデータを用いた血流 - 血管壁連成解析システムの開発”, シミュレーション Vol.27, No.1, pp.40-45, 2008.

## 査読付き国際学会

1. Kiyoshi Kumahata, Masahiro Watanabe, Teruo Matsuzawa, “Interaction Analysis between Blood Flow and Blood Vessel by Voxel Based Analysis System using Medical Images”, Proc. The 2nd Asian Pacific Conference on Biomechanics, pp.10(10144), 2005.11.
2. Kiyoshi Kumahata, Masahiro Watanabe, Teruo Matsuzawa, “Development of Blood Flow and Blood Wall Interaction Simulation System using Voxel Data from Medical Images”, Proc. The 8th International Conference on High Performance Computing in Asia Pacific Region, pp.170-175, 2005.12.
3. Kiyoshi Kumahata, Masahiro Watanabe, Ryuhei Yamaguchi, Teruo Matsuzawa, “VOXEL BASED FLUID-STRUCTURE INTERACTION ANALYSIS OF BLOOD VESSEL USING MEDICAL IMAGES”, Proc. The 2007 XIth International Symposium on Computer Simulation in Biomechanics, pp.19-20, 2007.6.
4. Kiyoshi Kumahata, Masahiro Watanabe, Teruo Matsuzawa, “Fluid-Structure Interaction Simulation for Blood Vessel Using 3D Voxel Data Derived From Medical Image”, Proc. The 5th Joint ASME/JSME Fluids Engineering Conference (FEDSM2007), FEDSM2007-37576, 2007.7.
5. Kiyoshi Kumahata, Masahiro Watanabe, Teruo Matsuzawa, “Fluid-Structure Interaction Simulation in Cartesian Grid for Blood Vessel”, Proc. The 3rd Asian Pacific

Congress of Computational Mechanics (APCOM) in conjunction with 11th International Conference on Enhancement and Promotion of Computational Methods in Engineering and Science (EPMSEC), pp.256, 2007.12.

6. Kiyoshi Kumahata, Masahiro Watanabe, Teruo Matsuzawa, “Fluid-Structure Interaction Simulation using Structured Cartesian Grid from Medical Images”, Proc. The 8th International Symposium on Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering (CMBBE2008), 50, 2008.2.

#### 国際発表

1. Kiyoshi Kumahata, Kazuhiro Noguchi, Masahiro Watanabe, Teruo Matsuzawa. “Fluid-Structure Interaction Analysis for Blood Vessel on Image-Based Voxel Data”, Proc. The 2nd B-J-K Symposium on Biomechanics, pp.33-41, 2006.3.
2. Kiyoshi Kumahata, Kazuhiro Noguchi, Masahiro Watanabe, Teruo Matsuzawa, “Fluid-Structure Interaction of Blood Vessel using Cartesian Grid from Medical Images”, Proc. The 1st International Symposium on Biomechanics, Healthcare and Information Science, conjunction with The 3rd B-J-K Symposium on Biomechanics, pp.47-52, 2007.3.
3. Kiyoshi Kumahata, Teruo Matsuzawa “Image based Fluid-Structure Interaction Analysis using Structured Cartesian Grid”, Proc. The 2nd International Symposium on Biomechanics, Healthcare and Information Science, conjunction with The 4th B-J-K Symposium on Biomechanics, pp.I66-I72, 2008.3.

## 国内発表

1. 熊畑 清, 野口 和博, 渡邊 正宏, 松澤 照男, “医療用画像から作成したボクセルデータを用いた血流・血管壁連成解析”, 日本機械学会 2005 年度年次大会講演論文集 Vol.2005, No.5(20050918), pp.239-240, 2005.9.
2. 熊畑 清, 野口 和博, 渡邊 正宏, 松澤 照男, “医療画像から生成されるボクセルデータ上での血流および血管壁の連成解析”, 第 83 期日本機械学会流体工学部門講演会講演概要集, pp.196, 2005.10.
3. 野口 和博, 熊畑 清, 渡邊 正宏, 松澤 照男, “医療用画像から構築したボクセルデータに基づく血流血管連成解析のケーススタディ”, 第 19 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集, pp.235(D8-4), 2005.12.
4. 熊畑 清, 野口 和博, 渡邊 正宏, 松澤 照男, “医療画像からのボクセルデータ上での血流・血管壁連成解析”, 第 55 回理論応用力学講演会講演論文集, pp.665-666, 2006.1.
5. 森 太志, 野口 和博, 熊畑 清, 渡邊 正宏, 松澤 照男, “ボクセル血流・血管弱連成解析”, 第 84 期日本機械学会流体工学部門講演会講演概要集, pp.174, 2006.10.
6. 熊畑 清, 渡邊 正宏, 松澤 照男, “ボクセルを用いた血流と血管壁とのイメージベース連成解析”, 第 56 回理論応用力学講演会講演論文集, pp.597-598, 2007.3.

## その他国内講演

1. 熊畑 清, 松澤 照男, “非圧縮粘性流への精度保証付きソルバの開発”, 第 14 回数値流体力学シンポジウム講演論文集, pp.170, 2000.12.
2. 河原 洋佑, 熊畑 清, 松澤 照男, “精度保証付き計算を用いたアダプティブ法の開発”, 第 15 回数値流体力学シンポジウム講演要旨集, pp.130, 2001.12.
3. 遠藤 正司, 名取 孝, 趙 希祿, 大友 一之, 松尾 貴之, 原田 隆, 中村 和彦, 熊畑 清, “3次元オートメッシュジェネレータ「CLAY DIVIDER」, 「CLAY MESH」および構造最適化ソフトウェア「CLAY OPERA」”, 日本機械学会設計工学システム部門講演会講演論文集, Vol.2002, No.12(20021127) pp.154-156, 2002.11.
4. 富永 貴博, 熊畑 清, 松澤 照男, “非圧縮粘性流の精度保証付き計算”, 日本機械学会北信越支部第 41 期総会講演論文集, pp.107-108, 2004.3.
5. 熊畑 清, 松澤 照男, “流体シミュレーションの精度保証への試み”, 計算機援用証明チュートリアル 2005, ポスターセッション, 2005.3.

## その他業績

1. 松澤 照男, 熊畑 清, “流体流れ解析方法, 流体流れ解析システム, コンピュータを流体流れ解析システムとして機能させるプログラム”, 特許第 4081555 号, 2007.2.