

Title	複数の単位円による点集合の排他的被覆
Author(s)	岡山, 陽介
Citation	
Issue Date	2011-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/9654
Rights	
Description	Supervisor: 上原隆平, 情報科学研究科, 修士

複数の単位円による点集合の排他的被覆

岡山陽介 (0910010)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

平成 23 年 2 月 8 日

キーワード: 計算幾何学, 施設配置問題, 上界, 下界.

近年, 電波を利用して提供するサービスは増加している. 無線 LAN や携帯電話, テレビの電波など, 多岐にわたる. 電波の到達範囲は地上の円で表すことができる. 電波の到達範囲を表す円が重なると, テレビの映像にゴーストが出る, 無線通信が混信する, などの不具合が引き起こされる場合もあり, 基地局をどのように配置するかが問題となる. また, サービスの利用者はすべて電波に覆われている必要があり, 円が重ならないことと矛盾が出る場合もある.

ここで, サービスの利用者を点, 電波の届く範囲を単位円とすると, 重なりの無い単位円集合ですべての点を覆えるか, という問題が考えられる. 本研究では, これを複数の単位円による点集合の排他的被覆問題として取り扱う.

この問題は, 稲葉により考えられたもので, 点集合の配置が与えられたとき, 重なりの無い単位円集合ですべて覆えるかどうかを考える. ここで, 単位円集合により覆われる点の個数を考える. 点が 1 つの場合, 単位円が 1 つあればその点を必ず覆うことができる. 点が 2 つの場合でも, 単位円が 1 つまたは 2 つあればその 2 つの点を必ず覆うことができる. しかし, 数多くの点を細かく格子状に並べると単位円で排他的に覆えないことがある. よって, どのように配置しても必ず単位円で覆える点の個数 k は 2 以上で上限があることが分かる. 既存の結果として $10 \leq k < 108$ が知られている. また Peter Winkler によると, 60 個という上界を与える点の配置が発見されている. また, Veit Elser により, 55 個という上界の証明がされている.

そこで本研究では, この k の値をより正確に評価することを目的とする. つまり k の値のよりよい上界および下界を求めることを目的とする.

上原・浅野により示された上界は, 正方格子の格子点上に配置した点集合を元に, 単位円集合で覆うことができない点の配置を実現する点の個数を求めることで示されている. また稲葉により示された下界は, 単位円を最も稠密に並べたときにできる隙間と単位円の面積との比をもとにして示されている.

本研究では 4 通りの方法で上界の改善を試みる. 1 つ目は, 上原・浅野の用いた正方格子の格子の幅をより大きなものにしてその格子点上に配置した点集合でも, 単位円で被覆

できない点が存在することを示し，それによって改善される上界を求める．また，平面を合同な図形で隙間無く覆うことのできる正多角形には，正方形の他に正三角形，正六角形がある．ここから2つ目の方法として，三角格子を用いた場合，3つ目の方法として，六角格子を用いた場合に導出される上界を求める．さらに4つ目に，格子を利用しない方法として，最大空円の手法を用いて上界を改善することができないか考察と計算機実験を行う．またそれぞれの手法では，半径 $1 + 2r$ の円の中に配置した点集合を数えて上界を求めているが，半径 $1 + 2r$ の円の上下を切り取った領域 y' で考えても上界を与えることを示し，それぞれの手法により求められた上界を改善する．

下界については，単位円を最も稠密に並べたときにできる隙間と単位円を離散化して表現し，隙間の部分で単位円を覆うことができるかどうかを計算機により全探索を行い確かめる．そこから，11 点に下界が改善できるかどうかを調べる．

提案した手法を用いた結果，下界については改善を行うことができなかった．下界改善のための手法は，全探索を行い計算量がとても多い．よってより高速な処理が可能なように改善すること．または全く別の新しい手法を用いることで下界を改善できないかを検討することが今後の課題として挙げられる．上界については，54 個という結果に改善することができた．今後は，別の手法を用いて，上界の改善を行えないか考察していくことが課題としてあげられる．