Title	運動エネルギーの観点から見た2周期歩容の性能と最適性
Author(s)	浅野，文彦
Citation	システム制御情報学会論文誌，23(9)：197-206
Issue Date	2010-09-15
Type	Journal Article
Text version	publisher
URL	http://hdl.handle.net/10119/9589
Rights	Copyright (C) 2010 システム制御情報学会．浅野文彦，システム制御情報学会論文誌，23(9)，2010，197-206．
Description	

論　文

運動エネルギーの観点から見た2周期歩容の性能と最適性*

浅野　文彦†

Efficiency and Optimality of 2-period Gait from Kinetic Energy Point of View*

Fumihiko ASANO†

This paper investigates the efficiency of a 2-period limit-cycle gait from the kinetic energy viewpoint. First, we formulate a steady 2-period gait by using simple recurrence formulas for the kinetic energy of an asymmetric rimless wheel. Second, we theoretically show that, in the case that the mean value of the hip angle is constant, the generated 2-period steady gait is less efficient than a 1-period symmetric one in terms of kinetic energy. Furthermore, we show that the symmetric gait is not always optimal from another viewpoint. Finally, we investigate the validity of the derived theory through numerical simulations of virtual passive dynamic walking using a compass-like biped robot.

1. はじめに

McGeerの受動歩行研究[1]を起点として，2足ロボットの動特性を積極的に利用した歩行運動に関する研究が盛んに行われるようになった．多岐にわたる後続研究の中でも，受動歩行がもつ非線形ハイブリッドダイナミカルシステムとしての独特の振舞いは特に注目され，様々な報告がなされてきた．Goswamiらは数値シミュレーションを通して，コンパス型受動歩行モデルの歩容に分岐現象が観測されることを発見した[2]．続いてGarciaらは，Simplest walking modelや膝関節をもつモデルにおいても同じく分岐現象が現れることを報告した[3–5]．その後，Goswamiら[6]，Sanoら[7]はポアンカレ写像の固有値などを用いて，リミットサイクルの安定性や分岐のメカニズムの解析を行った．さらに大須賀らは，実験器においても分岐現象が現れることを確認し，システム理論の立場からこの現象の必要性について考察した[8]．歩容に分岐を引き起こす要因は，歩行モデルの物理パラメータや下り斜面の傾きなど様々であり，現象の発生を予測することも容易ではない．そして，分岐やカオス的挙動が歩行にとって何を示唆するものであるのか，歩行系にとって好ましいものであるか否かさえも，依然として不明瞭なままである．

この非線形現象は，エネルギー効率の点で最適な受動歩行現象において最初に観測されたことから，歩行にとって何かプラスの意味で発生しているものではないか，という期待が寄せられていたことは事実といえるであろう．しかしながら，Goswamiらによる発見以降，数値シミュレーションまたは実験で確認したという以外には，カオス制御の手法を用いた1周期歩容への安定化[9–12]を除いては，具体的な研究成果が得られておらず，工学的応用例も皆無である．

多周期歩行に関する研究が停滞していた理由の一つに，そのシステマティックな取扱い（定式化）が困難である，という事実が挙げられよう．Lagrange法により歩行系を数学的に記述することは可能であっても，性能解析に適した統一的な形式への整理が十分に検討されてこなかったため，これまでの研究では結果的に現れる多周期歩容を観測する，またはこれにカオス制御法を適用する，というレベルに留まっていた．その一方で筆者らは，擬似仮想受動歩行の性能解析を通して，2周期への分岐により歩行性能の低下傾向が強まるという現象を観測しており[13]，分岐点を境に歩行性能の変化が異なる特性を示すのではないかと考察していた．

以上の観点から本論文では，歩容の分岐（非対称化）に伴う歩行性能の変化について，単純な力学特性を持つ

* 原稿受付　2009年11月4日
† 北陸先端科学技術大学院大学　情報科学研究科　School of Information Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology; 1-1 Asahidai, Nomi, Ishikawa 923-1292, JAPAN
Key Words: kinetic energy, efficiency, 2-period gait, dynamic bipedal walking, rimless wheel.

歩行系を対象に基礎的考察を行う．リミットサイクル型歩容に現れる分岐現象の数理的メカニズムや工学的意義を統一的に説明することはきわめて困難であるが，その準備として，まず単純な歩行系に関して考察を深めることが本論文の目的である．これまでに筆者らは，Rimless Wheel（以下，RWと略記）の安定原理に基づき漸近安定な2足歩行系を実現する手法を提案したが[14]，これを用いた衝突直前の運動エネルギーに関する漸化式は2周期歩容の記述にも有効であると同時に，収束する運動エネルギーを求めることも可能である．とくにRWの受動歩行には，運動エネルギーの大小と歩行速度のそれとが等価である，駆動力をもたないため消費エネルギーを比較する必要がない，という性質があるため，運動エネルギーの解析が歩行性能のそれとして有効となる．まずはこのアプローチを利用してRWの2周期歩容における運動エネルギーの特性を解析し，その非対称化が性能にいかなる影響を与えるのか考察する．そしてその結果を踏まえ，RWに近い力学特性をもつ2足歩行系として衝突姿勢拘束をもつ仮想受動歩行を考え，導かれた結果の妥当性を検証する．

本論文は次の構成からなる．まず第**2**章で非対称RWモデルによる2周期歩容の離散システム表現，およびその基礎的性質についてまとめる．第**3**章ではこれを用いて，運動エネルギーを性能指標とした非対称歩容の性能解析を行う．第**4**章では，コンパス型2足ロボットによる仮想受動歩行の性能解析を通して，RWから得た結果が2足歩行系においても有効であることを確認する．最後に第**5**章で本論文をまとめ，今後の研究の方向性について述べる．

2. Rimless Wheelの安定原理

まず対称なRWの安定原理について述べる．詳細は文献[14]にて述べたので，ここでは概要だけまとめる．

Fig. 1にRWのモデルを示す．脚に相当するフレーム間の相対角度をα [rad]，絶対角度（一般化座標）をθ [rad]とし，その質量M [kg]は中心のみに集中している（脚フレームには分布していない）ものと仮定する．また，$0 \le \alpha \le \pi$とする．なお，幾何学的にはαを自然数倍すると2πになる必要があるが，本論文ではここまで考慮しないこととする．

衝突直前の運動エネルギーをK^- [J]と表記すると，これは次の漸化式を満たす．

$$K^-[i+1] = \varepsilon K^-[i] + \Delta E \tag{1}$$

ここでiは歩数を表す離散変数である．また，ε [-]はエネルギー損失係数，ΔE [J]は1歩あたりの回復エネルギーであり，それぞれ

$$\varepsilon = \cos^2\alpha, \quad \Delta E = 2Mlg\sin\frac{\alpha}{2}\sin\phi \tag{2}$$

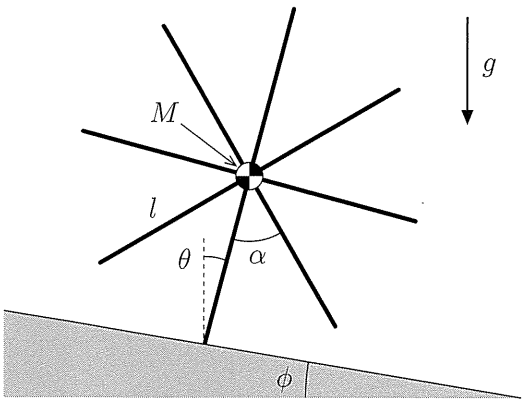


Fig. 1 Rimless wheel model

で与えられる．この歩容は次の衝突が必ず起こるという前提のもとで漸近安定となり，K^-は次の値に収束する．

$$K^-[\infty] := \lim_{i\to\infty} K^-[i] = \frac{\Delta E}{1-\varepsilon} \tag{3}$$

なお，εは$0 \le \alpha \le \pi/4$で，ΔEは$0 \le \alpha \le \pi$で，それぞれ上に凸な関数となる．これは受動歩行[1]や仮想受動歩行[15]に共通する性質であるが，次章で述べるように，歩容の対称性と歩行性能の関係を解析するうえで重要なものである．

3. 非対称なRimless Wheelの歩行性能

本章では非対称RWモデルの離散ダイナミクスを定式化したうえで，その歩行性能として衝突直前の運動エネルギーの解析を行う．

3.1 数学的準備

Fig. 2に非対称なRWのモデルを示す．フレーム間の相対角度（股角度）をα_1，α_2 [rad]とし，次の大小関係を満たすものとする．

$$\alpha_2 \le \alpha \le \alpha_1 \tag{4}$$

また，その平均値を

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \tag{5}$$

とおく．股角度α_jに対応するエネルギー損失係数をε_j，回復エネルギーをΔE_jとすると，それぞれ

$$\varepsilon_j := \varepsilon(\alpha_j) = \cos^2\alpha_j \quad (j=1,2) \tag{6}$$

$$\Delta E_1 = 2Mlg\sin\frac{\alpha}{2}\sin\left(\phi + \frac{\alpha_1-\alpha_2}{4}\right) \tag{7}$$

$$\Delta E_2 = 2Mlg\sin\frac{\alpha}{2}\sin\left(\phi - \frac{\alpha_1-\alpha_2}{4}\right) \tag{8}$$

で与えられる．これらは，次の大小関係式を満たす．

$$\varepsilon_1 \le \varepsilon \le \varepsilon_2, \quad \Delta E_2 \le \Delta E \le \Delta E_1 \tag{9}$$

関数ε_jは$0 \le \alpha_j \le \pi/4$で上に凸な関数であるので，相加相乗平均と併せて次の大小関係式が成り立つ．

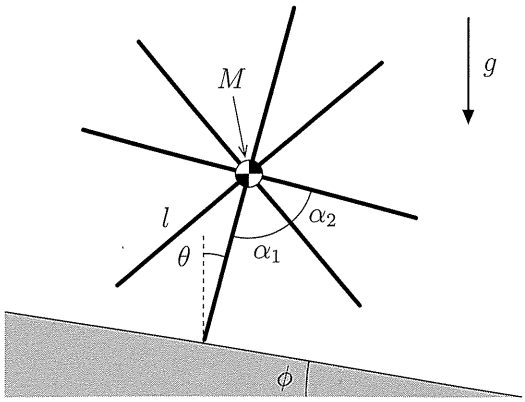


Fig. 2 Asymmetric rimless wheel model

$$\varepsilon \geq \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2} \geq \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2} \tag{10}$$

また，回復エネルギーについても，(7)，(8) 式より

$$\frac{\Delta E_1+\Delta E_2}{2} = 2Mlg\sin\frac{\alpha}{2}\sin\phi\cos\frac{\alpha_1-\alpha_2}{4} \tag{11}$$

となるので，これと (2) 式を比較すれば次の大小関係式

$$\Delta E \geq \frac{\Delta E_1+\Delta E_2}{2} \tag{12}$$

が成り立つことがわかる．

上記の変数を用いて離散ダイナミクスを定式化する．股角度 α_j に対応する衝突直前の運動エネルギーを K_j^- とする．このとき，次の二つの漸化式が成り立つ．

$$K_2^-[2i+1] = \varepsilon_1 K_1^-[2i] + \Delta E_2 \tag{13}$$
$$K_1^-[2i+2] = \varepsilon_2 K_2^-[2i+1] + \Delta E_1 \tag{14}$$

以下，これら二つの式を用いて非対称 RW の歩行性能（衝突直前の運動エネルギー）を解析する．

3.2 α が一定の場合の最適性

まず平均値 α [rad] が一定の場合を考える．(13) 式を (14) 式に代入して K_2^- を消去すると，

$$K_1^-[2i+2] = \varepsilon_1\varepsilon_2 K_1^-[2i] + \varepsilon_2\Delta E_2 + \Delta E_1 \tag{15}$$

となる．これより K_1^- の極限が

$$K_1^-[\infty] = \frac{\varepsilon_2\Delta E_2+\Delta E_1}{1-\varepsilon_1\varepsilon_2} \tag{16}$$

と求まる．同様に K_2^- のそれも

$$K_2^-[\infty] = \frac{\varepsilon_1\Delta E_1+\Delta E_2}{1-\varepsilon_1\varepsilon_2} \tag{17}$$

となるので，その平均値は次式となる．

$$K_m^-[\infty] := \frac{\varepsilon_1\Delta E_1+\varepsilon_2\Delta E_2+\Delta E_1+\Delta E_2}{2(1-\varepsilon_1\varepsilon_2)} \tag{18}$$

ここで，ε と ΔE の平均値をそれぞれ

$$\varepsilon_m := \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2},\quad \Delta E_m := \frac{\Delta E_1+\Delta E_2}{2} \tag{19}$$

とおく．そして，次の大小関係

$$\varepsilon_m\Delta E_m - \frac{\varepsilon_1\Delta E_1+\varepsilon_2\Delta E_2}{2} = \frac{(\varepsilon_2-\varepsilon_1)(\Delta E_1-\Delta E_2)}{4} \geq 0 \tag{20}$$

および (10) 式の相加相乗平均

$$\varepsilon_m \geq \sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2} \tag{21}$$

が成り立つことを用いると，(18) 式の上限値が以下のように求まる．

$$K_m^-[\infty] \leq \frac{\varepsilon_m\Delta E_m+\Delta E_m}{1-\varepsilon_m^2} = \frac{(1+\varepsilon_m)\Delta E_m}{(1+\varepsilon_m)(1-\varepsilon_m)} = \frac{\Delta E_m}{1-\varepsilon_m} \tag{22}$$

これは，すべての2周期歩容における $K_m^-[\infty]$ の恒常的な最大値である．

RW がもつ二つの大小関係式 (10)，(12) を用いると，$K^-[\infty]$ との大小関係も直ちに

$$K_m^-[\infty] \leq \frac{\Delta E_m}{1-\varepsilon_m} \leq \frac{\Delta E}{1-\varepsilon} = K^-[\infty] \tag{23}$$

とわかる．等号成立条件は，$\Delta E = \Delta E_m$ かつ $\varepsilon = \varepsilon_m$，つまり $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ である．

Fig. 3 は $K_m^-[\infty]$ の α_1，α_2 に対する値をプロットしたものである．ただし，$M = 20.0$ [kg]，$l = 1.0$ [m]，$\phi = 0.01$ [rad] とした．また各曲線は，与えられた一定の α $(0.10 \leq \alpha \leq 0.30)$ に関するものであり，それぞれ $\alpha_1 = \alpha_2$ $(=\alpha)$ で最大値をとっていることが確認できる．

$\alpha_1 \to 2\alpha$，$\alpha_2 \to 0$ と近付くとき，これは再び対称な1周期歩容となることを意味し，その漸化式は

$$K_1^-[i+1] = \varepsilon_1 K_1^-[i] + \Delta E_1 \tag{24}$$

と一つにまとめられる．ただし，$\varepsilon_1 = \cos^2(2\alpha)$，$\Delta E_1 = 2Mlg\sin\alpha\sin\phi$ であり，このとき収束するエネルギーは最も低いものとなる．以上の議論より，2周期への移行による性能の低下は，その歩幅が大股になる（エネルギー

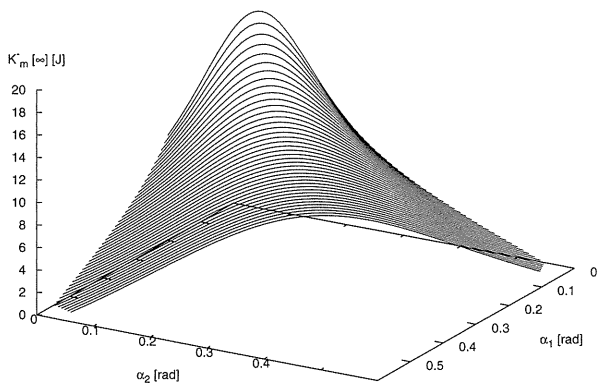


Fig. 3 3D plot of $K_m^-[\infty]$ with respect to α_1 and α_2

損失係数が小さくなる）ことに起因している，と結論できよう．

また，先に述べたクラスの歩行形態 [1,15] であれば，歩幅に対する回復エネルギーの大小関係式 (12) が必ず成立する．しかし，エネルギー損失係数については，衝突姿勢拘束をもつ場合 [14] でなければ衝突直前の角速度が影響してくるため，(10) 式の成立を保証できないことに注意しなければならない．

3.3　α_1 を固定した場合の最適性

Fig. 4 は Fig. 3 の等高線を α_1-α_2 平面上にプロットしたものである．前述のように直線 $\alpha_1=\alpha_2$ を軸として対称な等高線を描いていることがわかる．ここで再度注意しなければならないのは，直線 α_1-α_2 を中心とした 2 周期歩容を考えた場合に，$\alpha_1=\alpha_2$ が最適解として得られた，ということである（図中 A の方向）．α_1 が先に与えられた（固定された）場合には，等高線からもわかるように，最適解は直線 $\alpha_1=\alpha_2$ 上に存在するわけではない（図中 B の方向）．この場合の最適化問題を以下に考察する．

α_1 を一定とする．(18) 式の $K_m^-[\infty]$ を α_2 で偏微分すると，

$$\frac{\partial K_m^-[\infty]}{\partial \alpha_2}=\frac{Mlg\sin\phi}{2(1-\cos^2\alpha_1\cos^2\alpha_2)^2}F(\alpha_2) \tag{25}$$

ただし，

$$\begin{aligned}F(\alpha_2)=&\cos\frac{\alpha_2}{2}\left(1+\cos^2\alpha_2\right)\left(1-\cos^2\alpha_1\cos^4\alpha_2\right)\\&-2\sin(2\alpha_1)\left(1+\cos^2\alpha_1\right)\\&\times\left(\sin\frac{\alpha_1}{2}\cos^2\alpha_1+\sin\frac{\alpha_2}{2}\right)\end{aligned} \tag{26}$$

である．$F(\alpha_2)=0$ を満たす解 α_2 を解析的に導出することは困難であるため，数値的に求める必要がある．Fig. 5 は α_1 を 5 通りに設定して，α_2 に対する $K_m^-[\infty]$ の変化をプロットしたものである．各場合で極大値が存在しているが，$\alpha_1=0.10$, 0.20, 0.30 [rad] の場合は $\alpha_1=\alpha_2$ がこれを与えていないことが視覚的にも明らかである．

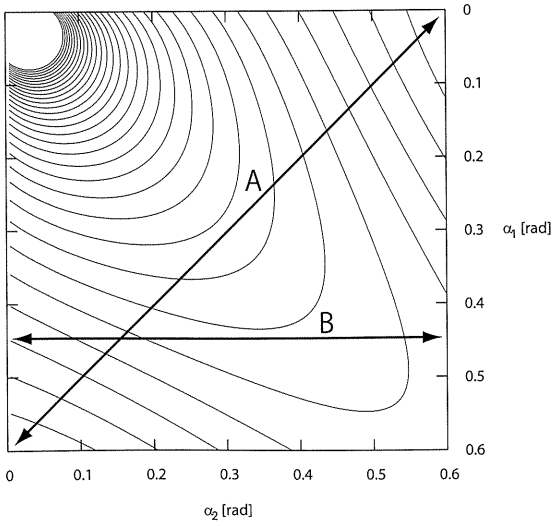


Fig. 4　Contour of $K_m^-[\infty]$ with respect to α_1 and α_2

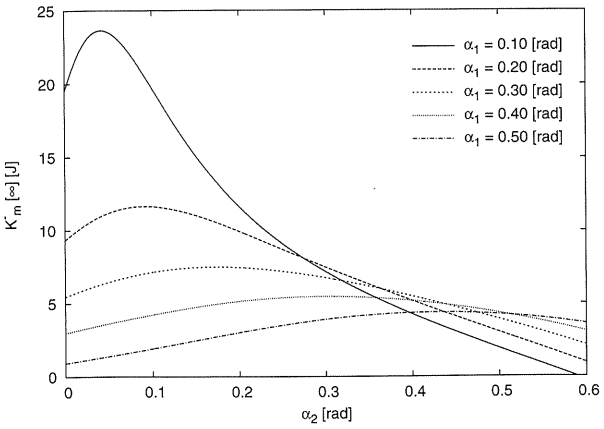


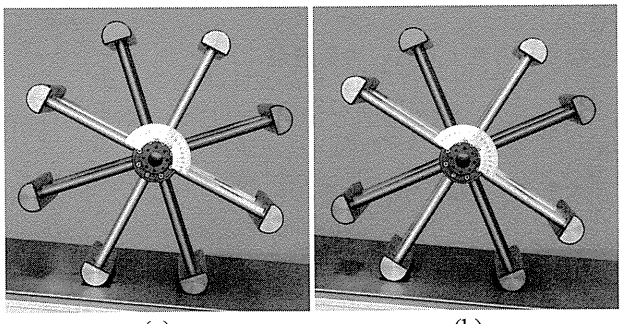
Fig. 5　α_2 versus $K_m^-[\infty]$ for five values of α_1

3.4　実験結果

本論からはそれるが，実際に非対称化可能な RW を開発し α が一定の場合の歩行実験を行ったので，その結果を以下に報告しておく．

実験器は二つの十字型フレームから構成されており（合計 8 脚），それぞれ独立して中心軸回りに回転・固定できるよう工夫されている．脚フレームの長さは 30 [cm] である．今回は Fig. 6(a) に示す対称形状（股角度を $\alpha=45$ [deg] で統一）と (b) に示す非対称形状（$\alpha_1=55$, $\alpha_2=35$ [deg]）を考え，各場合のトレッドミル上での定常受動歩行速度を計測した．写真から明らかなように，この実験器は股角度の平均値 α が常に 45 [deg] に保たれる構造となっている．

傾斜角度を 5 [deg] として受動歩行させたとき，(a) の場合の歩行速度は 0.623 [m/s]，(b) の場合は 0.528 [m/s] にそれぞれ収束した．詳細は省略するが，これ以外の非対称形状についても同様に，(a) の定常歩行速度を下回るそれへと収束することを確認した．



(a)　(b)

Fig. 6　Rimless wheel that can be asymmetrized; (a) Symmetric case where $\alpha=45$ [deg], (b) Asymmetric case where $\alpha_1=55$ and $\alpha_2=35$ [deg]

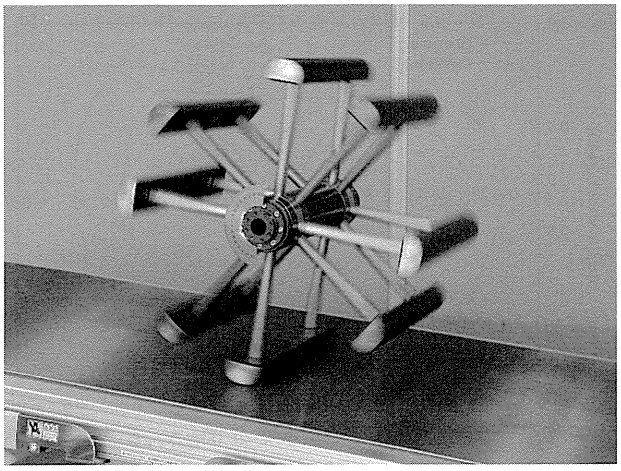


Fig. 7 Snapshot of walking experiment on treadmill

4. 2足歩行モデルによる検証

本章では一般的な歩行系への拡張としてRWの特性をもつ2足歩行モデルを考え，その性能解析を通して前章までに得られた結果の妥当性を検証する．

4.1 平面2足ロボットのモデル

Fig. 8に本章で扱う平面全駆動2足ロボットのモデルを示す．本モデルは文献[14]で扱ったものと同一であるので，ここでは概要だけまとめる．モデルは2リンク・3質点から構成され，質量と厚さを無視できる足部をもつ．一般化座標を $\boldsymbol{\theta}=\begin{bmatrix}\theta_1 & \theta_2\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ とすると，ロボットの運動方程式は

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{h}(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}})=\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\end{bmatrix} \tag{27}$$

となる．ただし，u_1，u_2 はそれぞれ足首関節と股関節のトルクである．また，遊脚と床面との衝突は完全非弾性衝突を仮定し，支持脚交換は瞬間的に行われるものとする．

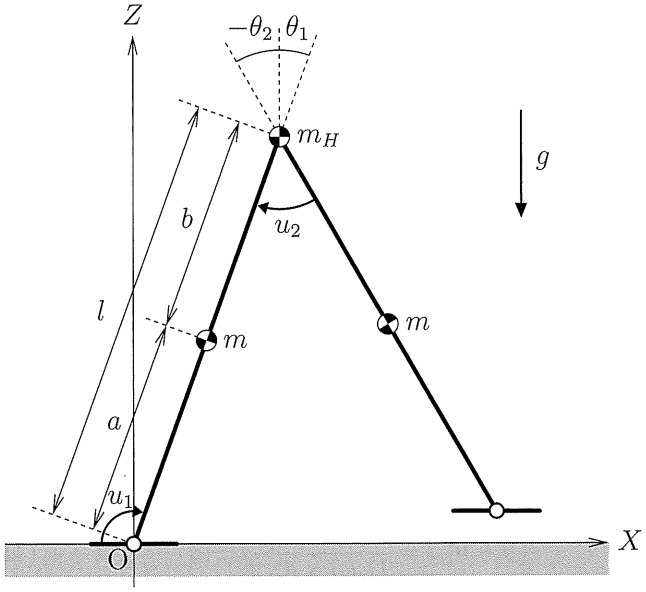


Fig. 8 Model of planar fully-actuated compass-like biped robot

Table 1 Physical parameters for biped robot

m_H	10.0	kg
m	5.0	kg
a	0.5	m
b	0.5	m
$l\ (=a+b)$	1.0	m

4.2 制御系設計と2周期歩容

RWがもつ二つの大小関係式を同時に達成する最も簡単な手法として，衝突姿勢拘束をもつ仮想受動歩行（拘束コンパス歩容[15]）が挙げられる．この手法は，受動歩行において重心の水平位置 X_g と力学的エネルギーとの間に成立する次の関係

$$\frac{\partial E}{\partial X_g}=Mg\tan\phi \tag{28}$$

を達成するように各関節の制御入力を決定し，かつ1自由度の剛体として倒れ込むように股関節を目標角度到達後に固定する，というものである．ただし，ϕ [rad] は仮想傾斜角度，$M:=m_H+2m$ [kg] はロボットの全質量である．本論文のモデルの場合には，目標エネルギー回復条件は

$$\dot{E}=\dot{\theta}_1u_1+\dot{\theta}_Hu_2=Mg\tan\phi\dot{X}_g \tag{29}$$

となるため，これを満たす制御入力 u_1，u_2 を設計していくことになる．

まず，(13)式の ΔE_2 を生成する片足支持期を考える．この間，股関節の相対角度 θ_H を $-2\alpha_1$ から $2\alpha_2$ へとスムーズに動作・整定させる必要があるが（本章では衝突時の股関節の半角を α としているので注意されたい），その目標軌道として，以下の5次の時間関数を用いることとした．

$$\theta_{H\mathrm{d}}(t)=\begin{cases}a_{51}t^5+a_{41}t^4+a_{31}t^3+a_{01} & (0\le t<T_{\mathrm{set}})\\ 2\alpha_2 & (t\ge T_{\mathrm{set}})\end{cases} \tag{30}$$

各係数 a_{k1} については，次の境界条件

$$\ddot{\theta}_{H\mathrm{d}}(0)=0,\ \dot{\theta}_{H\mathrm{d}}(0)=0,\ \theta_{H\mathrm{d}}(0)=-2\alpha_1,$$
$$\ddot{\theta}_{H\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}})=0,\ \dot{\theta}_{H\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}})=0,\ \theta_{H\mathrm{d}}(T_{\mathrm{set}})=2\alpha_2$$

を満たすよう，次式で決定されるものとする．

$$a_{51}=\frac{12(\alpha_1+\alpha_2)}{T_{\mathrm{set}}^5},\quad a_{41}=-\frac{30(\alpha_1+\alpha_2)}{T_{\mathrm{set}}^4},$$
$$a_{31}=\frac{20(\alpha_1+\alpha_2)}{T_{\mathrm{set}}^3},\quad a_{01}=-2\alpha_1$$

(14) 式の ΔE_1 を生成する目標軌道の各係数 a_{k2} も，同様の設計方針に基づき決定される．結果として a_{52}，a_{42}，a_{32} は先と同じものとなり，$a_{02}=-2\alpha_2$ だけが異なる．目標整定時間 T_{set} [s] は試行錯誤的に与えるものであるが，二つの定常歩行周期を T_1，T_2 [s] として $T_{\mathrm{set}} \leq T_1$，$T_2$（整定条件）が満たされなければ，適切に歩容生成が行われたと判断しないこととした．

つぎに，制御出力の目標軌道追従制御系を設計する．文献 [14] では u_1 を無視した状態で u_2 を設計し，ハイゲイン PD フィードバックにより追従誤差を吸収するという方策をとっていたが，本論文ではより精密に軌道追従を行うよう両者を同時に決定する．制御入力ベクトルを

$$\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u_1+\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}u_2=:\boldsymbol{S}_1u_1+\boldsymbol{S}_2u_2 \tag{31}$$

と分解して股関節角度を制御出力にとると，これは $\theta_H=\boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}$ と書けるため，その 2 階微分は

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_H&=\boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}\ddot{\boldsymbol{\theta}}=\boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{S}_1u_1+\boldsymbol{S}_2u_2-\boldsymbol{h})\\&=\left(\boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}_1\right)u_1+\left(\boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}_2\right)u_2\\&\quad-\boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{h}\end{aligned} \tag{32}$$

となる．これより

$$\begin{aligned}\ddot{\theta}_H&=\ddot{\theta}_{H\mathrm{d}}+k_{\mathrm{d}}\left(\dot{\theta}_{H\mathrm{d}}-\dot{\theta}_H\right)+k_{\mathrm{p}}(\theta_{H\mathrm{d}}-\theta_H)\\&=:v_H\end{aligned} \tag{33}$$

とすれば $\theta_H\to\theta_{H\mathrm{d}}$ を実現できることがわかる．ただし，k_{p}，k_{d} は PD ゲイン（正定数）である．

以上の三つの条件式 (29)，(32)，(33) が

$$\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{u}=\boldsymbol{\Gamma} \tag{34}$$

とまとめられるので，制御入力は $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{\Phi}^{-1}\Gamma$ で決定されることになる．ただし，

$$\boldsymbol{\Phi}=\begin{bmatrix}\dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_H\\ \boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}_1 & \boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{S}_2\end{bmatrix} \tag{35}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}=\begin{bmatrix}Mg\tan\phi\dot{X}_g\\ v_H+\boldsymbol{S}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{h}\end{bmatrix} \tag{36}$$

である．$\boldsymbol{\Phi}$ の正則性についての精密な議論はここでは行わないが，本論文におけるシミュレーションにおいては問題にならなかった．

Fig. 9 は 2 周期の定常歩容の位相空間におけるプロットである．ただし，$\alpha_1=0.24$，$\alpha_2=0.16$，$\phi=0.02$ [rad] とした．十分な精度で衝突姿勢拘束を達成するよう，PD ゲインは大きく設定した．支持脚・遊脚それぞれのサイクルを 2 周すると，元の位置に戻ることが確認できよう．

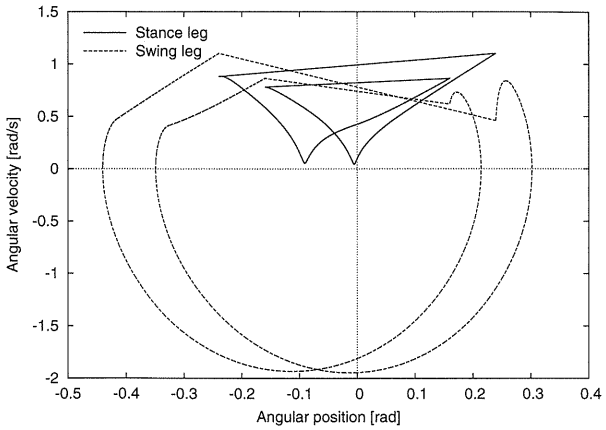


Fig. 9 Phase portrait of steady 2-period constrained compass-gait

4.3 回復エネルギーについて

2 周期歩容の場合には，回復エネルギーは制御入力による変化分だけでなく，衝突時の位置エネルギーの差分も含むことに注意されたい．(13) 式を定常歩容における全エネルギーの関係式に書き直すと，

$$\begin{aligned}K_2^-[\infty]+P_2[\infty]&=\varepsilon_1K_1^-[\infty]+P_1[\infty]\\&\quad+\int_{0+}^{T_2^-}\dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}\,\mathrm{d}t\end{aligned} \tag{37}$$

となる．ただし，P_1，P_2 は各衝突時に対応した位置エネルギーである．(37) 式の運動エネルギーに関する項以外をまとめることで，(13) 式の ΔE_2 が

$$\begin{aligned}\Delta E_2&=\int_{0+}^{T_2^-}\dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}\,\mathrm{d}t+P_1[\infty]-P_2[\infty]\\&=Mgl\tan\phi(\sin\alpha_1+\sin\alpha_2)\\&\quad+(m_Hl+2ma)g(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)\end{aligned} \tag{38}$$

と求まる．同様の計算によって，(14) 式の ΔE_1 も

$$\begin{aligned}\Delta E_1&=Mgl\tan\phi(\sin\alpha_1+\sin\alpha_2)\\&\quad-(m_Hl+2ma)g(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)\end{aligned} \tag{39}$$

と求まる．(38)，(39) 式より，大小関係式 (12) が満たされていることも以下のように示される．

$$\begin{aligned}\Delta E_m&=\frac{\Delta E_1+\Delta E_2}{2}\\&=2Mgl\tan\phi\sin\alpha\cos(\alpha-\alpha_1)\\&\leq 2Mgl\tan\phi\sin\alpha=\Delta E\end{aligned} \tag{40}$$

4.4 エネルギー損失係数解析

衝突姿勢拘束により $\theta_H^-=\theta_H^*$（一定の目標値）が実現されている場合，エネルギー損失係数は次式となる．

$$\varepsilon(\beta,\gamma,\theta_H^*)=\frac{N_\varepsilon(\beta,\gamma,\theta_H^*)}{D_\varepsilon(\beta,\gamma,\theta_H^*)} \tag{41}$$

$$\begin{aligned}N_\varepsilon(\beta,\gamma,\theta_H^*)&=4\beta^2(\beta(\beta-1)+1)+2\beta\gamma(\beta+1)+\gamma^2\\&\quad+4\beta(\beta-1)(\beta+\gamma)\cos\theta_H^*\end{aligned}$$

$$+\gamma(2\beta+\gamma)\cos(2\theta_H^*) \quad (42)$$

$$D_\varepsilon(\beta,\gamma,\theta_H^*) = (2+2\beta(\beta-1)+\gamma+2(\beta-1)\cos\theta_H^*) \times\left(1+2\beta^2+2\gamma-\cos(2\theta_H^*)\right) \quad (43)$$

ただし，$\beta=a/l$ [-]，$\gamma=m_H/m$ [-] である．Simplest walking model [4] の場合には，次の極限が得られる．

$$\lim_{\gamma\to\infty}\varepsilon(\beta,\gamma,\theta_H^*)=\cos^2\theta_H^* \quad (44)$$

つまり，脚質量が無視できる場合には，脚の重心位置に関係なく股関節角度のみでεが決定されるということである．また，$\theta_H^*=\pi/2$ [rad] の（股関節を直角にして倒れ込む）とき，$\varepsilon=0$となる，つまり，衝突で全運動エネルギーを失うことに注意されたい．

Fig. 10はγを4通りに設定して，$0\le\theta_H^*\le\pi$の範囲でεの値をプロットしたものである．ただし，$\beta=0.5$とした．いずれも$\theta_H^*=\pi/2$ [rad] 近傍で極小値をとっていることがわかる．また，$\varepsilon=0$となるのは$\gamma=\infty$の場合のみであることにも注意されたい．換言すれば，脚部に質量が分布することで，完全な運動エネルギーの損失を回避している，ということである．

通常の仮想受動歩行ではθ_H^*は大きくても0.30 [rad] 程度であり，これを超えない範囲ではεは上に凸な関数となる．本論文で扱うロボットの場合は$\gamma=2.0$であるが，Fig. 10を見れば，上に凸な関数と考えてよい十分な余裕があることを確認できる．

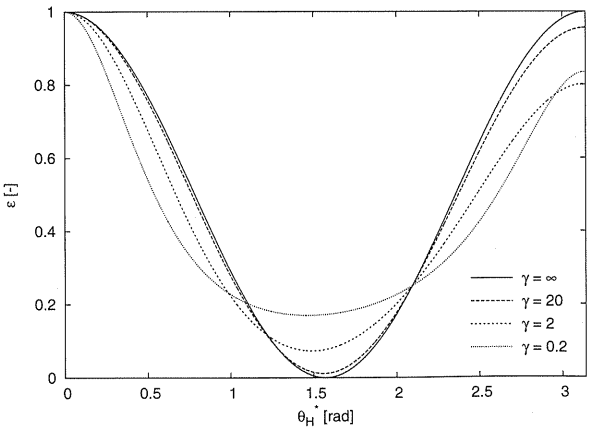


Fig. 10 θ_H^* versus ε for four values of γ

4.5 歩行性能解析

2足歩行系の性質はRWと以下の点で異なり，K^-の最大化がすべての歩行性能の向上につながるわけではないため，注意が必要である．

- K^-の高低が歩行速度の大小と等価とは限らない．
- K^-が最大であっても，駆動力を伴う平地歩行の場合には，移動効率を表すSpecific resistanceが最小値をとるとは限らない．

4.5.1 αが一定の場合

Fig. 11にαが一定の場合の拘束コンパス歩容の解析結果を示す．(a) 歩行速度，(b) 衝突直前の運動エネルギー，(c) エネルギー損失係数，(d) 回復エネルギー，(e) 移動効率，(f) 歩行周期の各平均値である．いずれもαに関して平均値からの差分を$\Delta\alpha:=\alpha_1-\alpha=\alpha-\alpha_2\ge0$で定義して，これを横軸としてプロットした．$\Delta\alpha$が大きくなるほど，歩容の非対称性が強くなるということである．$\Delta\alpha=0$（1周期の対称歩容）の場合は，他と区別するために“●”でプロットした．

結果(a)，(b)より，非対称性が強くなるにつれ，歩行速度と運動エネルギーが単調に減少していく様子が見てとれる．また(c)，(d)より，ε_mとΔE_mが対称歩容を中心として上に凸な関数になっていることを確認できる．(e)，(f)は参考として示したものであるが，これらの結果は以下のように説明される．歩幅を1歩あたりの重心の移動距離ΔX_g [m] と定義すると，これは

$$\Delta X_g=l(\sin\alpha_1+\sin\alpha_2)=2l\sin\alpha\cos(\alpha-\alpha_1) \quad (45)$$

で一定値となる．また，そのα_1に対する変分は

$$\frac{\partial\Delta X_g}{\partial\alpha_1}=2l\sin\alpha\sin(\alpha-\alpha_1)\le0 \quad (46)$$

となるため（$\alpha_1\ge\alpha$に注意），α一定のもとで歩容が非対称化することでわずかに減少する．しかしながら，その変化量は歩行速度のそれに比べて十分に小さいため，非対称化により歩行速度が低下すると，歩行周期はそれに反比例して増大することになる．また，仮想受動歩行におけるSpecific resistanceの最小値は$\tan\phi$ [-] であり [15]，最大効率条件が達成されていれば歩容が非対称化しても一定値を保つはずである．しかしながら，非対称化が進むにつれ負の入力パワーの発生が増大する傾向にあるため，効率は低下する結果となった．さらなる詳細については**付録 1.** を参照されたい．

4.5.2 α_1が一定の場合

Fig. 12にα_1を一定とした場合の解析結果を示す．横軸には股角度の平均値αをとった．ただし(f)の歩行周期に関しては，横軸をα_1，α_2として対応する二つの値をプロットしている．結果(a)，(b)より，αが減少するにつれ，歩行速度と運動エネルギーが上昇していく様子が見てとれる．先とは対照的に，歩容の非対称化が平均歩幅の減少，つまりエネルギー損失係数の増大を引き起こし，運動エネルギーが上昇するという結果である．これはFig. 4において$\alpha_1=\alpha_2$上の点からBの左方向へ移動することを意味するものである．原点方向へ向かっていなくとも，平均歩幅の減少で運動エネルギーが上昇する移動となっている．逆にBの右方向へ移動すれば，Fig. 12の結果からも推察されるように，運動エネルギーは減少する結果となる．また，他のデータも先に比べて複雑な結果を示している．(c)の結果は，歩幅の平均値，つまりαが減少すれば衝突姿勢拘束の性質によりε_mが増大することを示すものである．(40)，(45)式より，2周期歩容においてΔE_mと歩幅の間に

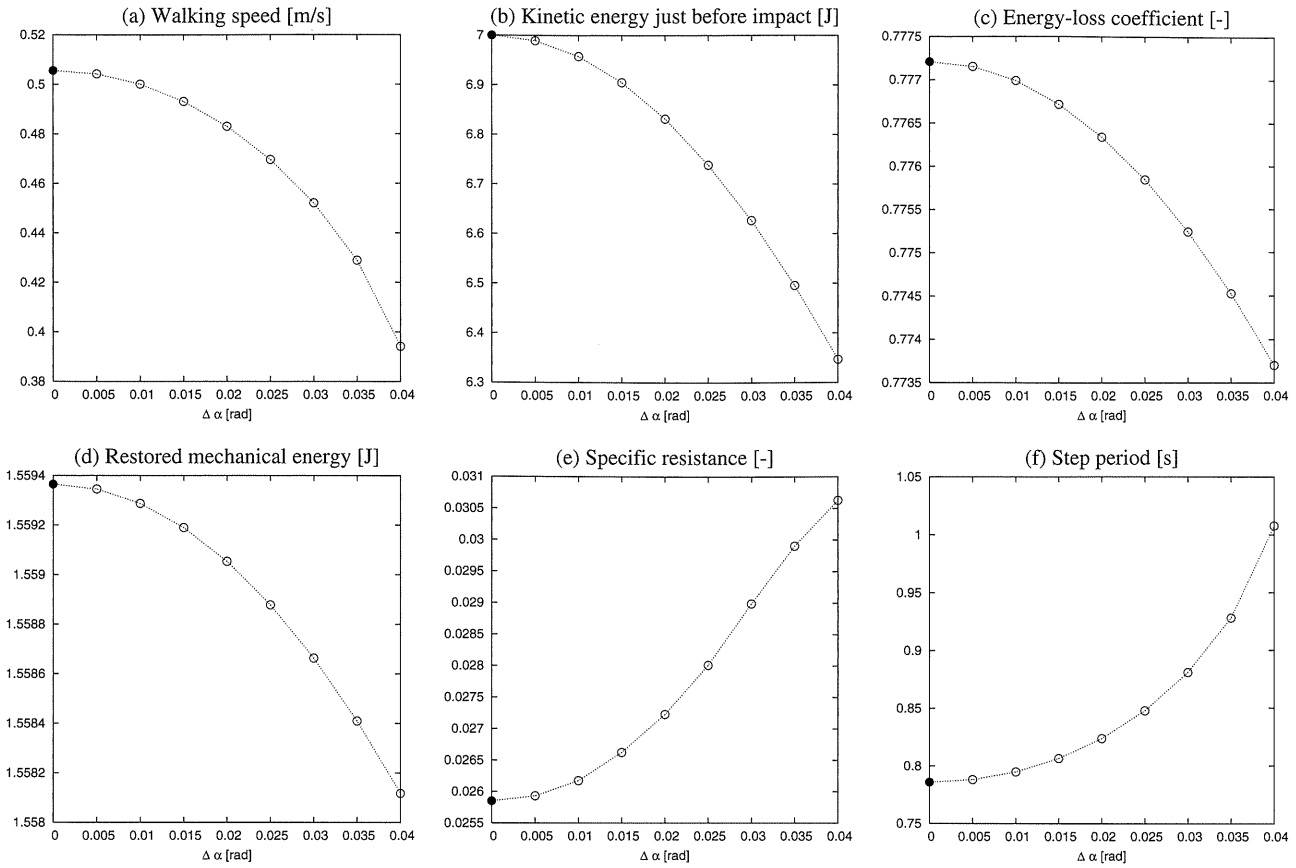


Fig. 11 Gait descriptors of constrained compass-gait where α is constant

$$\Delta E_m = Mg\tan\phi\Delta X_g \tag{47}$$

が成り立つこと，つまり α の減少に伴い ΔE_m は減少することがわかり，(d) の結果が理解される．また (e) より，非対称化により移動効率が低下していることがわかるが，この結果も先と同様の理由によるものである（詳細は**付録 1.** を参照）．歩行周期を (f) のようにプロットしたのは，整定条件を満たさなくなったために歩容生成が不可能となったことを説明するためである．二つの歩行周期を "△" と "□" で表しているが，いずれも単調に減少し，△が $T_{\mathrm{set}} = 0.75$[s] に接近している様子が見てとれる．

5. まとめと今後の課題

本論文では，2 周期歩容の離散ダイナミクスを RW として簡略化し，その歩行性能として衝突直前の運動エネルギーを考え，これを最大化する条件について理論的に考察を行った．エネルギー損失係数と回復エネルギーが RW の受動歩行と同じ性質をもつならば，歩行性能に最大値が存在すること，そしてその達成条件が歩容の非対称化の方向により異なること，などを示した．

本論文の結果は，ある 1 周期歩容を中心として強制的に非対称化させた場合についてのものであり，筆者らが文献 [13] で観測した現象（分岐点前後での性能の低下傾向の変化）を説明するものではない．しかし，歩行特性の変化が激しくない分岐点近傍においては，1 周期歩容を中心とした非対称化が性能の低下を招くことは事実と考えることができよう．

RW に近い力学特性を実現する拘束コンパス歩容は予測に従う結果を示したが，これが達成されたのは精密な制御を行った結果であることに注意しなければならない．衝突姿勢拘束をもたない一般のリミットサイクル型歩容が，RW の受動歩行で成り立つ二つの大小関係式 (10), (12) をもつとは限らない．とくに，大きな脚質量をもつ歩行系では遊脚の振り運動の影響でエネルギー損失係数が大きく変化するため，本論文の結果とは異なる傾向を示す可能性がある．その一方で，RW に近い力学特性をもつ 2 周期歩容に対しては，遅延フィードバック制御 [9,10] や OGY 法 [11,12] による 1 周期への安定化を通して，歩行速度の向上を期待することができるものと考えられる．

検討すべき課題は残されているが，本論文の議論が多周期歩容の理解の一助になるものと筆者は期待している．上記の課題を中心として，今後さらに検討を進めていく予定である．

謝 辞

RW の実験器の開発には（株）小野電機製作所にご協力頂きました．また，査読者の方々からいくつかの有益

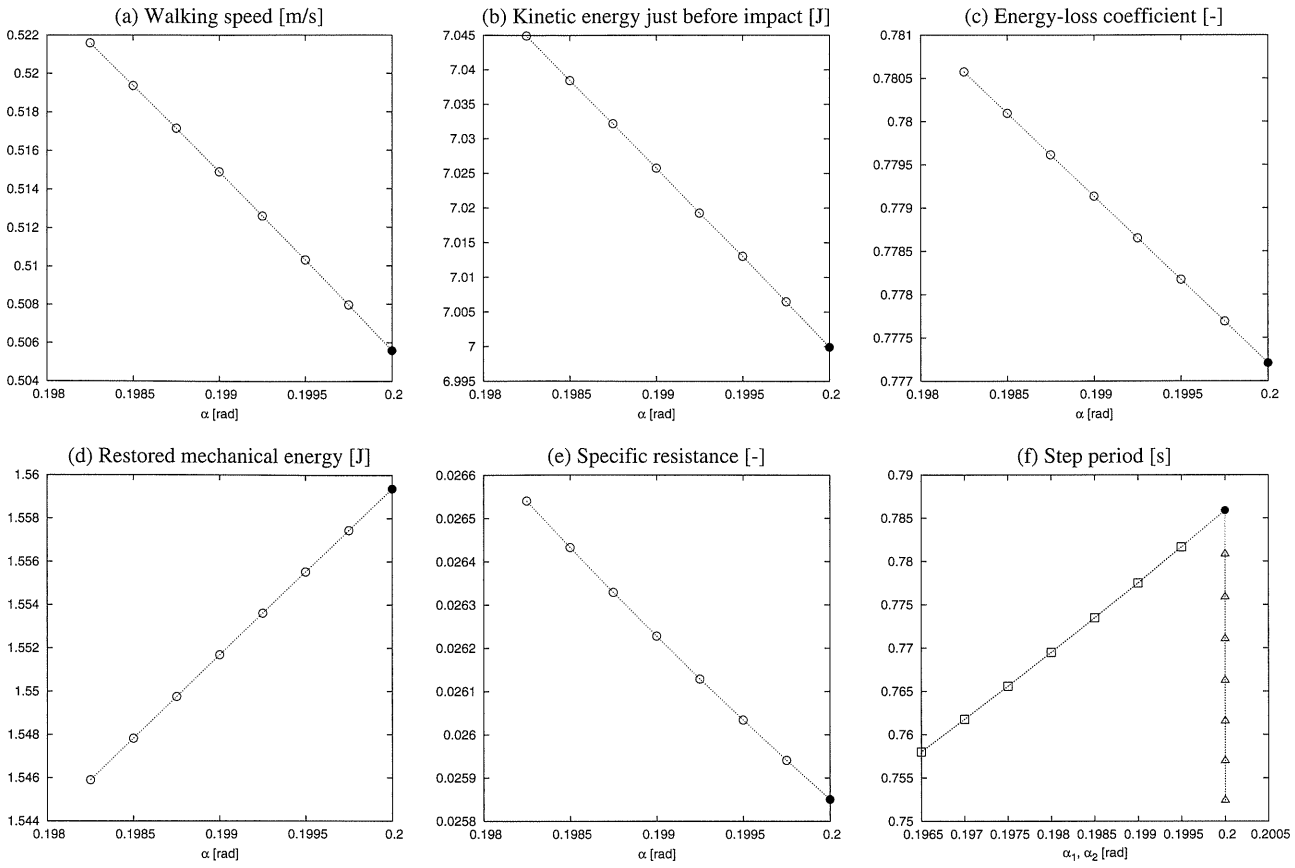


Fig. 12 Gait descriptors of constrained compass-gait where α_1 is constant

なご指摘を頂きました．ここに記して心からの謝意を表します．

参考文献

[1] T. McGeer: Passive dynamic walking; *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 9, No. 2, pp. 62–82 (1990)

[2] A. Goswami, B. Thuilot and B. Espiau: Compass-like biped robot part I: Stability and bifurcation of passive gaits; *Research report, INRIA*, No. 2996 (1996)

[3] M. Garcia, A. Chatterjee and A. Ruina: Speed, efficiency, and stability of small-slope 2D passive dynamic bipedal walking; *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. 3, pp. 2351–2356 (1998)

[4] M. Garcia, A. Chatterjee, A. Ruina and M. Coleman: The simplest walking model: Stability, complexity, and scaling; *ASME J. of Biomechanical Engineering*, Vol. 120, No. 2, pp. 281–288 (1998)

[5] M. Garcia, A. Chatterjee and A. Ruina: Efficiency, speed, and scaling of two-dimensional passive-dynamic walking; *Dynamics and Stability of Systems*, Vol. 15, No. 2, pp. 75–99 (2000)

[6] A. Goswami, B. Thuilot and B. Espiau: A study of the passive gait of a compass-like biped robot: Symmetry and chaos; *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 17, No. 12, pp. 1282–1301 (1998)

[7] A. Sano, Y. Ikemata and H. Fujimoto: Analysis of dynamics of passive walking from storage energy and supply rate; *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. 2, pp. 2478–2483 (2003)

[8] 大須賀，桐原：受動的歩行ロボット Quartet II の歩行解析と歩行実験；日本ロボット学会誌，Vol. 18，No. 5，pp. 737–742 (2000)

[9] 大須賀，杉本，杉江：遅延フィードバック制御に基づく準受動的歩行の安定化制御；日本ロボット学会誌，Vol. 22，No. 2，pp. 193–199 (2004)

[10] 杉本，大須賀：連続型遅延フィードバック制御に基づく脚ロボットの準受動的歩行安定化制御；日本ロボット学会誌，Vol. 23，No. 4，pp. 435–442 (2005)

[11] S. Suzuki and K. Furuta: Enhancement of stabilization for passive walking by chaos control approach; *Proc. of the 15th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control* (2002)

[12] 山北，石村，和田：受動二足歩行のカオスダイナミクスとその実機評価；日本機械学会論文集（C編），Vol. 71，No. 705，pp. 257–265 (2005)

[13] F. Asano and Z.W. Luo: Pseudo virtual passive dynamic walking and effect of upper body as counterweight; *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2934–2939 (2008)

[14] 浅野，羅，山北：Rimless Wheel の安定原理に基づくコンパス型2足ロボットの漸近安定歩容生成；日本ロボット学会誌，Vol. 26，No. 4，pp. 351–362 (2008)

[15] F. Asano, Z.W. Luo and M. Yamakita: Biped gait generation and control based on a unified property of passive dynamic walking; *IEEE Trans. on Robotics*, Vol. 21, No. 4, pp. 754–762 (2005)

付　　録

付録 1. 移動効率の低下の原因について

Fig. 8 に示す 2 足ロボットの 2 周期歩容における平均入力パワー p_j [J/s] と歩行速度 v_j [m/s] は，それぞれ

$$p_j := \frac{1}{T_j}\int_{0+}^{T_j^-}\left(\left|\dot{\theta}_1 u_1\right| + \left|\dot{\theta}_H u_2\right|\right)\mathrm{d}t \tag{A1}$$

$$v_j := \frac{1}{T_j}\int_{0+}^{T_j^-}\dot{X}_g\ \mathrm{d}t = \frac{\Delta X_g}{T_j} \tag{A2}$$

で与えられる．ただし，添字の $j(=1 \text{ or } 2)$ は (38)，(39) 式における ΔE_j のそれに対応するものである．また，ΔX_g [m] は 1 歩分の歩幅であるが，2 周期歩容においても平均をとるか否かによらず (45) 式のように一定となる．これらを用いて，移動効率を表す Specific resistance (以下，SR と略記) は

$$\mathrm{SR} := \frac{p_j}{Mgv_j} = \frac{p_j T_j}{Mg\Delta X_g} \tag{A3}$$

で定義される．これは単位質量を単位距離移動させるのに必要な消費エネルギーを表す無次元量であり，その値が小さいほど高効率を意味するものである．仮想受動歩行においては，(A1) 式の平均入力パワーは次の大小関係式

$$\begin{aligned} p_j &\geq \frac{1}{T_j}\int_{0+}^{T_j^-}\left|\dot{\theta}_1 u_1 + \dot{\theta}_H u_2\right|\mathrm{d}t = \frac{1}{T_j}\int_{0+}^{T_j^-}\left|\dot{E}\right|\mathrm{d}t \\ &\geq \frac{1}{T_j}\int_{0+}^{T_j^-}\dot{E}\ \mathrm{d}t = \frac{Mg\tan\phi\Delta X_g}{T_j} \end{aligned} \tag{A4}$$

を満たすので，SR の最小値は 2 周期歩容においても

$$\mathrm{SR} \geq \tan\phi \tag{A5}$$

で常に一定となる．つまり，歩容が非対称化しても負の入力パワーが発生しなければ（最大効率条件が満たされれば），常に $\mathrm{SR} = \tan\phi$ が成り立つことになる．

Fig. A1 は Fig. 11 における (a) 歩幅と (b) 消費エネルギー（$p_j T_j$ [J] の平均値）を $\Delta\alpha$ に対してプロットしたものである．(45) 式が示すように，非対称化が進むにつれ単調に歩幅が減少していくことが (a) より確認できる．ここで，最大効率条件が満たされていれば，関係式

$$p_j T_j = Mg\tan\phi\Delta X_g \tag{A6}$$

が成り立つため，消費エネルギーも同様に単調減少していくはずであるが，(b) より逆に増大していることがわかる（その数理的理由の考察は省略する）．以上の議論より，SR の増大は負の入力パワーの発生に伴う消費エネルギーの増大によるものであると結論される．

Fig. A2 は Fig. 12（α_1 のみを一定とした結果）における (a) 歩幅と (b) 消費エネルギーの α に対するプロットであるが，この場合は α_2 のみを単調減少させているので，歩幅も同時に単調減少するのは自明ある．これに対して，(b) より消費エネルギーが単調に増大していることがわかり，この場合も SR の増大が先と同様の理由で引き起こされているものと結論される．

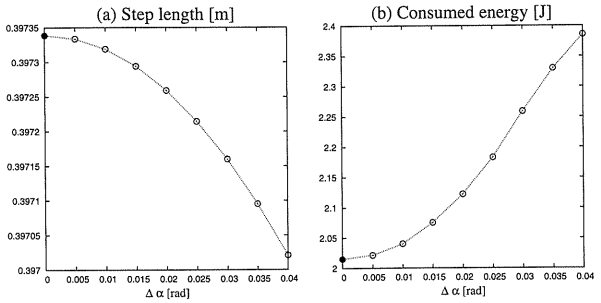


Fig. A1 Step length and consumed energy where α is constant

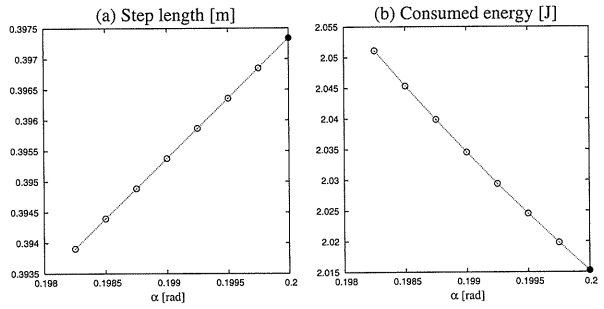


Fig. A2 Step length and consumed energy where α_1 is constant

著 者 略 歴

浅野（あさの） 文彦（ふみひこ）（正会員）

1975 年 2 月 1 日生．2002 年 3 月東京工業大学大学院理工学研究科制御工学専攻博士後期課程修了．同年 4 月理化学研究所バイオ・ミメティックコントロール研究センター研究員，2008 年 10 月北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科准教授となり，現在に至る．ロボティクス，制御工学の研究に従事．博士（工学）．計測自動制御学会，日本ロボット学会，IEEE の会員．