| | |
|---|---|
| Title | 直観主義線形論理に対するペトリネットモデル |
| Author(s) | 石原，啓子 |
| Citation | |
| Issue Date | 2001-09 |
| Type | Thesis or Dissertation |
| Text version | author |
| URL | http://hdl.handle.net/10119/928 |
| Rights | |
| Description | Supervisor:平石 邦彦，情報科学研究科，博士 |

# Petri Net Models for Intuitionistic Linear Logic
# （直観主義線形論理に対するペトリネットモデル）

石原 啓子
北陸先端科学技術大学院大学

平成13年 8月 28日

## 論文の内容の要旨

線形論理とペトリネットとの間の関係を調べる研究は多数行なわれており、種々の結果が得られている 。線形論理において、ペトリネットの place と transition はそれぞれ論理式と証明可能性に関係づけられる。線形論理は resource conscious な論理であるということよりも、むしろ並行性を表すのに非常に有効な論理であると考えられる。そのため線形論理は、token の配置を変化させていくことにより、システムの並行的でダイナミックな事象をシミュレートするペトリネットを表すのに、非常に適した言語であると考えられる。

直観主義線形論理のモデルとして、直接ペトリネットから代数的モデルである quantale をつくることにより、双方の関係を調べるという研究がなされている。それによりこのペトリネットからつくった quantale をもとに、到達可能性に関するさまざまな解釈が与えられている。しかし、直観主義線形論理のペトリネットモデルに対する健全性は示せるが、完全性の証明はできなかった。

完全性の証明において困難なのは、$\sqcap$ と $\sqcup$ の間の分配律である。$(A \sqcap B) \sqcup (A \sqcap C) \Rightarrow A \sqcap (B \sqcup C)$ は直観主義線形論理で証明可能であるが、その逆である $A \sqcap (B \sqcup C) \Rightarrow (A \sqcap B) \sqcup (A \sqcap C)$ を証明することはできない。これは直観主義線形論理では、$\sqcap$ と $\sqcup$ との間の分配律が成り立たないことによる。今までに提案されてきた quantale では完全性が証明できないのは、この分配律が常に成り立ってしまうからである。そのためもしこの quantale で完全性が証明できると仮定したら、直観主義線形論理においても分配律が成り立たなければならないことになる。

最近になって完全性を示すためのいくつかの方法が、Engberg と Winskel により試みられている。そこでは直観主義線形論理の $\sqcup$-free fragment、$\multimap$-free fragment または 直観主義線形論理に分配律を加えた体系を考えることにより、あるいはペトリネットに特別な制限を与えることにより、完全性の証明が行なわれた。しかし本研究では、直観主義線形論理およびペトリネットの両方に制限を与えずに、完全性の証明をすることを試みた。

quantale は、ペトリネットから順序付き可換モノイドをつくり、その power set をとることにより構成される。この後 closure をとるが、$\sqcap$ と $\sqcup$ との間の分配律の成立は、このときの closure のとりかたに依存する。本研究では、完全性を証明できる quantale がペトリネットから構成可能であり、さらにそれによる解釈がペトリネットにおいても意味を持つことを示した。これより、どのようなペトリネットにおいても成り立つ性質は、直観主義線形論理で証明できるということが示された。

さらに本研究では、exponential を含んだ直観主義線形論理への拡張を行なった。直観主義線形論理には任意個数の論理式を意味する！という論理記号がある。これはペトリネットで考えると、任意有限個の token を持つ place を意味する。例えば $!A$ という place は、任意個の token $A$ を供給できる place と考えることができる。

直観主義線形論理の体系として、free storage という規則が加えられた体系がある。この規則をもとに、quantale での exponential のついた要素を定義するという方法がとられている。要素 $A$ に対して $!A$ は、free storage の $B \Rightarrow A \sqcap 1 \sqcap (B * B)$ から $B \Rightarrow !A$ を導くことができるという規則に一致するように定義され、これは、写像 $B \mapsto A \wedge 1 \wedge (B * B)$ の最大不動点になる。しかしこの方法においても、直観主義線形論理とペトリネットモデルに対する健全性は示せるが、完全性の証明はできなかった。

本研究では、ペトリネットから前に述べた closure を用いて分配律の成り立たない quantale をつくり、完全性の証明を試みた。しかしこれまでの free storage の規則よりつくられた quantale では、完全性の証明はできなかった。そこで、free storage の規則のない直観主義線形論理の体系で、quantale を生成する新たな方法を提案することにより、直観主義線形論理に exponential を加えた体系についての完全性を証明した。これより、任意個数の token を持つ place を含む、どのようなペトリネットにおいても成り立つ性質は、直観主義線形論理で証明できるということを示すことができた。

また本研究では、今までに提案されてきたペトリネットの到達可能性に関する closure の解釈に対して、ここで提案した closure によるいくつかの解釈を試みた。

**キーワード: 線形論理, ペトリネット, quantale, exponential, 完全性**